Diplôme national du brevet
Session 2023

Mathématiques

Série Générale

Amérique du Sud

16 novembre 2023

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	14 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	20 points
Exercice n° 5	23 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

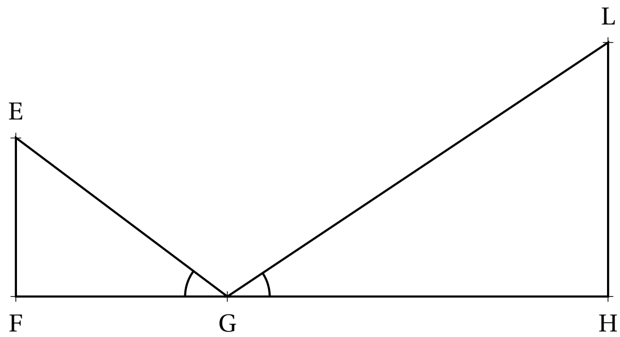
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Deux triangles semblables

20 points

On considère la figure ci-contre dans laquelle :

— Les points F, G et H sont alignés;
— (LH) est perpendiculaire à (FH);
— EF = 18 cm; FG = 24 cm; EG = 30 cm; GH = 38,4 cm;
— $\widehat{\text{EGF}} = \widehat{\text{LGH}}$



La figure n'est pas en vraie grandeur.

1. Montrer que le triangle EFG est rectangle en F.

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{EGF}}$.
Donner l'arrondi au degré près.

3. Montrer que les triangles EGF et LGH sont semblables.

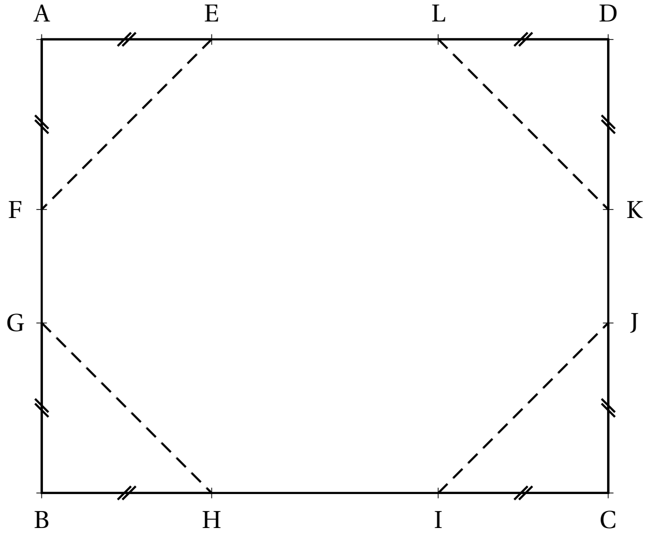
4. Parmi les propositions suivantes, quel est le coefficient d'agrandissement qui permet de passer du triangle EFG au triangle LHG ?

Expliquer.

0,625 ; 1,28 ; 1,6 ; 2,6

5. Quel est le périmètre du triangle LGH ?

Exercice n° 2 — La feuille coupée au coin *14 points*



À partir d'une feuille rectangulaire de dimension 10 cm sur 8 cm, on coupe les quatre coins de manière identique.

On obtient ainsi un polygone FELKJIHG et quatre triangles rectangles isocèles égaux comme représenté ci-contre.

AD = 10 cm ; AB = 8 cm.
Les deux parties sont indépendantes.

Première partie : on suppose que AE = 3 cm.

1. Quelle est l'aire du triangle AEF ?

2. En déduire l'aire du polygone FELKJIHG.

Deuxième partie :

On souhaite que l'aire du polygone FELKJIHG soit de 60 cm^2 .
Pour cela, on fait varier la longueur AE et on observe l'effet sur l'aire du polygone FELKJIHG.
On note x la longueur AE exprimée en centimètre.

3.a. Exprimer l'aire du triangle AEF en fonction de x.

