



DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2023

MATHÉMATIQUES

SÉRIE GÉNÉRALE

FRANCE SEPTEMBRE

18 SEPTEMBRE 2023

Durée de l'épreuve : 2h00

100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collègue » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	14 points
Exercice n° 3	22 points
Exercice n° 4	20 points
Exercice n° 5	24 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

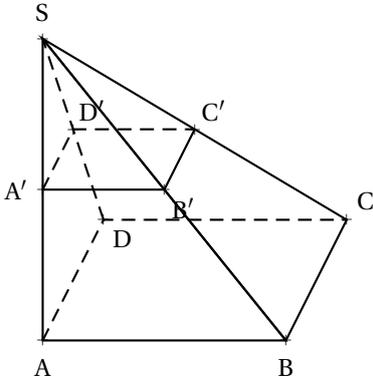
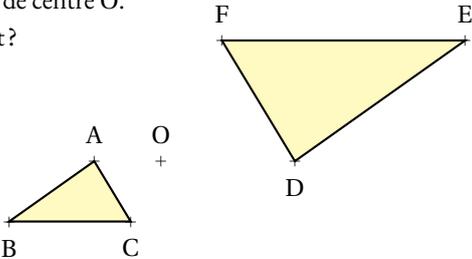
EXERCICE n° 1 — QCM

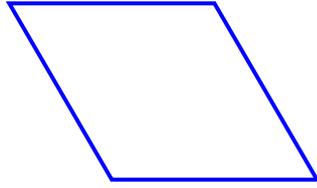
20 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque question, trois réponses (A, B ou C) sont proposées. Une seule réponse est exacte.

Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Citer trois diviseurs de 84	84, 168 et 252	2, 3 et 4	2, 5 et 7
2. La pyramide SABCD est un agrandissement de coefficient 2 de la pyramide SA'B'C'D'.  Par quel nombre doit-on multiplier le volume de la pyramide SA'B'C'D' pour obtenir le volume de la pyramide SABCD?	2	8	4
3. Quelle est la valeur de l'expression $x^2 + 3x - 5$ pour $x = -2$?	-15	5	-7
4. Dans un sac opaque, on dispose de huit boules numérotées de 1 à 8. On tire une boule au hasard. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 2?	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
5. Le triangle DEF est l'image du triangle ABC par une homothétie de centre O. Quel est son rapport? 	-2	2	$-\frac{1}{2}$



1. On souhaite tracer le losange ci-dessus de côté 50 pas à l'aide du bloc **Losange**.

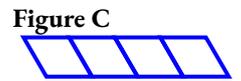
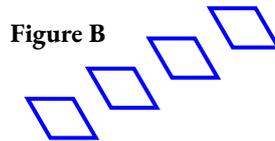
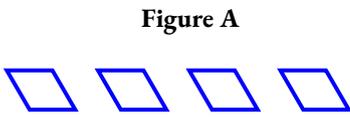
On a écrit le script ci-dessous avec le logiciel Scratch. Recopier les lignes 3 et 6 sur la copie en les complétant.

```

1 Définir Losange
2 Stylo en position d'écriture
3 Répéter ..... fois
4 Avancer de 50 pas
5 Tourner de 60 degrés
6 Avancer de ..... pas
7 Tourner de 120 degrés
8 Relever le stylo
    
```

2. Préciser sur votre copie quelle figure est associée à chaque Script n° 1, n° 2 ou n° 3.

Aucune justification n'est demandée.



Script n° 1

```

Quand 1 est cliqué
Aller à x : -220 y : 0
S'orienter à 90
Effacer tout
Répéter 4 fois
  Losange
  Avancer de 50 pas
    
```

Script n° 2

```

Quand 1 est cliqué
Aller à x : -220 y : 0
S'orienter à 90
Effacer tout
Répéter 4 fois
  Losange
  Avancer de 100 pas
    
```

