DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2019

MATHÉMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 – 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet

Ce sujet comporte **7** pages numérotées de la page **1/7** à **7/7**

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

L'utilisation du dictionnaire est interdite

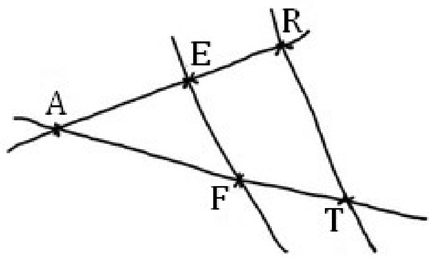
Indication portant sur <u>l'ensemble du sujet.</u>
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

<u>Exercice 1</u> (14 points)

On considère la figure ci-contre, réalisée à main levée et qui n'est pas à l'échelle.

On donne les informations suivantes :

- les droites (ER) et (FT) sont sécantes en A ;
- AE = 8 cm, AF = 10 cm, EF = 6 cm ;
- AR = 12 cm, AT = 14 cm.



1) Démontrer que le triangle AEF est rectangle en E.

2) En déduire une mesure de l'angle $\widehat{EAF}$ au degré près.

3) Les droites (EF) et (RT) sont-elles parallèles ?

<u>Exercice 2</u> (17 points)

Voici quatre affirmations. Pour chacune d'entre elles, dire si elle est vraie ou fausse. On rappelle que la réponse doit être justifiée.

1) **Affirmation 1 :** $\frac{3}{5}+\frac{1}{2}=\frac{3+1}{5+2}$

2) On considère la fonction $f : x \mapsto 5-3x$

Affirmation 2 : l'image de -1 par f est -2 .

3) On considère deux expériences aléatoires :

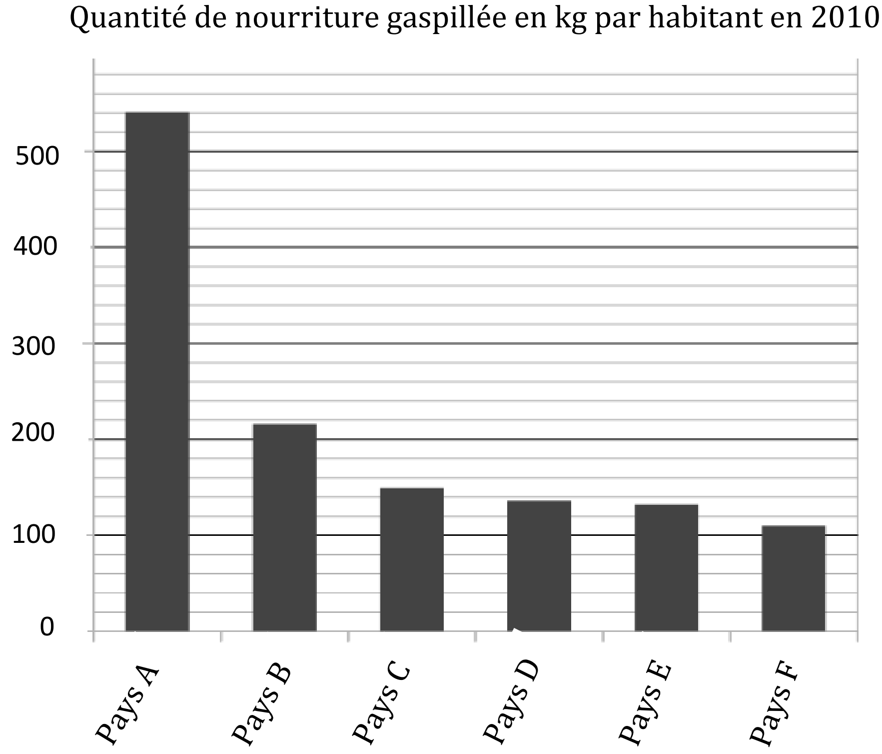
- *expérience n°1 : choisir au hasard un nombre entier compris entre 1 et 11 (1 et 11 inclus).*
- *expérience n°2 : lancer un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6 et annoncer le nombre qui apparait sur la face du dessus.*

Affirmation 3 : il est plus probable de choisir un nombre premier dans l'expérience n°1 que d'obtenir un nombre pair dans l'expérience n°2.

4) **Affirmation 4 :** pour tout nombre x, $(2x+1)^2-4=(2x+3)(2x-1)$.

<u>Exercice 3</u> (12 points)

Le diagramme ci-dessous représente, pour six pays, la quantité de nourriture gaspillée (en kg) par habitant en 2010.



1) Donner approximativement la quantité de nourriture gaspillée par un habitant du pays D en 2010.

2) Peut-on affirmer que le gaspillage de nourriture d'un habitant du pays F représente environ un cinquième du gaspillage de nourriture d'un habitant du pays A ?

3) On veut rendre compte de la quantité de nourriture gaspillée pour d'autres pays. On réalise alors le tableau ci-dessous à l'aide d'un tableur. *Rappel : 1 tonne = 1 000 kg*.

	A	B	C	D
1		Quantité de nourriture gaspillée par habitant en 2010 (en kg)	Nombre d'habitants en 2010 (en millions)	Quantité totale de nourriture gaspillée (en tonnes)
2	Pays X	345	10,9	3 760 500
3	Pays Y	212	9,4	
4	Pays Z	135	46,6	

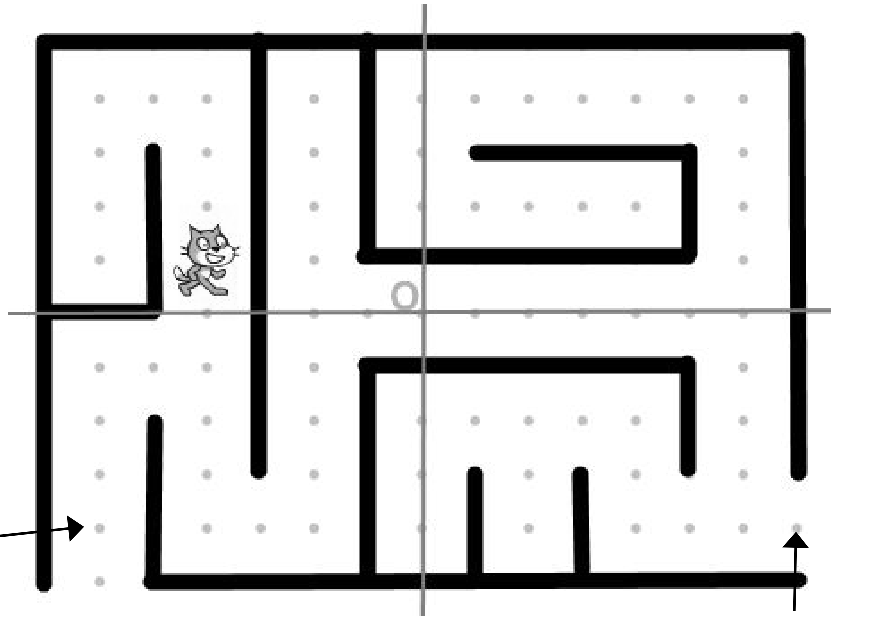
a) Quelle est la quantité totale de nourriture gaspillée par les habitants du pays X en 2010 ?

b) Voici trois propositions de formule, recopier sur votre copie celle qu'on a saisie dans la cellule D2 avant de l'étirer jusqu'en D4.

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
= B2*C2*1 000 000	= B2*C2	= B2*C2*1 000

<u>Exercice 4</u> (10 points)

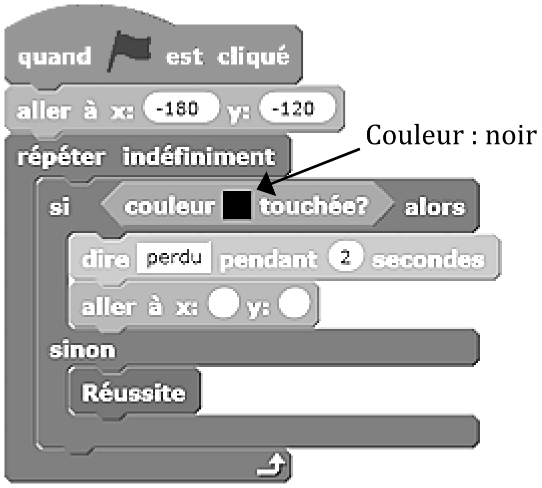
On a programmé un jeu.
Le but du jeu est de sortir du labyrinthe.
Au début du jeu, le lutin se place au point de départ.
Lorsque le lutin touche un mur, représenté par un trait noir épais, il revient au point de départ.

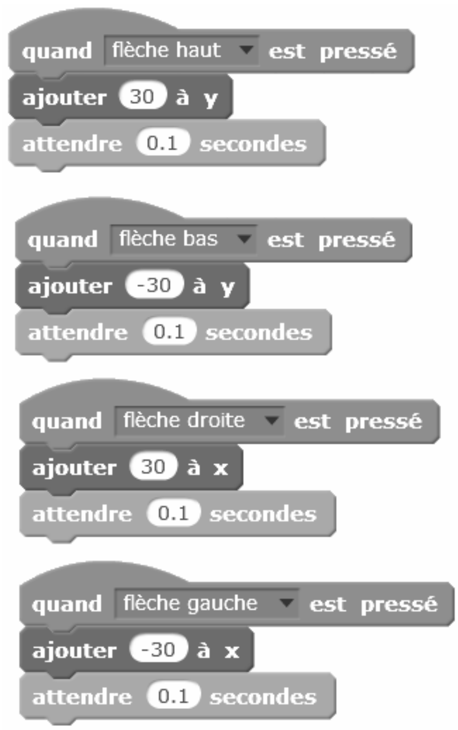


Point de départ

Point de sortie

L'arrière-plan est constitué d'un repère d'origine O avec des points espacés de 30 unités verticalement et horizontalement.
Dans cet exercice, on considèrera que seuls les murs du labyrinthe sont noirs.
Voici le programme :





Le bloc **Réussite** correspond à un sous-programme qui fait dire « Gagné ! » au lutin lorsqu'il est situé au point de sortie ; le jeu s'arrête alors.

1) Recopier et compléter l'instruction **aller à x: ◯ y: ◯** du programme pour ramener le lutin au point de départ si la couleur noire est touchée.

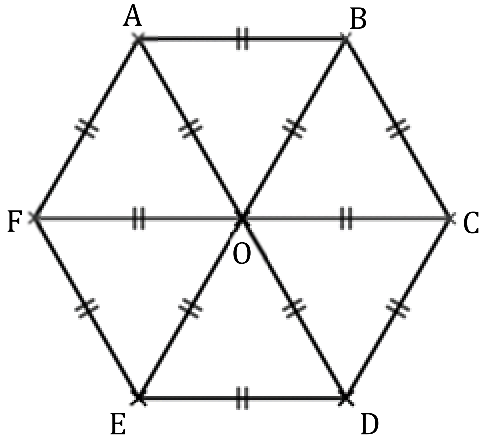
2) Quelle est la distance minimale parcourue par le lutin entre le point de départ et le point de sortie ?

3) On lance le programme en cliquant sur le drapeau. Le lutin est au point de départ.
On appuie brièvement sur la touche ↑ (« flèche haut ») puis sur la touche → (« flèche droite »). Quelles sont toutes les actions effectuées par le lutin ?

<u>Exercice 5</u> (10 points)

Dans cet exercice aucune justification n'est attendue.

On considère l'hexagone ABCDEF de centre O représenté ci-contre.



1) Parmi les propositions suivantes, recopier celle qui correspond à l'image du quadrilatère CDEO par la symétrie de centre O.

Proposition 1	**Proposition 2**	**Proposition 3**
FABO	ABCO	FODE

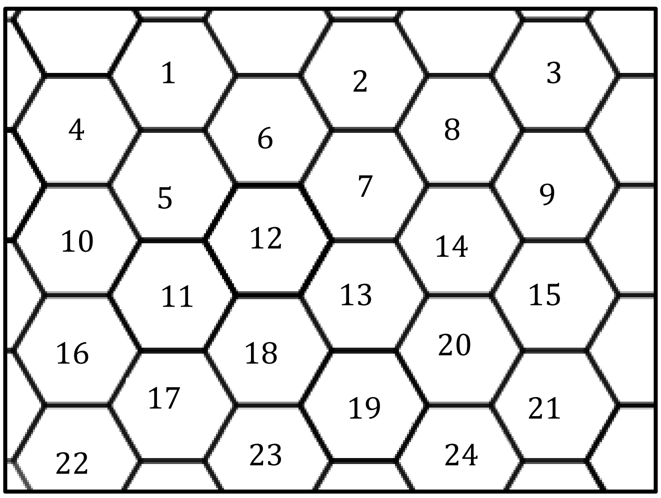
2) Quelle est l'image du segment [AO] par la symétrie d'axe (CF) ?

3) On considère la rotation de centre O qui transforme le triangle OAB en le triangle OCD. Quelle est l'image du triangle BOC par cette rotation ?

La figure ci-contre représente un pavage dont le motif de base a la même forme que l'hexagone ci-dessus.

On a numéroté certains de ces hexagones.

4) Quelle est l'image de l'hexagone 14 par la translation qui transforme l'hexagone 2 en l'hexagone 12 ?



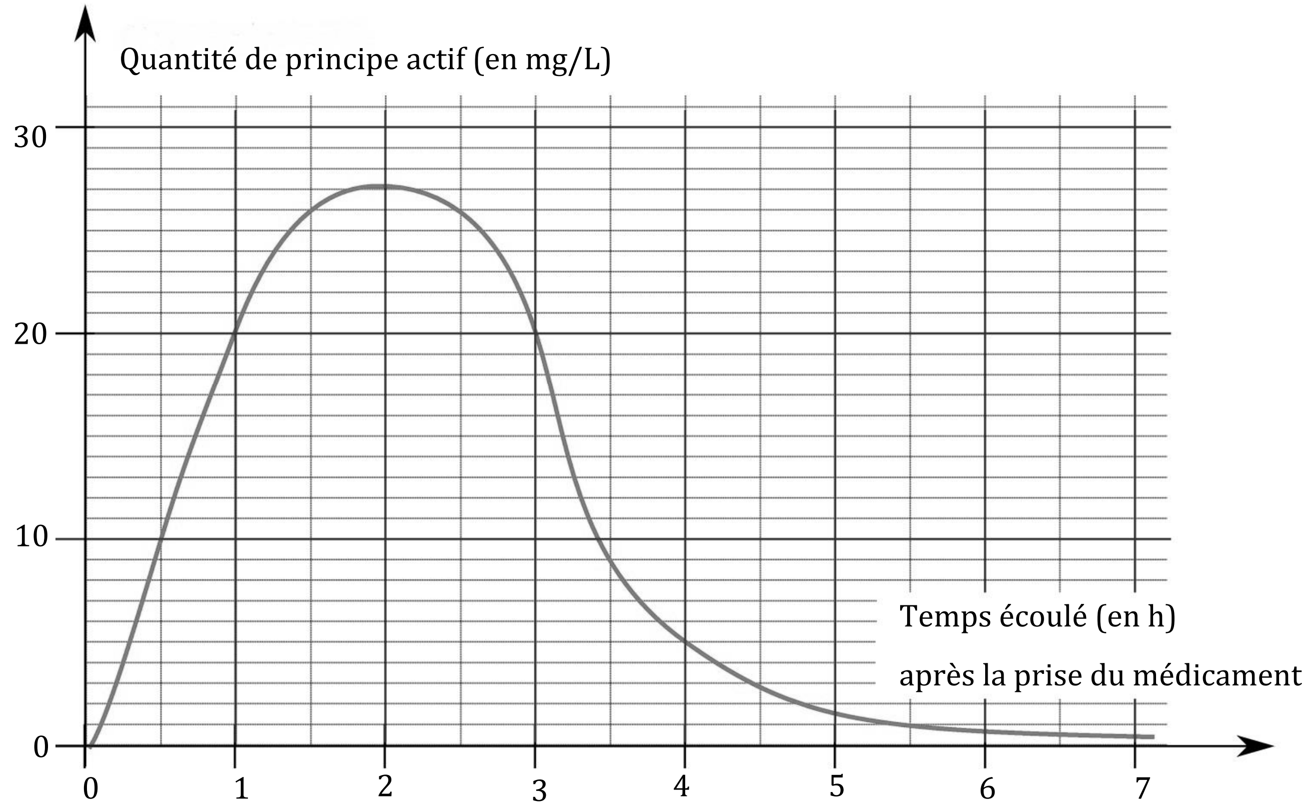
<u>Exercice 6</u> (12 points)

Les deux parties A et B sont indépendantes.

<u>Partie A</u> : absorption du principe actif d'un médicament

Lorsqu'on absorbe un médicament, que ce soit par voie orale ou non, la quantité de principe actif de ce médicament dans le sang évolue en fonction du temps. Cette quantité se mesure en milligrammes par litre de sang.

Le graphique ci-dessous représente la quantité de principe actif d'un médicament dans le sang, en fonction du temps écoulé, depuis la prise de ce médicament.



a) Quelle est la quantité de principe actif dans le sang, trente minutes après la prise de ce médicament ?

b) Combien de temps après la prise de ce médicament, la quantité de principe actif est-elle la plus élevée ?

<u>Partie B</u> : comparaison de masses d'alcool dans deux boissons

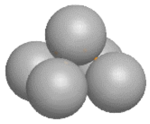
On fournit les données suivantes :

Formule permettant de calculer la masse d'alcool en g dans une boisson alcoolisée :	**Deux exemples de boissons alcoolisées**	
m = $V \times d \times 7{,}9$ V : volume de la boisson alcoolisée en cL d : degré d'alcool de la boisson (exemple : un degré d'alcool de 2 % signifie que d est égal à 0,02)	**Boisson ①** Degré d'alcool : 5 % Contenance : 33 cL	**Boisson ②** Degré d'alcool : 12 % Contenance : 125 mL

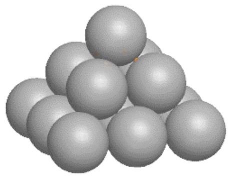
Question : la boisson ① contient-elle une masse d'alcool supérieure à celle de la boisson ② ?

<u>Exercice 7</u> (15 points)

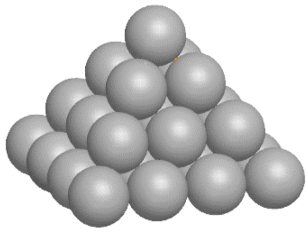
Pour ranger les boulets de canon, les soldats du XVIe siècle utilisaient souvent un type d'empilement pyramidal à base carrée, comme le montrent les dessins suivants :



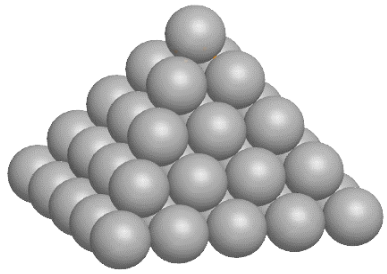
Empilement à 2 niveaux



Empilement à 3 niveaux



Empilement à 4 niveaux



Empilement à 5 niveaux

1) Combien de boulets contient l'empilement à 2 niveaux ?

2) Expliquer pourquoi l'empilement à 3 niveaux contient 14 boulets.

3) On range 55 boulets de canon selon cette méthode. Combien de niveaux comporte alors l'empilement obtenu ?

4) Ces boulets sont en fonte ; la masse volumique de cette fonte est de 7 300 kg/m^3.
On modélise un boulet de canon par une boule de rayon 6 cm.
Montrer que l'empilement à 3 niveaux de ces boulets pèse 92 kg, au kg près.
Rappels :

- *volume d'une boule =* $\frac{4}{3} \times \pi \times rayon \times rayon \times rayon$
- *une masse volumique de 7 300 kg/m^3 signifie que 1 m^3 pèse 7 300 kg*

<u>Exercice 8</u> (10 points)

Dans une classe de Terminale, huit élèves passent un concours d'entrée dans une école d'enseignement supérieur.

Pour être admis, il faut obtenir une note supérieure ou égale à 10.

Une note est attribuée avec une précision d'un demi-point (par exemple : 10 ; 10,5 ; 11 ;…)

On dispose des informations suivantes :

Information 1	**Information 2**	
Notes attribuées aux 8 élèves de la classe qui ont passé le concours : 10 ; 13 ; 15 ; 14,5 ; 6 ; 7,5 ; ◆ ; ●	La série constituée des huit notes : - a pour étendue 9 - a pour moyenne 11,5 - a pour médiane 12.	75 % des élèves de la classe qui ont passé le concours ont été reçus.

1) Expliquer pourquoi il est impossible que l'une des deux notes désignées par ◆ ou ● soit 16.

2) Est-il possible que les deux notes désignées par ◆ et ● soient 12,5 et 13,5 ?

En cours de rédaction…

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2019

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.

Il comporte **8** pages numérotées de la page **1** sur **8** à la page **8** sur **8**

dont une annexe à rendre avec la copie.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

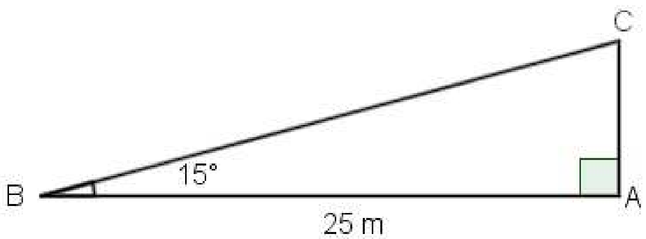
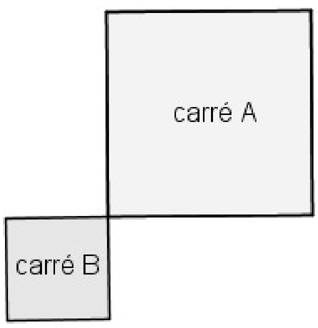
L'utilisation du dictionnaire est interdite.

Exercice 1	15 points
Exercice 2	14 points
Exercice 3	16 points
Exercice 4	13 points
Exercice 5	14 points
Exercice 6	14 points
Exercice 7	14 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 *(15 points)*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, **une seule** des trois réponses proposées est exacte. Sur la copie, indiquer le numéro de la question et recopier, sans justifier, la réponse choisie. Une bonne réponse rapporte 3 points ; aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

Questions	**Réponse A**	**Réponse B**	**Réponse C**
1. Quelle est la décomposition en produit de facteurs premiers de 28 ?	4×7	2×14	$2^2 \times 7$
2. Un pantalon coûte 58 €. Quel est son prix en € après une réduction de 20% ?	38	46,40	57,80
3. Quelle est la longueur en m du côté [AC], arrondie au dixième près ?  	6,5	6,7	24,1
4. Quelle est la médiane de la série statistique suivante ? 2 ; 5 ; 3 ; 12 ; 8 ; 6.	5,5	6	10
5. Quel est le rapport de l'homothétie qui transforme le carré A en carré B ?  	–0,5	0,5	2

<u>Exercice 2</u> *(14 points)*

On considère le programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Prendre le carré de ce nombre.
- Ajouter le triple du nombre de départ.
- Ajouter 2.

1. Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ, le programme donne 6 comme résultat.

2. Quel résultat obtient-on si on choisit –5 comme nombre de départ ?

3. On appelle x le nombre de départ, exprimer le résultat du programme en fonction de x.

4. Montrer que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x+2)(x+1)$ pour toutes les valeurs de x.

5. La feuille du tableur suivante regroupe des résultats du programme de calcul précédent.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	*x*	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2	*(x+2)(x+1)*	6	2	0	0	2	6	12	20	30

a. Quelle formule a été écrite dans la cellule B2 avant de l'étendre jusqu'à la cellule J2 ?

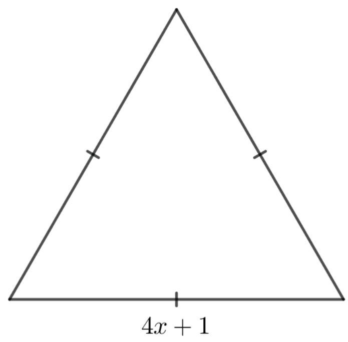
b. Trouver les valeurs de x pour lesquelles le programme donne 0 comme résultat.

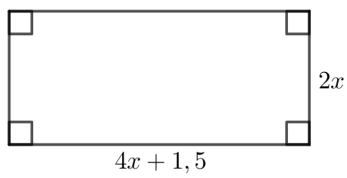
<u>Exercice 3</u> *(16 points)*

<u>Partie I</u>

Dans cette partie, toutes les longueurs sont exprimées en centimètres.

On considère les deux figures ci-contre, un triangle équilatéral et un rectangle, où x représente un nombre positif quelconque.





1. Construire le triangle équilatéral pour $x = 2$.

2. a. Démontrer que le périmètre du rectangle en fonction de x peut s'écrire $12x + 3$.

b. Pour quelle valeur de x le périmètre du rectangle est-il égal à 18 cm ?

3. Est-il vrai que les deux figures ont le même périmètre pour toutes les valeurs de x ? Justifier.

Partie II

On a créé les scripts (ci-contre) sur Scratch qui, après avoir demandé la valeur de x à l'utilisateur, construisent les deux figures de la **partie I**.

Dans ces deux scripts, les lettres A, B, C et D remplacent des nombres.

Donner des valeurs à A, B, C et D pour que ces deux scripts permettent de construire les figures de **la partie I** et préciser alors la figure associée à chacun des scripts.

Exercice 4 *(13 points)*

Dans la vitrine d'un magasin A sont présentés au total 45 modèles de chaussures. Certaines sont conçues pour la ville, d'autres pour le sport et sont de trois couleurs différentes : noire, blanche ou marron.

1. Compléter le tableau suivant sur **l'annexe 1**.

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir		5	20
Blanc	7		
Marron		3	
Total	27		45

2. On choisit un modèle de chaussures au hasard dans cette vitrine.

a. Quelle est la probabilité de choisir un modèle de couleur noire ?

b. Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour le sport ?

c. Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour la ville de couleur marron ?

3. Dans la vitrine d'un magasin B, on trouve 54 modèles de chaussures dont 30 de couleur noire. On choisit au hasard un modèle de chaussures dans la vitrine du magasin A puis dans celle du magasin B.

Dans laquelle des deux vitrines a-t-on le plus de chance d'obtenir un modèle de couleur noire ? Justifier.

<u>Exercice 5</u> ***(14 points)***

Dans l'exercice suivant, les figures ne sont pas à l'échelle.

Un décorateur a dessiné une vue de côté d'un meuble de rangement composé d'une structure métallique et de plateaux en bois d'épaisseur 2 cm, illustré par la figure 1.

Les étages de la structure métallique de ce meuble de rangement sont tous identiques et la figure 2 représente l'un d'entre eux.

