DIPLÔME NATIONAL DU BREVET
SESSION 2022

MATHÉMATIQUES

Série professionnelle

Durée de l'épreuve : 2 h 00 – 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.

ATTENTION LES ANNEXES pages 6/7 et 7/7 sont à rendre avec la copie**.**

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisé.

L'utilisation du dictionnaire est interdite.

Indication portant sur l'ensemble du sujet
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche (calcul, schéma, explication, …). Elle sera prise en compte dans la notation.

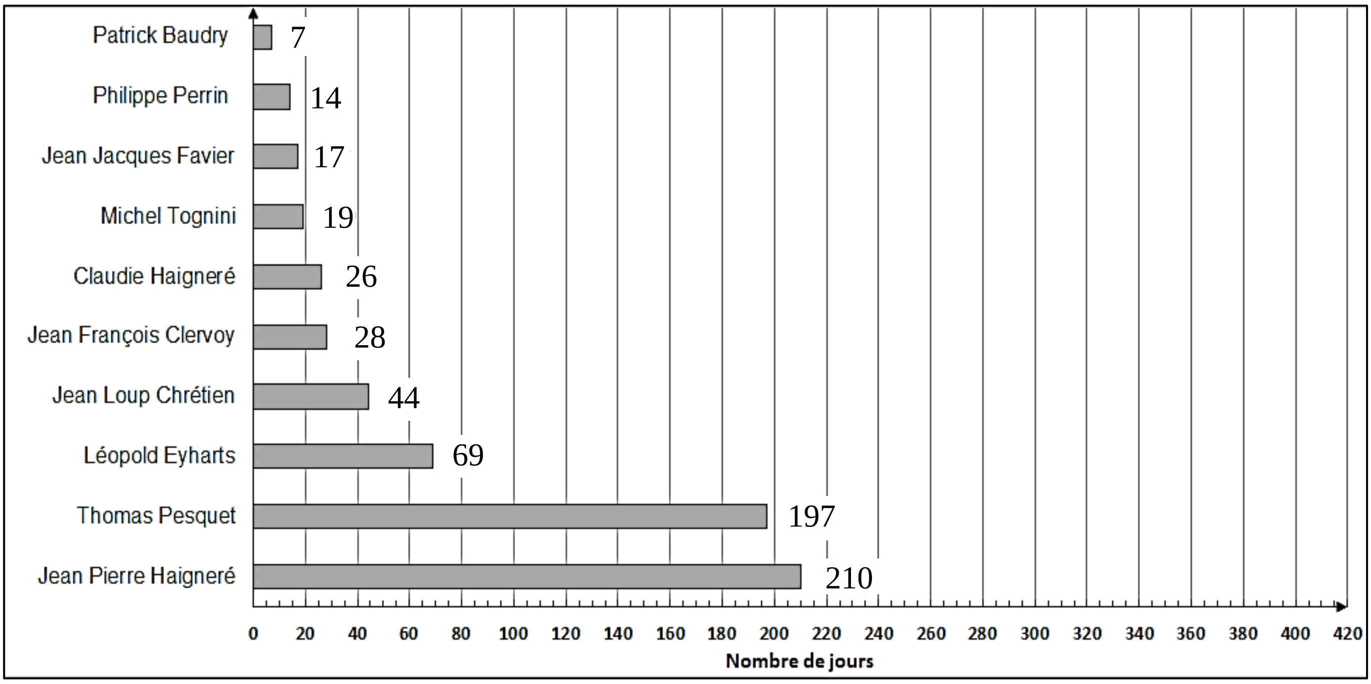
Exercice 1 (20 points)

La totalité de l'exercice QCM est à compléter **en ANNEXE 1 à rendre avec la copie**.

Exercice 2 (20 pts)

Un document datant de 2020 donne les informations suivantes :

2020 : Durée totale des missions des spationautes français



En 2021, Thomas Pesquet a effectué une deuxième mission de 199 jours. L'objectif des deux questions suivantes est de mettre à jour les données du document.

1. Déterminer en nombre de jours la durée totale des deux missions de Thomas Pesquet.
2. Compléter le diagramme de l'**ANNEXE 2**.

Un journaliste affirme que Thomas Pesquet a passé dans l'espace plus de 40 % de la durée totale des missions des spationautes français.