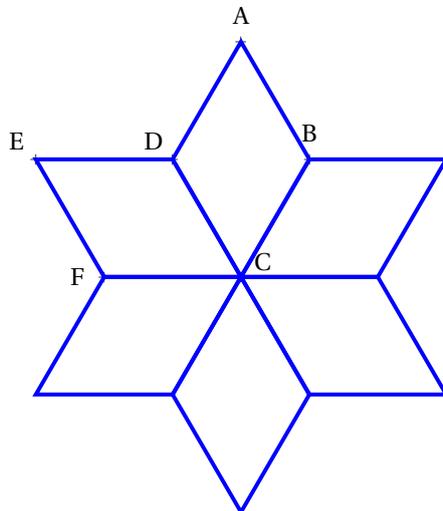
Script n° 3

```

Quand 1 est cliqué
Aller à x : -220 y : 0
S'orienter à 90
Effacer tout
Répéter 4 fois
  Losange
  Avancer de 50 pas
  Ajouter 30 à y
    
```

3. Dans la figure ci-dessous obtenue par le programme associé, décrire une transformation qui permet d'obtenir le losange ABCD à partir du losange EDCF.

Préciser ses caractéristiques.



```

Quand est cliqué
Effacer tout
Aller à x : 0 y : 0
Répéter 6 fois
  Losange
  Tourner de 60 degrés
    
```

Une piscine propose deux tarifs d'entrée pour l'année 2023.

Tarif A : 5,90 € l'entrée.

Tarif B : 4,40 € l'entrée avec une carte d'abonnement de 30 € valable toute l'année.

1.a. Quel est le prix total pour 10 entrées avec le **Tarif A**?

1.b. Quel est le prix total pour 10 entrées avec le **Tarif B**?

2. On note f et g les fonctions qui modélisent les prix, en euro, respectivement du **Tarif A** et du **Tarif B** en fonction du nombre x d'entrées.

Donner l'expression de $f(x)$, puis celle de $g(x)$.

3.a. Résoudre l'équation $5,90x = 4,40x + 30$.

3.b. Quel est le nombre d'entrées pour lequel les **Tarifs A et B** donnent le même prix à payer?

On relève le nombre d'entrées par mois durant une année.

Mois	Jan.	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
Nombre d'entrées	12 500	13 700	10 400	13 600	12 300	11 700	10 400	11 600	10 200	13 800	12 600	11 800

4.a. Calculer le nombre moyen d'entrées par mois.

4.b. Calculer l'étendue du nombre d'entrées par mois.

5. La piscine a la forme d'un pavé droit de longueur 50 m, de largeur 25 m et de profondeur 3 m.

En admettant qu'elle soit entièrement remplie, déterminer en mètre cube, le volume d'eau qui sera évacué pour réaliser la vidange.

Un funiculaire est un type de transport en commun circulant sur des rails et dont la traction est assurée par câble.

Il est généralement utilisé pour des lignes comportant des fortes pentes.

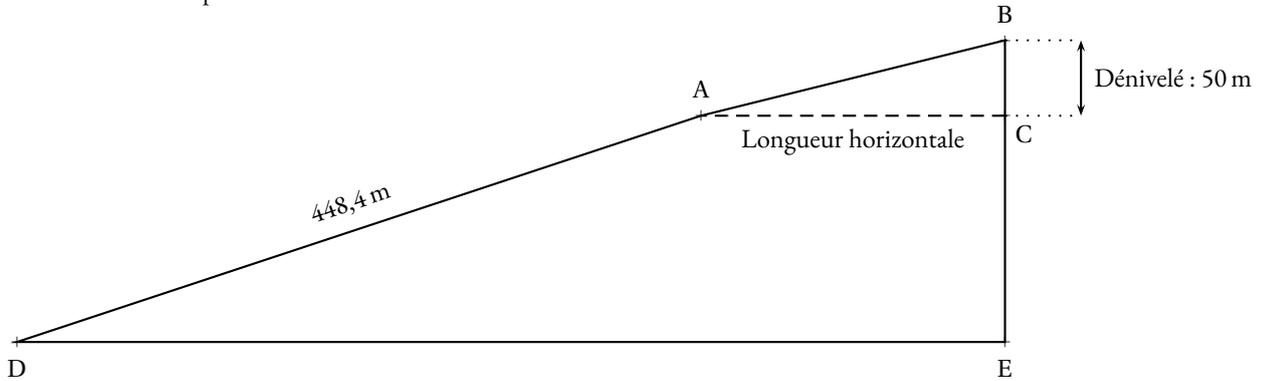
Les documents suivants permettent de répondre aux questions.