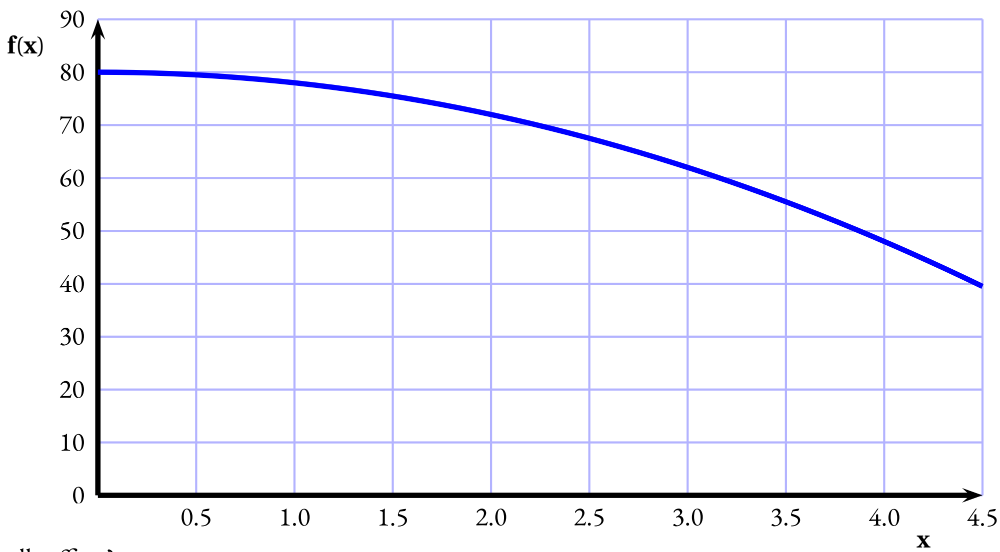
3.b. Montrer que l'aire du polygone FELKJIHG, en centimètre carré , est donnée par l'expression $80 - 2x^2$.

On considère la fonction $f : x \rightarrow 80 - 2x^2$
À l'aide d'un tableur, on a produit le tableau de valeurs ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
2	f(x)	80	79,5	78	75,5	72	67,5	62	55,5	48

4. Proposer une formule qui a pu être saisie en **B2** avant d'être étirée vers la droite. *Ne pas justifier*

Voici la courbe représentative de la fonction f.



5.a. La fonction f est-elle affine ?

5.b. Par lecture graphique, déterminer une valeur approchée de la longueur AE permettant d'obtenir un polygone FELKJIHG d'aire égale à 60 cm^2 .

5.c. Trouver par le calcul la valeur exacte de cette longueur.

Exercice n° 3 — Quatre affirmations *20 points*

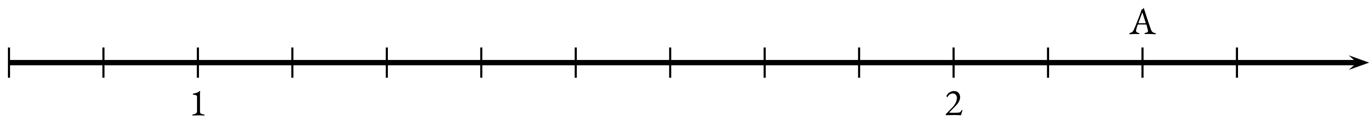
Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant votre réponse.

1. On considère le tableau ci-dessous :

Nombre de baguettes	1	2	3	4
Prix en euros	1,10	2,20	3,30	4

Affirmation n° 1 : « Le prix est proportionnel au nombre de baguettes. »

2. On considère ci-dessous le point A sur la droite graduée :



Affirmation n° 2 : « L'abscisse du point A est un nombre décimal. »

3. Affirmation n° 3 :
« Cet engrenage sera dans la même position au bout de 6 tours pour la roue A et de 4 tours pour la roue B ».

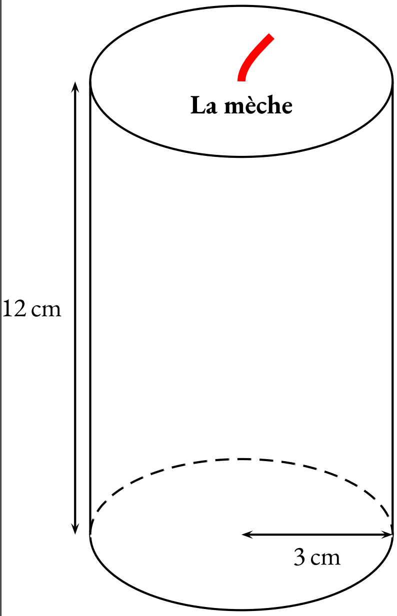
4. Affirmation n° 4 :
« Pour tout nombre x , l'égalité suivante est vraie : $(x+8)(2x-1) = 2x^2 - (8-15x)$ »

Exercice n° 4 — Les bougies parfumées *20 points*

Une usine fabrique des bougies parfumées en cire de forme cylindrique.