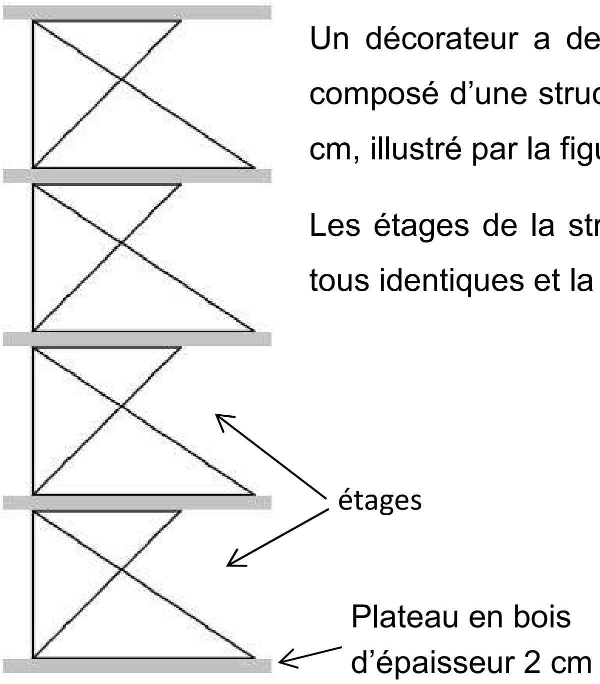


Figure 1

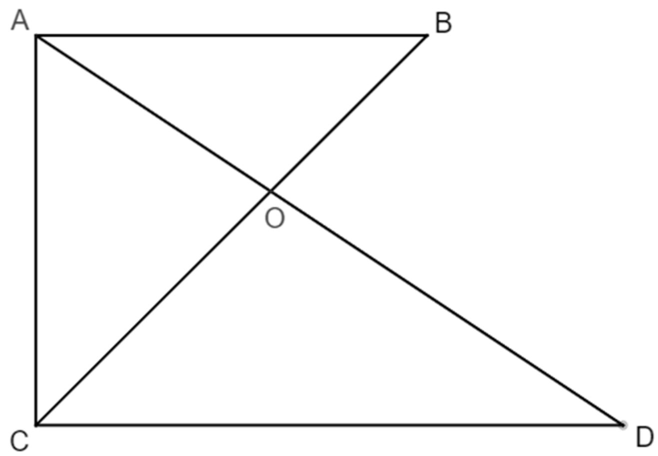


Figure 2

On donne :

- OC = 48 cm ; OD = 64 cm ; OB = 27 cm ; OA = 36 cm et CD = 80 cm ;
- les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires.

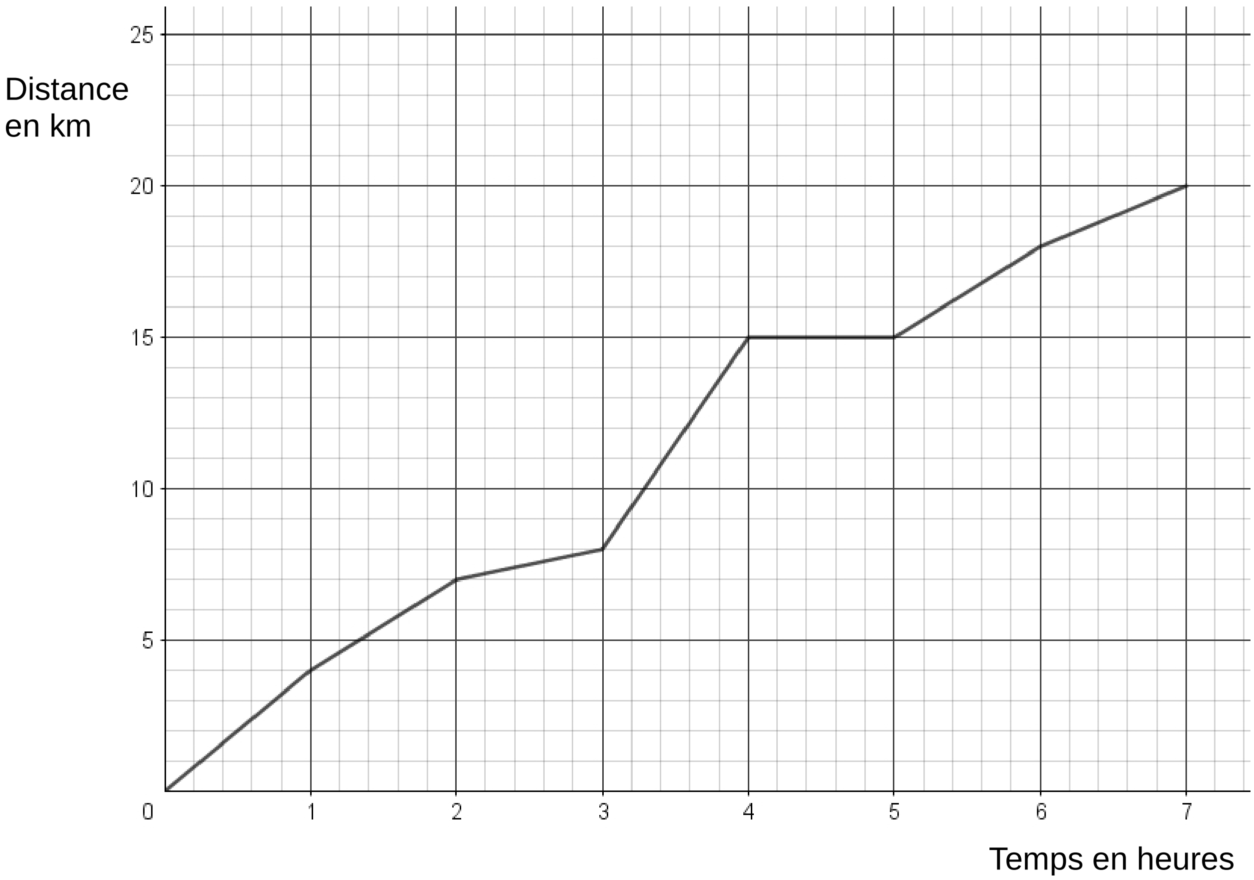
1. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2. Montrer par le calcul que AB = 45 cm.

3. Calculer la hauteur totale du meuble de rangement.

<u>Exercice 6</u> ***(14 points)***

Une famille a effectué une randonnée en montagne. Le graphique ci-dessous donne la distance parcourue en km en fonction du temps en heures.



1. Ce graphique traduit-il une situation de proportionnalité ? Justifier la réponse.

2. On utilisera le graphique pour répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est demandée.

a. Quelle est la durée totale de cette randonnée ?

b. Quelle distance cette famille a-t-elle parcourue au total ?

c. Quelle est la distance parcourue au bout de 6 h de marche ?

d. Au bout de combien de temps ont-ils parcouru les 8 premiers km ?

e. Que s'est-il passé entre la $4^{\text{ème}}$ et la $5^{\text{ème}}$ heure de randonnée ?

3. Un randonneur expérimenté marche à une vitesse moyenne de 4 km/h sur toute la randonnée. Cette famille est-elle expérimentée ? Justifier la réponse.

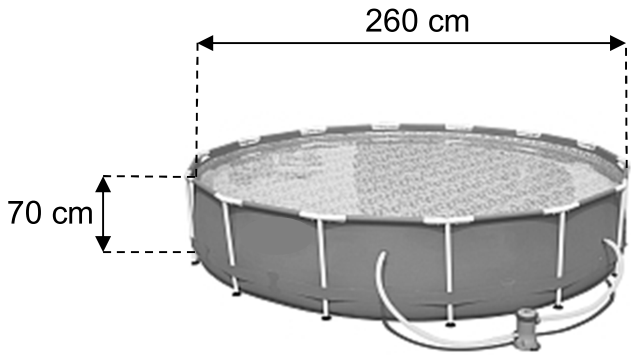
<u>Exercice 7</u> ***(14 points)***

Une famille désire acheter, pour les enfants, une piscine cylindrique hors sol équipée d'une pompe électrique. Elle compte l'utiliser cet été du mois de juin au mois de septembre inclus. Elle dispose d'un budget de 200 €.

À l'aide des documents suivants, dire si le budget de cette famille est suffisant pour l'achat de cette piscine et les frais de fonctionnement.

Laisser toute trace de recherche, même si elle n'est pas aboutie.

<u>Document 1</u>



<u>Caractéristiques techniques</u>

- Hauteur de l'eau : 65 cm.
- Consommation électrique moyenne de la pompe : 3,42 kWh par jour.
- Prix (piscine + pompe) : 80 €.

<u>Document 2</u>

Prix d'un kWh : 0,15 €.

Le kWh (kilowatt-heure) est l'unité de mesure de l'énergie électrique.

<u>Document 3</u>

Prix d'un m^3 d'eau : 2,03 €.

<u>Document 4</u>

Le volume d'un cylindre est donné par la formule suivante :

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

où r est le rayon du cylindre et h sa hauteur.

<u>Annexe 1</u>

(à rendre avec la copie)

<u>Exercice 4</u> :

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir		5	20
Blanc	7		
Marron		3	
Total	27		45

En cours de rédaction…

Diplôme National du Brevet

Session 2019

Sujet Asie

Lundi 23 juin 2019

Mathématiques

Série Générale

Durée de l'épreuve : 2 heures - 100 points

Début de l'épreuve : 13h15 **Fin de l'épreuve : 15h15**

Aucune sortie ne sera autorisée avant la fin de l'épreuve.

Aucun prêt de matériel n'est autorisé.

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de la page 1/6 à la page 6/6.
Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
L'utilisation de la calculatrice est autorisée (*circ. 99-186 du 16 novembre 1999*)
Le sujet est constitué de huit exercices indépendants.
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice n° 1	14 points
Exercice n° 2	11 points
Exercice n° 3	17 points
Exercice n° 4	16 points
Exercice n° 5	12 points
Exercice n° 6	14 points
Exercice n° 7	16 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 *14 points*

Nina et Claire ont chacune un programme de calcul.

Programme de Nina	**Programme de Claire**
Choisir un nombre de départ	Choisir un nombre de départ
Soustraire 1.	Multiplier ce nombre par $-\frac{1}{2}$
Multiplier le résultat par -2	Ajouter 1 au résultat
Ajouter 2.	

1. Montrer que si les deux filles choisissent 1 comme nombre de départ, Nina obtiendra un résultat final 4 fois plus grand que celui de Claire.

2. Quel nombre de départ Nina doit-elle choisir pour obtenir 0 à la fin ?

3. Nina dit à Claire : « Si on choisit le même nombre de départ, mon résultat sera toujours quatre fois plus grand que le tien ».

A-t-elle raison ?

Exercice 2 *11 points*

Le tableau ci-dessous présente les émissions de gaz à effet de serre pour la France et l'Union Européenne, en millions de tonnes équivalent CO_2, en 1990 et 2013.

	1990 (en millions de tonnes équivalent CO_2)	2013 (en millions de tonnes équivalent CO_2)
France	549,4	490,2
Union Européenne	5 680,9	

Source : Agence européenne pour l'environnement, 2015

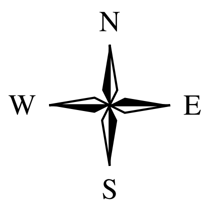
1. Entre 1990 et 2013, les émissions de gaz à effet de serre dans l'Union Européenne ont diminué de 21 %.
Quelle est la quantité de gaz à effet de serre émise en 2013 par l'Union Européenne ?
Donner une réponse à $0,1$ million de tonnes équivalent CO_2 près.

2. La France s'est engagée d'ici 2030 à diminuer de $\frac{2}{5}$ ses émissions de gaz à effet de serre par rapport à 1990.

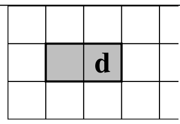
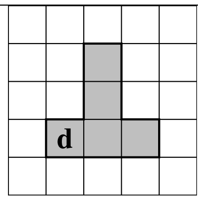
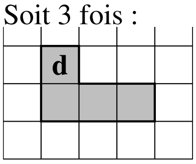
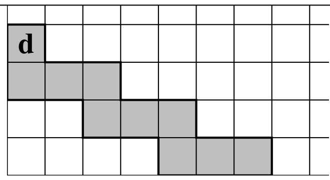
Justifier que cela correspond pour la France à diminuer d'environ $\frac{1}{3}$ ses émissions de gaz à effet de serre par rapport à 2013.

Exercice 3 *17 points*

Un programme permet à un robot de se déplacer sur les cases d'un quadrillage. Chaque case atteinte est colorée en gris. Au début d'un programme, toutes les cases sont blanches, le robot se positionne sur une case de départ indiquée par un « d » et la colore aussitôt en gris.



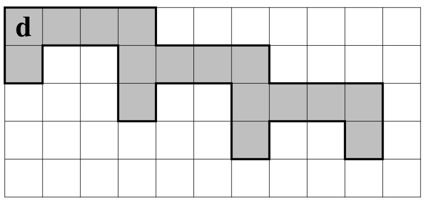
Voici des exemples de programmes et leurs effets :

• 1W	Le robot avance de 1 case vers l'ouest.	
• 2E 1W 2N	Le robot avance de 2 cases vers l'est, puis de 1 case vers l'ouest, puis de 2 cases vers le nord.	
• 3 (1S 2E)	Le robot répète 3 fois le déplacement suivant : « avancer de 1 case vers le sud puis de 2 cases vers l'est », Soit 3 fois : 	

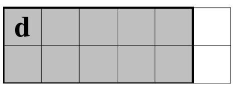
1. Voici un programme :
Programme : 1W 2N 2E 4S 2W
On souhaite dessiner le motif obtenu avec ce programme.
Sur votre copie, réaliser ce motif en utilisant des carreaux, comme dans les exemples précédents. On marquera un « **d** » sur la case de départ.

2. Voici deux programmes :
Programme n° 1 : 1S 3(1N 3E 2S)
Programme n° 2 : 3(1S 1N 3E 1S)

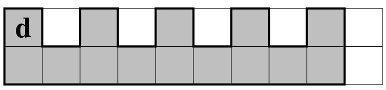
a. Lequel des deux programmes permet d'obtenir le motif ci-contre ?
b. Expliquer pourquoi l'autre programme ne permet pas d'obtenir le motif ci-contre.



3. Voici un autre programme :
Programme n° 3 : 4(1S 1E 1N)
Il permet d'obtenir le résultat suivant :



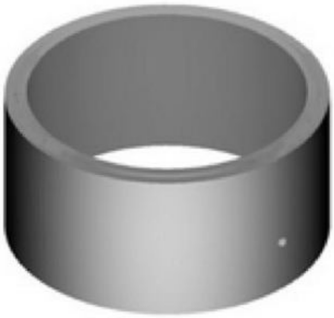
Réécrire ce programme n° 3 en ne modifiant qu'une seule instruction afin d'obtenir ceci :



Exercice 4 *16 points*

Pour fabriquer un puits dans son jardin, M^me^ Martin a besoin d'acheter 5 cylindres en béton comme celui décrit ci-dessous. Dans sa remorque, elle a la place pour mettre les 5 cylindres mais elle ne peut transporter que 500 kg au maximum.

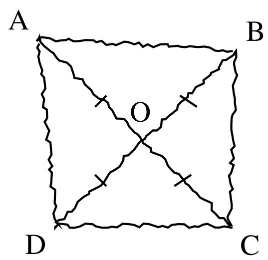
À l'aide des caractéristiques du cylindre, déterminer le nombre minimum d'allers-retours nécessaires à M^me^ Martin pour rapporter ses 5 cylindres avec sa remorque.



Caractéristiques d'un cylindre :
- diamètre intérieur : 90 cm
- diamètre extérieur : 101 cm
- hauteur : 50 cm
- masse volumique du béton : 2 400 kg/m^3

Rappel : volume d'un cylindre $V = \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon} \times \text{hauteur}$

Exercice 5 *12 points*



La figure ci-contre est codée et réalisée à main levée.
Elle représente un quadrilatère ABCD dont les diagonales se croisent en un point O.
On donne : OA $= 3,5$ cm et AB $= 5$ cm.

On s'intéresse à la nature du quadrilatère ABCD qui a été représenté.

1. Peut-on affirmer que ABCD est un rectangle ?

2. Peut-on affirmer que ABCD est un carré ?

Exercice 6 *14 points*

Voici un tableau (document 1) concernant les voitures particulières « diesel ou essence » en circulation en France en 2014.

Document 1

	Nombre de voitures en circulation (en milliers)	Parcours moyen annuel (en km/véhicule)
Diesel	19 741	15 430
Essence	11 984	8 344

Source : INSEE

1. Vérifier qu'il y avait 31 725 000 voitures« *diesel ou essence* » en circulation en France en 2014.

2. Quelle est la proportion de voitures *essence* parmi les voitures « *diesel ou essence* » en circulation en France en 2014 ?
Exprimer cette proportion sous forme de pourcentage.
On arrondira le résultat à l'unité.

3. Fin décembre 2014, au cours d'un jeu télévisé, on a tiré au sort une voiture parmi les voitures « *diesel ou essence* » en circulation en France. On a proposé alors au propriétaire de la voiture tirée au sort de l'échanger contre un véhicule électrique neuf.
Le présentateur a téléphoné à Hugo, l'heureux propriétaire de la voiture tirée au sort.
Voici un extrait du dialogue (**document 2**) entre le présentateur et Hugo :

Document 2

Le présentateur : « Bonjour Hugo, quel âge a votre voiture ? »,
Hugo : « Là, elle a 7 ans ! ».
Le présentateur : « Et combien a-t-elle de kilomètres au compteur ? »,
Hugo : « Un peu plus de 100 000 km. Attendez, j'ai une facture du garage qui date d'hier ...elle a exactement 103 824 km »,
Le présentateur : « Ah ! Vous avez donc un véhicule diesel je pense ! »

À l'aide des données contenues dans le **document 1** et dans le **document 2** :

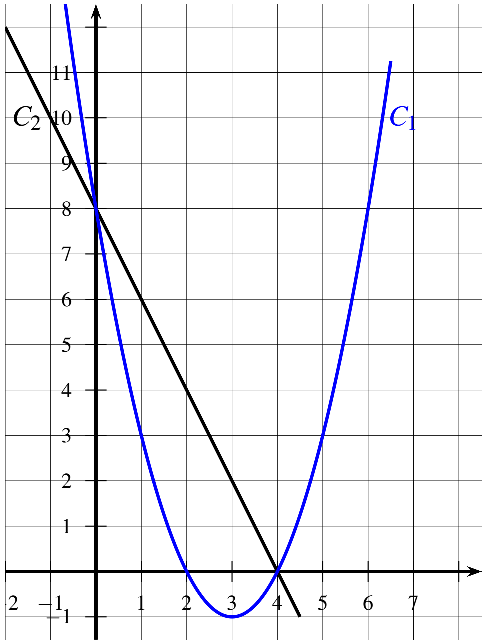
3.a Expliquer pourquoi le présentateur pense que Hugo a un véhicule *diesel*.

3.b Expliquer s'il est possible que la voiture de Hugo soit un véhicule *essence*.

Exercice 7 *16 points*

Les représentations graphiques C_1 et C_2 de deux fonctions sont données dans le repère ci-dessous.

Une de ces deux fonctions est la fonction f définie par $f(x) = -2x + 8$.



1. Laquelle de ces deux représentations est celle de la fonction f ?

2. Que vaut $f(3)$?

3. Calculer le nombre qui a pour image 6 par la fonction f.

4. La feuille de calcul ci -dessous permet de calculer des images par la fonction f.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$						

Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 avant de l'étirer vers la droite jusqu'à la cellule G2 ?

BREVET 2019 — Mathématiques — Asie

Lundi 24 juin 2019

Série générale

CORRECTION

Cette correction est rédigée à des fins pédagogiques et didactiques. Il n'est pas demandé au candidat de justifier le raisonnement en donnant autant de détails. De nombreux commentaires ont été ajoutés pour aider à la préparation à cette épreuve. Il est même régulièrement proposé plusieurs alternatives pour une même réponse. Une seule réponse est attendue de la part du candidat. Pour la même raison, même quand le sujet indique explicitement que le raisonnement ne doit pas être justifié, des explications complémentaires ont été fournies.

EXERCICE N° 1 — CORRECTION

Programme de calcul (20)

1. En partant du nombre de départ 1, Nina obtient successivement :
1 puis $1-1=0$ et $0\times(-2)=0$ enfin $0+2=2$

En partant du nombre de départ 1, Claire obtient successivement :

1 puis $-\dfrac{1}{2}\times 1=-\dfrac{1}{2}$ enfin $-\dfrac{1}{2}+1=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{2}=\dfrac{1}{2}$. Or $4\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{4}{2}=2$

$\boxed{\text{En prenant 1 au départ, Nina obtient bien un nombre quatre fois plus grand que celui de Claire.}}$

2. *On peut utiliser deux méthodes : résolution d'équation ou remontée du programme à l'envers !*

Méthode de la remontée :
Le nombre final est 0. Comme en dernière étape Nina a ajouté 2, on enlève 2.
Donc $0-2=-2$. Elle avait multiplié par -2, nous allons diviser par -2 : $-2\div(-2)=1$.
Elle a commencé par soustraire 1, ajoutons 1 : $1+1=2$
Vérifions : on part de 2 puis $2-1=1$ et $1\times(-2)=-2$ enfin $-2+2=0$. C'est bon !!

Méthode de l'équation :
Poson x le nombre de départ qui permet d'obtenir 0 à la fin.
On obtient successivement : x puis $x-1$ et $(x-1)\times(-2)$ enfin $-2(x-1)+2$. Il faut résoudre :

$$\begin{aligned}-2(x-1)+2&=0\\ -2x+2+2&=0\\ -2x+4&=0\\ -2x&=-4\\ x&=\frac{-4}{-2}\\ x&=2\end{aligned}$$

$\boxed{\text{En prenant 2 comme nombre de départ Nina obtient 0 à la fin.}}$

3. *Il faut cette fois-ci modéliser les programmes de Nina et Claire à l'aide d'une expression littérale.*
Posons x le nombre de départ pour les deux programmes.

Nous avons vu que Nina obtient $-2(x-1)+2=-2x+2+2=-2x+4$ à la fin.

Claire obtient successivement : x puis $-\dfrac{1}{2}x$ et $-\dfrac{1}{2}x+1$

Testons la conjecture : $4\left(-\dfrac{1}{2}x+1\right)=-\dfrac{4}{2}x+4=-2x+4$. $\boxed{\text{Nina a raison.}}$

Exercice n° 2 — Correction

Pourcentages — Fractions (20)

Dans une lecture de tableau il est essentiel de prendre le temps de lire les unités d'expression des résultats.

1. En 1990 l'Union Européenne émettait 5 680,9 millions de tonnes de CO2.
Il faut diminuer ce nombre de 21 %.

Méthode 1 :

$5\,680{,}9\times\dfrac{21}{100}=1\,192{,}989$ puis $5\,680{,}9-1\,192{,}989=4\,487{,}911\approx 4\,487{,}9$

Méthode 2 :

On sait que diminuer une grandeur de 21 % revient à multiplier cette grandeur par $1-\dfrac{21}{100}=1-0,21=0,79$.
Or $5\,680{,}9\times 0,79=4\,487{,}911\approx 4\,487{,}9$

$\boxed{\text{En 2013, l'Union Européenne émettait environ 4 487,9 millions de tonnes de CO2.}}$

2. $\dfrac{2}{5}\times 549,4=219,76$. Donc diminuer de $\dfrac{2}{5}$ les émissions de 1990 revient à les ramener à $549,4-219,76=329,64$ en 2030.

$\dfrac{1}{3}\times 490,2=163,4$. Donc diminuer de $\dfrac{1}{3}$ les émissions de 2013 revient à les ramener à $490,2-163,4=326,8$ en 2030.

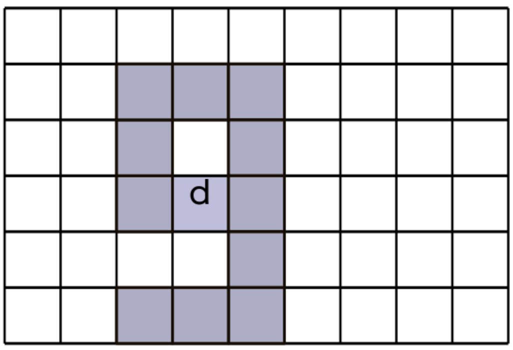
$\boxed{\text{Diminuer de deux cinquièmes les émissions de CO2 de 1990 revient bien au tiers de celles de 2013 !}}$

Exercice n° 3 — Correction

Algorithmique (20)

Depuis le temps que nous attendions un exercice d'algorithmique qui n'utilise pas Scratch… le voici. Nous sommes sur un langage assez proche du langage naturel et donc de la tortue (voir geotortue)

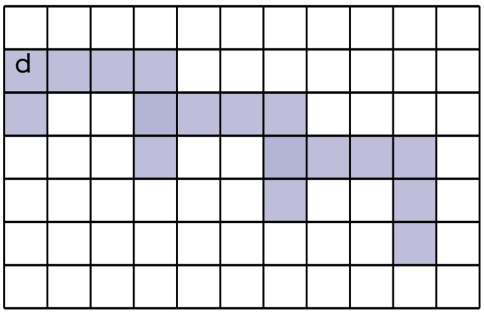
1.



2.a $\boxed{\text{Il s'agit du programme 2 : 3(1S 1N 3E 1S)}}$

2.b Pour comprendre la différence entre les deux programmes on peut développer les programmes et ne les écrire qu'avec les premisses E W N et S.

Programme 1 : S N E E E S S N E E E S S N E E E S S = 1S 3(1N 3E 2S)
Programme 2 : S N E E E S S N E E E S S N E E E S = 3(1S 1N 3E 1S)
On constate que la seule différence est le dernier S dans le programme 1 ce qui produit la figure suivante :



3. En partant de d il faut faire 1S puis 1E et une nouvelle fois 1E avant de remonter en 1N et on répéte 4 fois !

Le nouveau programme est 4(1S 2E 1N) : on modifie 1E en 2E !

Exercice n° 4 — Correction

Volume du cylindre — Masse volumique (20)

Pour utiliser la notion de masse volumique, masse par unité de volume, il faut d'abord calculer le volume ! Attention à ce calcul, il faut penser utiliser le volume de deux cylindres. Attention aussi à passer du diamètre au rayon.

Ce cylindre creux en béton peut-être considéré comme un cylindre plein de 101 cm de diamètre soit 50,5 cm de rayon, auquel on a retiré un cylindre de 90 cm de diamètre soit 45 cm de rayon.

$\mathrm{V}_{cylindre\ plein} = \pi \times (50,5\ cm)^2 \times 50\ cm = 127\,512{,}5\pi\ cm^3 \approx 400\,592\ cm^3$
$\mathrm{V}_{cylindre\ vide} = \pi \times (45\ cm)^2 \times 50\ cm = 101\,250\pi\ cm^3 \approx 318\,086\ cm^3$

$\mathrm{V}_{beton} = \mathrm{V}_{cylindre\ plein} - \mathrm{V}_{cylindre\ vide} = 127\,512{,}5\pi\ cm^3 - 101\,250\pi\ cm^3 = 26\,262{,}5\pi\ cm^3 \approx 82\,506\ cm^3$

La masse volumique du béton est de 2 400 kg/m^3 ce qui signifie que un volume de 1 m^3 de béton a une masse de 2 400 kg.

On sait que $1\ m^3 = 1\,000\ dm^3 = 1\,000\,000\ cm^3$.
Ainsi $\mathrm{V}_{beton} \approx 82\,506\ cm^3 \approx 82{,}506\ dm^3 \approx 0{,}082\,506\ m^3$

En faisant les calculs en utilisant le mètre pour unité dès le début, on s'évite bien des difficultés de conversion ! Il suffit de prendre respectivement à $0,505\ m$ et $0,45\ m$ pour les rayons des cylindres.
$0{,}082\,506 \times 2\,400\ kg \approx 198\ kg$

Un cylindre en béton a une masse de 198 kg. Sa remorque ne peut transporter que 500 kg à la fois. Or $500 = 2 \times 198 + 104$. Il ne peut donc transporter que 2 cylindres à la fois. Comme $5 = 2 \times 2 + 1$

Il devra faire 3 allers-retours !

Exercice n° 5 — Correction

Propriétés des quadrilatères (20)

Cet exercice demande de caractériser correctement les carrés et rectangles.

1. D'après le codage, les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu. Or on sait que :

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.