Document n° 1 : le tarif du funiculaire

Tarif individuel (Tarif enfant accordé pour les enfants de 5 à 11 ans)		Tarif de groupe à partir de 20 personnes (Adultes et enfants)	
Aller simple par adulte	8 €	Aller simple par adulte	7 €
Aller-retour par adulte	10 €	Aller-retour adulte	8,50 €
Aller simple enfant	6,50 €	Aller simple enfant	5,50 €
Aller-retour enfant	8 €	Aller-retour enfant	7 €

Document n° 2 : trajet du funiculaire vu de profil



Un groupe constitué de 12 adultes et de 8 enfants (âgés de 6 à 10 ans) fait un aller-retour en funiculaire.

1.a. Quel est le prix à payer par le groupe en utilisant le tarif individuel ?

1.b. Quel est le prix à payer par le groupe en utilisant le tarif de groupe ?

1.c. Déterminer le pourcentage de la réduction obtenue en appliquant le tarif groupe par rapport au tarif individuel.

2. Sur la première partie du trajet [DA], le funiculaire parcourt 448,5 m en 8 min 45 s.

Quelle est sa vitesse moyenne en mètres par seconde ?

On donnera le résultat au centième près.

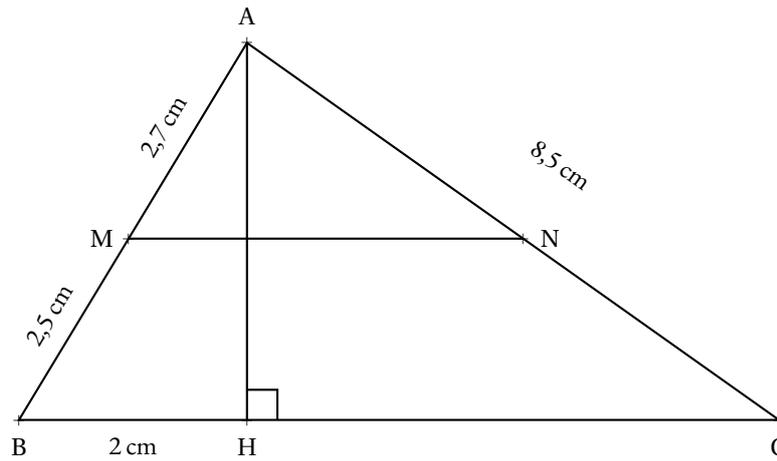
3. Sur la dernière partie du trajet [AB], la pente est de 25 % et le dénivelé BC est de 50 m.

Calculer la longueur horizontale AC.

Définition :

$$\text{Pente} = \frac{\text{Dénivelé}}{\text{Longueur horizontale}}$$

La figure ci-dessous n'est pas à l'échelle.



Dans le triangle ABC ci-dessus, M est un point du côté [AB], N est un point du côté [AC], et H est un point du côté [BC]; les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

On donne :

- $AC = 8,5 \text{ cm}$;
- $AM = 2,7 \text{ cm}$;
- $MB = 2,5 \text{ cm}$;
- $BH = 2 \text{ cm}$.

On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

1. Calculer AB.
2. Montrer que la longueur AH est égale à 4,8 cm.
3. Calculer la mesure de l'angle \widehat{ACH} . Arrondir au degré près.
4. Calculer la longueur HC. Arrondir au cm près.
5. Un élève affirme que : « AN est inférieure à 4 cm. ». A-t-il raison ?
6. Calculer l'aire du triangle AHC.



EXERCICE n° 1 — QCM

20 points

Diviseurs — Agrandissement - Calcul littéral — Probabilités — Homothétie

Un QCM assez simple.

1. $84 = 1 \times 84$, $168 = 2 \times 84$ et $252 = 3 \times 84$. La **Réponse A** correspond à des multiples de 84.