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes

Document n° 1 : la bougie



— **Rayon du cylindre :** 3 cm
— **Hauteur du cylindre :** 12 cm

Document n° 2 : formulaire

Aire d'un disque = $\text{Rayon}^2 \times \pi$

Volume d'un cylindre = Aire de la base × Hauteur

Document n° 3 : composition de la bouhie

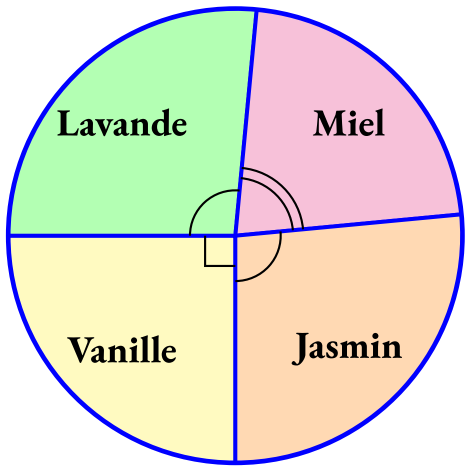
— Une bougie est composée de cire et de parfum ;
— le volume de cire nécessaire à la fabrication d'une bougie correspond au $\dfrac{9}{10}$ du volume de cette bougie ;
— $1\,\text{cm}^3$ de cire a une masse de 0,7 g.

1.a. Montrer que le volume d'une bougie est d'environ $339\,\text{cm}^3$.

1.b. Quelle est la masse de cire nécessaire pour une bougie ?
On donnera une valeur approchée au gramme près.

Au mois de novembre, l'usine a fabriqué des bougies de 4 parfums différents :
vanille, miel, lavande et jasmin.

Le diagramme circulaire codé ci-contre donne la répartition, pour le mois de novembre, du nombre de bougies fabriquées en fonction de leur parfum.
Les bougies au miel représentent 22 % de la production du mois de novembre.



2. Quel est le pourcentage de bougies à la lavande fabriquées au mois de novembre ?

Durant les trois premiers mois de l'année suivante, l'entreprise se donne pour objectif de produire en moyenne 7900 bougies par mois.
En janvier, elle fabrique 6500 bougies et 8000 en février.

3. Quel est le nombre de bougies à produire en mars pour atteindre l'objectif ?

Exercice n° 5 — Une urne et un roue pour produire des nombres *23 points*

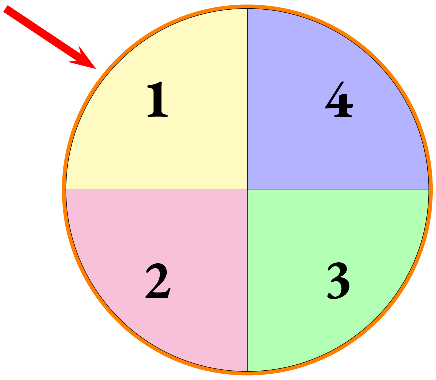
On dispose d'une roue dont les 4 secteurs ont tous la même aire et sont numérotés : 1 ; 2 ; 3 ; 4.
On dispose également d'une urne contenant 3 boules numérotées : 2 ; 3 et 4.
Les boules sont indiscernables au toucher.

On considère l'expérience aléatoire suivante :

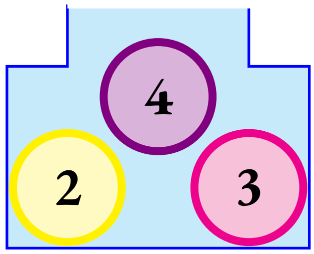
On fait tourner la roue puis on tire au hasard une boule dans l'urne. On forme alors un nombre entier à deux chiffres tel que :

— Le chiffre des dizaines est le numéro indiqué par la flèche sur la roue.

— Le chiffre des unités est le numéro de la boule tirée dans l'urne.



La roue : chiffre des dizaines



L'urne : chiffre des unités

Exemple : Si la flèche indique le numéro 1 sur la roue et que la boule tirée dans l'urne porte le numéro 3, on forme le nombre 13.