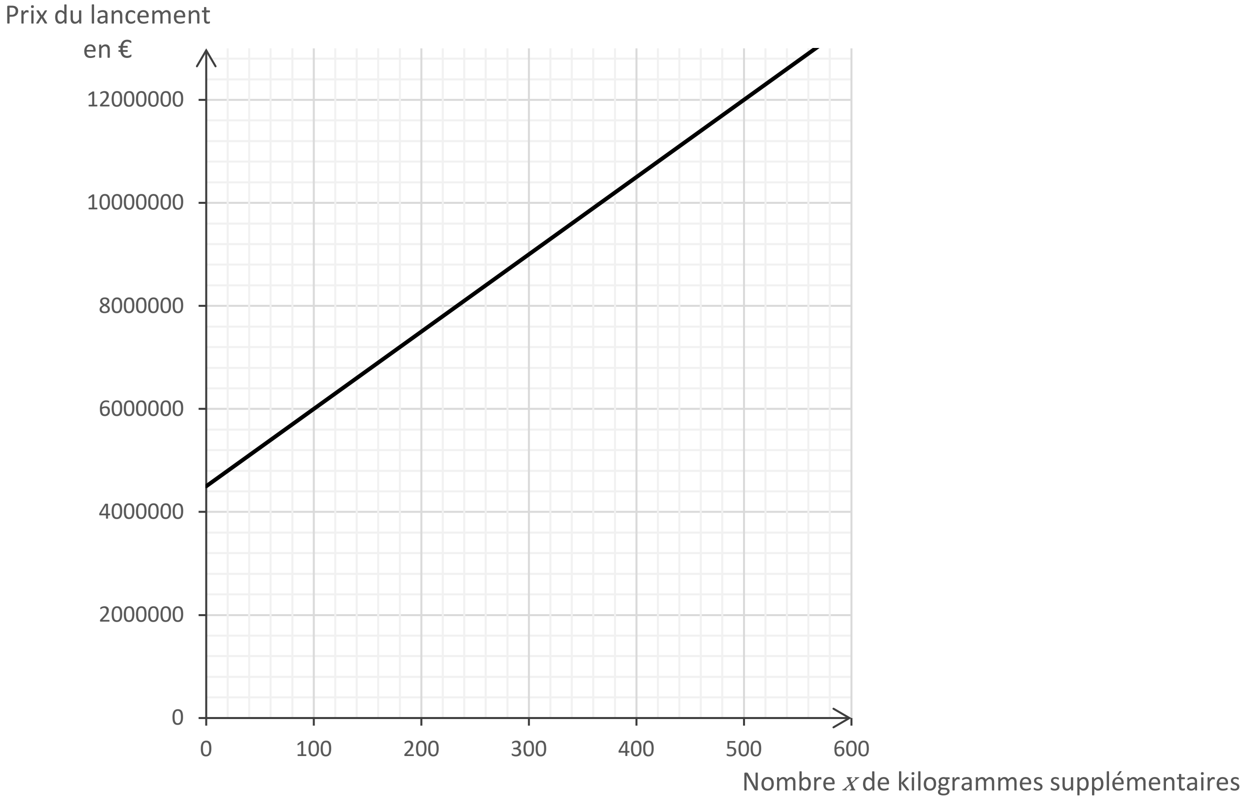
3. Vérifier l'affirmation du journaliste.

<u>Exercice 3</u> (20 pts)

Le prix de lancement d'un satellite proposé par une société aérospatiale est déterminé de la manière suivante : 4 500 000 euros jusqu'à 300 kilogrammes avec un surcoût de 15 000 euros par kilogramme supplémentaire.

1. Vérifier que le prix de lancement d'un satellite de 350 kg est de 5 250 000 €.

On modélise le prix de lancement en fonction du nombre x de kilogrammes supplémentaires par une fonction. Le graphique suivant donne la représentation de cette fonction.

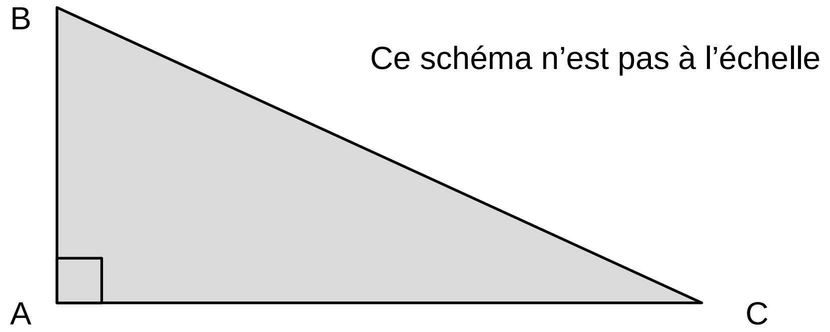


2. Parmi les trois expressions suivantes, choisir et recopier celle qui correspond à cette fonction :
   $f(x) = 15\,000\,x + 4\,500\,000$ $\qquad g(x) = 15\,000\,x$ $\qquad h(x) = 50\,000\,x + 1\,500\,000$

3. Indiquer si le prix de lancement d'un satellite de plus de 300 kg est proportionnel au nombre x de kilogrammes supplémentaires. Justifier la réponse.