$84 = 2 \times 42$, $84 = 3 \times 28$ et $84 = 4 \times 21$, 2, 3 et 4 sont des diviseurs de 84.

$84 = 2 \times 42$ et $84 = 7 \times 12$. En revanche, $84 = 5 \times 16 + 4$. 5 n'est pas un diviseur de 84.

1. Réponse B

2. On sait que **Si on multiplie les longueurs d'un solide par k alors son volume est multiplié par k^3 .**

Comme la pyramide SABCD est deux fois plus grande que la pyramide SA'B'C'D', c'est à dire que $k = 2$. Comme $2^3 = 8$, le volume est 8 fois plus grand.

2. Réponse B

3. Quand on remplace x par -2 dans l'expression, on obtient :

$$(-2)^2 + 3 \times (-2) - 5 = 4 - 6 - 5 = -7$$

3. Réponse C

La réponse -15 permettait de détecter l'erreur classique du calcul de $(-2)^2$.

$(-2)^2 = 4$ alors que $-2^2 = -4$. Il faut veiller à utiliser des parenthèses à la calculatrice.

Il faut surtout se souvenir que $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = +4$!

4. Nous sommes dans une expérience aléatoire à une épreuve constituée de huit issues équiprobables.

Les multiples de 2 parmi les nombres de 1 à 8 sont : 2; 4; 6 et 8. Il y en a quatre.

La probabilité cherchée est $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

4. Réponse A

5. On remarque que le triangle DEF est plus grand que le triangle ABC, en valeur absolue, le rapport doit être supérieur à 1.

On constate aussi que ces deux triangles sont situés de part et d'autre du centre O, le rapport est donc négatif.

Pour ces deux raisons, il ne peut s'agir que de -2 .

5. Réponse A



EXERCICE n° 2 — Des losanges avec Scratch

14 points

Scratch — Losange — Rotation

Un exercice d'algorithmique assez simple

1. Il faut compléter le programme ainsi :



2. Les losanges ont quatre côté qui mesure 50 pas.

Le **Script n° 1** trace un losange puis avance de 50 pas, il répète cette action 4 fois. Les 4 losanges vont donc être collés les uns aux autres.

Le **Script n° 1** correspond à la **Figure C**

Le **Script n° 2** trace un losange puis avance de 100 pas, les 4 losanges vont être alignés horizontalement et séparés de 50 pas.

Le **Script n° 2** correspond à la **Figure A**

Le **Script n° 3** trace un losange, avance de 50 pas horizontalement puis monte de 30 pas verticalement et répète cela 4 fois.

Le **Script n° 3** correspond à la **Figure B**

3. Clairement, le losange ABCD est l'image du losange EDCF par une rotation de centre C dans le sens des aiguilles d'une montre. Il reste à déterminer l'angle de rotation.

On constate que l'image du point F est le point D, que l'image du point E est le point A et que l'image du point D est le point B. L'angle de rotation est donc l'angle \widehat{FCD} .

D'après le programme **Losange**, cet angle mesure 60° .

Le losange ABCD est l'image du losange EDCF par la rotation de centre C et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre.



EXERCICE n° 3 — Les tarifs de la piscine

Fonctions — Équation du premier degré — Statistiques — Volume du pavé droit

22 points

Cet exercice ne pose pas de difficulté majeure.

1.a. Avec le **Tarif A**, on paye 5,90 € par entrée. Or $10 \times 5,90 \text{ €} = 59 \text{ €}$.

Pour 10 entrées avec le **Tarif A** on paye 59 €.

1.b. Avec le **Tarif B**, on paye 4,40 € par entrée et 30 € d'abonnement. Or $30 \text{ €} + 10 \times 4,40 \text{ €} = 30 \text{ €} + 44 \text{ €} = 74 \text{ €}$.

Pour 10 entrées avec le **Tarif B** on paye 74 €.

2. Notons x le nombre générique qui désigne le nombre d'entrée.

f correspond au **Tarif A**, ainsi $f(x) = 5,90x$

g correspond au **Tarif B**, ainsi $g(x) = 30 + 4,40x$

3.a. Résolvons :

$$\begin{aligned}5,90x &= 4,40x + 30 \\5,90x - 4,40x &= 4,40x + 30 - 4,40x \\1,50x &= 30 \\x &= \frac{30}{1,50} \\x &= 20\end{aligned}$$

La solution de cette équation est 20.