1. Écrire la liste des 12 issues possibles.

2. Déterminer la probabilité de l'évènement : « *Obtenir un nombre impair* ».

On considère l'évènement A : « *Le nombre formé est un nombre premier et inférieur à 30* ».

3.a. Quelle est la probabilité de l'évènement A ?

3.b. Quelle est la probabilité de son évènement contraire ?

À l'aide de cette expérience aléatoire, on crée un jeu de hasard. Le joueur gagne s'il obtient un multiple de 11.

4. Montrer que la probabilité d'obtenir un multiple de 11 est égale à 0,25.

On souhaite simuler ce jeu à l'aide d'un logiciel de programmation. On a rédigé le script ci-dessous :

```
1 Quand [drapeau] est cliqué
2 Mettre Gagné ▾ à (0)
3 Répéter (100) fois
4     Mettre Chiffre des dizaines ▾ à (Nombre aléatoire entre (1) et (4))
5     Mettre Chiffre des unités ▾ à (Nombre aléatoire entre (.....) et (.....))
6     Si (.......... = ..........) alors
7         Ajouter (1) à Gagné ▾
8 Dire (Regrouper (la fréquence d'apparition d'un multiple de 11 est de :) et ((Gagné) / (100))) pendant (2) secondes
```

Nombre aléatoire entre (1) et (4)

Cette commande renvoie un nombre aléatoire entre 1 et 4.

5.a. Écrire sur la copie comment compléter les deux cases vides de la ligne 5. *Ne pas justifier.*

5.b. Écrire sur la copie comment compléter les deux cases vides de la ligne 6. *Ne pas justifier.*

5.c. On a cliqué sur le drapeau et voici le résultat du programme : « *La fréquence d'apparition d'un multiple de 11 est 0,23.* »
Pourquoi le résultat est-il différent de celui obtenu dans la question **4.** ?

Brevet — 2023 — Amérique du Sud — Série Générale

Correction

Un très bon sujet, même s'il est à quelques endroits un peu difficile. Parfait pour une phase de préparation avec l'aide d'un enseignant. Du Scratch, du tableur, des triangles semblables. J'aime bien ce sujet et ses questions complexes !

Exercice n° 1 — Deux triangles semblables

20 points

Réciproque de Pythagore — Trigonométrie — Triangles semblables — Périmètre

Un solide exercice de géométrie qui demande de bonnes connaissances, en particulier des triangles semblables.

1. Comparons $FG^2 + FE^2$ et GE^2 :

$$\begin{array}{c} FG^2 + FE^2 \\ 24^2 + 18^2 \\ 576 + 234 \\ 900 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c} GE^2 \\ 30^2 \\ 900 \end{array}$$

Comme

$$FG^2 + FE^2 = GE^2$$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, $\boxed{\text{le triangle FEG est rectangle en F}}$.

2. Dans le triangle FEG, rectangle en F, on peut calculer l'angle $\widehat{EGF}$ en utilisant l'une des méthodes suivantes :

On connaît la mesure du côté adjacent à l'angle $\widehat{EGF}$, FG, et la mesure de l'hypoténuse EG.
On peut ainsi calculer :

$$\cos \widehat{EFG} = \frac{FG}{EG} = \frac{24\,\text{cm}}{30\,\text{cm}} = 0,8$$

En utilisant la succession de touche Seconde cos 0,8 on obtient $\widehat{EFG} \approx 37°$.

On connaît la mesure du côté opposé à l'angle $\widehat{EGF}$, EF, et la mesure de l'hypoténuse EG.
On peut ainsi calculer :

$$\sin \widehat{EFG} = \frac{EF}{EG} = \frac{18\,\text{cm}}{30\,\text{cm}} = 0,6$$

En utilisant la succession de touche Seconde sin 0,6 on obtient $\widehat{EFG} \approx 37°$.

On connaît la mesure du côté adjacent à l'angle $\widehat{EGF}$, FG et la mesure du côté opposé EF.
On peut ainsi calculer :

$$\tan \widehat{EFG} = \frac{EF}{FG} = \frac{18\,\text{cm}}{24\,\text{cm}} = 0,75$$

En utilisant la succession de touche Seconde tan 0,75 on obtient $\widehat{EFG} \approx 37°$.