On constate par le codage que $\mathrm{AC} = 2 \times 3,5\ cm = 7\ cm$ et que $\mathrm{BD} = 2 \times 3,5\ cm = 7\ cm$ donc que AC = BD. Or on sait que :

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle.

ABCD est un rectangle !

2. On sait qu'un carré est un rectangle puisqu'il possède quatre angles droits ! Un carré est également un losange puisqu'il a ses quatre côtés égaux ! Nous savons également que :

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.

Vérifions si les diagonales de ABCD sont perpendiculaires. Dans le triangle ABO calculons et comparons $\mathrm{OA}^2 + \mathrm{OB}^2$ et AB^2

$OA^2 + OB^2 = 3,5^2 + 3,5^2$
$OA^2 + OB^2 = 12,25 + 12,25$
$OA^2 + OB^2 = 24,5$

$AB^2 = 5^2$
$AB^2 = 25$

Ainsi $OA^2 + OB^2 \neq AB^2$ d'après le **théorème contraposé de Pythagore** le triangle OAB n'est pas rectangle. Les diagonales du rectangle ABCD ne sont pas perpendiculaires.

$\boxed{\text{ABCD n'est pas un carré.}}$

Exercice n° 6 — Correction

Tâche complexe (20)

Attention encore à bien lire les unités des valeurs exprimées dans le tableau.

1. Il suffit de faire la somme : $19741 + 11784 = 31725$. Il y a donc 31 725 milliers de véhicules circulant en France en 2014 soit 31 725 000

$\boxed{\text{Il y a bien 31 725 000 véhicules circulant en France en 2014.}}$

2. On peut raisonner en milliers de véhicules sans changer la proportion. $\dfrac{11984}{31725} \approx 0,38$

$\boxed{\text{Il y a environ 38 \% de véhicules essence dans le parc en circulation en 2014.}}$

3.a Calculons la distance annuelle parcourue en moyenne par Hugo avec son véhicule.

$\dfrac{103824\ km}{7} = 14832\ km$. D'après le document 1 cela correspond plus à la moyenne pour un véhicule diesel.

$\boxed{\text{C'est pourquoi le présentateur pense que Hugo a un véhicule diesel.}}$

3.b Si on considère l'expérience aléatoire qui consiste à choisir un véhicule au hasard de manière équiprobable parmi 31 725 000 de véhicules. Dans ce cas la probabilité de choisir un véhicule essence est la proportion de la question **1.**

Il y a donc environ 38 % de chance de choisir un véhicule essence et 62 % de chance de choisir un véhicule diesel.
Même si la probabilité de choisir un véhicule diesel est supérieure à celle de choisir un véhicule essence et même si le kilomètrage annuel semble encore confirmer cette hypothèse, il est tout à fait possible que le véhicule d'Hugo soit un véhicule essence.

$\boxed{\text{Le véhicule d'Hugo est peut-être un véhicule essence.}}$

Un raisonnement bayésien à base de probabilités conditionnelles permettrait d'affiner ces calculs... mais cela dépasse largement le cadre d'un sujet de brevet !
Par exemple si on fait l'hypothèse qu'une voiture qui parcourt 14 823 km par an est dans 80 % des cas un véhicule diesel et dans 20 % des cas une voiture essence alors la probabilité qu'Hugo ait une voiture diesel connaissant son kilométrage est environ 87 %... tout cela n'empêche pas Hugo d'avoir un véhicule essence !

Exercice n° 7 — Correction

Fonctions — Fonction affine — Tableur (20)

1. La fonction $f(x) = -2x + 8$ est une fonction affine de coefficient directeur -2 et d'ordonnée à l'origine 8.
Sa représentation graphique est donc une droite qui passe par le point de coordonnées $(0; 8)$.
Cette droite « descend » car $-2 < 0$.
Inutile de donner tous ces arguments ! Il suffit de dire de la représentation graphique d'une fonction affine est une droite pour conclure !

$\boxed{C_2 \text{ est bien la représentation graphique de } f.}$

2. $f(3) = -2 \times 3 + 8 = -6 + 8 = 2$
C'est confirmé par le graphique où on constate que le point $(3; 2)$ appartient bien à la représentation graphique de f.

$\boxed{f(3) = 2}$

3. D'après le graphique c'est un nombre proche de 1. Démontrons cette conjecture. Il suffit de résoudre :

$$f(x) = 6$$

$$-2x+8=6$$
$$-2x=6-8$$
$$-2x=-2$$
$$x=1$$

$\boxed{f(1)=6}$

4. Il suffit d'écrire l'expression $-2x+8$ en utilisant la case B1 à la place de x et en respectant la syntaxe tableur.

$\boxed{=-2*\text{B}1+8 \text{ est à écrire dans la cellule B2 puis à recopier jusque G2.}}$

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2019

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte **8** pages numérotées de la page **1 sur 8** à la page **8 sur 8**.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le sujet est constitué de six exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

L'annexe 1 située en page 8 est à rendre avec la copie.

Exercice 1	13 points
Exercice 2	18 points
Exercice 3	17 points
Exercice 4	10 points
Exercice 5	22 points
Exercice 6	20 points

L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction. Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non aboutis.

Exercice 1 (13 points)

Damien a fabriqué trois dés à six faces parfaitement équilibrés mais un peu particuliers.
Sur les faces du premier dé sont écrits les six plus petits nombres pairs strictement positifs : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12.
Sur les faces du deuxième dé sont écrits les six plus petits nombres impairs positifs.
Sur les faces du troisième dé sont écrits les six plus petits nombres premiers.
Après avoir lancé un dé, on note le nombre obtenu sur la face du dessus.

1. Quels sont les six nombres figurant sur le deuxième dé ? Quels sont les six nombres figurant sur le troisième dé ?

2. Zoé choisit le troisième dé et le lance. Elle met au carré le nombre obtenu.
Léo choisit le premier dé et le lance. Il met au carré le nombre obtenu.
   a. Zoé a obtenu un carré égal à 25. Quel était le nombre lu sur le dé qu'elle a lancé ?
   b. Quelle est la probabilité que Léo obtienne un carré supérieur à celui obtenu par Zoé ?

3. Mohamed choisit un des trois dés et le lance quatre fois de suite. Il multiplie les quatre nombres obtenus et obtient 525.
   a. Peut-on déterminer les nombres obtenus lors des quatre lancers ? Justifier.
   b. Peut-on déterminer quel est le dé choisi par Mohamed ? Justifier.

Exercice 2 (18 points)

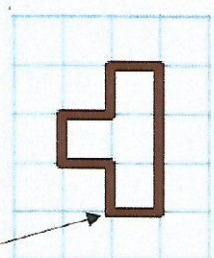
« S'orienter à 90 » signifie que l'on se tourne vers la droite.

Mathieu, Pierre et Elise souhaitent tracer le motif ci-dessous à l'aide de leur ordinateur. Ils commencent tous par le **script commun** ci-dessous, mais écrivent un script **Motif** différent.

Script commun aux trois élèves

```
Quand [drapeau] est cliqué
aller à x: (-160) y: (-100)
s'orienter à (90)
effacer tout
mettre la taille du stylo à (4)
stylo en position d'écriture
Motif
```

Motif



Point de départ

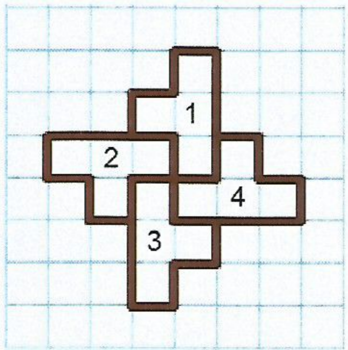
Le quadrillage a des carreaux qui mesurent 10 pixels de côté.

Motif de Mathieu	Motif de Pierre	Motif d'Elise

définir Motif
avancer de 10
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 30
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 20
répéter 2 fois
  tourner ↺ de 90 degrés
  avancer de 10
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de 20
	définir Motif
	avancer de 10
	tourner ↺ de 90 degrés
	avancer de 30
	répéter 2 fois
	  tourner ↺ de 90 degrés
	  avancer de 10
	  tourner ↺ de 90 degrés
	  avancer de 10
	  tourner ↺ de 90 degrés
	  avancer de 10
	tourner ↺ de 90 degrés
		définir Motif
		avancer de 10
		tourner ↺ de 90 degrés
		avancer de 30
		répéter 2 fois
		  tourner ↺ de 90 degrés
		  avancer de 10
		  tourner ↺ de 90 degrés
		  avancer de 10
		  tourner ↻ de 90 degrés
		  avancer de 10
		tourner ↺ de 90 degrés

1. Tracer le motif de Mathieu en prenant comme échelle : 1 cm pour 10 pixels.
2. Quel élève a un script permettant d'obtenir le motif souhaité ? On ne demande pas de justifier.
3.
   a. On utilise ce motif pour obtenir la figure ci-contre.

   Quelle transformation du plan permet de passer à la fois du motif 1 au motif 2, du motif 2 au motif 3 et du motif 3 au motif 4 ?



   b. Modifier le **script commun** à partir de la ligne 7 incluse pour obtenir la figure voulue. On écrira sur la copie uniquement la partie modifiée. Vous pourrez utiliser certaines ou toutes les instructions suivantes :

   répéter ◯ fois | Motif | tourner ↺ de ◯ degrés | avancer de ◯ | tourner ↻ de ◯ degrés

4. Un élève trace les deux figures A et B que vous trouverez en **ANNEXE 1.1**
   Placer sur cette annexe, **qui est à rendre avec la copie**, le centre O de la symétrie centrale qui transforme la figure A en figure B.

Exercice 3 **(17 points)**

Le premier juillet 2018, la vitesse maximale autorisée sur les routes à double sens de circulation, sans séparateur central, a été abaissée de 90 km/h à 80 km/h.

En 2016, 1911 personnes ont été tuées sur les routes à double sens de circulation, sans séparateur central, ce qui représente environ 55 % des décès sur l'ensemble des routes en France.

Source : www.securite-routiere.gouv.fr

1.

   a. Montrer qu'en 2016, il y a eu environ 3475 décès sur l'ensemble des routes en France.

   b. Des experts ont estimé que la baisse de la vitesse à 80 km/h aurait permis de sauver 400 vies en 2016. De quel pourcentage le nombre de morts sur l'ensemble des routes de France aurait-il baissé ? Donner une valeur approchée à 0,1% près.

2. En septembre 2018, des gendarmes ont effectué une série de contrôles sur une route dont la vitesse maximale autorisée est 80 km/h. Les résultats ont été entrés dans un tableur dans l'ordre croissant des vitesses. Malheureusement, les données de la colonne B ont été effacées.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	vitesse relevée (km/h)		72	77	79	82	86	90	91	97	TOTAL
2	nombre d'automobilistes	2	2	10	6	1	7	4	3	6	

   a. Calculer la moyenne des vitesses des automobilistes contrôlés qui ont dépassé la vitesse maximale autorisée. Donner une valeur approchée à 0,1 km/h près.

   b. Sachant que l'étendue des vitesses relevées est égale à 27 km/h et que la médiane est égale à 82 km/h, quelles sont les données manquantes dans la colonne B ?

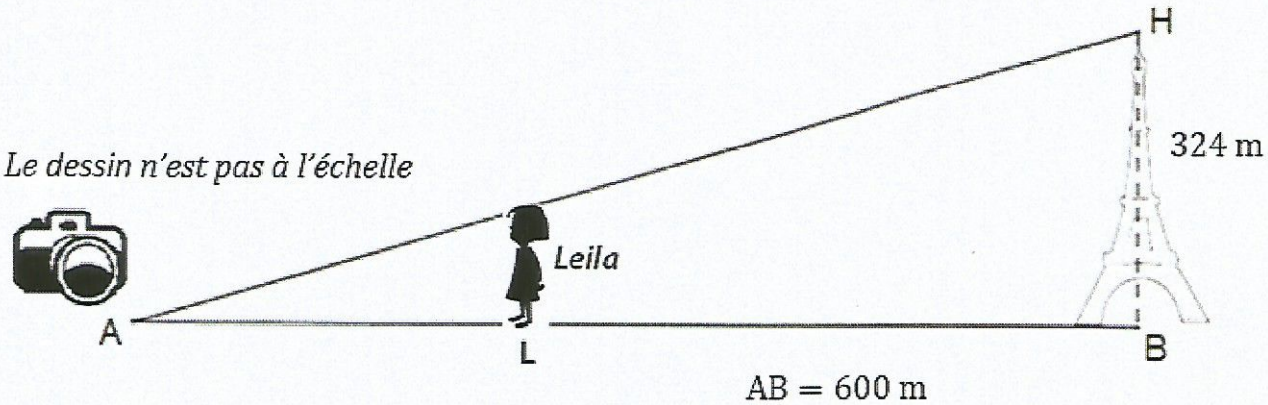
   c. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule K2 pour obtenir le nombre total d'automobilistes contrôlés ?

Exercice 4 **(10 points)**

Leila est en visite à Paris. Aujourd'hui, elle est au Champ de Mars où l'on peut voir la tour Eiffel dont la hauteur totale BH est 324 m.

Elle pose son appareil photo au sol à une distance $AB = 600$ m du monument et le programme pour prendre une photo (voir le dessin ci-dessous).

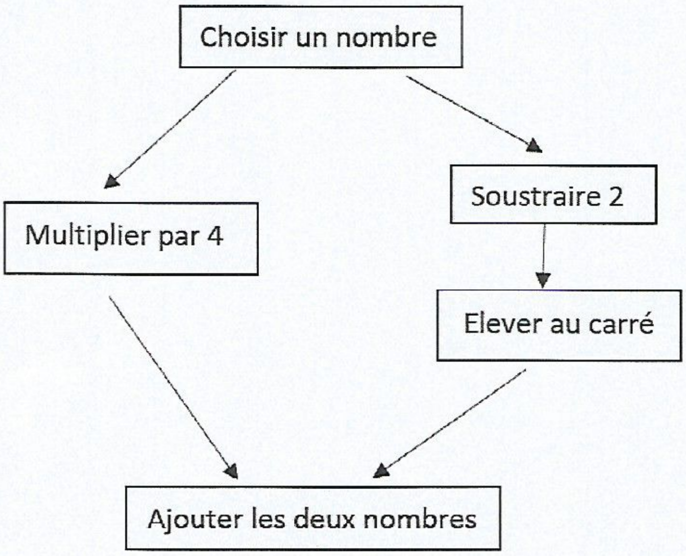
1. Quelle est la mesure, au degré près, de l'angle $\widehat{HAB}$?
2. Sachant que Leila mesure 1,70 m, à quelle distance AL de son appareil doit-elle se placer pour paraître aussi grande que la tour Eiffel sur sa photo ?
   Donner une valeur approchée du résultat au centimètre près.



Exercice 5 (22 points)

Voici deux programmes de calcul :

PROGRAMME A



PROGRAMME B

- Choisir un nombre
- Calculer son carré
- Ajouter 6 au résultat.

1.
   a. Montrer que, si l'on choisit le nombre 5, le résultat du programme A est 29.

   b. Quel est le résultat du programme B si on choisit le nombre 5 ?

2. Si on nomme x le nombre choisi, expliquer pourquoi le résultat du programme A peut s'écrire $x^2 + 4$.

3. Quel est le résultat du programme B si l'on nomme x le nombre choisi ?

4. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier les réponses et écrire les étapes des éventuels calculs :

   a. « Si l'on choisit le nombre $\frac{2}{3}$, le résultat du programme B est $\frac{58}{9}$. »

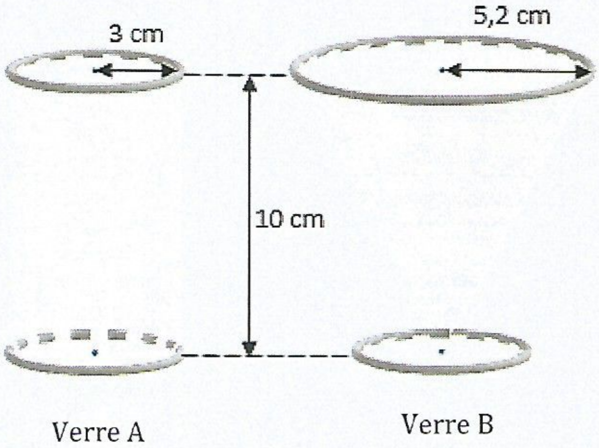
   b. « Si l'on choisit un nombre entier, le résultat du programme B est un nombre entier impair. »

   c. « Le résultat du programme B est toujours un nombre positif. »

   d. « Pour un même nombre entier choisi, les résultats des programmes A et B sont ou bien tous les deux des entiers pairs, ou bien tous les deux des entiers impairs. »

Exercice 6 **(20 points)**

Pour servir ses jus de fruits, un restaurateur a le choix entre deux types de verres : un verre cylindrique A de hauteur 10 cm et de rayon 3 cm et un verre conique B de hauteur 10 cm et de rayon 5,2 cm.



Rappels :

- Volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h :
$$\pi \times r^2 \times h$$
- Volume d'un cône de rayon r et de hauteur h :
$$\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$
- $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$

Le graphique situé en **ANNEXE 1.2** représente le volume de jus de fruits dans chacun des verres en fonction de la hauteur de jus de fruits qu'ils contiennent.

1. Répondre aux questions suivantes à l'aide du graphique en **ANNEXE 1.2** :
   a. Pour quel verre le volume et la hauteur de jus de fruits sont-ils proportionnels ? Justifier.
   b. Pour le verre A, quel est le volume de jus de fruits si la hauteur est de 5 cm ?
   c. Quelle est la hauteur de jus de fruits si on en verse 50 cm^3 dans le verre B ?

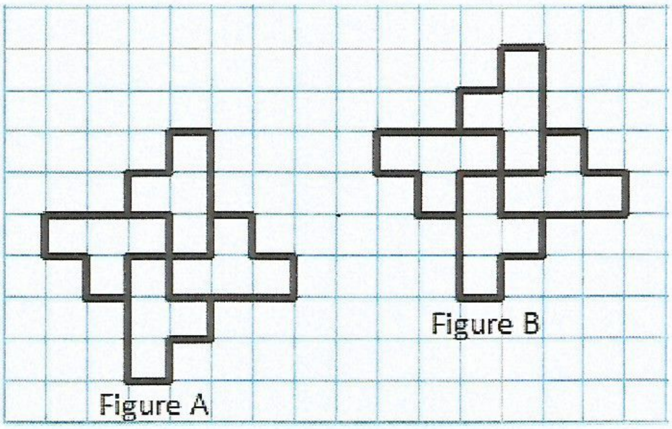
2. Montrer, par le calcul, que les deux verres ont le même volume total à 1 cm^3 près.

3. Calculer la hauteur du jus de fruits servi dans le verre A pour que le volume de jus soit égal à 200 cm^3. Donner une valeur approchée au centimètre près.

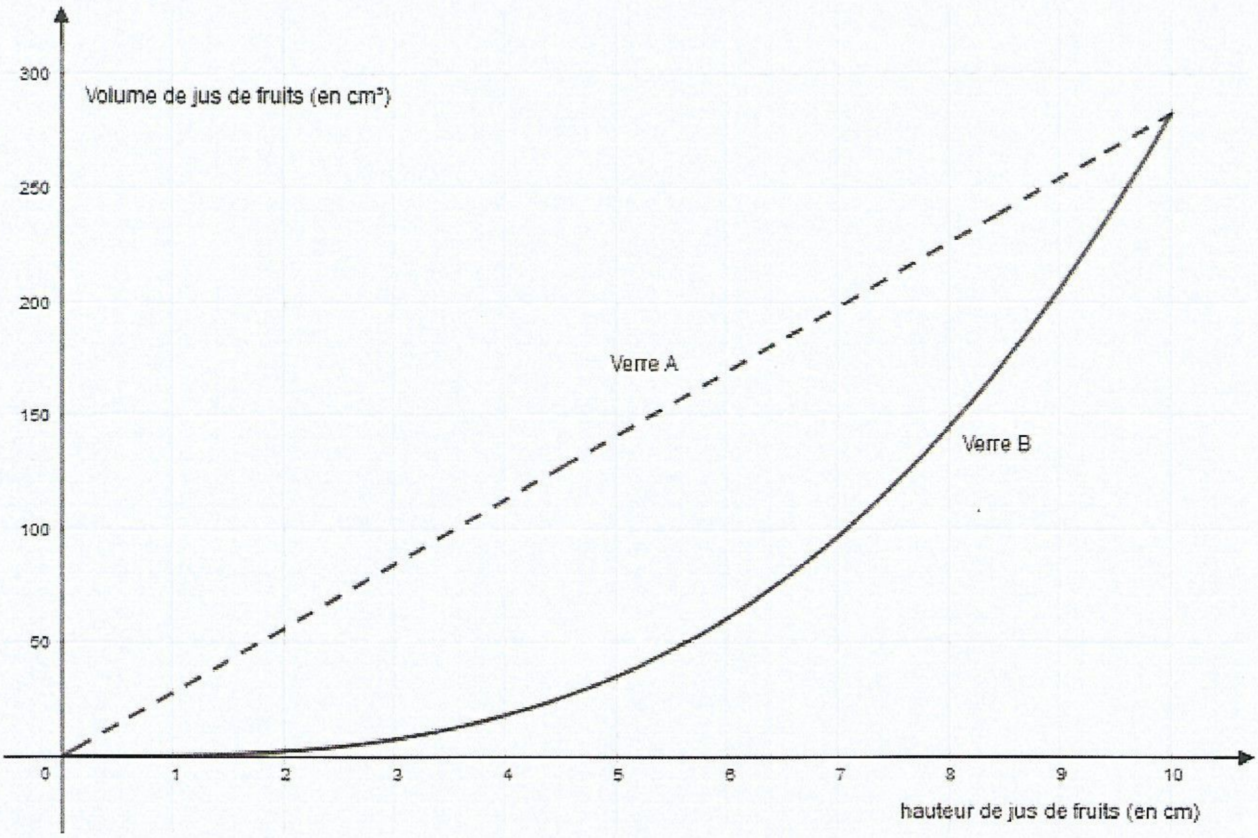
4. Un restaurateur sert ses verres de telle sorte que la hauteur du jus de fruits dans le verre soit égale à 8 cm.
   a. Par lecture graphique, déterminer quel type de verre le restaurateur doit choisir pour servir le plus grand nombre possible de verres avec 1 L de jus de fruits.
   b. Par le calcul, déterminer le nombre maximum de verres A qu'il pourra servir avec 1 L de jus de fruits.

ANNEXE 1 – A rendre avec la copie

ANNEXE 1.1



ANNEXE 1.2



BREVET 2019 — Mathématiques — Antilles-Guyane

Jeudi 27 juin 2019

Série générale

Correction

Cette correction est rédigée à des fins pédagogiques et didactiques. Il n'est pas demandé au candidat de justifier le raisonnement en donnant autant de détails. De nombreux commentaires ont été ajoutés pour aider à la préparation à cette épreuve. Il est même régulièrement proposé plusieurs alternatives pour une même réponse. Une seule réponse est attendue de la part du candidat. Pour la même raison, même quand le sujet indique explicitement que le raisonnement ne doit pas être justifié, des explications complémentaires ont été fournies.

Exercice n° 1 — Correction

Arithmétique — Probabilités (20)

1. Sur le deuxième dé sont écrits les nombres 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 et 11.

Sur le troisième dé sont écrits les nombres 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 et 13.

2.a. Comme $5^2 = 25$, Zoé a lu le nombre 5 sur le dé.

2.b. On se demande dans cette question si Léo à obtenu un nombre supérieur à 5. On considérera que supérieur veut dire strictement supérieur.
Le premier dé comprend les nombres 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12, parmi ces 6 nombres seuls 6 ; 8 ; 10 et 12 sont supérieurs à 5.

La probabilité cherchée est donc de $\dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3} \approx 0,67$ soit 67 %.

3.a. Il faut décomposer 525 en produit de facteurs premiers.

525	3
175	5
35	5
7	7
1	

$525 = 3 \times 5 \times 5 \times 7$

Cette décomposition est constituée de quatre facteurs premiers. Ils correspondent donc aux quatre lancers.

Mohammed a obtenu les nombres 3 ; 5 deux fois et 7.

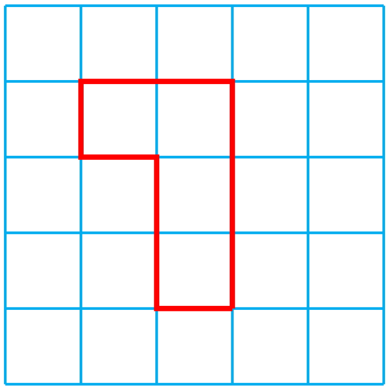
3.b. Les nombres 3, 5 et 7 sont à la fois impairs et premiers.

On ne peut pas déterminer lequel du deuxième ou du troisième dé a été choisi par Mohammed.

Exercice n° 2 — Correction

Scratch (20)

1.



2. On constate qu'il ne s'agit pas du script de Mathieu. Il reste celui de Pierre et celui d'Élise.

La différence entre ces deux scripts se trouve dans la boucle répétée 2 fois : il y a un « tourne à gauche »d'un côté et un « tourne à droite »de l'autre.

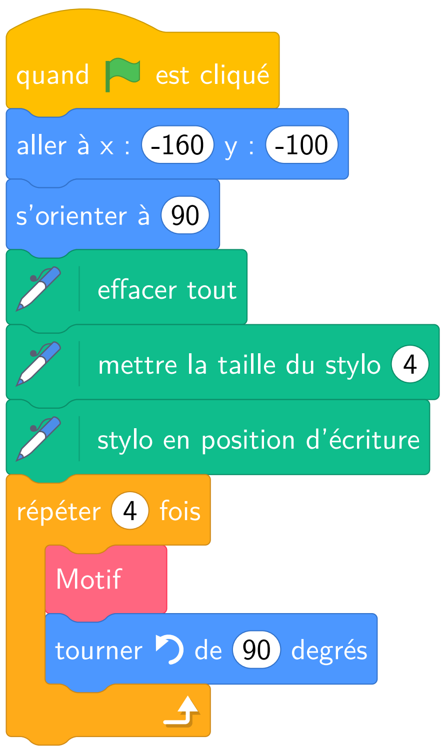
Le motif de Pierre tourne sur lui même.

Il s'agit du motif d'Élise.

3.a. Une rotation d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, dont le centre est celui de la figure.

3.b. La figure initiale est la figure 1. Il faut donc répéter quatre fois cette figure en la faisant tourner de 90° vers la gauche.