3.b. Comme le **Tarif A** correspond à la fonction $f(x) = 5,90x$ et que le **Tarif B** correspond à la fonction $g(x) = 4,40x + 30$, l'équation précédente correspond à :

$$f(x) = g(x)$$

C'est à dire au nombre générique x tel que les deux tarifs soient égaux. Ce nombre est 20 d'après 3.a. On peut vérifier que $f(20) = 5,90 \times 20 = 118$ et que $g(20) = 4,40 \times 20 + 30 = 88 + 30 = 118$.

Pour 20 entrées, les **Tarif A** et **Tarif B** sont égaux à 118 €.

4.a. Il faut effectuer le calcul suivant :

$$\frac{12500 + 13700 + 10400 + 13600 + 12300 + 11700 + 10400 + 11600 + 10200 + 13800 + 12600 + 11800}{12} = \frac{144600}{12} = 12050$$

La moyenne de cette série statistique vaut 12 050.

4.b. Le minimum de cette série statistique vaut 10 200. Le maximum vaut 13 800.

L'étendue de cette série statistique vaut $13800 - 10200 = 3600$.

5.a. Pour calculer le volume d'une pavé droit il suffit d'utiliser la formule :

$$\text{Volume}_{\text{pavé}} = \text{Longueur} \times \text{Largeur} \times \text{Hauteur}$$

$$\text{Volume}_{\text{pavé}} = 50 \text{ m} \times 25 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 3750 \text{ m}^3.$$

Le volume d'eau à vidanger est de $3750 \text{ m}^3 = 3750000 \text{ L}$.



EXERCICE n° 4 — Le funiculaire

Lecture de tableau — Vitesse — Pente

20 points

Pas grand chose d'intéressant dans cet exercice. Même pas de trigonométrie.

1.a. Avec le tarif individuel on paye 10 € pour un adulte et 8 € pour un enfant.

Pour 12 adultes et 8 enfant en tarif individuel, on paye $12 \times 10 \text{ €} + 8 \times 8 \text{ €} = 120 \text{ €} + 64 \text{ €} = 184 \text{ €}$.

1.b. Avec le tarif groupe on paye 8,50 € pour un adulte et 7 € pour un enfant.

Pour 12 adultes et 8 enfant en tarif groupe, on paye $12 \times 8,50 \text{ €} + 8 \times 7 \text{ €} = 102 \text{ €} + 56 \text{ €} = 158 \text{ €}$.

1.c. On paye 184 € avec le tarif individuel et 158 € avec le tarif groupe soit $184 \text{ €} - 158 \text{ €} = 26 \text{ €}$ de moins.

Comme $\frac{26 \text{ €}}{184 \text{ €}} \approx 0,14$ cela correspond à environ 14 % de réduction.

2. Quand on calcule une vitesse moyenne, il faut considérer que le temps et la distance de parcours sont des grandeurs proportionnelles.

Distance	448,5 m	$\frac{1 \text{ s} \times 448,5 \text{ m}}{525 \text{ s}} \approx 0,85 \text{ m}$
Temps	$8 \text{ min } 45 \text{ s} = 8 \times 60 \text{ s} + 45 \text{ s} = 525 \text{ s}$	1 s

La vitesse du funiculaire est d'environ 0,85 m/s.

3. On sait que $\text{Pente} = \frac{\text{Dénivelé}}{\text{Longueur horizontale}} = \frac{25}{100} = 0,25 = 25 \%$

Ainsi $\frac{50 \text{ m}}{AC} = 0,25$ d'où $AC = \frac{50 \text{ m}}{0,25} = 200 \text{ m}$.

La longueur horizontale mesure 200 m.



EXERCICE n° 5 — Un pur exercice de géométrie

24 points

Théorème de Pythagore — Trigonométrie — Aire — Théorème de Thalès

Un exercice très intéressant qui reprend tous les grands classiques de géométrie.