4. Une société de télécommunication dispose d'un budget de 8 000 000 d'euros pour financer le lancement d'un satellite.
   a. Déterminer le nombre maximal de kilogrammes supplémentaires qui peuvent être lancés sans dépasser ce budget.
   b. En déduire la masse totale maximale en kilogrammes du satellite pour un budget de 8 000 000 d'euros.

<u>Exercice 4</u> (20 pts)



1. Parmi les trois propositions suivantes, choisir et recopier la relation qui traduit la propriété de Pythagore appliquée au triangle rectangle ABC représenté ci-dessus.

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ $\qquad$ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ $\qquad$ $BC = AB + AC$

On souhaite écrire un programme en langage Scratch permettant de déterminer la longueur BC connaissant les longueurs AB et AC.
Ce programme sera constitué des briques présentées ci-dessous dans le désordre.

2. Ecrire sur votre copie les numéros des briques dans un ordre qui permet de réaliser ce programme.

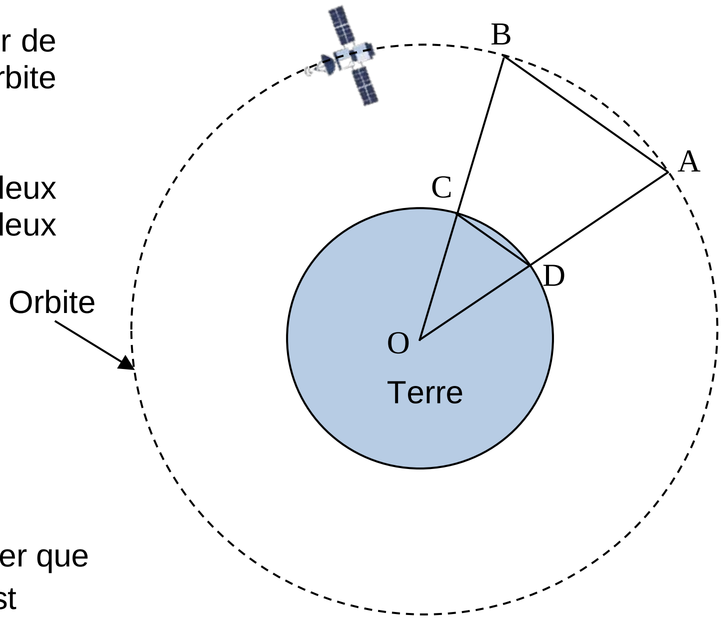
3. Calculer la longueur BC si AB = 2,25 cm et AC = 10 cm.

Exercice 5 **(20 pts)**

Un satellite se déplace sur une orbite autour de la Terre. On souhaite déterminer le type d'orbite suivie par ce satellite.

Sur le schéma simplifié ci-contre, on relève deux positions A et B du satellite prises à deux moments différents.

On donne :
OC = OD = 6 378 km
DC = 1 665 km
AB = 11 007 km
(AB) // (DC)