Dans tous les cas, $\boxed{\text{l'angle } \widehat{EFG} \text{ mesure } 37° \text{ au degré près.}}$

3. Prouver que deux triangles sont semblables revient à démontrer qu'ils ont leurs trois angles égaux.

EFG est rectangle en F et GHL est rectangle en H : ils ont donc chacun un angle droit !

D'autre part, comme $\widehat{EGF} = \widehat{LGH}$, ils ont un deuxième angle en commun, cet angle mesure environ 37° au degré près.

Par conséquent, ces deux triangles ont aussi leur troisième angle égaux.
Plus précisemment, on sait que **la somme des angles dans un triangle vaut** 180°, ainsi le troisième angle dans chacun des triangles mesure $180° - 90° - 37° = 53°$.
On peut aussi dire que les angles dans un triangles rectangle sont complémentaires donc égaux à $90° - 37\circ = 53°$.

Ainsi $\boxed{\text{EFG et LGH ont leurs trois angles égaux deux à deux : ils sont semblables.}}$

4. Comme ces deux triangles sont semblables, il existe un coefficient multiplicateur d'agrandissement/réduction qui permet de passer de l'un à l'autre.
Comme $GH = 38,4\,\text{cm}$ et que FG est la mesure d'un côté homologue, il faut calculer :

$\dfrac{GH}{FG} = \dfrac{38,4\,\text{cm}}{24\,\text{cm}} = 1,6$, cela signifie que le triangle LGH est 1,6 fois plus grand que le triangle EGF.

$\boxed{\text{Le coefficient cherché est } 1,6.}$

5. On peut se dire que le périmètre du triangle LGH est 1,6 fois plus grand que celle du triangle EGF.

Or le périmètre du triangle EGF mesure $18\,\text{cm} + 24\,\text{cm} + 30\,\text{cm} = 72\,\text{cm}$.
Le périmètre du triangle LGH mesure $1,6 \times 72\,\text{cm} = 115,2\,\text{cm}$.

$\boxed{\text{Le périmètre du triangle LGH mesure 115,2 cm.}}$

On pouvait aussi multiplier chaque longueur par 1,6 puis calculer le périmètre.

Exercice n° 2 — La feuille coupée au coin

14 points

Aire — Fonction — Tableur — Lecture graphique — Équation carré

Un exercice qui commence bien, avec une aire, un tableau et une lecture graphique. La dernière question est clairement hors programme.

Première partie

1. Le triangle AEF est un triangle rectangle isocèle. $\boxed{\text{Aire}_{\text{AEF}} = \dfrac{\text{AE} \times \text{AF}}{2} = \dfrac{3\,\text{cm} \times 3\,\text{cm}}{2} = 4,5\,\text{cm}^3}$

2. L'aire du polygone FELKJIHG est égale à l'aire du rectangle ABCD auxquelle il faut enlever les quatre triangles rectangles formant les coins.

$\boxed{\text{Aire}_{\text{FELKJIHG}} = \text{Aire}_{\text{ABCD}} - 4 \times \text{Aire}_{\text{AEF}} = 10\,\text{cm} \times 8\,\text{cm} - 4 \times 4,5\,\text{cm}^2 = 80\,\text{cm}^2 - 18\,\text{cm}^2 = 62\,\text{cm}^2}$

Deuxième partie

3.a. Le nombre générique x étant fixé, le triangle AEF est un triangle rectangle isocèle de côté x.

Son aire vaut $\boxed{\text{Aire}_{\text{AEF}} = \dfrac{x \times x}{2} = \dfrac{x^2}{2}}$

3.b. L'aire du polygone FELKJIHG mesure $\text{Aire}_{\text{FELKJIHG}} = \text{Aire}_{\text{ABCD}} - 4 \times \text{Aire}_{\text{AEF}} = 10 \times 8 - 4 \times \dfrac{x^2}{2} = 80 - \dfrac{4x^2}{2} = 80 - 2x^2$

$\boxed{\text{L'aire cherchée s'exprime bien sous la forme } 80 - 2x^2.}$

4. $\boxed{\text{La formule saisie dans la cellule } \textbf{B2} \text{ est } = 80 - \text{B}1^2 \textbf{ ou } = 80 - \text{B}1\,\hat{}\,2 \textbf{ ou } = 80 - \text{B}1 * \text{B}1.}$

5.a. On sait que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

$\boxed{\text{Clairement, la représentation graphique de la fonction } f \text{ n'est pas une droite, cette fonction n'est pas affine.}}$

C'est une fonction du second degré dont la représentation graphique est une parabole, mais vous verrez cela en seconde !