On obtient :

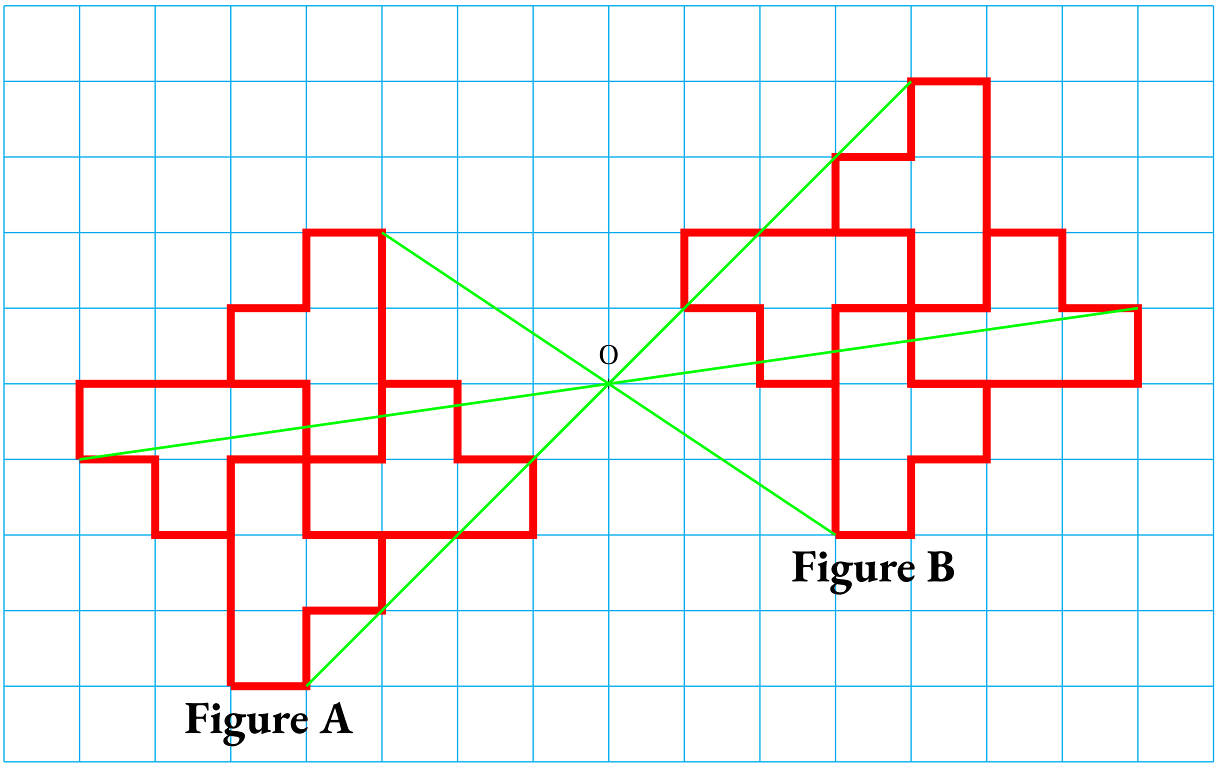


4.

ANNEXE 1.1

Le centre de symétrie est à l'intersection des droites reliant un point et son image.

Il s'agit du point O.



Exercice n° 3 — Correction

Pourcentages — Moyenne pondérée — Statistiques — Tableur (20)

1.a Nous savons que 1 911 représente 55 % du nombre totale de décès.

Il y a plusieurs méthode :

Tableau de proportionnalité

Nombre de tués sur route à double sens	1911	55
Nombre total de tués	$\dfrac{100 \times 1911}{55} \approx 3475$	100

Coefficient multiplicateur

On sait que le nombre x de décès vérifie l'équation suivante :

$$\begin{aligned} 0,55 \times x &= 1911 \\ x &= \frac{1911}{0,55} \\ x &\approx 3475 \end{aligned}$$

En partant de la solution donnée dans le sujet

On remarque que $3475 \times \dfrac{55}{100} = 1911,25 \approx 1911$

$\boxed{\text{Le nombre total de décès en 2016 est bien de 3 475.}}$

1.b. *Comme pour la question précédente on peut utiliser plusieurs méthodes :*

Tableau de proportionnalité

Nombre de décés	3 475	100
Nombre de décés évités	400	$\dfrac{400 \times 100}{3\,475} \approx 11,5$

Usage d'une fréquence

La fréquence du nombre de décès évité est $\dfrac{400}{3\,475} \approx 0,115$

Usage d'un coefficient de réduction

Le nombre de décés est donc passé de $3\,475$ à $3\,475 - 400 = 3\,075$.
On note x le coefficient de réduction, il vérifie l'équation suivante :

$$\begin{aligned} x \times 3475 &= 3\,075 \\ x &= \frac{3\,075}{3\,475} \\ x &\approx 0{,}885 \end{aligned}$$

Or $0{,}885 = 1 - 0{,}115 = 1 - \dfrac{11,5}{100}$

Le nombre de décès a diminué de 11, 5 %

2.a. Il faut effectuer les moyennes des vitesses pondérées par l'effectif correspondant :

$$\frac{82\ km/h \times 1 + 86\ km/h \times 7 + 90\ km/h \times 4 + 91\ km/h \times 3 + 97\ km/h \times 6}{1+7+4+3+6} = \frac{1\,899\,\text{km/h}}{21} \approx 90,4\ km/h$$

La moyenne des excès de vitesse est environ 90, 4 km/h.

2.b. L'étendue est de 27 km/h, cela signifie que l'écart entre la valeur maximale et la valeur minimale est de 27 km/h.
Or la valeur maximale est 97 km/h.
Ainsi la valeur minimale vaut 97 km/h − 27 km/h = 70 km/h.

La valeur médiane correspond à une vitesse qui divise l'effectif en deux groupes d'effectifs égaux.
Sans tenir compte de la première colonne, l'effectif est : $2+10+6+1+7+4+3+6 = 39$.
En observant la colonne qui correspond à 82 km/h on constate qu'il y a $7+4+3+6 = 20$ valeurs supérieures et $2+10+6 = 18$ valeurs inférieures.
Pour que 82 km/h soit la valeur médiane, il faut qu'il y ait 20 valeurs inférieurs : il en manque 2 !

Dans la cellule **B1** il faut écrire 70 km/h et 2 dans la cellule **B2**.

2.c. Il faut faire la somme de la ligne de **B2** à **J2**.

Il faut saisir : **=B2+C2+D2+E2+F2+G2+H2+I2+J2** ou **=SOMME(B2:J2)**

Exercice n° 4 — Correction

Trigonométrie — Théorème de Thalès (20)

1. Il est raisonnable de penser que la Tour Eiffel est verticale et donc perpendiculaire au sol.

Le triangle ABH est donc rectangle en H.
$\tan\widehat{\text{HAB}} = \dfrac{\text{BH}}{\text{BA}} = \dfrac{324\ m}{600\ m}$

À la calculatrice on arrive à $\boxed{\widehat{\text{HAB}} \approx 28° \text{ à un degré près.}}$

2. Nous notons T le point correspondant à la tête de Leila sur le segment [AH].
Les droites (AB) et (AH) sont sécantes en A, les droites (BH) et (LT) sont parallèles,
i 'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{AL}}{\text{AB}} = \frac{\text{AT}}{\text{AH}} = \frac{\text{LT}}{\text{BH}}$$

$$\frac{\text{AL}}{600\ m} = \frac{\text{AT}}{\text{AH}} = \frac{1,70\ m}{324\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$\text{AL} = \frac{600\ m \times 1,70\ m}{324\ m} \text{ d'où } \text{AL} = \frac{1\,020\,\text{m}^2}{324\ m} \text{ et } \text{AL} \approx 3,15\ m$$

$\boxed{\text{Leila doit se placer à environ } 3,15\ m \text{ au centimètre près.}}$

Exercice n° 5 — Correction

Programme de calcul — Calcul littéral — Fractions (20)

1.a. En partant du nombre 5, le **Programme A** donne successivement :
$5 \times 4 = 20$ et d'autre part $5 - 2 = 3$ puis $3^2 = 9$ et enfin $20 + 9 = 29$.

$\boxed{\text{En partant du nombre 5, le } \textbf{Programme A} \text{ donne bien 29.}}$

1.b. En partant du nombre 5, le **Programme B** donne successivement :
5 puis $5^2 = 25$ et enfin $25 + 6 = 31$.

$\boxed{\text{En partant du nombre 5, le } \textbf{Programme B} \text{ donne 31.}}$

2. Si on note x le nombre de départ, le **Programme A** donne successivement :
$x \times 4 = 4x$ et d'autre part $x - 2$ puis $(x-2)^2$.

On obtient finalement $4x + (x-2)^2$.

Développons $\text{A} = 4x + (x-2)^2$
$\text{A} = 4x + x^2 - 4x + 4$
J'ai utilisé l'identité remarquable mais on peut développer $(x-2)^2 = (x-2)(x-2)$ et la double distributivité.
$\text{A} = x^2 + 4$

$\boxed{\text{En partant du nombre générique } x\text{, le } \textbf{Programme A} \text{ donne } x^2 + 4.}$

3. Si on note x le nombre de départ, le **Programme B** donne successivement :
x puis x^2 et $x^2 + 6$.

$\boxed{\text{En partant du nombre générique } x\text{, le } \textbf{Programme B} \text{ donne } x^2 + 6.}$

4.a. Il faut calculer :

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 6 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} + 6 = \frac{4}{9} + \frac{6 \times 9}{9} = \frac{4}{9} + \frac{54}{9} = \frac{58}{9}$$

$\boxed{\textbf{Vraie}}$

4.b. Le résultat avec le **Programme B** est $x^2 + 6$.
En prenant $x = 2$ le résultat vaut $2^2 + 6 = 4 + 6 = 10$, c'est un nombre pair !

$\boxed{\textbf{Faux}}$

4.c. Pour x un nombre quelconque, on sait que x^2 est un nombre positif ou nul.
Ainsi $x^2 + 6$ est un nombre supérieur ou égal à 6.

Vraie

4.d. Pour x un nombre de départ, le **Programme A** donne $x^2 + 4$ et le **Programme B** donne $x^2 + 6$.

On peut vérifier que quelques exemples :
Pour $x = 3$, $3^2 + 4 = 9 + 4 = 13$ et $3^2 + 6 = 9 + 6 = 15$.
Pour $x = 4$, $4^2 + 4 = 16 + 4 = 20$ et $4^2 + 6 = 16 + 6 = 22$.

Cette conjecture semble vraie !

Si on calcule la différence de ces deux programmes pour un nombre générique x on obtient :
$(x^2 + 6) - (x^2 + 4) = 2$.

L'écart entre ces nombres est 2. Si l'un de ces nombres est pair, alors l'autre aussi. Si l'un de ces nombres est impair, l'autre aussi.

Vraie

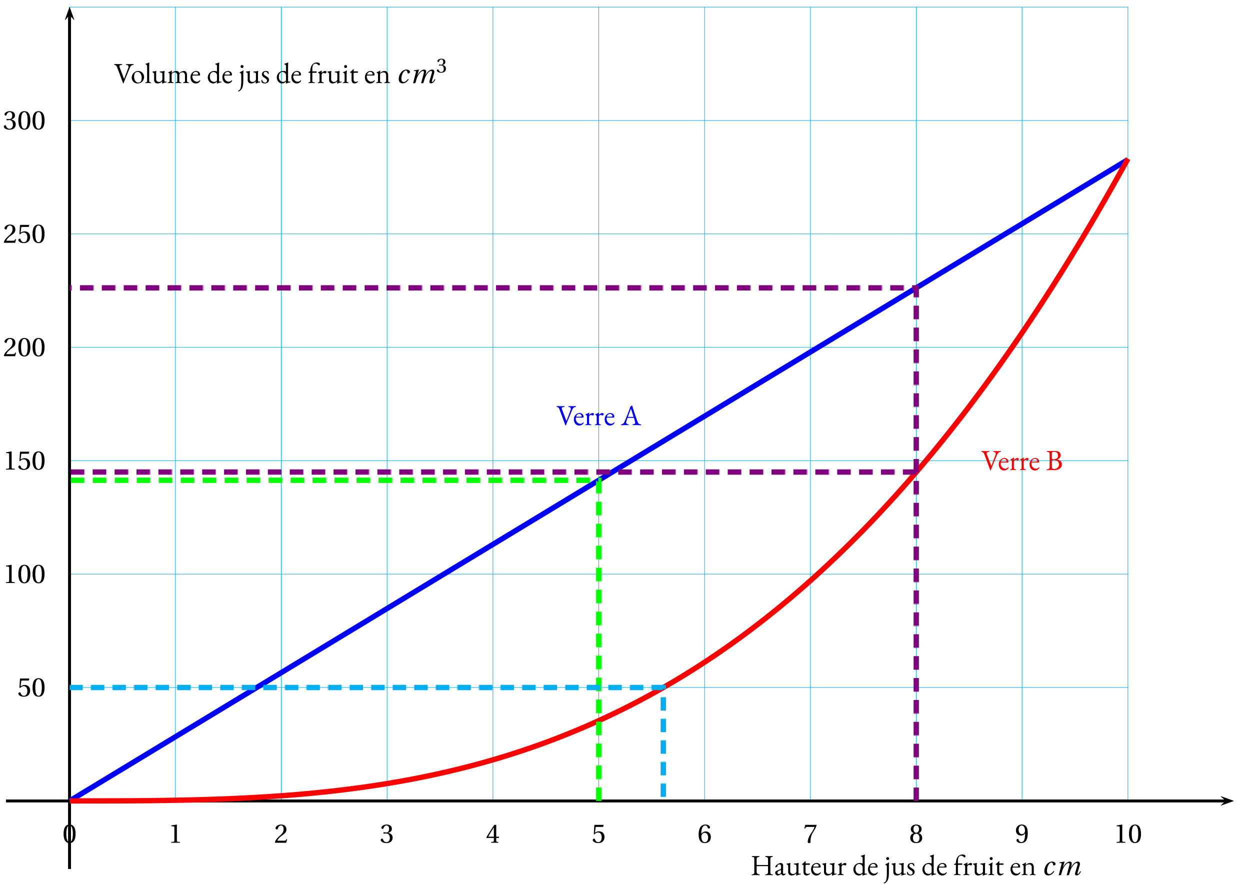
Exercice n° 6 — Correction

Volume du cône — Volume du cylindre (20)

1.a. On sait que la représentation graphique de deux grandeurs proportionnelles est une droite passant par l'origine du repère.

Pour le **Verre A** le volume est proportionnel à la hauteur.

ANNEXE 1.2



1.b. Le volume est d'environ 140 cm^3.

Une valeur approchée obtenue par le calcul vaut environ 141,37 cm^3 *au centième près.*

1.c. La hauteur mesure environ 5,6 cm

Une valeur approchée obtenue par le calcul vaut environ 5,61 cm *au centième près.*

2. Calculons le volume de chaque verre.

Verre A : le volume vaut $\pi \times (3\ cm)^2 \times 10\ cm = 90\pi\ cm^3 \approx 282,74\ cm^3$.

Verre B : le volume vaut $\dfrac{1}{3} \times \pi \times (5,2\ cm)^2 \times 10\ cm = \dfrac{270,4}{3}\pi\ cm^3 \approx 283,16\ cm^3$.

Comme $283,16\ cm^3 - 282,74\ cm^3 = 0,42\ cm^3$

Les deux verres ont le même volume à $1\ cm^3$ près.

3. Notons h la hauteur de jus dans le verre A. Le volume de jus de fruit en fonction de la hauteur est donné par l'expression :

$$3^2 \times \pi \times h = 9\pi h$$

Il faut donc résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 9\pi h &= 200 \\ h &= \frac{200}{9\pi} \\ h &\approx 7 \end{aligned}$$

En servant environ $7\ cm$ de jus de fruit, le volume est de $200\ cm^3$ dans le verre A.

4.a. La hauteur de jus de fruit dans chaque verre est de $8\ cm$.
On lit graphiquement (en violet) que cela remplit le verre A d'environ $230\ cm^3$ et le verre B d'environ $150\ cm^3$.
Pour servir un maximum de verre, il faut choisir celui qui contient le moins de jus de fruit !

Il faut choisir le verre B.

4.b. Calculons le volume de jus de fruit dans le verre A pour une hauteur de $8\ cm$.
Le volume vaut : $(3\ cm)^2 \times \pi \times 8\ cm = 72\pi\ cm^3$.

On sait que $1\ \text{L} = 1\ dm^3 = 1\,000\ cm^3$. Or $\dfrac{1\,000\ cm^3}{72\pi\ cm^3} \approx 4,4$.

On peut remplir au maximum quatre verre A avec 1 L de jus de fruits.

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET
SESSION 2019

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.

Ce sujet comporte **6** pages numérotées de la page **1/6** à la page **6/6.**

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le sujet est constitué de sept exercices indépendants.

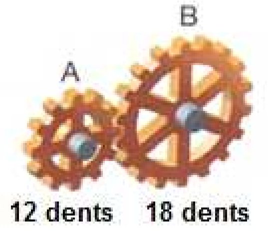
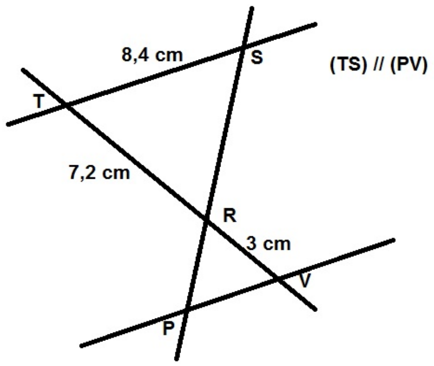
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1	12 points
Exercice 2	20 points
Exercice 3	15 points
Exercice 4	12 points
Exercice 5	14 points
Exercice 6	12 points
Exercice 7	15 points

L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction.
Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non aboutis.

Exercice 1 (12 points)

Dans ce questionnaire à choix multiples, pour chaque question des réponses sont proposées, une seule est exacte. Sur la copie, écrire le numéro de la question et recopier la bonne réponse.
Pour la question 4, une justification est attendue.

Questions	**A**	**B**	**C**
1) La décomposition en produit de facteurs premiers de 24 est :	$2 \times 3 \times 4$	$2 \times 2 \times 2 \times 3$	$2 \times 2 \times 6$
2) Lequel de ces nombres est premier ?	2 255	8 191	7 113
3) La roue B fait 2 tours, combien de tours fait la roue A ? 	3 tours	4 tours	5 tours
4) Pour cette question, une **justification est attendue**. 	PV = 3 cm	PV = 20,16 cm	PV = 3,5 cm

Exercice 2 (20 points)

1. On a utilisé une feuille de calcul pour obtenir les images de différentes valeurs de x par une fonction affine *f*.

   Voici une copie de l'écran obtenu :

   B2 f_x =3*B1-4

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	***x***	-2	-1	0	1	2	3	4
2	***f(x)***	-10	-7	-4	-1	2	5	8

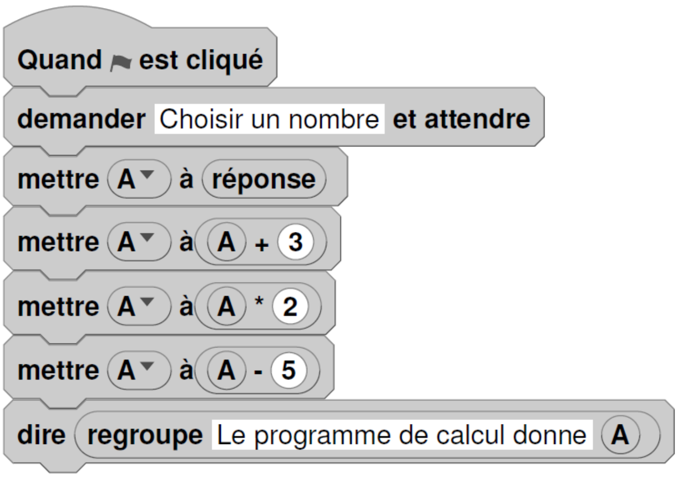
   a) Quelle est l'image de – 1 par la fonction *f* ?

   b) Quel est l'antécédent de 5 par la fonction *f* ?

   c) Donner l'expression de $f(x)$.

   d) Calculer *f(10)*.

2. On donne le programme suivant qui traduit un programme de calcul.



   a) Écrire sur votre copie les deux dernières étapes du programme de calcul :

   - Choisir un nombre.
   - Ajouter 3 à ce nombre.
   - …..
   - …..

   b) Si on choisit le nombre 8 au départ, quel sera le résultat ?

   c) Si on choisit x comme nombre de départ, montrer que le résultat obtenu avec ce programme de calcul sera $2x + 1$.

   d) Quel nombre doit-on choisir au départ pour obtenir 6 ?

3. Quel nombre faudrait-il choisir pour que la fonction *f* et le programme de calcul donnent le même résultat ?

Exercice 3 (15 points)

Sam préfère les bonbons bleus.

Dans son paquet de 500 bonbons, 150 sont bleus, les autres sont rouges, jaunes ou verts.

1. Quelle est la probabilité qu'il pioche au hasard un bonbon bleu dans son paquet ?
2. 20 % des bonbons de ce paquet sont rouges. Combien y a-t-il de bonbons rouges ?
3. Sachant qu'il y a 130 bonbons verts dans ce paquet, Sam a-t-il plus de chance de piocher au hasard un bonbon vert ou un bonbon jaune ?
4. Aïcha avait acheté le même paquet il y a quinze jours, il ne lui reste que 140 bonbons bleus, 100 jaunes, 60 rouges et 100 verts. Elle dit à Sam : « Tu devrais piocher dans mon paquet, plutôt que dans le tien, tu aurais plus de chance d'obtenir un bleu ».
   A-t-elle raison ?

Exercice 4 (12 points)

La pyramide du Louvre à Paris est une pyramide à base carrée de côté 35,4 m et de hauteur 21,6 m.

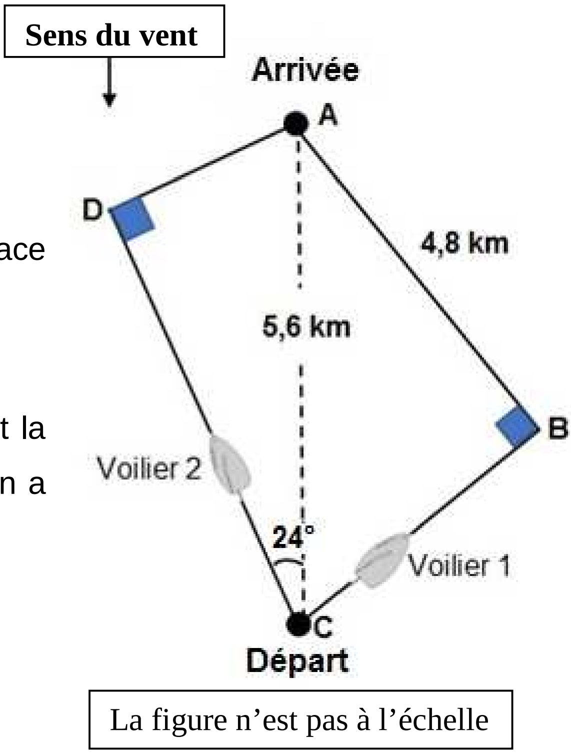
C'est une réduction de la pyramide de Khéops en Egypte, qui mesure environ 230,5 m de côté.

1. Montrer que la hauteur de la pyramide de Khéops est d'environ 140,6 m.
2. Calculer le volume en m^3 de la pyramide du Louvre. *(Arrondir à l'unité)*
3. Par quel nombre peut-on multiplier le volume de la pyramide du Louvre pour obtenir celui de la pyramide de Khéops ? *(Arrondir à l'unité)*

Rappel :

Volume d'une pyramide = $\dfrac{\textit{Aire de la base} \times \textit{Hauteur}}{3}$

Exercice 5 (14 points)



Lorsqu'un voilier est face au vent, il ne peut pas avancer.

Si la destination choisie nécessite de prendre une direction face au vent, le voilier devra progresser en faisant des zigzags.

Comparer les trajectoires de ces deux voiliers en calculant la distance, en kilomètres et arrondie au dixième, que chacun a parcourue.

Exercice 6 (12 points)

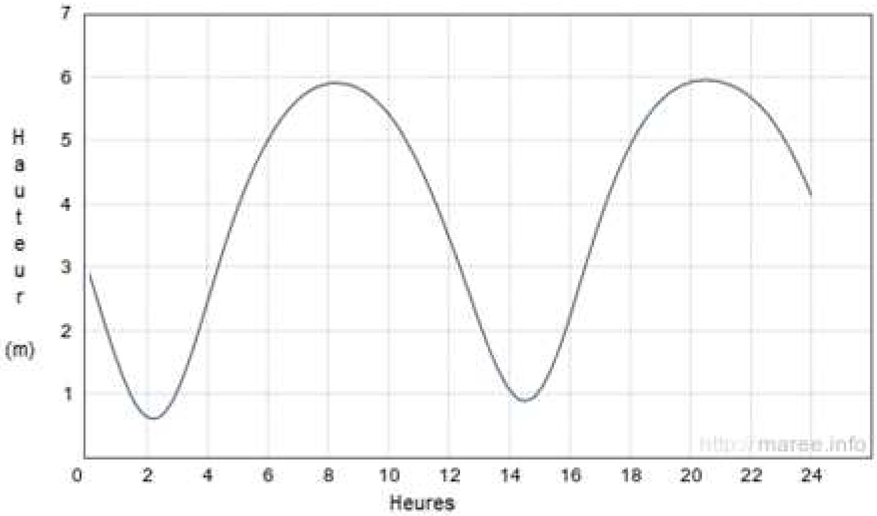
Le tableau ci-dessous regroupe les résultats de la finale du 200 m hommes des Jeux Olympiques de Rio de Janeiro en 2016, remporté par Usain BOLT en 19,78 secondes.

Rang	Athlète	Nation	Performance en seconde
1	U. Bolt	Jamaïque	19,78
2	A. De Grasse	Canada	20,02
3	C. Lemaitre	France	20,12
4	A. Gemili	Grande-Bretagne	20,12
5	C. Martina	Hollande	20,13
6	L. Merritt	USA	20,19
7	A. Edward	Panama	20,23
8	R. Guliyev	Turquie	20,43

1. Calculer la vitesse moyenne en m/s de l'athlète le plus rapide. Arrondir au centième.
2. Calculer la moyenne des performances des athlètes. Arrondir au centième.
3. En 1964 à Tokyo, la moyenne des performances des athlètes sur le 200 m hommes était de 20,68 s et l'étendue était de 0,6 s. En comparant ces résultats à ceux de 2016, qu'observe-t-on ?

Exercice 7 (15 points)

Le graphique ci-dessous donne les hauteurs d'eau au port de La Rochelle le mercredi 15 août 2018.



1. Quel a été le plus haut niveau d'eau dans le port ?

2. À quelles heures approximativement la hauteur d'eau a-t-elle été de 5 m ?

3. En utilisant les données du tableau ci-contre, calculer :

   a) Le temps qui s'est écoulé entre la marée haute et la marée basse.

   b) La différence de hauteur d'eau entre la marée haute et la marée basse.

	Heure	Hauteur (en m)
Marée haute	8h16	5,89
Marée basse	14h30	0,90

4. À l'aide des deux documents suivants, comment qualifier la marée du 15 août 2018 entre 8h16 et 14h30 à La Rochelle ?

Document 1 :

Le coefficient de marée peut être calculé de la façon suivante à La Rochelle :

$$C = \frac{H_h - H_b}{5,34} \times 100$$

Avec :

- H_h : hauteur d'eau à marée haute.
- H_b : hauteur d'eau à marée basse.

Document 2 :

Le coefficient de marée prend une valeur comprise entre 20 et 120.

- Une marée de coefficient supérieur à 70 est qualifiée de marée de vives-eaux.
- Une marée de coefficient inférieur à 70 est qualifiée de marée de mortes-eaux.

BREVET 2019 — Mathématiques — Polynésie française

Lundi 1 juillet 2019

Série générale

Correction

Cette correction est rédigée à des fins pédagogiques et didactiques. Il n'est pas demandé au candidat de justifier le raisonnement en donnant autant de détails. De nombreux commentaires ont été ajoutés pour aider à la préparation à cette épreuve. Il est même régulièrement proposé plusieurs alternatives pour une même réponse. Une seule réponse est attendue de la part du candidat. Pour la même raison, même quand le sujet indique explicitement que le raisonnement ne doit pas être justifié, des explications complémentaires ont été fournies.

Exercice nº 1 — Correction

Arithmétique — Théorème de Thalès (20)

1. Dans l'écriture $2 \times 3 \times 4$, 4 n'est pas un nombre premier.
De même 6 n'est pas premier dans l'écriture $2 \times 2 \times 6$.