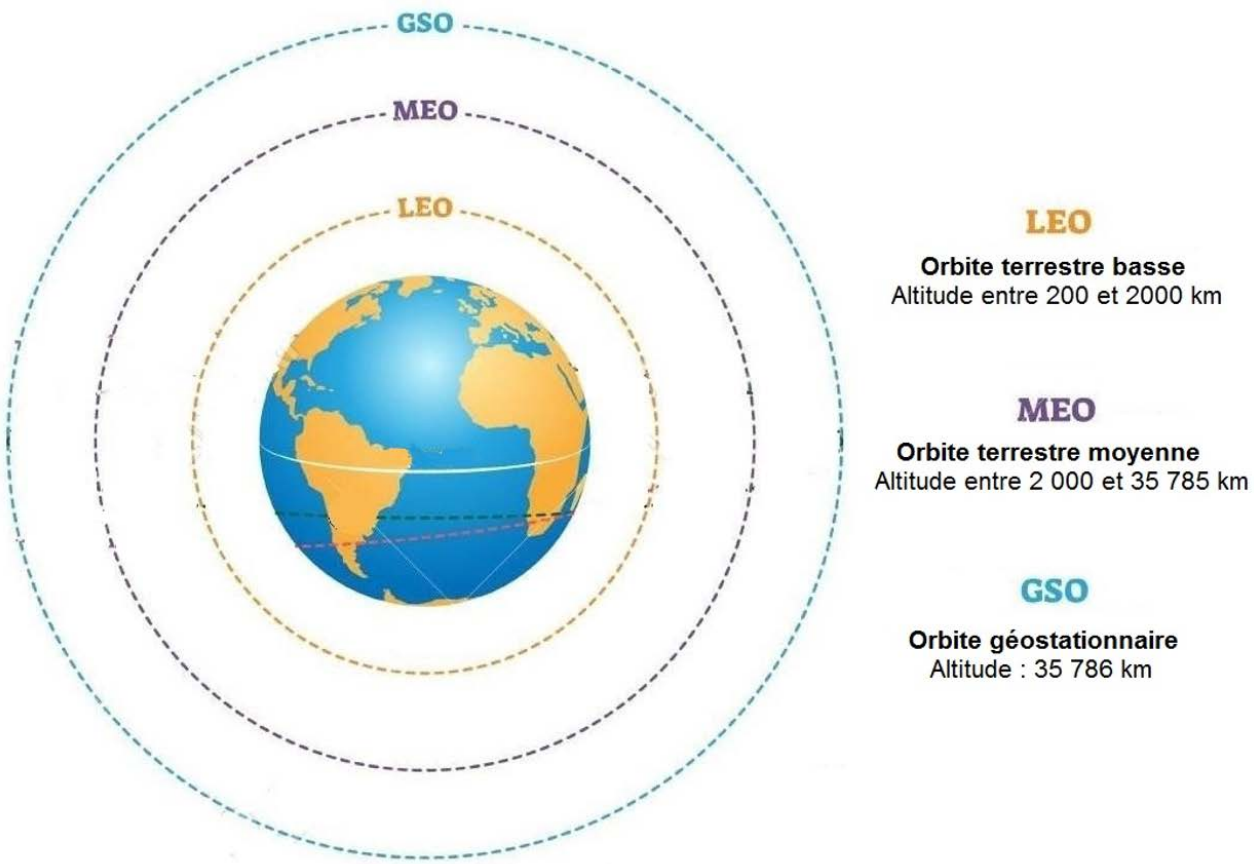
Ce schéma n'est pas à l'échelle

1. En utilisant la propriété de Thalès, montrer que la longueur OB, arrondie au kilomètre, est OB = 42 164 km.

2. En déduire BC, altitude de l'orbite du satellite.

3. À partir du document « Types d'orbites » ci-dessous, indiquer le nom de l'orbite suivie par ce satellite.

Types d'orbites



ANNEXE 1 - ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 1 :

Parmi les réponses proposées, cocher la réponse exacte.

1. 6,4 Go soit 6,4 milliards d'octets peut s'écrire :

☐ $6,4 \cdot 10^6$ octets ☐ $6,4 \cdot 10^9$ octets ☐ $6,4 \cdot 10^{12}$ octets

2. Un élève a obtenu les notes suivantes au cours d'un trimestre : 15 ; 11 ; 13 ; 14 ; 17
Le logiciel de relevé de notes affiche les résultats suivants pour cet élève :

☐

Moyenne	14
Médiane	13
Etendue	6

☐

Moyenne	15
Médiane	14
Etendue	17

☐

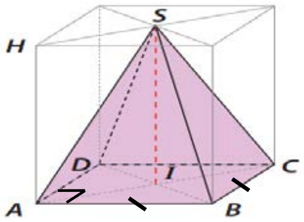
Moyenne	14
Médiane	14
Etendue	6

3. La solution de l'équation $2\,x - 6 = 4$ est :

☐ $x = \dfrac{4-6}{2}$ ☐ $x = \dfrac{4+6}{2}$ ☐ $x = \dfrac{4-2}{-6}$

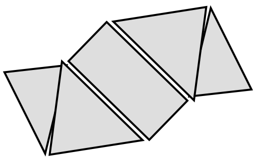
4. Des trois représentations de pyramide suivantes, celle qui correspond à une pyramide à base carrée est :

Perspective cavalière



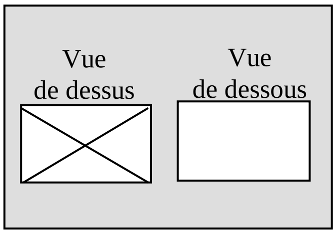
☐

Patron



☐

Plan

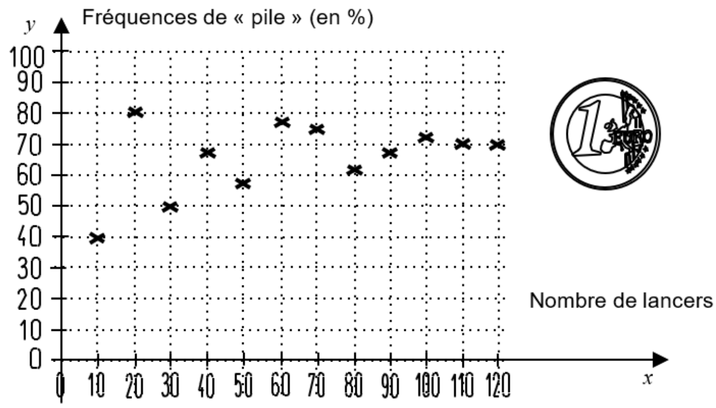


☐

5. Les fréquences d'obtention de « Pile » lors de séries indépendantes de lancers d'une pièce « truquée » sont représentées sur le graphique ci-contre. Lorsque le nombre de lancers augmente, les fréquences se stabilisent.