5.b. C'est une valeur de x comprise entre 3 et 3,5. $\boxed{\text{On peut lire environ 3,2.}}$

5.c. Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}
80 - 2x^2 &= 60\\
80 - 2x^2 - 60 &= 60 - 60\\
20 - 2x^2 &= 0\\
20 - 2x^2 + 2x^2 &= 0 + 2x^2\\
20 &= 2x^2\\
2x^2 &= 20\\
x^2 &= \frac{20}{2}\\
x^2 &= 10
\end{aligned}$$

Il y a deux solutions à cette équation, $-\sqrt{10}$ et $\sqrt{10}$.

Pour notre problème seule la valeur positive convient.

La valeur exacte cherchée est $\sqrt{10}$, ce nombre vaut environ 3,16 ce qui confirme la lecture graphique.

Cette question dépasse largement les attendus de fin de cycle 4 !

Exercice n° 3 — Quatre affirmations

20 points

Proportionnalité — Droite graduée — Arithmétique — Expression littérale

Cet exercice est très inégal. La première question est intéressante, la deuxième sans intérêt. La suite est très utile. L'exercice sur les engrenages peut poser de réelles difficultés. Il faut le proposer en préparation de brevet !

1. Il y a plusieurs réponse équivalentes possibles :

Raisonnement simple
On constate que le prix à l'unité d'une baguette est 1,10 €. Ainsi 2 baguettes coûtent 2,20 €, les 3, 3,30 €. Le prix à l'unité est différent pour 4 baguettes, 1 €, donc le nombre de baguettes et le prix ne sont pas des grandeurs proportionnelles.

Le coefficient multiplicateur
On a $\dfrac{1,10\text{ €}}{1} = \dfrac{2,20\text{ €}}{2} = \dfrac{3,30\text{ €}}{3} = 1,10\text{ €}$ et $\dfrac{4\text{ €}}{4} = 1\text{ €}$

Combinaison linéaire
Le prix pour 2 baguettes est 2,20 €. Le prix pour le double, 4, n'est pas le double de 2,20 € soit 4,40 € ,mais 4 €.

Les produits en croix
On a $1 \times 2,20\text{ €} = 2 \times 1,10\text{ €} = 2,20\text{ €}$. En revanche $4 \times 3,30\text{ €} = 13,20\text{ €} \neq 3 \times 4\text{ €} = 12\text{ €}$.

La règle de trois
Si on suppose que ces grandeurs sont proportionnelles, on peut calculer le prix de 4 baguettes en appliquant la règle de trois.
Ce prix vaut $3,30\text{ €} \times 4 \div 3 = 4,40\text{ €} \neq 4\text{ €}$.

Pour une de ces raisons, **l'Affirmation n° 1** est fausse.

2. Il y a 8 graduations entre 1 et 2. L'unité est partagée en huit soit $\dfrac{1}{8}$ par graduation.
Le nombre A est positionné à deux unités et deux huitièmes soit $2 + \dfrac{2}{8} = 2,25$

L'abscisse de A est bien à un nombre décimal. **L'Affirmation n° 2 est vraie**

Cette question est sans intérêt dans la recherche de compétences chez le candidat. Il aurait au moins fallu proposer une unité coupée en 9 ou en 7, ou alors se débrouiller pour que l'abscisse de A soit un nombre entier. Ici c'est un nombre décimal et le candidat peut penser qu'il s'agit « d'un nombre à virgule »et avoir raison !

3. La **Roue A** est constituée de 8 dents. La **Roue B** est constituée de 12 dents.
Il faut observer les multiples de 8 et 12 pour déterminer quand les engrenages seront dans la même position.
Les multiples de 8 sont : $8 \times 1 = 8$ — $8 \times 2 = 16$ — $8 \times 3 = 24$ — $8 \times 4 = 32$ — $8 \times 5 = 40$ — $8 \times 6 = 48$ — $8 \times 7 = 56$ — $8 \times 8 = 64$ ...
Les multiples de 12 sont : $12 \times 1 = 12$ — $12 \times 2 = 24$ — $12 \times 3 = 36$ — $12 \times 4 = 48$...