$\boxed{24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \text{ est la décomposition en facteurs premiers. Réponse B.}}$

2. 2 255 est divisible par 5 puisque son chiffre des unités est 5.
7 113 est divisible par 3 puisque $7+1+1+3 = 12$ est divisible par 3.
Ni 2 255 ni 7 113 ne sont premiers !

$\boxed{8\,191 \text{ est premier. Réponse B}}$

On n'a pas démontré que 8 191 était premier. On a raisonné par élimination. En utilisation la fonction décomposition de la calculatrice, on peut vérifier que 8 191 est bien premier. Sinon, comme $\sqrt{8191} \approx 91$ il faut tester la division par les nombres premiers inférieurs à 91 !

3. Quand la roue B fait deux tours, elle fait passer $18 \times 2 = 36$ dents.
On voit que $36 = 3 \times 12$.

$\boxed{\text{La roue A fait 3 tours. Réponse A.}}$

4. Les droites (TV) et (PS) sont sécantes en R, les droites (TS) et (PV) sont parallèles,
i 'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{RT}{RV} = \frac{RS}{RP} = \frac{TS}{VP}$$

$$\frac{7,2\ cm}{3\ cm} = \frac{RS}{RP} = \frac{8,4\ cm}{VP}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$VP = \dfrac{8,4\ cm \times 3\ cm}{7,2\ cm}$ d'où $VP = \dfrac{25,2\ cm^2}{7,2\ cm}$ et $VP = 3,5\ cm$

$\boxed{VP = 3,5\ cm \text{ donc Réponse C.}}$

Exercice nº 2 — Correction

Tableur — Scratch — Programme de calcul — Calcul littéral — Équation du premier degré (20)

1.a. $\boxed{\text{En lisant le tableau on constate que l'image de } -1 \text{ par } f \text{ est } -7.}$

1.b. $\boxed{\text{En lisant le tableau on constate qu'un antécédent de 5 par } f \text{ est 3.}}$

1.c. $\boxed{\text{En lisant le tableau on constate que } f(x) = 3x - 4.}$

1.d. $f(10) = 3 \times 10 - 4 = 30 - 4 = 26$.

$\boxed{f(10) = 26.}$

2.a.

- Choisir un nombre;
- ajouter 3 à ce nombre;
- multiplier le résultat précédent par 2;
- retirer 5 au résultat précédent.

2.b. En prenant 8 pour nombre de départ, on obtient successivement :
$8+3=11$ puis $11\times 2=22$ et enfin $22-5=17$.

En prenant 8 comme nombre de départ on obtient finalement 17.

2.c. En prenant x comme nombre générique de départ on obtient successivement :
$x+3$ puis $(x+3)\times 2=2x+6$ puis $2x+6-5=2x+1$.

En partant d'un nombre générique x on obtient bien $2x+1$ à la fin.

2.d. *On peut utiliser deux méthodes : résoudre une équation ou remonter le programme.*

Résolution d'une équation :

$$\begin{aligned}2x+1&=6\\2x+1-1&=6-1\\2x&=5\\x&=\frac{5}{2}\\x&=2,5\end{aligned}$$

Remontée du programme :

Le résultat final est 6 dont à l'étape précédente on avait $6+5=11$.
Ainsi à la pénultième étape nous avions $11\div 2=5,5$.
Et pour terminer le nombre de départ doit être $5,5-3=2,5$.

Vérification :

En prenant $2,5$ pour nombre de départ on obtient successivement :
$2,5+3=5,5$ puis $5,5\times 2=11$ et enfin $11-5=6$.

En prenant $2,5$ au départ le résultat final est 6.

3. Il faut résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned}f(x)&=2x+1\\3x-4&=2x+1\\3x-4+4&=2x+1+4\\3x&=2x+5\\3x-2x&=2x+5-2x\\x&=5\end{aligned}$$

Vérification :

$f(5)=3\times 5-4=15-4=11$
$2\times 5+1=10+1=11$

Pour $x=5$ la fonction f et le programme de calcul donnent le même résultat final.

Exercice n° 3 — Correction

Probabilités — Pourcentages (20)

1. Nous faisons l'hypothèse que les bonbons sont indiscernables au toucher et qu'ainsi toutes les issues possibles sont équiprobables.
Il y a 500 bonbons en tout dont 150 bleus.

La probabilité cherchée est $\dfrac{150}{500} = \dfrac{3}{10} = 0,3$ soit 30 %

2. $\dfrac{20}{100} \times 500 = 0,20 \times 500 = 100.$ Il y a 100 bonbons rouges dans ce paquet.

3. On sait qu'il y a 150 bonbons bleus, 100 bonbons rouges, 130 bonbons verts.
$150 + 100 + 130 = 380$ et $500 - 380 = 120$.

Il y a donc 120 bonbons jaunes. Il y a donc moins de bonbons jaunes que de bonbons verts.

Sam a plus de chance d'obtenir un bonbon vert qu'un bonbon jaune.

4. Sam à $\dfrac{3}{10} = 0,3$ soit 30 % de chance de choisir un bonbon bleu dans son paquet.
Comme $140 + 100 + 60 + 100 = 400$, il reste à Aïcha 400 bonbons dont 140 bleus.
$\dfrac{140}{400} = \dfrac{7}{20} = 0,35$ soit 35 %.

Aïcha a raison, Sam a plus de chance de choisir un bonbon bleu dans son paquet.

Exercice n° 4 — Correction

Volume de la pyramide — Agrandissement / Réduction (20)

1. Comme la pyramide du Louvre est une réductions de la pyramide de Khéops, cela signifie que les mesures de ces deux pyramides sont proportionnelles.

	Hauteur	Côté
Mesures de la pyramide du Louvre	$21,6\ m$	$35,4\ m$
Mesure de la pyramide de Khéops	$\dfrac{230,5\ m \times 21,6\ m}{35,4\ m} \approx 140,6\ m$	$230,5\ m$

La hauteur de la pyramide de Khéops est d'environ $140,6\ m$.

On pouvait aussi calculer le coefficient d'agrandissement en calculant le quotient $\dfrac{230,5\ m}{21,6\ m} \approx 6,51$.
Cela signifie que la pyramide de Khéops est $6,51$ *fois plus grande que la pyramide du Louvre.*
Ensuite $6,51 \times 21,6\ m \approx 140,6\ m$.
Attention cependant, cette méthode est très sensible à l'arrondi du coefficient. En choisissant $6,5$ *on obtient* $140,4\ m$ *!*

2. On applique la formule proposée :
$$\text{Volume de la pyramide du Louvre} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$
La base de la pyramide est un carré de côté $35,4\ m$.
$\text{Aire de la base} = (35,4\ m)^2 = 1\,253,16\ m^2$
$$\text{Volume de la pyramide du Louvre} = \frac{1\,253,16\ m^2 \times 21,6\ m}{3} = 9\,022,752\ m^3$$
À l'unité près, le volume de la pyramide du Louvre est d'environ $9\,023\ m^3$.

3. *Il y a deux méthodes : utiliser le coefficient d'agrandissement ou passer par le volume.*
Calcul du volume de la pyramide de Khéops :
$$\text{Volume de la pyramide de Khéops} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3} = \frac{(230,5\ m)^2 \times 140,6\ m}{3} = 2\,490\,038\ m^3$$
Calculons le quotien des deux volumes : $\dfrac{2\,490\,038\ m^3}{9\,023\ m^3} \approx 276$

Usage du coefficient d'agrandissement :

On a vu un peu plus haut que le coefficient d'agrandissement des longueurs vaut : $\dfrac{230,5\ m}{35,4\ m} \approx 6,51$.

On sait que : **si les longueurs d'un solide sont multipliées par k alors son volume est multiplié par k^3.**
Le coefficient d'agrandissement du volume est donc environ $6,51^3 = 275,8945 \approx 276$.

$\boxed{\text{Il faut multiplier par 276 le volume de la pyramide du Louvre pour obtenir celui de la pyramide de Khéops.}}$

Exercice n° 5 — Correction

Tâche complexe — Trigonométrie — Théorème de Pythagore (20)

Trajectoire du voilier 1 :

Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{BA}^2 + \mathrm{BC}^2 = \mathrm{AC}^2$$
$$4,8^2 + \mathrm{BC}^2 = 5,6^2$$
$$23,04 + \mathrm{BC}^2 = 31,36$$
$$\mathrm{BC}^2 = 31,36 - 23,04$$
$$\mathrm{BC}^2 = 8,32$$
$$\mathrm{BC} = \sqrt{8,32}$$
$$\mathrm{BC} \approx 2,9$$

Ainsi la trajectoire du voilier 1 a une longueur d'environ : $2,9\ km + 4,8\ km = 7,7\ km$.

Trajectoire du voilier 2 :

Dans le triangle ADC rectangle en D,

$$\cos\widehat{\mathrm{ACD}} = \frac{\mathrm{CD}}{\mathrm{CA}}$$
$$\cos 24° = \frac{\mathrm{CD}}{5,6\ km}$$
$$\mathrm{CD} = 5,6\ km \cos 24°$$
$$\mathrm{CD} \approx 5,1\ km$$

$$\sin\widehat{\mathrm{ACD}} = \frac{\mathrm{DA}}{\mathrm{CA}}$$
$$\sin 24° = \frac{\mathrm{DA}}{5,6\ km}$$
$$\mathrm{DA} = 5,6\ km \cos 24°$$
$$\mathrm{DA} \approx 2,3\ km$$

On pouvait aussi utiliser le théorème de Pythagore pour calculer le côté DA.
Dans le triangle ADC rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{DA}^2 + \mathrm{DC}^2 = \mathrm{AC}^2$$
$$\mathrm{DA}^2 + 5,1^2 = 5,6^2$$
$$\mathrm{DA}^2 + 26,01 = 31,36^2$$

$$DA^2 = 31,36 - 26,01$$

$$DA^2 = 5,35$$

$$DA = \sqrt{5,35}$$

$$DA \approx 2,3$$

Ainsi la trajectoire du voilier 2 a une longueur d'environ : $5,1\ km + 2,3\ km = 7,4\ km$.

$\boxed{\text{Le voilier 1 parcoure } 7,7\ km\text{, c'est un peu plus que le voilier 2 qui parcoure } 7,4\ km.}$

Exercice n° 6 — Correction

Vitesse — Moyenne — Statistiques (20)

1. Usain Bolt a parcouru $200\ m$ en $19,78\ s$. Pour calculer la vitesse moyenne on considère que le temps et la distance sont proportionnels.

Temps	$19,78\ s$	$1\ s$
Distance	$200\ m$	$\dfrac{1\ s \times 200\ m}{19,78\ s} \approx 10,11$

On pouvait évidemment passer par un retour à l'unité !

$\dfrac{200\ m}{19,78} \approx 10,11\ m$

$\boxed{\text{Usain Bolt a parcouru } 200\ m \text{ à la vitesse moyenne de } 10,11\ m/s.}$

2. Il faut calculer $\dfrac{19,78\ s + 20,02\ s + 20,12\ s + 20,12\ s + 20,13\ s + 20,19\ s + 20,23\ s + 20,43\ s}{8} = \dfrac{161,02\ s}{8} = 20,1265\ s$

$\boxed{\text{La moyenne des performances des athlètes est d'environ } 20,13\ s.}$

3. Calculons l'étendue pour 2016 : $20,43\ s - 19,78\ s = 0,65\ s$

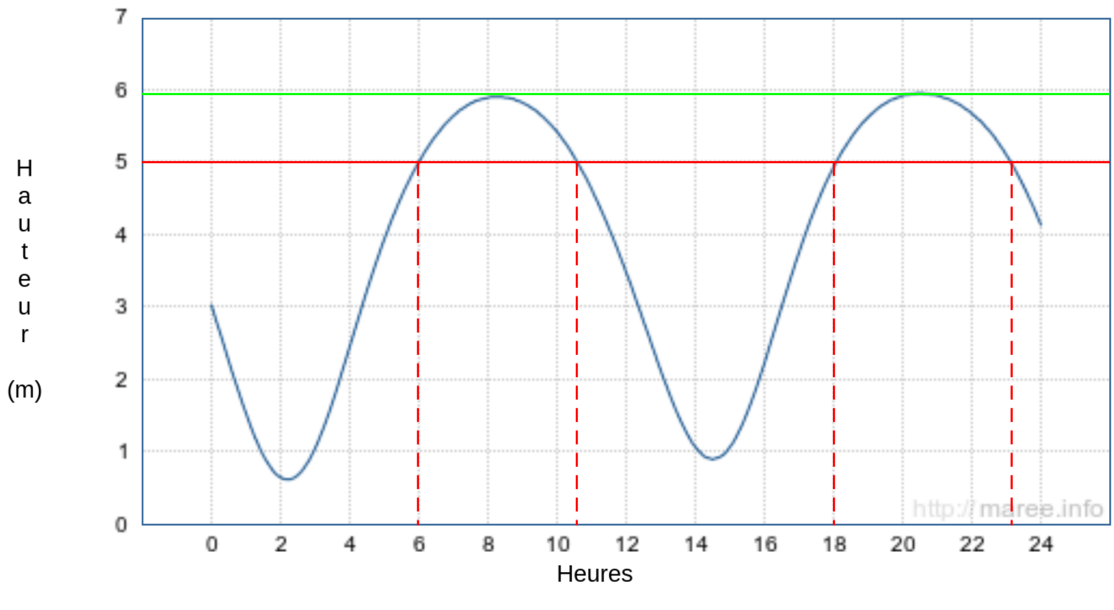
$\boxed{\text{La moyenne a progressé de près de } 0,55\ s \text{ mais l'étendue, l'écart entre le meilleur et le moins rapide, n'a pas évolué !}}$

Exercice n° 7 — Correction

Tâche complexe — Lecture graphique — Expression littérale (20)

1. $\boxed{\text{Le niveau d'eau le plus haut correspond à } 6\ m.}$

2.



$\boxed{\text{La hauteur d'eau a été de 5 } m \text{ à environ 6 } h\text{, 10 } h \text{ 30 } min\text{, 18 } h \text{ et 23 } h \text{ 15 } min.}$

3.a Il faut soustraire 14 h 30 min et 8 h 16 min.
Il y a 44 min entre 8 h 16 min et 9 h. Il y a 5 h entre 9 h et 14 h. Il reste enfin 30 min entre 14 h et 14 h 30 min.

$\boxed{\text{Il s'est écoulé } 44\ min + 5\ h + 30\ min = 6\ h\ 14\ min \text{ entre la marée haute et la marée basse.}}$

3.b. $\boxed{\text{La différence de hauteur d'eau est } 5,89\ m - 0,90\ m = 4,99\ m.}$

4. En utilisant le **Document 1**, calculons le coefficient de marée.

$$C = \frac{5,89\ m - 0,90\ m}{5,34} \times 100 = \frac{4,99}{5,34} \times 100 \approx 93$$

C'est un coefficient de marée supérieur à 70.

$\boxed{\text{On peut qualifier cette marée de vives-eaux.}}$

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2019

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte **6** pages numérotées de la page **1 sur 6** à la page **6 sur 6**.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le sujet est constitué de six exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1	10 points
Exercice 2	19 points
Exercice 3	17 points
Exercice 4	19 points
Exercice 5	18 points
Exercice 6	17 points

L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction. Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non aboutis.

Exercice 1 **(10 points)**

Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1 150 perles et 4 140 pièces d'or.

1. Décomposer 69 ; 1 150 et 4 140 en produits de facteurs premiers.

2. Le capitaine partage équitablement le trésor entre les marins.

Combien y-a-t-il de marins sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués ?

Exercice 2 **(19 points)**

Dans cet exercice, on donnera, si nécessaire, une valeur approchée des résultats au centième près.

Pour construire le décor d'une pièce de théâtre (*Figure 1*), Joanna dispose d'une plaque rectangulaire ABCD de 4 m sur 2 m dans laquelle elle doit découper les trois triangles du décor avant de les superposer. Elle propose un découpage de la plaque (*Figure 2*).

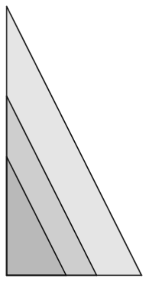


Figure 1

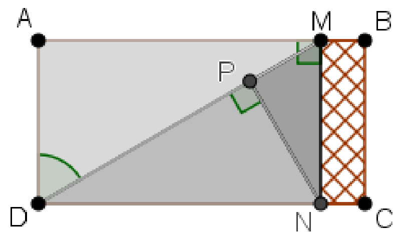


Figure 2

Le triangle ADM respecte les conditions suivantes :

- Le triangle ADM est rectangle en A
- $\mathrm{AD} = 2\ \mathrm{m}$
- $\widehat{\mathrm{ADM}} = 60°$

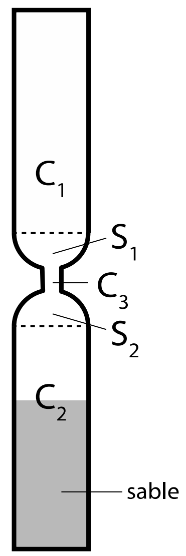
1. Montrer que $[\mathrm{AM}]$ mesure environ 3,46 m.

2. La partie de la plaque non utilisée est représentée en quadrillé sur la figure 2. Calculer une valeur approchée au centième de la proportion de la plaque qui n'est pas utilisée.

3. Pour que la superposition des triangles soit harmonieuse, Joanna veut que les trois triangles AMD, PNM et PDN soient semblables. Démontrer que c'est bien le cas.

4. Joanna aimerait que le coefficient d'agrandissement pour passer du triangle PDN au triangle AMD soit plus petit que 1,5. Est-ce le cas ? Justifier.

Exercice 3 **(17 points)**



Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

Un sablier est composé de

- Deux cylindres C_1 et C_2 de hauteur 4,2 cm et de diamètre 1,5 cm
- Un cylindre C_3
- Deux demi-sphères S_1 et S_2 de diamètre 1,5 cm

On rappelle le volume V d'un cylindre d'aire de base B et de hauteur h :

$$V = B \times h.$$

1.

a. Au départ, le sable remplit le cylindre C_2 aux deux tiers. Montrer que le volume du sable est environ 4,95 cm^3.

b. On retourne le sablier. En supposant que le débit d'écoulement du sable est constant et égal à 1,98 cm^3/min, calculer le temps en minutes et secondes que va mettre le sable à s'écouler dans le cylindre inférieur.

2. En réalité, le débit d'écoulement d'un même sablier n'est pas constant.
Dans une usine où on fabrique des sabliers comme celui-ci, on prend un sablier au hasard et on teste plusieurs fois le temps d'écoulement dans ce sablier. Voici les différents temps récapitulés dans le tableau suivant :

Temps mesuré	2 min 22 s	2 min 24 s	2 min 26 s	2 min 27 s	2 min 28 s	2 min 29 s	2 min 30 s
Nombre de tests	1	1	2	6	3	7	6

Temps mesuré	2 min 31 s	2 min 32 s	2 min 33 s	2 min 34 s	2 min 35 s	2 min 38 s
Nombre de tests	3	1	2	3	2	3

a. Combien de tests ont été réalisés au total ?

b. Un sablier est mis en vente s'il vérifie les trois conditions ci-dessous, sinon il est éliminé.

- L'étendue des temps est inférieure à 20 s
- La médiane des temps est comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s
- La moyenne des temps est comprise entre 2 min 28 s et 2 min 32 s

Le sablier testé sera-t-il éliminé ?

Exercice 4 (19 points)

On veut réaliser un dessin constitué de deux types d'éléments (tirets et carrés) mis bout à bout.

Chaque script ci-contre trace un élément, et déplace le stylo.

On rappelle que « s'orienter à 90 » signifie qu'on oriente le stylo vers la droite.

```
définir Carré
s'orienter à 90
tourner ↺ de 90 degrés
répéter 4 fois
    avancer de 5
    tourner ↻ de 90 degrés
    avancer de 5
relever le stylo
s'orienter à 90
avancer de 10
stylo en position d'écriture
```

```
définir Tiret
s'orienter à 90
avancer de 10
```

1. En prenant 1 cm pour 2 pixels, représenter la figure obtenue si on exécute le script Carré.

Préciser les positions de départ et d'arrivée du stylo sur votre figure.

Pour tracer le dessin complet, on a réalisé 2 scripts qui se servent des blocs « Carré » et « Tiret » ci-dessus :

Script 1

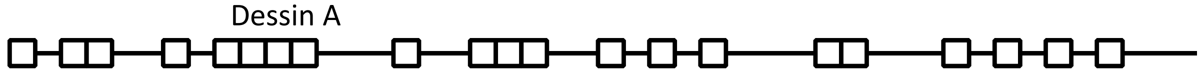
```
1  quand flèche haut est pressé
2  aller à x: -230 y: 0
3  s'orienter à 90
4  effacer tout
5  stylo en position d'écriture
6  répéter 23 fois
7      Carré
8      Tiret
```

Script 2

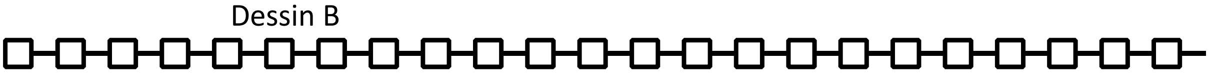
```
1  quand flèche bas est pressé
2  aller à x: -230 y: 0
3  s'orienter à 90
4  effacer tout
5  stylo en position d'écriture
6  répéter 46 fois
7      si nombre aléatoire entre 1 et 2 = 1 alors
8          Carré
9      sinon
10         Tiret
```

On exécute les deux scripts et on obtient les deux dessins ci-dessous.

Dessin A



Dessin B



2. Attribuer à chaque script la figure dessinée. Justifier votre choix.

3. On exécute le script 2.

a. Quelle est la probabilité que le premier élément tracé soit un carré ?

b. Quelle est la probabilité que les deux premiers éléments soient des carrés ?

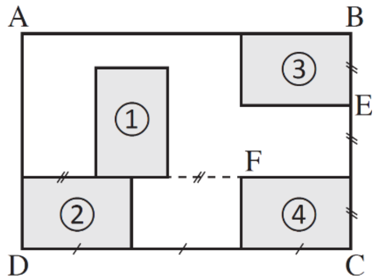
4. Dans le script 2, on aimerait que la couleur des différents éléments, tirets ou carrés, soit aléatoire, avec à chaque fois 50 % de chance d'avoir un élément noir et 50 % de chance d'avoir un élément rouge.

Écrire la suite d'instructions qu'il faut alors créer et préciser où l'insérer dans le script 2.

<u>Indication</u> : on pourra utiliser les instructions `mettre la couleur du stylo à [rouge ▾]` et `mettre la couleur du stylo à [noir ▾]` pour choisir la couleur du stylo.

Exercice 5 (18 points)

Olivia s'est acheté un tableau pour décorer le mur de son salon.
Ce tableau, représenté ci-contre, est constitué de quatre rectangles identiques nommés ①, ②, ③ et ④ dessinés à l'intérieur d'un grand rectangle ABCD d'aire égale à 1,215 m^2. Le ratio longueur : largeur est égal à 3 : 2 pour chacun des cinq rectangles.



1. Recopier, en les complétant, les phrases suivantes. Aucune justification n'est demandée.

a. Le rectangle … est l'image du rectangle … par la translation qui transforme C en E.

b. Le rectangle ③ est l'image du rectangle … par la rotation de centre F et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

c. Le rectangle ABCD est l'image du rectangle … par l'homothétie de centre … et de rapport 3.
(Il y a plusieurs réponses possibles, une seule est demandée.)

2. Quelle est l'aire d'un petit rectangle ?

3. Quelles sont la longueur et la largeur du rectangle ABCD ?

Exercice 6 (17 points)

Voici deux programmes de calcul.

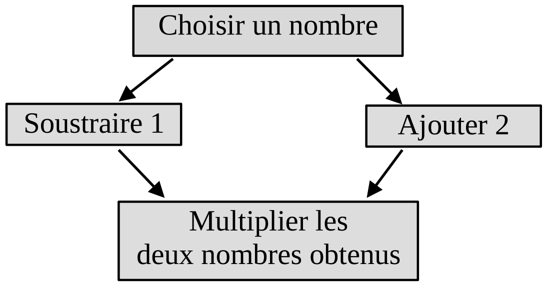
Programme 1

Choisir un nombre

Le multiplier par 3

Ajouter 1

Programme 2



1. Vérifier que si on choisit 5 comme nombre de départ,

- Le résultat du programme 1 vaut 16.
- Le résultat du programme 2 vaut 28

On appelle $\mathrm{A}(x)$ le résultat du programme 1 en fonction du nombre x choisi au départ.
La fonction $\mathrm{B} : x \mapsto (x-1)(x+2)$ donne le résultat du programme 2 en fonction du nombre x choisi au départ.

2.

a. Exprimer $\mathrm{A}(x)$ en fonction de x.

b. Déterminer le nombre que l'on doit choisir au départ pour obtenir 0 comme résultat du programme 1.

3. Développer et réduire l'expression :

$$\mathrm{B}(x) = (x-1)(x+2).$$

4.

a. Montrer que $\mathrm{B}(x) - \mathrm{A}(x) = (x+1)(x-3)$.

b. Quels nombres doit-on choisir au départ pour que le programme 1 et le programme 2 donnent le même résultat ? Expliquer la démarche.

BREVET 2019 — Mathématiques — France

Lundi 1 juillet 2019

Série générale

Correction

Cette correction est rédigée à des fins pédagogiques et didactiques. Il n'est pas demandé au candidat de justifier le raisonnement en donnant autant de détails. De nombreux commentaires ont été ajoutés pour aider à la préparation à cette épreuve. Il est même régulièrement proposé plusieurs alternatives pour une même réponse. Une seule réponse est attendue de la part du candidat. Pour la même raison, même quand le sujet indique explicitement que le raisonnement ne doit pas être justifié, des explications complémentaires ont été fournies.

Exercice n° 1 — Correction

Nombres premiers — Diviseurs — Arithmétique (20)

1. $\boxed{69 = 3 \times 23}$: 3 et 23 sont des nombres premiers !

$1\,150 = 2 \times 575$, $575 = 5 \times 115$, $115 = 5 \times 23$ et donc $\boxed{1\,150 = 2 \times 5 \times 5 \times 23 = 2 \times 5^2 \times 23}$

$4\,140 = 2 \times 2\,070$, $2\,070 = 2 \times 1\,035$, $1\,035 = 3 \times 345$, $345 = 3 \times 115$,

$115 = 5 \times 23$ donc $\boxed{4\,140 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 23 = 2^2 \times 3^2 \times 5}$

2. Il faut chercher les diviseurs communs de ces trois nombres.
1, 3, 23 et 69 sont les diviseurs de 69.

3 n'est pas un diviseur de 1 150, 69 non plus puisque $69 = 3 \times 23$.
Il ne reste plus que 1 et 23 comme diviseurs comuns.

1 et 23 sont des diviseurs de 4 140.

Il peut y avoir un seul marin... mais c'est un peu ridicule !