1. $AB = AM + MB = 2,7 \text{ cm} + 2,5 \text{ cm} = 5,2 \text{ cm}$

2. Dans le triangle ABH rectangle en H,
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$HA^2 + HB^2 = AB^2$$

$$HA^2 + 2^2 = 5,2^2$$

$$HA^2 + 4 = 27,04$$

$$HA^2 = 27,04 - 4$$

$$HA^2 = 23,04$$

$$HA = \sqrt{23,04}$$

$$HA = 4,8$$

Le côté [HA] mesure 4,8 cm.

3. Dans le triangle AHC rectangle en H.

En considérant l'angle \widehat{ACH} , on connaît la mesure du côté opposé [AH] et la mesure de l'hypoténuse [AC].

On peut donc calculer $\sin \widehat{ACH}$.

$$\sin \widehat{ACH} = \frac{AH}{AC} = \frac{4,8 \text{ cm}}{8,5 \text{ cm}} \approx 0,565$$

À la calculatrice, en utilisant la succession de touches **Seconde** **sin** $\left(\frac{4,8}{8,5}\right)$ on arrive à $\widehat{ACH} \approx 34^\circ$ au degré près.

4. Pour calculer la longueur HC on peut utiliser l'une des méthodes suivantes :

Méthode n° 1 : théorème de Pythagore

Dans le triangle AHC rectangle en H,

D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$HA^2 + HC^2 = AC^2$$

$$4,8^2 + HC^2 = 8,5^2$$

$$23,04 + HC^2 = 72,25$$

$$HC^2 = 72,25 - 23,04$$

$$HC^2 = 49,21$$

$$HC = \sqrt{49,21}$$

$$HC \approx 7$$

Méthode n° 2 : trigonométrie

Dans le triangle AHC rectangle en H,

On connaît l'hypoténuse du triangle ainsi que le côté opposé à l'angle \widehat{ACH} .

On cherche le côté opposé de l'angle \widehat{ACH} .

À nouveau il y a deux possibilités.

$$\tan \widehat{ACH} = \frac{AH}{HC}$$

$$\tan 34^\circ = \frac{4,8 \text{ cm}}{HC}$$

$$\text{Donc } HC = \frac{4,8 \text{ cm}}{\tan 34^\circ} \approx 7$$

$$\cos \widehat{ACH} = \frac{HC}{AC}$$

$$\cos 34^\circ = \frac{HC}{8,5 \text{ cm}}$$

$$\text{Donc } HC = 8,5 \text{ cm} \times \cos 34^\circ \approx 7$$

Dans tous les cas, on obtient $HC \approx 7 \text{ cm}$ au centimètre près.

La méthode trigonométrique est moins précise si on utilise un arrondi de l'angle au degré près. Il est préférable de passer par le théorème de Pythagore.

5. Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A.

On peut aussi parler du triangle ABC et des points M et N bien placés sur les segments.

Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

D'après le **théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{2,7 \text{ cm}}{5,2 \text{ cm}} = \frac{AN}{8,5 \text{ cm}} = \frac{MN}{BC}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$AN = \frac{8,5 \text{ cm} \times 2,7 \text{ cm}}{5,2 \text{ cm}} \text{ d'où } AN = \frac{22,95 \text{ cm}^2}{5,2 \text{ cm}} \text{ et } AN \approx 4,4 \text{ cm}$$

En effet, l'élève a raison, $AN > 4 \text{ cm}$.

6. Pour calculer l'aire d'un triangle, il faut utiliser la formule suivante :

$$\text{Aire} = \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$$

$$\text{Aire} = \frac{HA \times HC}{2} = \frac{4,8 \text{ cm} \times 7 \text{ cm}}{2} \approx 16,8 \text{ cm}^2$$

L'aire du triangle AHC mesure environ $16,8 \text{ cm}^2$.

INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 24 juin 2024 à 9:05

Ce document a été écrit pour L^AT_EX avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTeX 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprenant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code définit un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.fr>

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **Brevets.pdf**, a été créé par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 24 juin 2024 à 9:05.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : <https://pi.ac3j.fr/brevet>.