$24 = 8 \times 3 = 12 \times 2$ est le plus petit multiple commun à 8 et 12.

On pouvait aussi utiliser la décomposition en produits de facteurs premiers de 8 et 12.
Comme $8 = 2 \times 2 \times 2$ et que $12 = 2 \times 2 \times 3$, le plus petit multiple commun est constitué des facteurs présents dans les deux nombres soit $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

Les engrenages seront dans la même postion après 3 tours de la **Roue A** et 2 tours de la **Roue B**. **L'Affirmation n° 3 est fausse.**

4. Pour vérifier cette idendité, il faut développer le membre de gauche et le développer le membre de droite.

$(x+8)(2x-1) = 2x^2 - x + 16x - 8 = 2x^2 + 15x - 8.$

$2x^2 - (8 - 15x) = 2x^2 - 8 + 15x = 2x^2 + 15x - 8$

Pour tout nombre générique x on a bien $(x+8)(2x-1) = 2x^2 - (8-15x)$. **L'Affirmation n° 4 est vraie.**

Exercice n° 4 — Les bougies parfumées

20 points

Cylindre — Volume du cylindre — Pourcentage — Moyenne

Un exercice vraiment intéressant où de nombreux raisonnements alternatifs sont possibles.

1.a. Pour calculer le volume du cylindre nous utilisons les formules du **Document n° 2**.

Comme la base d'un cylindre est un disque de rayon 3 cm.

Aire de la base $= 3\,\text{cm} \times 3\,\text{cm} \times \pi = 9\pi\ cm^3$

Le volume de la bougie mesure : Volume $= 9\pi\ cm^3 \times 12\,\text{cm} = 108\pi\ cm^3 \approx 339\,\text{cm}^3$

Le volume de la bougie mesure bien environ $339\,\text{cm}^3$.

1.b. On sait d'après le **Document n° 3**, que $1\,\text{cm}^3$ a une masse de 1 g.

D'après le **Document n° 3**, le volume de cire correspond à $\dfrac{9}{10}$ du volume total.

On calcule $\dfrac{9}{10} \times 339\,\text{cm}^3 = 0,9 \times 339\,\text{cm}^3 \approx 305\,\text{cm}^3$

Comme la cire a un volume d'environ $305\,\text{cm}^3$, la masse de la bougie est de $0,7\,\text{g} \times 305 \approx 214\,\text{g}$ au gramme près.

2. On peut raisonner en pourcentage uniquement ou en passant par les angles.

En utilisant les angles

On sait qu'un cercle entier correspond à un angle au centre de 360°.
On remarque que la part de la vanille correspond à une angle de 90°.
Il reste ainsi $360° - 90° = 270°$ pour les trois dernieres parts.
Comme le miel représente 22 % du total, calculons les 22 % de 360°.

$$360° \times \frac{22}{100} = 360° \times 0,22 = 79,2°.$$

Il reste ainsi $270° - 79,2° = 190,8°$ pour les deux parts égales restantes.

Comme $\dfrac{190,8°}{2} = 95,4°$, cela représente deux parts dont l'angle au centre vaut $95,4°$.

Le pourcentage qui correspond se calcule ainsi $\dfrac{95,4°}{360°} = 0,265$ soit 26,5 %.

Sans utiliser les angles. *(Plus simple)*

Le cercle entier correspond à 100 % . La part de la vanille correspond à un quart du cercle soit 25 %.
Il reste ainsi 100 % − 25 % = 75 % pour les trois autres parts.
Or le miel représente 22 % du total.
Il reste ainsi 75 % − 22 % = 53 % pour les deux parts égales restantes.
Comme 53 % ÷ 2 = 26,5 %, on arrive au même résultat.

La part de la lavande représente 26,5 % de la totalité de la bougie.

3. On peut utiliser une équation ou un raisonnement direct.

Avec une équation

Notons x le nombre générique qui correspond aux bougies à produire en mars.