$\boxed{\text{Il y a 23 marins.}}$

Exercice n° 2 — Correction

Trigonométrie — Aire du rectangle — Triangles semblables — Théorème de Pythagore — Agrandissement / Réduction (20)

1. *C'est une situation d'usage de la trigonométrie !*

Dans le triangle PAD rectangle en A (puisque ABCD est un rectangle), on connaît le côté adjacent à l'angle $\widehat{\text{ADM}}$ et le côté opposé de cet angle.

$$\tan \widehat{\text{ADM}} = \frac{\text{AM}}{\text{AD}} = \frac{\text{AM}}{2\ m} \text{ d'où AM} = 2\ m \times \tan 60° \approx 3,46\ m.$$

$\boxed{\text{AM} \approx 3,46\ m}$

2. La partie de plaque non utilisée est un rectangle de longueur $\text{BC} = 2\ m$ et de largeur $\text{MB} = \text{AB} - \text{AM} = 4\ m - 3,46\ m \approx 0,54\ m$.
L'aire de cette partie non utilisée est donc $\text{A}_1 = 2\ m \times 0,54\ m = 1,08\ m^2$
Or le rectangle ABCD a une aire qui mesure $\text{A} = 4\ m \times 2\ m = 8\ m^2$

La proportion de la plaque non utilisée est donnée par le quotient : $\dfrac{1,08\ m^2}{8\ m^2} = 0,135$

$\boxed{\text{La proportion de la plaque non utilisée est d'environ 14 \% soit 0,14.}}$

3. Le triangle AMD et le triangle DMN sont rectangles. Comme ABCD est un rectangle, les droites (AM) et (DN) sont parallèles. Ainsi les angles **alterne-interne** $\widehat{\text{DMN}}$ et $\widehat{\text{ADM}}$ sont égaux à 60°. Pour être complet on en déduit que le troisième angle de ces triangles mesure 30° puisque $90° + 60° + 30° = 180°$

On en déduit que les triangles AMD et MDN sont semblables

Le triangle DPM est rectangle en P. De plus comme ABCD est un rectangle, $\widehat{\text{PDN}} = 90° - \widehat{\text{ADM}} = 90° - 60° = 30°$
Finalement les angles du triangle DPM mesurent aussi 90°, 30° et 60°.
DPM est semblable avec AMD et MDN.

Enfin le triangle PMN est encore rectangle. L'angle $\widehat{\text{PMN}} = 60°$.

$\boxed{\text{Les triangles AMD, MDN, PMN et DPM sont semblables.}}$

4. *C'est une question assez difficile. Il faut observer les deux triangles et déterminer les côtés deux à deux homothétiques.*

PDN et AMD sont rectangles. Les hypoténuses des deux triangles sont donc homothétiques. Plus clairement [MD] est un agrandissement de [DN].
On connaît la mesure de [DN] en effet $\text{DN} \approx 3,46\ m$.
Reste à calculer la mesure de [MD].
Dans le triangle AMD rectangle en A, d'après le **théorème de Pythagore** on a :
$\text{AM}^2 + \text{AD}^2 = \text{DM}^2$
$3,46^2 + 2^2 = \text{DM}^2$
$\text{DM}^2 = 11,9716 + 4$
$\text{DM}^2 = 15,9716$
$\text{DM} = \sqrt{15,9716} \approx 4$

Cette proximité avec 4 peut paraître étonnante ! Il suffit d'utiliser un peu de trigonométrie au lieu du théorème de Pythagore pour le comprendre.

Dans le triangle AMD rectangle en A on connaît le côté adjacent à l'angle à 60° et on cherche la mesure de l'hypoténuse.

$\cos 60° = \dfrac{2\ m}{\text{DM}}$ donc $\text{DM} = \dfrac{2\ m}{\cos 60°} = 4$ cela vient du fait que $\cos 60° = 0,5$.

Finalement $\text{DM} = 4\ m$ et $\text{DN} \approx 3,46\ m$.
On cherche le coefficient d'agrandissement k tel que $3,46\ m \times k = 4\ m$ d'où $k = \dfrac{4\ m}{3,46\ m} \approx 1,16$.

On pouvait aussi adopter un raisonnement trigonométrique.
Il faut évaluer le quotient $\dfrac{\text{DM}}{\text{DN}}$ ou son inverse $\dfrac{\text{DN}}{\text{DM}}$

Dans le triangle rectangle DMN rectangle en A, le quotient $\dfrac{\text{DN}}{\text{DM}} = \cos 30°$
Donc $\dfrac{\text{DM}}{\text{DN}} = \dfrac{1}{\cos 30°} \approx 1,16$

$\boxed{\text{Le coefficient d'agrandissement est bien inférieur à } 1,5.}$

Exercice n° 3 — Correction

Statistiques — Volume du cylindre — Débit (20)

1.a Le cylindre C_2 a un diamètre $1,5\ cm$ donc un rayon de $0,75\ cm$ et une hauteur de $4,2\ cm$.
La base d'un cylindre est un disque. L'aire d'un disque se calcule par l'expression $\pi \times r^2$ où r est le rayon.

$V_{C_2} = \pi \times (0,75\ cm)^2 \times 4,2\ cm = 2,3625\pi\ cm^3 \approx 7,42\ cm^3$

Ce cylindre est rempli au deux-tiers de sable : $\dfrac{2}{3} \times 7,42\ cm^3 \approx 4,95\ cm^3$

$\boxed{\text{Le volume de sable est d'environ } 4,95\ cm^3}$

1.b Le débit d'écoulement est égal à $1,98\ cm^3/min$ ce qui signifie qu'en $1\ min$ s'écoule exactement $1,98\ cm^3$ de sable.

$4,95\ cm^3 \div 1,98\ cm^3 = 2,5$

Or $2,5\ min = 2\ min\ 30\ s$ car $2,5 \times 60\ s = 150\ s$ et que $150\ s = 2 \times 60\ s + 30\ s$

$\boxed{\text{Le sable va mettre } 2\ min\ 30\ s \text{ à s'écouler.}}$

2.a Il faut faire la somme suivante : $1+1+2+6+3+7+6+3+1+2+3+2+3 = 40$ $\boxed{\text{40 tests ont été effectués.}}$

2.b Le temps minimale de cette série est $2\ min\ 22\ s$. Le temps maximal est $2\ min\ 38\ s$.
L'étendue de cette série pour ce sablier est donc $2\ min\ 38\ s - 2\ min\ 22\ s = 16\ s$

$\boxed{\text{L'étendue est bien inférieure à } 20\ s.}$

C'est une série à 40 valeurs mesurées. La médiane est donc, par exemple, la moyenne de la vingtième et vingt-et-unième valeurs.
La vingtième valeurs est $2\ min\ 29\ s$ et la vingt-et-unième est $2\ min\ 30\ s$.

$\boxed{\text{La médiane est donc bien comprise entre } 2\ min\ 29\ s \text{ et } 2\ min\ 31\ s.}$

Pour calculer la moyenne des temps il y a plusieurs méthodes :

Méthode 1 : On fait la moyenne avec les temps complets mais il faut convertir chaque mesure en secondes.
La moyenne pondérée des temps est :

$$m = \frac{1 \times 142\ s + 1 \times 144\ s + 2 \times 146\ s + 6 \times 147\ s + 3 \times 148\ s + 7 \times 149\ s + 6 \times 150\ s + 3 \times 151\ s + 1 \times 152\ s + 2 \times 153\ s + 2 \times 154\ s + 2 \times 155\ s + 3 \times 158\ s}{40}$$

$$m = \frac{6\,004\ s}{40} \approx 150,1\ s \text{ soit } 2\ min\ 30,5\ s.$$

Méthode 2 : On ne tient pas compte des $2\ min$ et on ne fait que la moyenne des secondes restantes :

$$m = \frac{1 \times 22\ s + 1 \times 24\ s + 2 \times 26\ s + 6 \times 27\ s + 3 \times 28\ s + 7 \times 29\ s + 6 \times 30\ s + 3 \times 31\ s + 1 \times 32\ s + 2 \times 33\ s + 2 \times 34\ s + 2 \times 35\ s + 3 \times 38\ s}{40}$$

$$m = \frac{1\,204\ s}{40} = 30,1$$

$\boxed{\text{La moyenne des temps est bien comprise entre } 2\ min\ 28\ s \text{ et } 2\ min\ 32\ s.}$

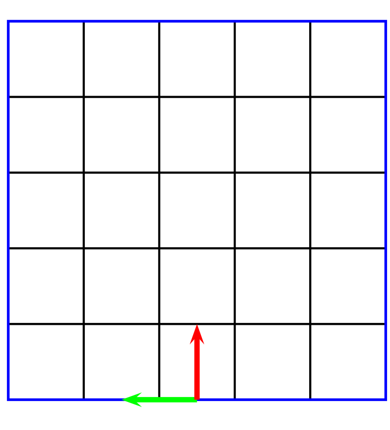
$\boxed{\text{Le sablier testé peut donc être mis en vente !}}$

Exercice n° 4 — Correction

Scratch — Probabilités (20)

Encore un exercice difficile ! La fonction carré trace un carré par demi-segment de 5 unités... dur dur !!

1. Il faut tracer un carré de 5 cm de côté ! La flèche verte (horizontale) indique la position du stylo au départ. La flèche rouge (verticale) indique la position du stylo à la fin.



2. Le dessin B est régulier : un carré, un tiret, un carré, un tiret...

Le dessin A est aléatoire : des carrés consécutifs, des tirets consécutifs !

$\boxed{\text{Le script 1 correspond au dessin B, les script 2 au dessin A.}}$

3.a Nous sommes dans une expérience aléatoire à deux issues équiprobables.

$\boxed{\text{La probabilité d'obtenir un carré est } \frac{1}{2} = 0,5 \text{ soit } 50\ \%.}$

3.b L'expérience aléatoire consiste maintenant à reproduire deux fois de suite l'expérience précédente.

On peut présenter les issues équiprobables possibles dans un tableau en notant C pour un carré et T pour un tiret.

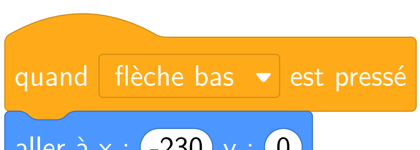
	C	T
C	CC	CT
T	TC	TT

Il y a 4 issues équiprobables dont une CC correspond à la demande.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{1}{4} = 0,25 \text{ soit } 25\ \%.}$

4. *Encore une question très difficile ! On ne souhaite pas que les tirets soient rouge et les carrés noirs, on souhaite un tirage aléatoire de la couleur, il faut donc deux conditions !!*

Voici une proposition de script 2 :



Exercice n° 5 — Correction

Ratio — Aire du rectangle — Translation — Rotation — Homothétie (20)

1.a Le rectangle $\boxed{3}$ est l'image du rectangle $\boxed{4}$ par la translation qui transforme C en E

1.b Le rectangle $\boxed{3}$ est l'image du rectangle $\boxed{1}$ par la rotation de centre F et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

1.c Le rectangle ABCD est l'image du rectangle $\boxed{2}$ par l'homothétie de centre D et de rapport 3.

Le rectangle ABCD est l'image du rectangle $\boxed{3}$ par l'homothétie de centre B et de rapport 3.

Le rectangle ABCD est l'image du rectangle $\boxed{4}$ par l'homothétie de centre C et de rapport 3.

2. Les petits rectangles ont des mesures 3 fois plus petites que celles du grand rectangle.
Or on sait que si les mesures d'un objet géométrique sont multipliées par k alors les aires sont multipliées par k^2.

Ainsi les petits rectangles ont des aires $3^3 = 9$ fois plus petites que celle du grand rectangle.

Or $1,215\ m^2 \div 9 = 0,135\ m^2$. $\boxed{\text{Les petits rectangles ont une aire de } 0,135\ m^2}$

On peut observer assez facilement qu'il y a exactement 9 petits rectangles dans le grand !

3. *Cette question est extrêmement difficile... au point que je me demande quels élèves de troisième est capable de produire un de ces raisonnements... et sans erreur... (je me suis moi-même trompé avant de trouver une réponse convenable !)*
On sait que la longueur et la largeur du grand rectangle sont dans un ratio 3 : 2.

Cela signifie que $\frac{L}{3} = \frac{l}{2}$ ou encore que $\frac{L}{l} = \frac{3}{2}$ et surtout que L et l sont proportionnels aux nombres 3 et 2.

Méthode 1 : passage à l'unité

On peut poser $u = \frac{L}{3} = \frac{l}{2}$ on a ainsi $L = 3u$ et $l = 2u$

Cherchons u tel que $L \times l = 1,215$ c'est à dire $3u \times 2u = 6u^2 = 1,215$. Il faut résoudre l'équation :

$$6u^2 = 1,215$$
$$u^2 = 1,215 \div 6$$
$$u^2 = 0,2025$$
$$u = \sqrt{0,2025}$$
$$u = 0,45$$

Ainsi $L = 3 \times 0,45\ m = 1,35\ m$ et $l = 2 \times 0,45\ m = 0,90\ m$... on a bien $1,35\ m \times 0,90\ m = 1,215\ m^2$.

Méthode 2 : équation en L ou l

On a $\frac{L}{3} = \frac{l}{2}$ donc $2L = 3l$.
$2L \times 3l = 6L \times l = 6 \times 1,215\ cm^2 = 7,29\ cm^2$

De plus comme $2L = 3l$ on arrive à $2L \times 3l = 2L \times 2L = 4L^2$ ou $2L \times 3l = 3l \times 3l = 9l^2$

Reste à résoudre l'une des deux équations :

$$L = 1,35$$

$$4L^2 = 7,29$$
$$L^2 = 7,29 \div 4$$
$$L^2 = 1,8225$$
$$L = \sqrt{1,8225}$$

$$9l^2 = 7,29$$

$$l^2 = 7,29 \div 9$$

$$l^2 = 0,81$$

$$l = \sqrt{0,81}$$

$$l = 0,90$$

Ouf!!

Exercice nº 6 — Correction

Programme de calcul — Calcul littéral — Développement — Équation du premier degré — Équation-produit (20)

1. Avec le programme 1 en choisissant 5 comme nombre de départ on obtient successivement :
5 puis $5 \times 3 = 15$ et enfin $15 + 1 = 16$.

Avec le programme 2 en choisissant 5 comme nombre de départ on obtient successivement :
5 puis d'une part $5 - 1 = 4$ et d'autre part $5 + 2 = 7$ pour finalement obtenir $4 \times 7 = 28$

On obtient bien 16 et 28 en prenant 5 au départ dans les programmes 1 et 2.

2.a $\boxed{\mathrm{A}(x) = 3x + 1}$

2.b Il faut résoudre l'équation :

$$\mathrm{A}(x) = 0$$

$$3x + 1 = 0$$

$$3x = 0 - 1$$

$$3x = -1$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

Vérifions en prenant $-\frac{1}{3}$ dans le programme 1 on obtient successivement :

$-\frac{1}{3}$ puis $-\frac{1}{3} \times 3 = -1$ et enfin $-1 + 1 = 0$.

En prenant $-\frac{1}{3}$ au départ on obtient 0 dans le programme 1.

3. $\mathrm{B}(x) = (x-1)(x+2)$
$\mathrm{B}(x) = x^2 + 2x - x - 2$
$\mathrm{B}(x) = x^2 + x - 2$

La forme développée de $\mathrm{B}(x)$ est $x^2 + x - 2$.

4.a On développe chaque membre de l'égalité pour comparer.

$\mathrm{B}(x) - \mathrm{A}(x) = (x-1)(x+2) - (3x+1)$
$\mathrm{B}(x) - \mathrm{A}(x) = x^2 + x - 2 - 3x - 1$
$\mathrm{B}(x) - \mathrm{A}(x) = x^2 - 2x - 3$

Développons $(x+1)(x-3) = x^2 + x - 3x - 3 = x^2 - 2x - 3$

On arrive ainsi à $\mathrm{B}(x) - \mathrm{A}(x) = (x+1)(x-3)$.

4.b Méthode experte :
x un nombre de départ tel que $\mathrm{A}(x) = \mathrm{B}(x)$ cela signifie que $\mathrm{B}(x) - \mathrm{A}(x) = 0$ puisque les deux résultats finaux sont égaux.
Il faut donc résoudre l'équation :

$$\mathrm{B}(x) - \mathrm{A}(x) = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

On sait que **un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul.**

$$x+1=0 \qquad\qquad x-3=0$$

$$x=-1 \qquad\qquad x=3$$

Il y a donc deux nombres de départ qui donnent le même résultat pour les deux programmes : -1 et 3.

Vérifions :
Pour -1 le premier programme donne $3\times(-1)+1=-3+1=-2$
Le second donne $(-1-1)(-1+2)=(-2)\times 1=-2$

Pour 3 le premier programme donne $3\times 3+1=9+1=10$
Le second donne $(3-1)(3+2)=2\times 5=10$

Méthode empirique :
On pouvait tabuler à la calculatrice les deux fonctions $\mathrm{A}(x)$ et $\mathrm{B}(x)$ et déterminer des images communes.
On pouvait aussi faire des tests et espérer trouver une des deux solutions... ou les deux... -1 et 3 étaient accessibles !

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET
SESSION 2019

MATHÉMATIQUES

Série professionnelle

Durée de l'épreuve : 2 h 00 – 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.

Ce sujet comporte 8 pages numérotées de la 1/8 à la page 8/8.

<u>ATTENTION LES ANNEXES pages 7/8 et 8/8 sont à rendre avec la copie</u>**.**

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.
L'utilisation du dictionnaire est interdite

Le cinéma

Indication portant sur l'ensemble du sujet
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche (calcul, schéma, explication, …). Elle sera prise en compte dans la notation

Exercice 1 (18 points)

L'écran d'une salle de cinéma est représenté en **annexe 7/8**.
Pour un bon confort visuel, l'image projetée doit recouvrir au moins 85 % de l'écran.
L'objectif de cet exercice est de vérifier si l'image projetée vérifie cette condition.

1. Donner la longueur et la hauteur de l'écran.

2. L'image projetée sur cet écran est un rectangle de longueur 15 m et de hauteur 9 m.
   Placer l'image projetée sur l'annexe de telle sorte qu'elle soit centrée sur l'écran.

3. Calculer l'aire de l'image en m^2.

4. Indiquer, en le justifiant, si l'image projetée apporte le confort visuel attendu.

Exercice 2 (16 points)

Emma achète à l'entrée du cinéma, un paquet de bonbons colorés.
Le paquet contient 7 bonbons de chaque couleur : bleu, orange, rouge, marron, vert et jaune. Emma n'aime pas la couleur verte.
Elle tire au hasard un bonbon et espère ne pas tomber sur un bonbon vert.

1. Calculer la probabilité de tomber sur un bonbon vert. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

2. Chaque fois qu'elle tire un bonbon vert, Emma la remet dans le paquet. S'il n'est pas vert, elle le mange.
   Elle a mangé trois bonbons rouges, deux jaunes, deux bleus, trois marrons et quatre oranges, puis elle tire au hasard un nouveau bonbon.
   Calculer la probabilité de tomber sur un bonbon vert. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

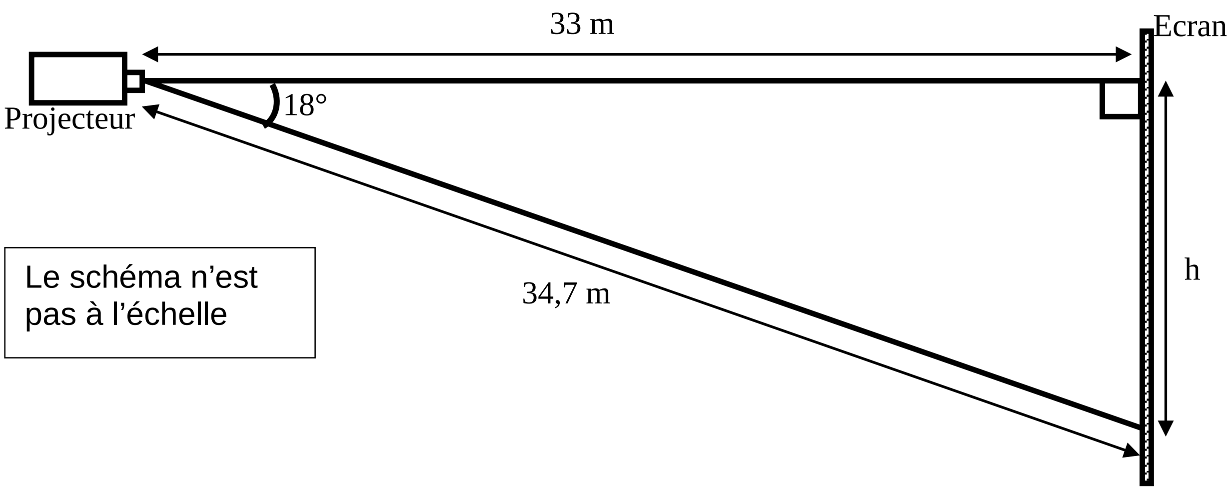
3. Si Emma continue ainsi, donner la valeur que la probabilité « de tomber sur un bonbon vert » va finir par atteindre. Justifier votre réponse.

<u>Exercice 3</u> (15 points)

Dans le cinéma d'une ville on projette un film d'animation. Le projectionniste veut vérifier les bonnes conditions de diffusion du film.

1. Le projecteur permet de diffuser des films tournés en 48 images au maximum par seconde. La durée du film est de 2 h 50 min et il contient 489 600 images.
   Vérifier que le projecteur est adapté à ce film. Justifier votre réponse par un calcul.

2. Ce film est projeté sur un écran de 10 m de haut. Le schéma ci-dessous indique la position du projecteur par rapport à l'écran.
   a. Calculer la hauteur h de l'image.
   b. En déduire si la hauteur de l'image projetée est adaptée à l'écran.



<u>Exercice 4</u> (18 points)

Au mois de mai 2018, un nouveau cinéma a ouvert ses portes dans la zone commerciale d'une ville. Un autre cinéma est déjà présent dans le centre-ville.
Une étude statistique a été menée sur la fréquentation mensuelle, c'est-à-dire le nombre d'entrées par mois, des deux cinémas en 2018.
Les objectifs de ce nouveau cinéma sont les suivants :

- Une fréquentation mensuelle moyenne supérieure à 10 000 entrées ;
- Une fréquentation totale supérieure à celle du cinéma du centre-ville sur la période mai à décembre ;
- Aucune fréquentation mensuelle inférieure à 7 000 entrées.

1. En **annexe 8/8**, compléter le tableau pour le cinéma du centre-ville.

2. En **annexe 8/8**, compléter le diagramme en bâtons pour le cinéma de la zone commerciale.

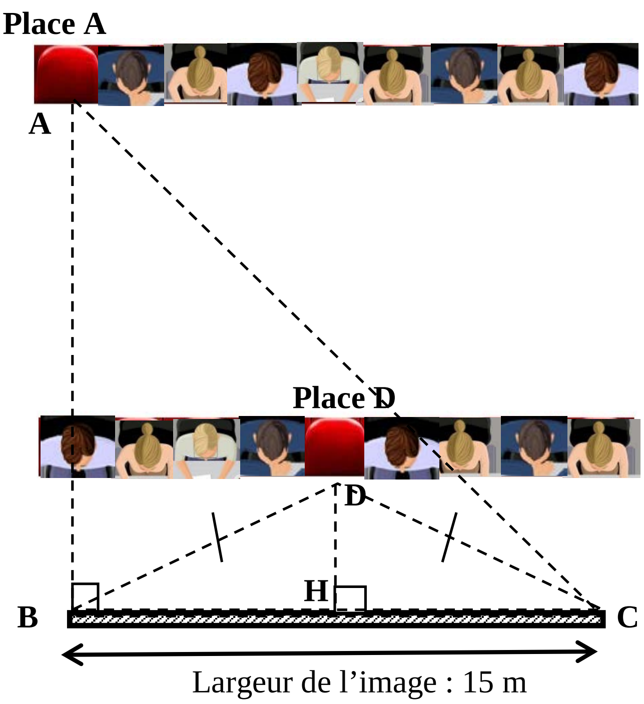
3. Vérifier le premier objectif du nouveau cinéma en le justifiant.

4. Vérifier que les 2 autres objectifs sont atteints. Justifier vos réponses.

<u>Exercice 5</u> (15 points)

Pour éviter des mouvements de têtes lors du visionnage du film, une personne doit avoir un angle de vision inférieur à 90°.
Une personne arrive dans une salle de cinéma. Il ne reste que les places A et D comme indiqué sur le schéma ci-dessous. Elle choisit la place D.
Le but de l'exercice est de vérifier si elle a fait le bon choix.

On donne DH = 7 m et DB = DC = 10,26 m et $\widehat{BAC} = 37°$.



Le schéma n'est pas à l'échelle

1. Donner la nature du triangle BDC.
2. Calculer en degré la mesure de l'angle $\widehat{BDH}$. Arrondir à l'unité.
3. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BDC}$, angle de vision de la personne assise à la place D.
4. Expliquer en le justifiant si le choix de la personne est le bon.

Formules :

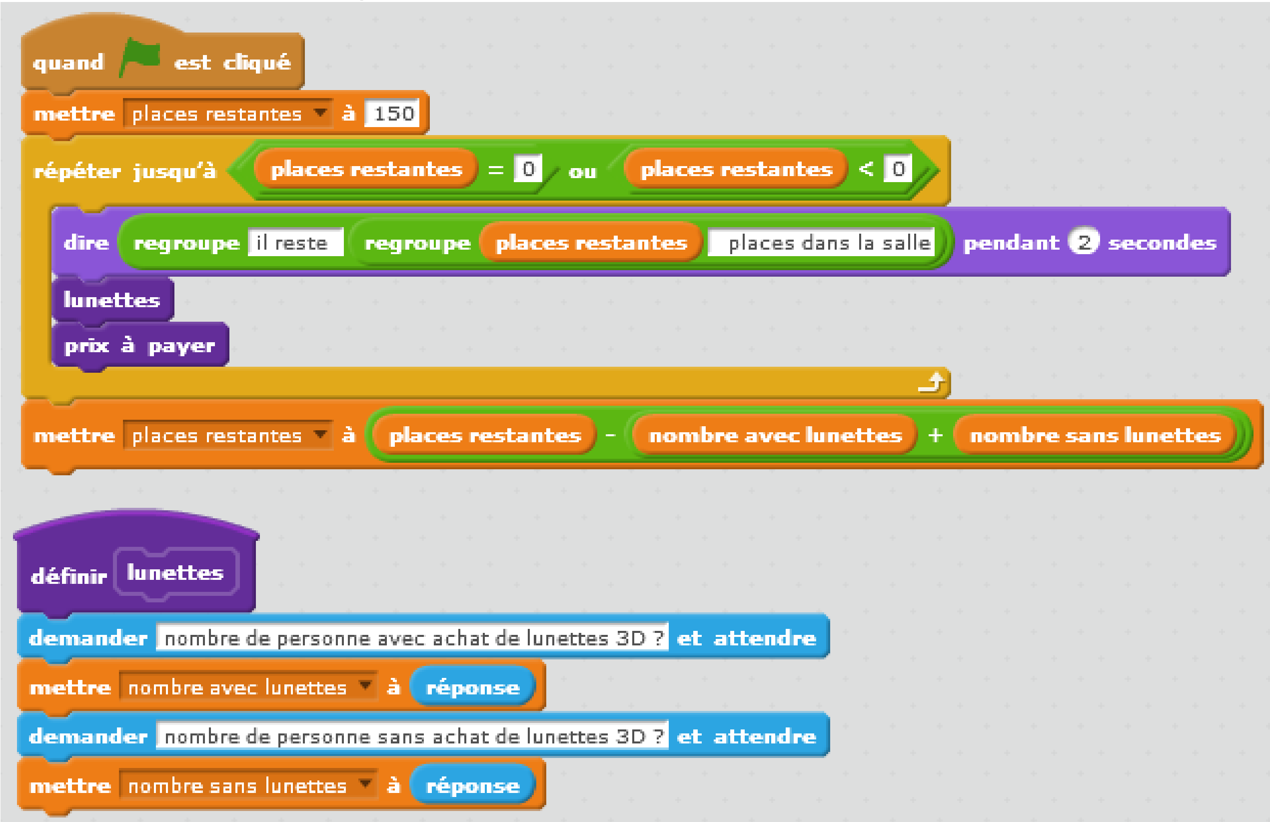
$\cos \alpha = \frac{mesure\ du\ côté\ adjacent}{mesure\ de\ l'hypoténuse}$; $\sin \alpha = \frac{mesure\ du\ côté\ opposé}{mesure\ de\ l'hypoténuse}$; $\tan \alpha = \frac{mesure\ du\ côté\ opposé}{mesure\ du\ côté\ adjacent}$

<u>Exercice 6</u> (18 points)

Dans une salle de cinéma, on projette des films en 3D. Le prix de la place sans l'achat des lunettes 3D est de 11 €, le prix avec l'achat des lunettes 3D est 12 €.