La probabilité d'obtenir « Pile » avec cette pièce « truquée » est :

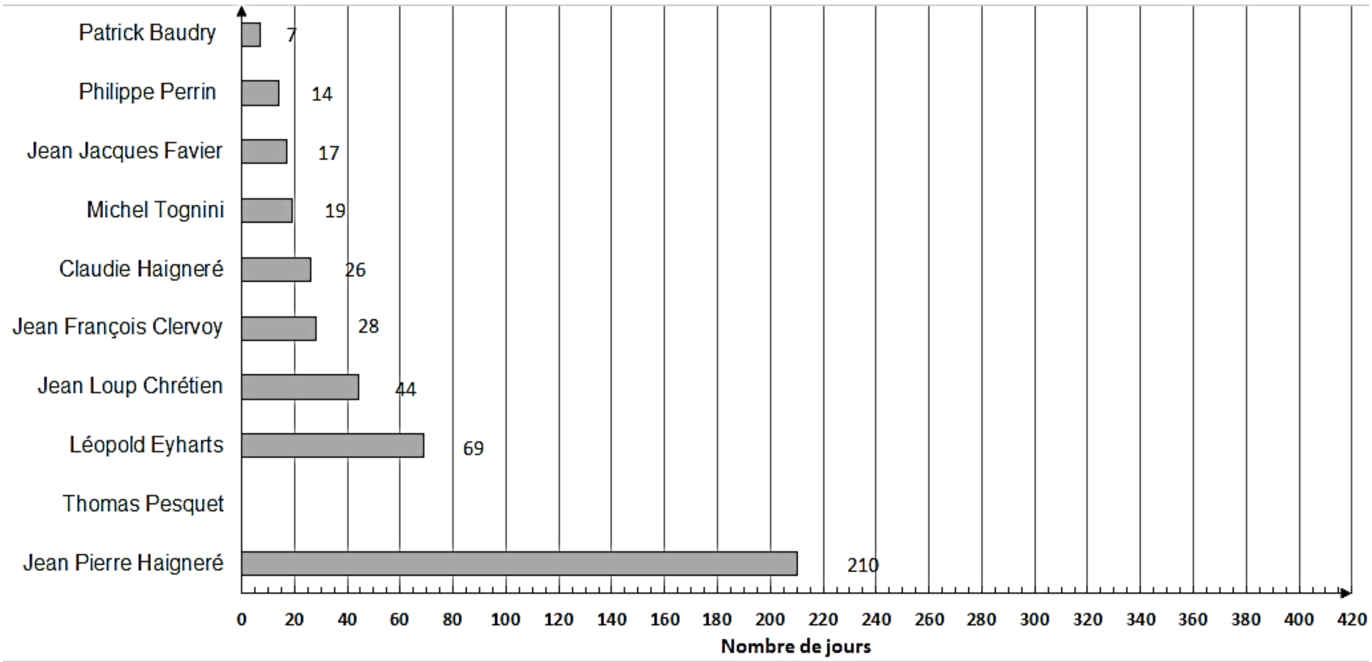
☐ 0,5 ☐ 0,7 ☐ 1



ANNEXE 2 - ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 2 :

2021: Durée totale des missions des spationautes français



BREVET — 2022 — FRANCE — SÉRIE PROFESSIONNELLE

CORRECTION

Un sujet surprenant de difficulté pour des élèves passant la session professionnelle! Encore un sujet qui souhaite proposer la même thématique sur l'ensemble des exercices. Cela finit par devenir un peu absurde et oblige le concepteur du sujet à des circonvolutions et à l'usage de nombres peu adaptés au public concerné. Le QCM de l'exercice 1 est particulièrement compliqué. Une écriture scientifique, une moyenne, une médiane et une étendue à calculer. Une solution évidente d'une équation du premier degré, masquée dans des écritures fractionnaires un peu ridicules. Une pyramide en vue de dessus et des probabilités sous forme fréquentistes... Ouahhh!!! Les nombres de l'exercice 3 sont grands et peuvent prêter à confusion. Il manque des précisions d'arrondis sur la dernière question. Le Scratch n'est pas simple : il faut remettre un programme dans l'ordre et être capable de comprendre une expression qui donne la longueur d'un hypoténuse directement à partir des longueurs des deux autres côtés : en clair, la distance euclidienne dans le plan!!! Cela termine par un exercice sur un satellite en orbite qui n'est pas difficile mais dont la présentation finit de décourager les plus téméraires des élèves de série professionnelle. Je ne comprends pas les intentions pédagogiques d'un tel sujet!

EXERCICE n° 1 — Un QCM à 5 questions *20 points*

Écriture scientifique — Équations — Pyramide — Probabilités

Un QCM assez difficile. Surprenant que cet exercice soit proposé à des élèves de la série professionnelle.