On a l'équation suivante à résoudre :

$$\begin{aligned}
\frac{6500+8000+x}{3} &= 7900\\
\frac{14\,500+x}{3} &= 7900\\
14\,500+x &= 7900\times 3\\
14\,500+x &= 23\,700\\
14\,500+x-14\,500 &= 23\,700-14\,500\\
x &= 9200
\end{aligned}$$

Avec un raisonnement direct

Si la moyenne sur trois mois vaut 7900 cela signifie que la somme des trois mois vaut $7900 \times 3 = 23\,700$.
Or la production des deux premiers mois vaut $6500 + 8000 = 14\,500$.
Il manque ainsi $23\,700 - 14\,500 = 9200$ bougies pour le mois de mars.

On peut aussi raisonner en écart à la moyenne.

On veut une moyenne de 7900 bougies.
En janvier, il en manque $7900 - 6500 = 1400$.
En février, il y a un surplus de $8000 - 7900 = 100$.
En mars, il faut tenir compte des deux mois précédent. Il faut produire les 1400 bougies manquantes de janvier et ne pas produire les 100 bougies en trop de février. Soit $1400 - 100 = 1300$ bougies en plus de la moyenne. Comme $7900 + 1300 = 9200$, on retrouve le même résultat.

Pour atteindre l'objectif, il faut produire 9200 bougies en mars.

Exercice n° 5 — Une urne et un roue pour produire des nombres *23 points*

Expérience aléatoire à deux épreuves — Scratch

Un exercice assez difficile qui présente une expérience aléatoire à deux épreuves. Pour compléter le programme Scratch, il faut être particulièrement astucieux.

1. Nous sommes dans une expérience aléatoire à deux épreuves. On peut présenter les issues possibles dans un tableau à deux entrées.

Chiffre des dizaines / Chiffres des unités	1	2	3	4
2	12	22	32	42
3	13	23	33	43
4	14	24	34	44

Il y a bien $4 \times 3 = 12$ issues possibles équiprobables.

2. Dans le tableau, les nombres impairs sont ceux dont le chiffre des unités est 3. Il y en a 4 : 13; 23; 33 et 43.

La probabilité cherchée est $\dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3} \approx 0,33$ soit environ 33 %.

3.a. En observant la liste, les nombres inférieurs à 30 sont : 12; 13; 14; 22; 23; 24. Il y en a 6 !

La probabilité cherchée est $\dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2} = 0,50$ soit 50 %.

3.b. L'événement contraire se calcule comme complément à 100 %.
En pratique, il s'agit de calculer la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 30. Ils sont 6 : 32; 33; 34; 42; 43; 44.

On peut aussi se contenter du chiffre des dizaines qui doit être 1 ou 2 à la première question et 3 ou 4 pour celle-ci.

La probabilité de l'événement contraire est $\dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2} = 0,50$ soit 50 %.

4. On a $11 \times 1 = 11$; $11 \times 2 = 22$; $11 \times 3 = 33$; $11 \times 4 = 44$; $11 \times 5 = 55$.
Les multiples de 11 présents dans le tableau sont : 22 ; 33 et 44. Il y en a 3.

La probabilité de l'événement cherchée est $\dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4} = 0,25$ soit 25 %.

5.a. Pour les unités, il y a le choix entre 2, 3 ou 4. Il faut donc choisir un nombre aléatoire entre 2 et 4.

Nombre aléatoire entre (2) et (4)

5.b. Cette question me semble difficile, j'avais pensé au départ à une série de conditions où on testerait l'égalité avec 22 ; 33 ou 44.
Il est compliqué de penser qu'il s'agit de tester si le chiffre des unités est égal au chiffre des dizaines.

(Chiffre des dizaines) = (Chiffre des unités)

5.c. La probabilité obtenue à la question **4.** est une **fréquence théorique**. C'est la fréquence « limite », en répétant l'expérience « une infinité »de fois.
La **fréquence observée** sur cent tentatives, mille ou un milliard, n'est pas forcément égale à la fréquence théorique.
On peut en effet obtenir 100 fois piles en lançant 100 fois une pièce de monnaie, c'est rare, mais c'est possible. Ce pourrait aussi indiquer qu'une expérience est mal réalisée.
Dans notre cas, 0,23 est cohérent avec la fréquence théorique de 0,25. L'expérience a été bien menée.

La fréquence observée n'est pas forcément égale à la fréquence théorique.

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr
- **Dernière modification :** 25 juin 2024 à 13:30

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTex 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprennant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code defini un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.