Une borne permet d'acheter des places. Elle fonctionne grâce à l'algorithme ci-dessous : il calcule le prix à payer et le nombre de places restantes dans la salle.

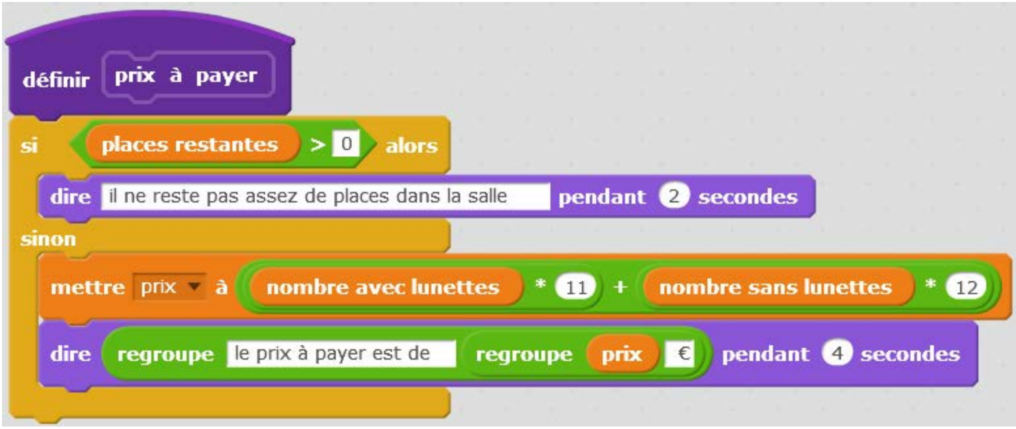
1. Donner le nombre de places initial de cette salle.



2. Un bloc d'instructions « prix à payer » est dans l'algorithme. Parmi les trois propositions suivantes, choisir le bloc qui comporte les bonnes informations. Justifier.

Proposition A

Proposition B



Proposition C

3. Une famille arrive à la borne pour acheter des places. Il reste 86 places dans la salle. Trois membres de la famille n'ont pas de lunettes 3D. Ils payent 80 € au total.

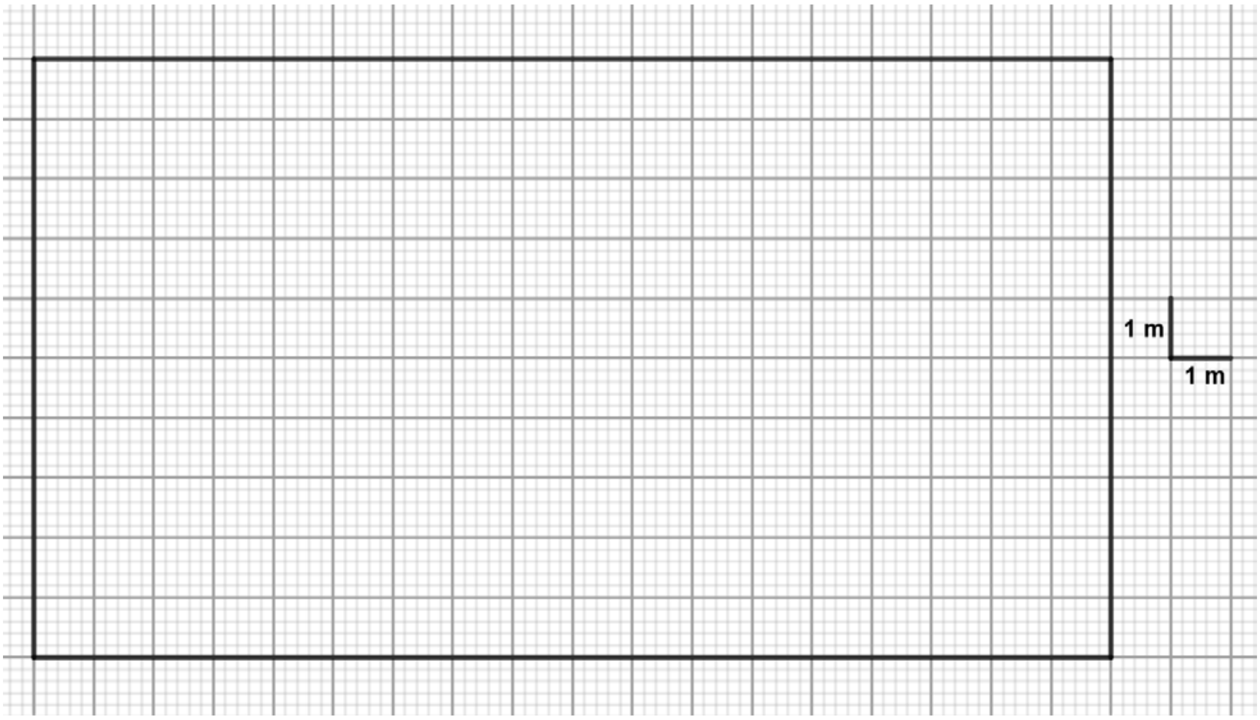
   a. La résolution de l'équation $11x + 36 = 80$ permet de déterminer le nombre x de personnes ayant leurs lunettes 3D.
   Résoudre cette équation.

   b. En déduire le nombre de places restantes après leur achat.

   c. Les messages affichés par la borne lors de cet achat sont présentés en **annexe 7/8** par des vignettes données dans le désordre. Numéroter de 1 à 5 les vignettes sur l'annexe dans l'ordre chronologique d'apparition sur la borne.

ANNEXES A RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 1 : Questions 1 et 2



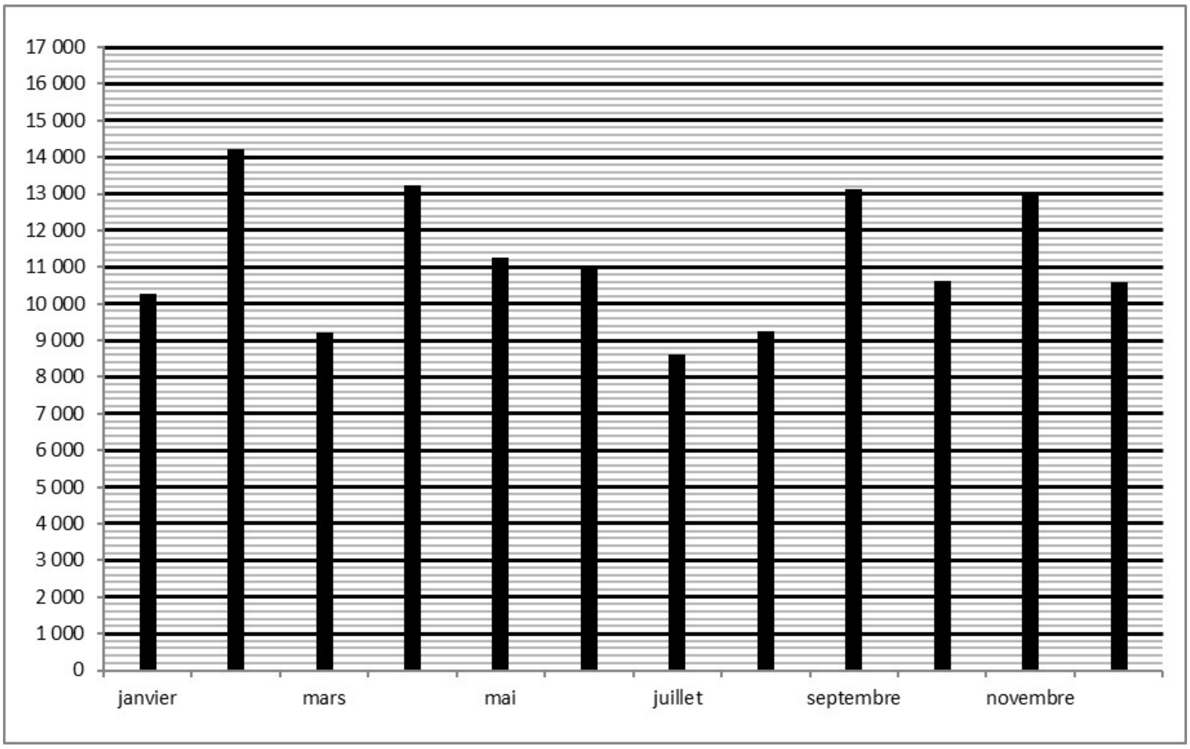
Exercice 6 : Question 3.c

vignette …. 	vignette ….. 	vignette …. 
vignette …. 	vignette …. 	

Exercice 4 :Questions 1 et 2

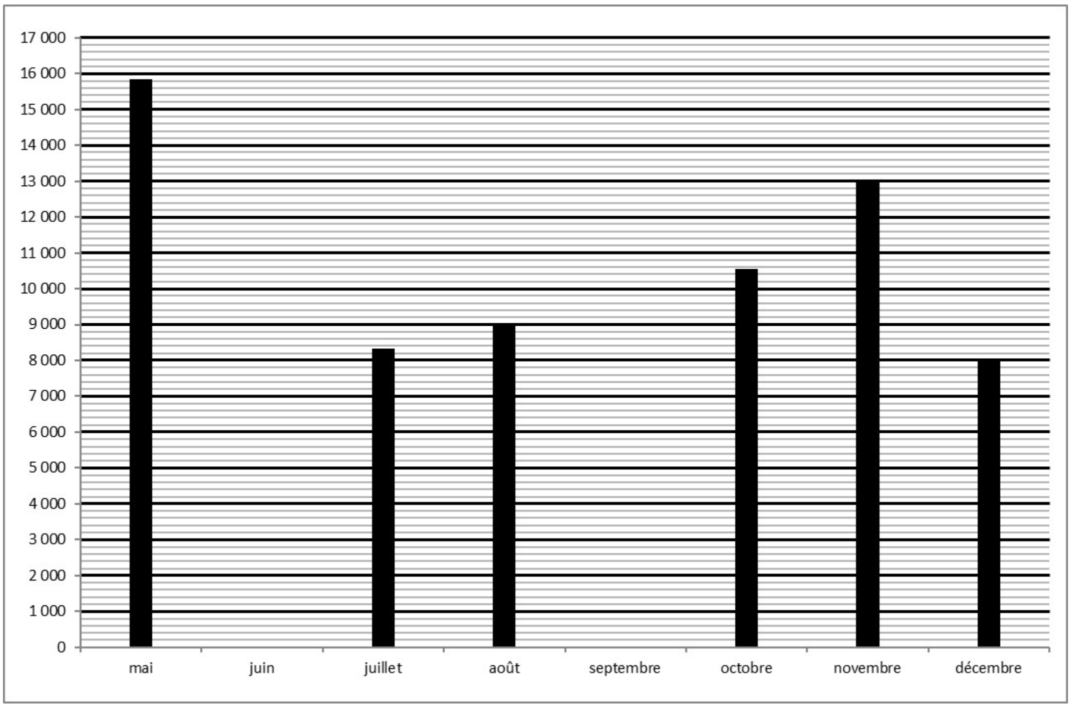
Cinéma du centre-ville

Mois	Jan.	Fev.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juil.	Aout	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
Fréquentation (nombre d'entrées)	……….	14 230	………	13 220	11 255	11 054	8 600	9 251	13 134	10 622	12 942	10 578



Cinéma de la zone commerciale

Mois	Mai	Juin	Juil.	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
Nombre d'entrées	15 850	11 400	8 320	9 015	12 000	10 548	12 987	8 000



En cours de rédaction…

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2019

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de la 1/7 à la page 7/7

Exercice 1	15 points
Exercice 2	12 points
Exercice 3	14 points
Exercice 4	14 points
Exercice 5	16 points
Exercice 6	15 points
Exercice 7	14 points

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

L'utilisation du dictionnaire est interdite

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche.
Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 : (15 points)

Dans ce questionnaire à choix multiples, pour chaque question des réponses sont proposées, une seule est exacte. Sur la copie, écrire le numéro de la question et recopier la bonne réponse. Aucune justification n'est attendue.

Questions	A	B	C
1) Le nombre $(- 2)^4$ est égal à :	16	- 8	20 000
2) Une vitesse de 90 km/h est égale à :	0,025 m/s	25 000 m/s	25 m/s
3) La décomposition en produit de facteurs premiers de 24 est :	$2 \times 3 \times 4$	$2 \times 2 \times 2 \times 3$	$2 \times 2 \times 6$
4) Soit f la fonction affine définie par $f : x \rightarrow 2x + 5$ L'image de – 1 par la fonction f est :	3	6	- 7
5) Si on multiplie par 3 toutes les dimensions d'un rectangle, son aire est multipliée par :	3	6	9

Exercice 2 : (12 points)

Hugo a téléchargé des titres musicaux sur son téléphone. Il les a classés par genre musical comme indiqué dans le tableau ci-dessous :

Genre musical	Pop	Rap	Techno	Variété française
Nombre de titres	35	23	14	28

1) Combien de titres a-t-il téléchargés ?
2) Il souhaite utiliser la fonction « lecture aléatoire » de son téléphone qui consiste à choisir au hasard parmi tous les titres musicaux téléchargés, un titre à diffuser. Tous les titres sont différents et chaque titre a autant de chances d'être choisi. On s'intéresse au genre musical du premier titre diffusé.
    a) Quelle est la probabilité de l'événement : « Obtenir un titre Pop » ?
    b) Quelle est la probabilité de l'événement « Le titre diffusé n'est pas du Rap » ?

c) Un fichier musical audio a une taille d'environ 4 Mo (Mégaoctets). Sur le téléphone d'Hugo, il reste 1,5 Go (Gigaoctet) disponible. Il souhaite télécharger de nouveaux titres musicaux. Combien peut-il en télécharger au maximum ?

Rappel : 1 Go = 1 000 Mo

Exercice 3 : **(14 points)**

Une assistante maternelle gardait plusieurs enfants dont Farida qui est entrée à l'école en septembre 2017. Ses parents ont alors rompu leur contrat avec cette assistante maternelle. La loi les oblige à verser une « indemnité de rupture ».

Le montant de cette indemnité est égal au 1/120$^{\text{ème}}$ du total des salaires nets perçus par l'assistante maternelle pendant toute la durée du contrat.

Ils ont reporté le montant des salaires nets versés, de mars 2015 à août 2017, dans un tableur comme ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Salaires nets versés en 2015 (en €)												
2													
3	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Total
4			77,81	187,11	197,21	197,11	187,11	170,63	186,28	191,37	191,37	197,04	1783,04
5													
6	Salaires nets versés en 2016 (en €)												
7													
8	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Total
9	191,37	191,37	191,37	197,04	194,21	191,37	211,21	216,89	212,63	212,63	218,3	218,3	2446,69
10													
11	Salaires nets versés en 2017 (en €)												
12													
13	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Total
14	223,97	261,64	270,15	261,64	261,64	267,3	261,64	261,64					2069,62
15													
16	Montant total des salaires versés (en €)												
17													
18	Montant de l'indemnité de rupture de contrat (en €)												
19													

1) a) Que représente la valeur 1783,04 dans la cellule M4 ?

   b) Quelle formule a-t-on écrit dans la cellule M4 pour obtenir cette valeur ?

   c) Dans quelle cellule doit-on écrire la formule = M4 + M9 + M14 ?

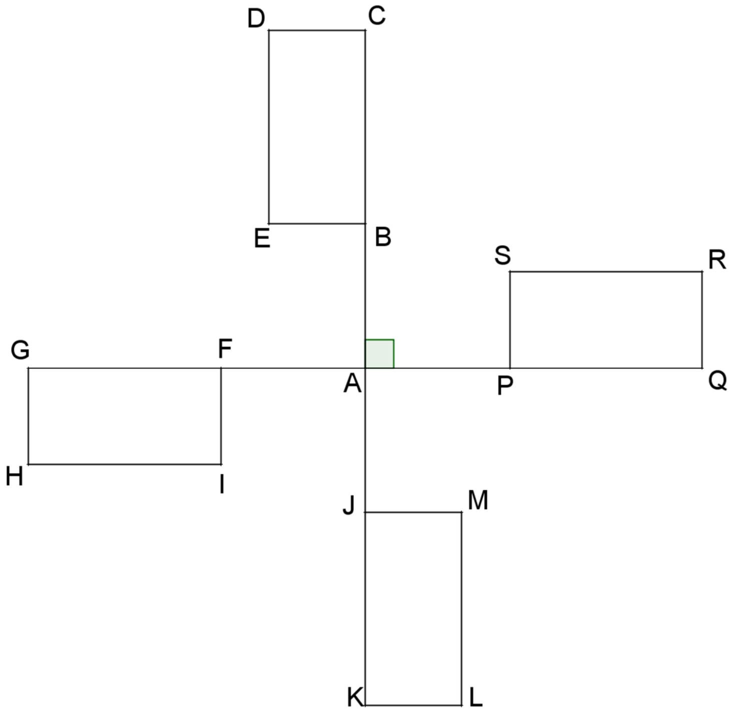
2) Déterminer le montant de « l'indemnité de rupture ». Arrondir au centime d'euro près.

3) Déterminer le salaire moyen net mensuel versé à cette assistante maternelle sur toute la durée du contrat de la famille de Farida. Arrondir au centime d'euro près.

4) Calculer l'étendue des salaires versés.

<u>Exercice 4</u> : (14 points)

On s'intéresse aux ailes d'un moulin à vent décoratif de jardin. Elles sont représentées par la figure ci-contre :



On donne :

- BCDE, FGHI, JKLM et PQRS sont des rectangles superposables.
- C, B, A, J, K d'une part et G, F, A, P, Q d'autre part sont alignés.
- AB = AF = AJ = AP

1) Quelle transformation permet de passer du rectangle FGHI au rectangle PQRS ?

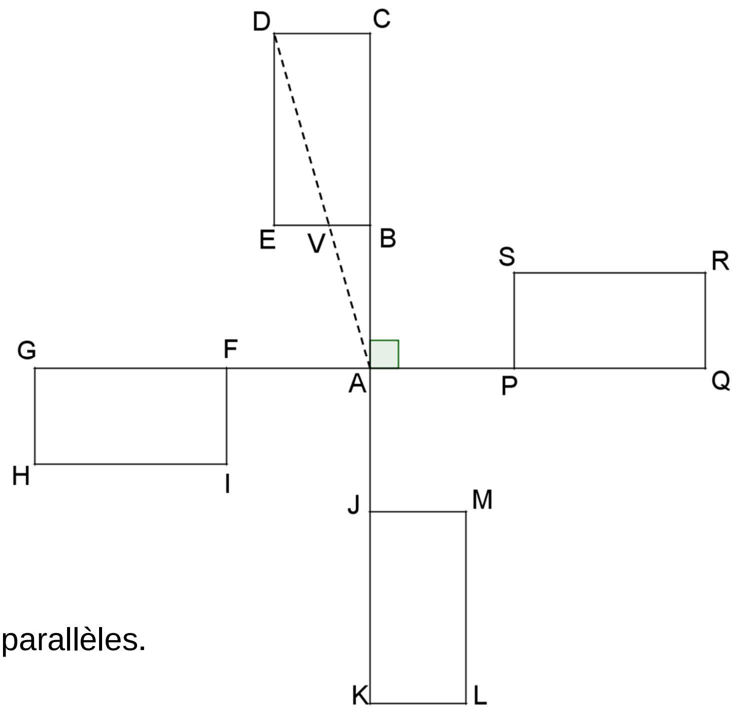
2) Quelle est l'image du rectangle FGHI par la rotation de centre A d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ?

3) Soit V un point de [EB] tel que BV = 4 cm.

   On donne :
   AB = 10 cm et AC = 30 cm.

   Attention la figure n'est pas construite

   à la taille réelle.



   a) Justifier que (DC) et (VB) sont parallèles.

   b) Calculer DC.

   c) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{DAC}$. Arrondir au degré près.

Exercice 5 : **(16 points)**

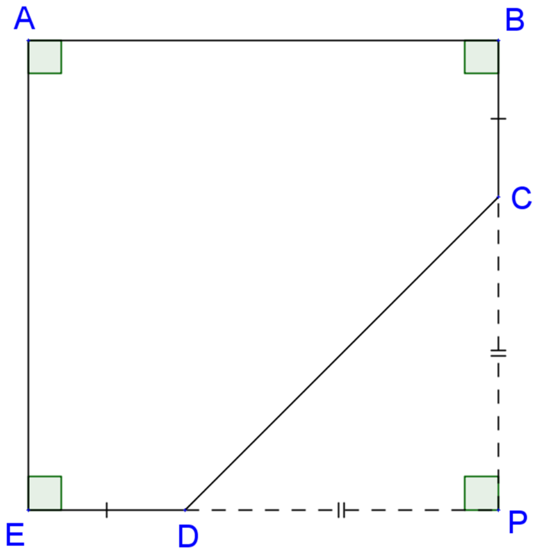
On a construit un bac à sable pour enfants.

Ce bac a la forme d'un prisme droit de hauteur 15 cm. La base de ce prisme droit est représentée par le polygone ABCDE ci-dessous :

Attention la figure n'est pas construite à la taille réelle.

On donne :

- PC = PD = 1,30 m
- ED = BC = 40 cm
- E, D, P sont alignés
- B, C, P sont alignés



1) Calculer CD. Arrondir au centimètre près.
2) Justifier que le quadrilatère ABPE est un carré.
3) En déduire le périmètre du polygone ABCDE. Arrondir au centimètre près.
4) On a construit le tour du bac à sable avec des planches en bois de longueur 2,40 m et de hauteur 15 cm chacune. De combien de planches a-t-on eu besoin ?
5) Calculer, en m², l'aire du polygone ABCDE.
6) A-t-on eu besoin de plus de 300 L de sable pour remplir complètement le bac ?

   Rappel : *Volume d'un prisme droit = aire de la base $\times$ hauteur*

<u>Exercice 6</u> : (15 points)

L'éco-conduite est un comportement de conduite plus responsable permettant de :

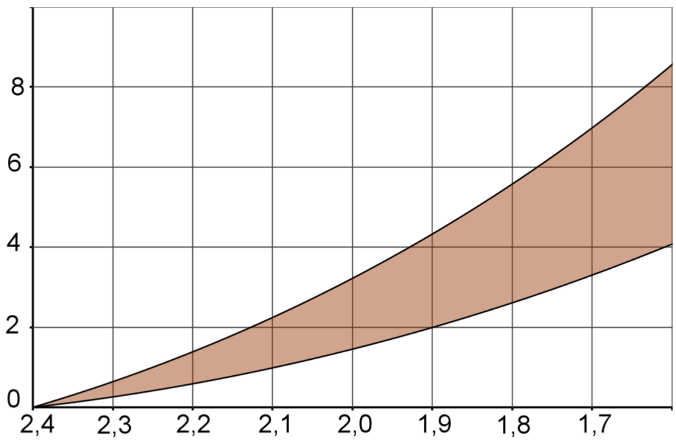
- réduire ses dépenses : moins de consommation de carburant et un coût d'entretien du véhicule réduit ;
- limiter les émissions de gaz à effet de serre ;
- réduire le risque d'accident de 10 à 15 % en moyenne.

1) Un des grands principes est de vérifier la pression des pneus de son véhicule. On considère des pneus dont la pression recommandée par le constructeur est de 2,4 bars.

   a) Sachant qu'un pneu perd environ 0,1 bar par mois, en combien de mois la pression des pneus sera descendue à 1,9 bar, s'il n'y a eu aucun gonflage ?

   b) Le graphique ci-dessous donne un pourcentage approximatif de consommation supplémentaire de carburant en fonction de la pression des pneus (zone grisée) :

   Consommation supplémentaire (en %)



Pression des pneus (en bars)

source : www.eco-drive.ch

   D'après le graphique, pour des pneus gonflés à 1,9 bars alors que la pression recommandée est de 2,4 bars, donner un encadrement approximatif du pourcentage de la consommation supplémentaire de carburant.

2) Paul a remarqué que lorsque les pneus étaient correctement gonflés, sa voiture consommait en moyenne 6 L aux 100 km. Il décide de s'inscrire à un stage d'éco-conduite afin de diminuer sa consommation de carburant et donc l'émission de CO_2. En adoptant les principes de l'éco-conduite, un conducteur peut diminuer sa consommation de carburant d'environ 15 %. Il souhaite, à l'issue du stage, atteindre cet objectif.

   a) Quelle sera alors la consommation moyenne de la voiture de Paul ?

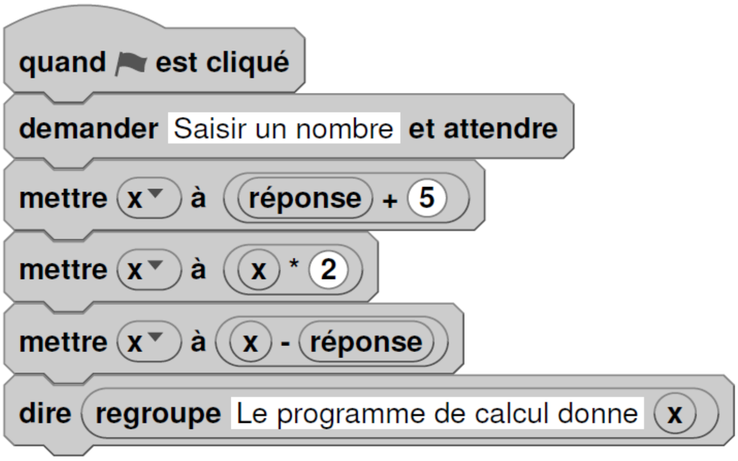
   b) Sachant qu'il effectue environ 20 000 km en une année, combien de litres de carburant peut-il espérer économiser ?

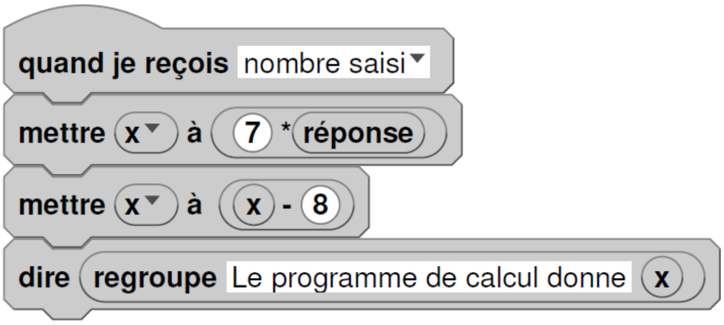
   c) Sa voiture roule à l'essence sans plomb. Le prix moyen est 1,35 €/L. Quel serait alors le montant de l'économie réalisée sur une année ?

   d) Ce stage lui a coûté 200 €. Au bout d'un an peut-il espérer amortir cette dépense ?

<u>Exercice 7</u> : **(14 points)**

On donne le programme ci-dessous où on considère 2 lutins. Pour chaque lutin, on a écrit un script correspondant à un programme de calcul différent.

<table>
<tr><th>Lutin n°1</th><th>Numéro d’instruction</th></tr>
<tr><td>
</td><td>1
2
3
4
5
6</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Lutin n°2</th></tr>
<tr><td>
</td></tr>
</table>

1) Vérifier que si on saisit 7 comme nombre, le lutin n°1 affiche comme résultat 17 et le lutin n°2 affiche 41.