1. 6,4 Go=6 400 000 000 o=$6{,}4 \times 10^9$ o

$\boxed{\textbf{Question n° 1 :}\ 6{,}4 \times 10^9 \text{ o}}$

2. Les notes obtenues sont 15; 11; 13; 14 et 17. Déterminons la moyenne, l'étendue et la médiane de cette série.

Moyenne $= \dfrac{15+11+13+14+17}{5} = \dfrac{70}{5} = 14$

Étendue $= 17 - 11 = 6$

On classe dans l'ordre croissant : 11 — 13 — 14 — 15 — 17 donc la médiane est 14.

$\boxed{\text{La moyenne est 14, l'étendue est de 6 et la médiane 14.}}$

3. Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned} 2x-6 &= 4 \\ 2x-6+6 &= 4+6 \\ 2x &= 10 \\ x &= \frac{10}{2} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Vérifions ensuite chaque solution proposée :

$$\frac{4-6}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \qquad \frac{4+6}{2} = \frac{10}{2} = 5 \qquad \frac{4-2}{-6} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$$

$\boxed{\text{Question n° 2 : } x = \dfrac{4+6}{2}}$

4. Sur le patron et le plan, la base est dessinée en vraies grandeurs. On constate qu'il s'agit de rectangle non carré.

Sur la perspective cavalière, la base est un quadrilatère ayant un angle droit et quatre côté égaux. Il s'agit bien d'un carré.

Il s'agit de la représentation en **perspective cavalière**.

5. Quand le nombre de lancers augmente, la fréquence se stabilise. Elle approche la probabilité attendue.
On lit sur le graphique, que pour 120 lancers, la fréquence en pourcentage est de 70 % $= \dfrac{70}{100} = 0,70$.

La probabilité cherchée est $0,7$.

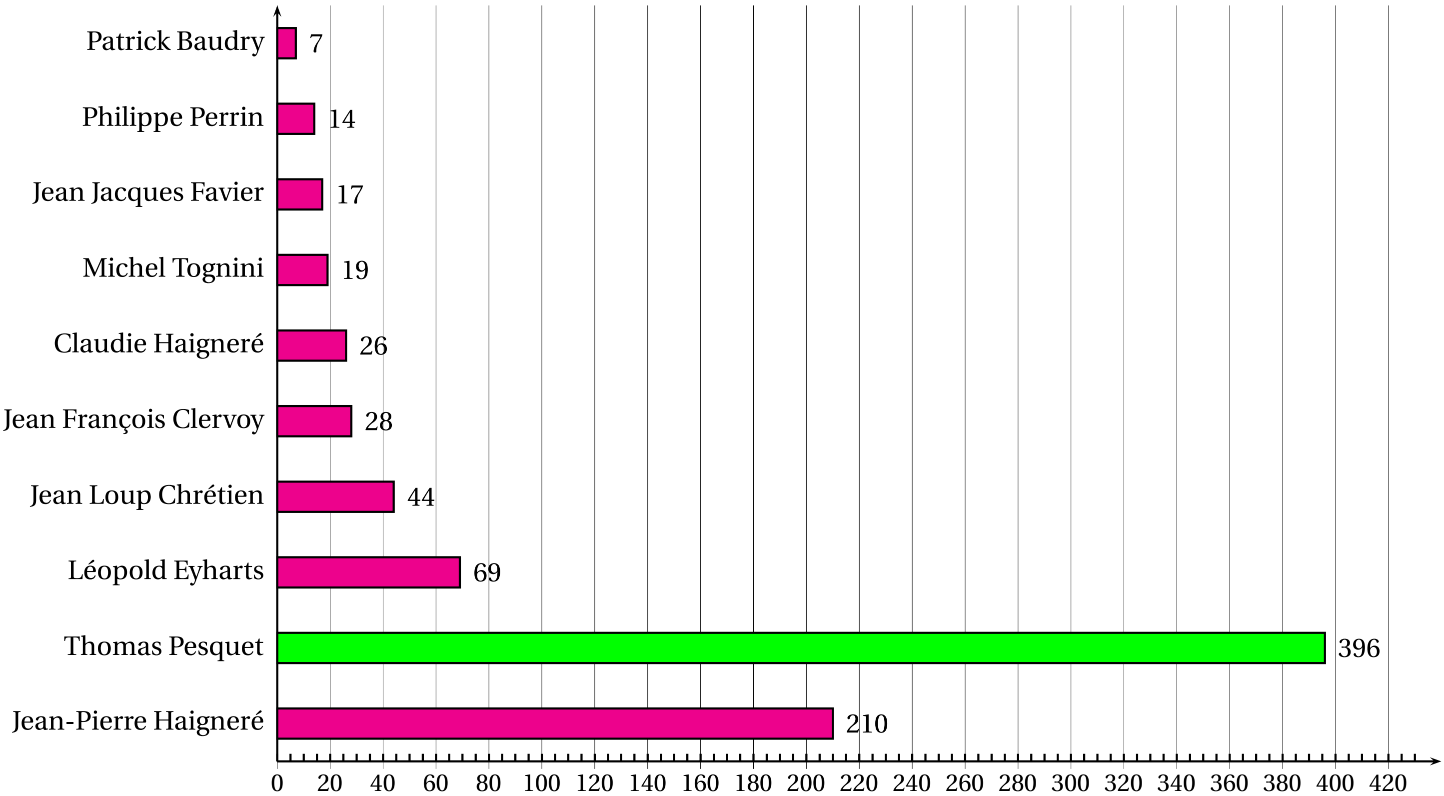
Exercice n° 2 — Thomas Pesquet *20 points*

Statistiques

Un exercice simple de statistiques.

1. En 2021, lors de sa deuxième mission, Thomas Pesquet a effectué une mission de 199 jours. En lisant graphiquement sur le graphique de 2020, on lit qu'il est resté 197 jours.
Comme $197 + 199 = 396$, Thomas Pesquet est resté 396 jours dans l'espace.

2.



3. Il faut calculer la somme du nombre de jours dans l'espace :
$210 + 396 + 197 + 69 + 44 + 28 + 26 + 19 + 17 + 14 + 7 = 1027$.

$\dfrac{396}{1027} \approx 0,39$ soit environ 39 %.

Le journaliste à tord, Thomas Pesquet a passé moins de 40 % de la durée totale.

EXERCICE n° 3 — Le prix du lancement d'un satellite *20 points*

Fonctions affines

Un exercice un peu difficile. Les nombres utilisés sont particulièrement grands et les erreurs peuvent se cumuler.

1. 350 kg=300 kg+50 kg.
Il faut donc ajouter 4 500 000 € à 50 × 15 000 e = 750 000 e soit 4 500 000 €+750 000 €=5 250 000 €

$\boxed{\text{Pour un satellite de 350 kg le prix du lancement vaut 5 250 000 €.}}$

2. On peut raisonner de deux manières différentes :

À partir du programme de calcul :
Pour calculer le prix du lancement, il faut ajouter 4 500 000 € au surcoût de 15 000 € par kilogramme supplémentaire.
En notant x le nombre de kilogramme supplémentaire on obtient : $15\,000x + 4\,500\,000$.

En observant la représentation graphique :
Il s'agit de la représentation graphique partielle d'une fonction affine. Comme l'intersection de la demi-droite tracée avec l'axe des ordonnées est 4 500 000, on en déduit qu'il s'agit de l'expression $f(x) = 15\,000x + 4\,500\,000$.

$\boxed{\text{Il s'agit de l'expression } f(x) = 15\,000x + 4\,500\,000.}$

3. On sait que **Si deux grandeurs sont proportionnelles alors l'expression de l'une en fonction de l'autre est une fonction linéaire dont la représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère.**.

La représentation graphique de la fonction proposée est une droite qui passe par le point de coordonnées $(0; 4\,500\,000)$.
De plus l'expression de la fonction $f(x) = 15\,000x + 4\,500\,000$ est celle d'une fonction affine non linéaire.

$\boxed{\text{Le prix pour un satellite de plus de 300 kg n'est pas proportionnel au nombre de kilogrammes supplémentaires.}}$

4.a. On peut raisonner de deux manières :

Le budget ne doit pas dépasser les 8 000 000 €. Or pour les premiers 300 kg du satellite, il faut payer 4 500 000 €.
8 000 000 €-4 500 000 €=3 500 000 €. Il reste 3 500 000 € pour la masse supplémentaire.

Comme un kilogramme supplémentaire coûte 15 000 €, on calcule $\dfrac{3\,500\,000\,€}{15\,000\,€} \approx 233,33$, on peut au maximum ajouter 233,33 kg.

On peut aussi résoudre l'équation suivante où x désigne la masse supérieure à 300 kg

$$\begin{aligned}
15\,000x + 4\,500\,000 &= 8\,000\,000\\
15\,000x + 4\,500\,000 - 4\,500\,000 &= 8\,000\,000 - 4\,500\,000\\
15\,000x &= 3\,500\,000\\
x &= \frac{3\,500\,000}{15\,000}\\
x &= \frac{700 \times 5000}{3 \times 5000}\\
x &= \frac{700}{3}\\
x &\approx 233,33
\end{aligned}$$

Le nombre maximal de kilogrammes supplémentaires est de 233,33 kg

4.b. Le satellite a envoyer pèse au maximl 300 kg+233,33 kg=533,33 kg.

Il n'y a pas d'indication sur la nature de l'arrondi attendu.

Exercice n° 4 — Un algorithme pour le théorème de Pythagore *20 points*

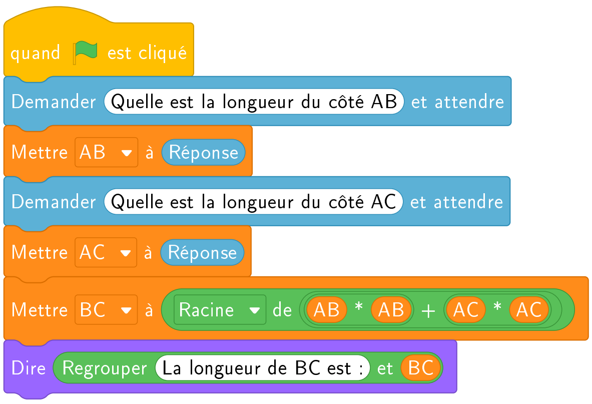
Scratch — Théorème de Pythagore

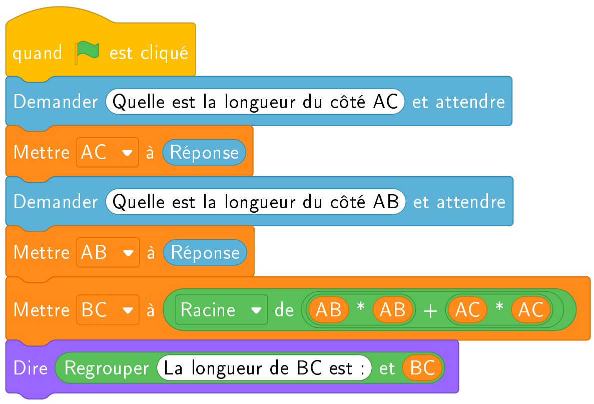
Je ne trouve pas cet exercice facile! Il faut mettre un programme Scratch dans l'ordre. Il propose une formule complexe pour obtenir directement l'hypoténuse à partir des deux autres côtés... C'est une distance euclidienne. En plus, à la dernière question, on demande de calculer la longueur d'un côté qui n'est pas un nombre décimal. Cela n'est pas fait pour simplifier la vie des élèves!

1. On constate que le triangle ABC est rectangle en A. Son hypoténuse est donc le segment [BC].

L'égalité de Pythagore pour ce triangle ABC rectangle en A est : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

2. Deux algorithmes permettent d'obtenir le même résultat :





Les deux réponses possibles sont : ⑥ — ③ — ⑦ — ⑤ — ② — ① — ④ ou ⑥ — ⑤ — ② — ③ — ⑦ — ① — ④

3. On peut utiliser directement le programme :

$BC = \sqrt{AB \times AB + AC \times AC} = \sqrt{2,25^2 + 10^2} = \sqrt{5,0625 + 100} = \sqrt{105,0625} \approx 10,25$

On peut aussi revenir au théorème de Pythagore :
Dans le triangle ABC rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$
$$2,25^2 + 100^2 = BC^2$$
$$5,0625 + 100 = BC^2$$
$$BC^2 = 105,0625$$
$$BC = \sqrt{105,0625}$$
$$BC \approx 10,25$$

La longueur BC ≈ 10,25 cm

Exercice n° 5 — Un satellite en orbite autour de la Terre *20 points*

Thalès

Un exercice assez facile. En revanche, sa présentation a certainement empêché les élèves de le réaliser facilement. Les figures sont complexes et les informations nombreuses. On peut aussi se demander d'où viennent les informations posées comme récupérées depuis la Terre. Ce sont des mesures faîtes à des moments et à des endroits différents, au point C *et* D*. La distance* CD *correspond à la distance en ligne droite dans l'espace euclidien, donc à celle d'un tunnel reliant les lieux* C *et* D*. À force de vouloir rendre concret les situations, on les rend parfois un peu absurde!*

1. Les droites (BC) et (AD) sont sécantes en O, les droites (CD) et (AB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{OC}}{\text{CB}} = \frac{\text{OC}}{\text{OA}} = \frac{\text{CD}}{\text{AB}}$$

$$\frac{6378\,\text{km}}{\text{OB}} = \frac{6378\,\text{km}}{\text{OA}} = \frac{1665\,\text{km}}{11\,007\,\text{km}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{OB} = \dfrac{6378\,\text{km} \times 11\,007\,\text{km}}{1665\,\text{km}}$ d'où $\text{OB} = \dfrac{70\,202\,646\,\text{km}^2}{1665\,\text{km}}$ et $\text{OB} \approx 42\,164\,\text{km}$

$\boxed{\text{La longueur OB mesure bien environ 42 164 km.}}$

2. Comme BC = OB − OC, $\boxed{\text{BC} = 42\,164\,\text{km} - 6378\,\text{km} = 35\,786\,\text{km.}}$

3. $\boxed{\text{Le satellite est en orbite géostationnaire } \textbf{GSO} \text{ à 35 786 km d'altitude.}}$