2) Quel résultat affiche le lutin n° 2 si on saisit le nombre - 4 ?

3) a) Si on appelle x le nombre saisi, écrire en fonction de x les expressions qui traduisent le programme de calcul du lutin n°1, à chaque étape (instructions 3 à 5).

   b) Montrer que cette expression peut s’écrire $x + 10$.

4) Célia affirme que plusieurs instructions dans le script du lutin n°1 peuvent être supprimées et remplacées par celle ci-contre.
   Indiquer, sur la copie, les numéros des instructions qui sont alors inutiles.

5) Paul a saisi un nombre pour lequel les lutins n°1 et n°2 affichent le même résultat. Quel est ce nombre ?

BREVET 2019 — Mathématiques — Polynésie française

Lundi 9 septembre 2019

Série générale

CORRECTION

Cette correction est rédigée à des fins pédagogiques et didactiques. Il n'est pas demandé au candidat de justifier le raisonnement en donnant autant de détails. De nombreux commentaires ont été ajoutés pour aider à la préparation à cette épreuve. Il est même régulièrement proposé plusieurs alternatives pour une même réponse. Une seule réponse est attendue de la part du candidat. Pour la même raison, même quand le sujet indique explicitement que le raisonnement ne doit pas être justifié, des explications complémentaires ont été fournies.

EXERCICE Nº 1 — CORRECTION

QCM — Arithmétique — Fonctions — Vitesse — Agrandissement / Réduction (20)

1. $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$

$\boxed{\textbf{1.} \text{ — Réponse A}}$

Attention à l'usage de la calculatrice, il faut saisir les parenthèses $(-2)^4$.
En saisissant -2^4 *on obtient* -16 *car* $-2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2$.

2. 90 km/h signifie 90 km en 1 h.
1 $h = 60\ min = 3\,600\ s$ et 90 $km = 90\,000\ m$.
90 km/h signifie donc 90 000 m en 3 600 s.

$$\frac{90\,000\ m}{3\,600\ s} = 25\ m/s$$

$\boxed{\textbf{2.} \text{ — Réponse C}}$

On peut présenter ce résultat sous la forme d'un tableau de proportionnalité :

Temps	$1\ h = 60\ min = 3\,600\ s$	$1\ s$
Distance	$90\ km = 90\,000\ m$	$\dfrac{90\,000\ m \times 1\ s}{3\,600\ s} = 25\ m$

3. $24 = 2 \times 12$, $12 = 2 \times 6$, $6 = 2 \times 3$. 2 et 3 sont des nombres premiers. Donc $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$.

$\boxed{\text{3. — Réponse B}}$

4. L'image de -1 consiste à calculer $f(-1)$.
$f(-1) = 2 \times (-1) + 5$ donc $f(-1) = -2 + 5 = 3$.

$\boxed{\text{4. — Réponse A}}$

5. On sait que :
Si on multiplie les longueurs d'une figure par k alors l'aire est multipliée par k^2 et le volume par k^3.

$3^2 = 9$.

$\boxed{\text{5. — Réponse C}}$

On peut raisonner sur un exemple générique.
Si le rectangle a une longueur de $10\ cm$ *et une largeur de* $7\ cm$*, son aire mesure* $10\ cm \times 7\ cm = 70\ cm^2$.
En multipliant ces dimensions par 3*, les nouvelles mesures sont* $10\ cm \times 3 = 30\ cm$ *et* $7\ cm \times 3 = 21\ cm$.
La mesure de la nouvelle aire est donc : $30\ cm \times 21\ cm = 630\ cm^2$.
On a bien $70\ cm^2 \times 9 = 630\ cm^2$.
D'ailleurs $30\ cm \times 21\ cm = 10\ cm \times 3 \times 7\ cm \times 3 = 70\ cm^2 \times 9$

Exercice n° 2 — Correction

Probabilités (20)

1. Il suffit d'effectuer : $35 + 23 + 14 + 28 = 100$

Il a téléchargé 100 titres.

2. Dans cette partie nous sommes dans une **situation d'équiprobabilité** où chaque issue apparaît avec la même fréquence.

2.a. Il 35 titres Pop sur 100 titres au total.

La probabilité cherchée est $\dfrac{35}{100} = 0,35$ soit 35 %.

2.b. Il y a 23 titres de Rap et donc $100 - 23 = 77$ titres qui ne sont pas du rap.

La probabilité cherchée est $\dfrac{77}{100} = 0,77$ soit 77 %.

On peut utiliser le calcul de l'événement contraire.

La probabilité que le titre soit du Rap est $\dfrac{23}{100}$.

La probabilité que le titre ne soit pas du Rap est $1 - \dfrac{23}{100} = \dfrac{100}{100} - \dfrac{23}{100} = \dfrac{77}{100}$

2.c. Comme $1\ Go = 1\,000\ Mo$, $1,5\ Go = 1,5 \times 1\,000\ Mo = 1\,500\ Mo$.
Chaque morceau a une taille d'environ $4\ Mo$.
$1\,500\ Mo \div 4\ Mo = 375$

Il peut télécharger au maximum 375 morceaux.

Exercice n° 3 — Correction

Tableur — Étendue — Moyenne (20)

1.a. Il s'agit de la somme des salaires versés en 2015.

1.b. La formule saisie est : **=A4+B4+C4+D4+E4+F4+G4+H4+I4+J4+K4+L4** ou **=SOMME(A4:L4)**

1.c. Dans la cellule **G16** car cela correspond à la somme des salaires versés.

2. Il faut calculer les $1/120^e$du montant total des salaires.
Le montant total des salaires est : 1 783,04 € +2 446,69 € +2 069,62 € = 6 299,35 € .

$\dfrac{1}{120} \times 6\,299{,}32$ € $\approx 52,49$ € .

Le montant de l'indemnité de rupture de contrat est 52,49 € .

3. Cette famille a versé 10 mois de salaire en 2015, 12 mois en 2016 et 8 mois en 2017.
$10 + 12 + 8 = 30$ mois de salaire ont été versés.

6 299,35 € ÷30 ≈ 209,98 € .

Le salaire mensuel moyen versé est d'environ 209,98 € .

4. Il faut déterminer le salaire minimal et le salaire maximal.
Le salaire minimal a été versé en mars 2015 : 77,81 € .
Le salaire maximal a été versé en mars 2017 : 270,15 € .

$\boxed{\text{L'étendue des salaires mensuels est } 270{,}15\text{ €} - 77{,}81\text{ €} = 192{,}34\text{ €}.}$

Exercice n° 4 — Correction

Symétrie centrale — Rotation — Théorème de Thalès — Trigonométrie (20)

1. On sait que F, A et P sont alignés et que AF = AP.
Ainsi F **et** P **sont symétrique par rapport au point** A.

Comme les rectangles sont superposables, GF = PQ. De plus G, A et Q sont alignés.
On en déduit que G **et** Q **sont symétriques par rapport à** A.

On sait que la symétrie centrale conserve la mesure des angles et les longueurs. En particulier elle transforme un rectangle en un rectangle superposable.
On en déduit que les rectangles FGHI et PQRS sont symétriques par rapport à A.

$\boxed{\text{Il s'agit de la symétrie centrale de centre A.}}$

Toutes les justifications ne sont pas attendues dans cette question.

2. $\boxed{\text{Il s'agit du rectangle BCDE}}$

Pour justifier ce résultat on peut utiliser quelques un des arguments suivants :

— $\widehat{\mathrm{FAB}} = 90°$ *et* AF = AB*;*
— G, F *et* A *sont alignés ainsi que* C, B *et* A*;*
— *la rotation conserve les mesures des angles et les longueurs;*
— *la rotation transforme un rectangle en un rectangle superposable.*

3.a. BCDE est un rectangle donc un parallélogramme : cela implique que (DC)//(EB)
Comme V ∈ [EB] on arrive à :

$\boxed{(\mathrm{DC})//(\mathrm{VB})}$

3.b.
Les droites (DV) et (CB) sont sécantes en A, les droites (DC) et (VB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}} = \frac{\mathrm{AV}}{\mathrm{AD}} = \frac{\mathrm{BV}}{\mathrm{CD}}$$

$$\frac{10\ cm}{30\ cm} = \frac{\mathrm{AV}}{\mathrm{AD}} = \frac{4\ cm}{\mathrm{DC}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :
$\mathrm{DC} = \dfrac{4\ cm \times 30\ cm}{10\ cm}$ d'où $\mathrm{DC} = \dfrac{120\ cm}{10\ cm}$ et $\mathrm{DC} \approx 12\ cm$

$\boxed{\mathrm{DC} = 12\ cm}$.

3.c. Le triangle DCA est rectangle en C puisque BCDE est un rectangle.

Dans le triangle DCA rectangle en C on a :

$\tan\widehat{\mathrm{DAC}} = \dfrac{\mathrm{DC}}{\mathrm{AC}}$ donc $\tan\widehat{\mathrm{DAC}} = \dfrac{12\ cm}{30\ cm} = 0{,}4$

À la calculatrice on a $\widehat{\mathrm{DAC}} \approx 22°$.

$\boxed{\widehat{\mathrm{DAC}} \approx 22° \text{ au degré près.}}$

Exercice n° 5 — Correction

Périmètre — Aire — Volume du prisme droit — Théorème de Pythagore (20)

1. Dans le triangle PDC rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{PD}^2 + \mathrm{PC}^2 = \mathrm{DC}^2$$
$$1,3^2 + 1,3^2 = \mathrm{DC}^2$$
$$1,69 + 1,69 = \mathrm{DC}^2$$
$$\mathrm{DC}^2 = 3,38$$
$$\mathrm{DC} = \sqrt{3,38}$$
$$\mathrm{DC} \approx 1,84$$

$\boxed{\text{DC mesure environ } 1,84\ m \text{ au centimètre près.}}$

2. Le quadrilatère ABPE possède quatre angles droits : c'est un rectangle.
On remarque aussi que PB = PC + CB = PD + DE = PE.

$\boxed{\text{ABPE est donc un carré.}}$

3. AB = EP = ED + DP donc AB = $40\ cm + 1,30\ m = 0,40\ m + 1,30\ m = 1,70\ m$.

$1,70\ m + 40\ cm + 1,84\ m + 40\ cm + 1,70\ m = 1,70\ m + 0,40\ m + 1,84\ m + 0,40\ m + 1,70\ m = 6,04\ m$

$\boxed{\text{Le polygone ABCDE a un périmètre d'environ } 6,04\ m.}$

4. Il faut effectuer : $6,04\ m \div 2,40\ m \approx 2,5$.

$\boxed{\text{Il faut trois planches.}}$

5. Pour calculer l'aire du polygone ABCDE on peut calculer l'aire du carré ABPE et celle du triangle rectangle CPD.

$Aire(\mathrm{ABPE}) = (1,70\ m)^2 = 2,89\ m^2$ et $Aire(\mathrm{DPC}) = \dfrac{1,3\ m \times 1,3\ m}{2} = \dfrac{1,69\ m^2}{2} = 0,845\ m^2$

$\boxed{\text{L'aire du polygone ABCDE mesure } 2,89\ m^2 - 0,845\ m^2 = 2,045\ m^2.}$

6. Calculons le volume de ce bac à sable.
L'aire de sa base mesure $2,045\ m^2$ et sa hauteur mesure $15\ cm = 0,15\ m$.

Le volume de ce prisme mesure : $2,045\ m^2 \times 0,15\ m = 0,30675\ m^3$.

On sait que $1\ m^3 = 1\,000$ L.

Le volume de bac à sable mesure donc $0,30675 \times 1\,000$ L = 306,75 L

$\boxed{\text{Oui, il a besoin d'un peu plus de 300 L de sable pour remplir ce bac.}}$

Exercice n° 6 — Correction

Pourcentages — Lecture graphique — Tâche complexe (20)

1.a. $2,4\ bars - 1,9\ bars = 0,5\ bars$.
Les pneus perdent $0,1\ bars$ par mois. Comme $0,5\ bars \div 0,1\ bars = 5$

$\boxed{\text{La pression sera descendue à } 1,9\ bars \text{ en 5 mois.}}$

1.b $\boxed{\text{Le pourcentage cherché est compris entre 2 \% et } 4,2\ \%.}$

2.a Il consommait 6 L pour $100\ km$ avant ce stage. Il a fait baissé sa consommation de 15 %.

$6 \text{ L} \times \dfrac{15}{100} = 0,9$ L. Sa consommation est maintenant de $6 \text{ L} - 0,9\ l = 5,1$ L.

Sa consommation est maintenant de 5, 1 L.

On peut aussi calculer le coefficient de réduction : $1 - \dfrac{15}{100} = \dfrac{100}{100} - \dfrac{15}{100} = \dfrac{85}{100} = 0,85$

On a $6 \text{ L} \times 0,85 = 5,1$ L.

2.b. Il roule $20\,000\ km$ par an.
Comme la consommation est proportionnelle à la distance parcourue nous pouvons utiliser des tableaux de proportionnalité.

En consommant 6 L pour $100\ km$:

Consommation	6 L	$\dfrac{6 \text{ L} \times 20\,000\ km}{100\ km} = 1\,200$
Distance	$100\ km$	$20\,000\ km$

En consommant 5, 1 L pour $100\ km$:

Consommation	5, 1 L	$\dfrac{5,1 \text{ L} \times 20\,000\ km}{100\ km} = 1\,020$
Distance	$100\ km$	$20\,000\ km$

Comme $1\,200 \text{ L} - 1\,020 \text{ L} = 180$ L

Il peut économiser 180 L de carburant.

On pouvait bien sur estimer que $20\,000\ km = 100\ km \times 200$.
En consommant 6 L *pour* $100\ km$ *il va consommer* $6 \text{ L} \times 200 = 1\,200$ L.
En consommant 5, 1 L *pour* $100\ km$ *il va consommer* $5,1 \text{ L} \times 200 = 1\,020$ L.

On peut aussi évaluer l'économie pour $100\ km$ *soit* $6 \text{ L} - 5,1 \text{ L} = 0,9$ L.
En appliquant le raisonnement précendent on trouve une économie de $0,9 \text{ L} \times 200 = 180$ L

2.c. Si le litre de carburant coûte 1, 35 € , l'économie réalisée est $180 \times 1,35$ € $= 234$ € .

Il peut économiser 243 € .

2.d. Comme 243 € > 200 € .

Son stage est amorti. Il lui rapporte même 43 € la première année et 200 € les années suivantes.

Exercice n° 7 — Correction

Scratch — Calcul littéral — Équation du premier degré (20)

1. Pour le **Lutin n° 1** : en partant de 7 on obtient successivement : $7 + 5 = 12$ puis $12 \times 2 = 24$ et $24 - 7 = 17$.
Pour le **Lutin n° 2** : en partant de 7 on obtient successivement : $7 \times 7 = 49$ et $49 - 8 = 41$.

En partant de 7 on obtient bien 17 pour le **Lutin n° 1** et 41 pour le **Lutin n° 2**.

2. En partant de -4 le **Lutin n° 2** donne successivement : $-4 \times 7 = -28$ et $-28 - 8 = -36$.

En partant de -4 le **Lutin n° 2** répond -36.

3.a Pour le **Lutin n° 1** :

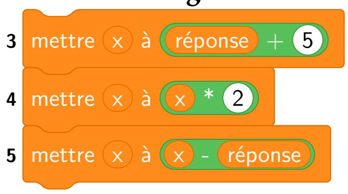
En partant du nombre générique x on obtient successivement : $x+5$ puis $(x+5)\times 2$ et enfin $(x+5)\times 2 - x$.

$\boxed{\text{L'expression obtenue est } (x+5)\times 2 - x.}$

3.b. Développons $A = (x+5)\times 2 - x$. Ainsi $A = 2x + 10 - x$ et $A = x + 10$. $\boxed{\text{On obtient bien l'expression } x+10.}$

4. D'après ce qu'on vient de voir les instructions peuvent se ramener à $x+10$. Plus précisément :

Blocs originaux



Bloc pouvant les remplacer

5. Il faut d'abord modéliser le programme du **Lutin n° 2** :
Si on note x le nombre de départ, on obtient successivement : $7\times x$ puis $7\times x - 8$.

Il faut ensuite résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}
x+10 &= 7x-8\\
x+10-10 &= 7x-8-10\\
x &= 7x-18\\
x-7x &= 7x-18-7x\\
-6x &= -18\\
x &= \frac{-18}{-6}\\
x &= 3
\end{aligned}$$

Vérifions ce résultat :

En prenant 3 au départ pour le **Lutin n° 1**,
on obtient successivement :
$3+5=8$ puis $8\times 2 = 16$ et $16-3=13$

En prenant 3 au départ pour le **Lutin n° 2**,
on obtient successivement :
$3\times 7 = 21$ puis $21-8=13$

$\boxed{\text{En prenant 3 au départ les programmes des \textbf{Lutins n° 1 et n° 2} renvoient le même nombre : 13.}}$

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2019

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00   100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte **7** pages numérotées de la page **1 sur 7** à la page **7 sur 7**.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le sujet est constitué de six exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

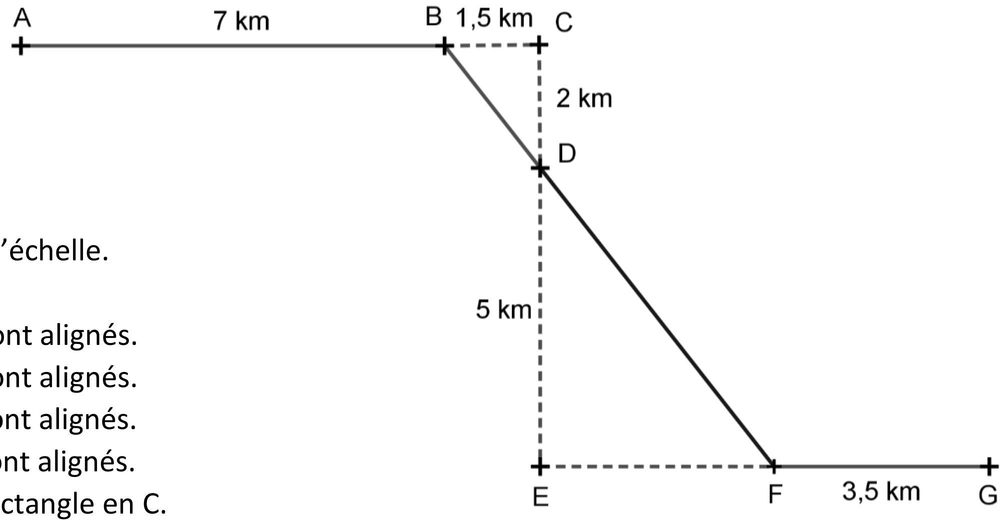
Exercice 1	18 points
Exercice 2	14 points
Exercice 3	17 points
Exercice 4	16 points
Exercice 5	15 points
Exercice 6	20 points

L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction. Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non aboutis.

Exercice 1 (18 points)

Michel participe à un rallye VTT sur un parcours balisé. Le trajet est représenté en traits pleins.

Le départ du rallye est en A et l'arrivée est en G.



Le dessin n'est pas à l'échelle.

Les points A, B et C sont alignés.
Les points C, D et E sont alignés.
Les points B, D et F sont alignés.
Les points E, F et G sont alignés.
Le triangle BCD est rectangle en C.
Le triangle DEF est rectangle en E.

1. Montrer que la longueur BD est égale à 2,5 km.
2. Justifier que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.
3. Calculer la longueur DF.
4. Calculer la longueur totale du parcours.
5. Michel roule à une vitesse moyenne de 16 km/h pour aller du point A au point B.
Combien de temps mettra-t-il pour aller du point A au point B ?
Donner votre réponse en minutes et secondes.

Exercice 2 (14 points)

1.
   a. Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de 2744.
   b. En déduire la décomposition en produit de facteurs premiers de 2744^2.
   c. À l'aide de cette décomposition, trouver x tel que $x^3 = 2744^2$.

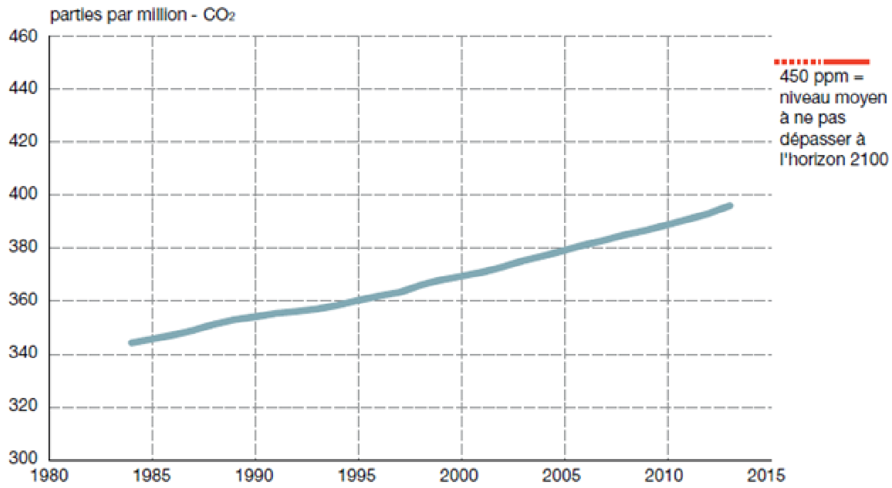
2. Soient a et b deux nombres entiers supérieurs à 2 tels que $a^3 = b^2$.
   a. Calculer b lorsque $a = 100$.
   b. Déterminer deux nombres entiers a et b supérieurs à 2 et inférieurs à 10 qui vérifient l'égalité $a^3 = b^2$.

Exercice 3 **(17 points)**

Les activités humaines produisent du dioxyde de carbone (CO_2) qui contribue au réchauffement climatique. Le graphique suivant représente l'évolution de la concentration atmosphérique moyenne en CO_2 (en ppm) en fonction du temps (en année).

Concentration de CO_2 atmosphérique

(Source : Centre Mondial de Données relatives aux Gaz à Effet de Serre sous l'égide de l'OMM)



1 ppm de CO_2 = 1 partie par million de CO_2= 1 milligramme de CO_2 par kilogramme d'air.

1. Déterminer graphiquement la concentration de CO_2 en ppm en 1995 puis en 2005.

2. On veut modéliser l'évolution de la concentration de CO_2 en fonction du temps à l'aide d'une fonction g où $g(x)$ est la concentration de CO_2 en ppm en fonction de l'année x.

a. Expliquer pourquoi une fonction affine semble appropriée pour modéliser la concentration en CO_2 en fonction du temps entre 1995 et 2005.

b. Arnold et Billy proposent chacun une expression pour la fonction g :

Arnold propose l'expression $g(x) = 2x - 3630$;
Billy propose l'expression $g(x) = 2x - 2000$.

Quelle expression modélise le mieux l'évolution de la concentration de CO_2? Justifier.

c. En utilisant la fonction que vous avez choisie à la question précédente, indiquer l'année pour laquelle la valeur de 450 ppm est atteinte.

3. En France, les forêts, grâce à la photosynthèse, captent environ 70 mégatonnes de CO_2 par an, ce qui représente 15% des émissions nationales de carbone (année 2016).
Calculer une valeur approchée à une mégatonne près de la masse M du CO_2 émis en France en 2016.

Exercice 4 (16 points)

Pour le mariage de Dominique et Camille, le pâtissier propose deux pièces montées constituées de gâteaux de tailles et de formes différentes.

La tour de Pise : La première pièce montée est constituée d'un empilement de 4 gâteaux de forme cylindrique, de même hauteur et dont le diamètre diminue de 8 cm à chaque étage. Le gâteau du bas a pour diamètre 30 cm et pour hauteur 6 cm.	

La tour Carrée : La deuxième pièce montée est constituée d'un empilement de 3 pavés droits à base carrée de même hauteur. La longueur du côté de la base diminue de 8 cm à chaque étage. La hauteur des gâteaux est 8 cm ; le côté de la base du gâteau du bas mesure 24 cm.	

Tous les gâteaux ont été confectionnés à partir de la recette ci-dessous qui donne la quantité des ingrédients correspondant à 100 g de chocolat.

Recette du gâteau pour 100 g de chocolat :	• 65 g de sucre • 2 œufs • 75 g de beurre • 30 g de farine

1. Quel est le ratio (masse de beurre : masse de chocolat) ? Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.
2. Calculer la quantité de farine nécessaire pour 250 g de chocolat noir suivant la recette ci-dessus.
3. Calculer la longueur du côté de la base du plus petit gâteau de la tour Carrée.
4. Quelle est la tour qui a le plus grand volume ? Justifier votre réponse en détaillant les calculs.

On rappelle que le volume V d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donné par la formule :

$$V = \pi \times r^2 \times h.$$

Exercice 5 (15 points)

On donne le programme de calcul suivant :

Étape 1 : Choisir un nombre de départ
Étape 2 : Ajouter 6 au nombre de départ
Étape 3 : Retrancher 5 au nombre de départ
Étape 4 : Multiplier les résultats des étapes 2 et 3
Étape 5 : Ajouter 30 à ce produit
Étape 6 : Donner le résultat

1.

a. Montrer que si le nombre choisi est 4, le résultat est 20.

b. Quel est le résultat quand on applique ce programme de calcul au nombre -3 ?

2. Zoé pense qu'un nombre de départ étant choisi, le résultat est égal à la somme de ce nombre et de son carré.

a. Vérifier qu'elle a raison quand le nombre choisi au départ vaut 4, et aussi quand on choisit -3.

b. Ismaël décide d'utiliser un tableur pour vérifier l'affirmation de Zoé sur quelques exemples.

B6 =B1+B1^2

	A	B	C	D	E	F
1	**Étape 1**	**2**	**5**	**7**	**10**	**20**
2	**Étape 2**	**8**	**11**	**13**	**16**	**26**
3	**Étape 3**	**-3**	**0**	**2**	**5**	**15**
4	**Étape 4**	**-24**	**0**	**26**	**80**	**390**
5	**Étape 5 (résultat)**	**6**	**30**	**56**	**110**	**420**
6	**Somme du nombre et de son carré**	**6**	**30**	**56**	**110**	**420**

Il a écrit des formules en B2 et B3 pour exécuter automatiquement les étapes 2 et 3 du programme de calcul.

Quelle formule à recopier vers la droite a-t-il écrite dans la cellule B4 pour exécuter l'étape 4 ?

c. Zoé observe les résultats, puis confirme que **pour tout** nombre x choisi, le résultat du programme de calcul est bien $x^2 + x$. Démontrer sa réponse.

d. Déterminer tous les nombres pour lesquels le résultat du programme est 0.

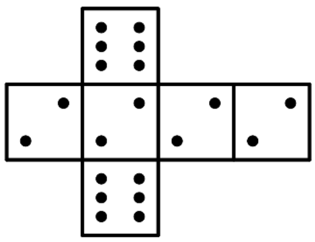
Exercice 6 (20 points)

Deux amis Armelle et Basile jouent aux dés en utilisant des dés bien équilibrés mais dont les faces ont été modifiées. Armelle joue avec le dé A et Basile joue avec le dé B.

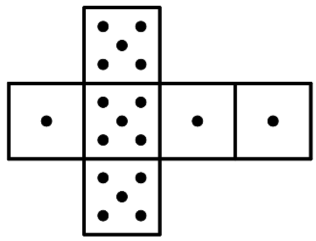
Lors d'une partie, chaque joueur lance son dé et celui qui obtient le plus grand numéro gagne un point.

Voici les patrons des deux dés :

Patron du dé A



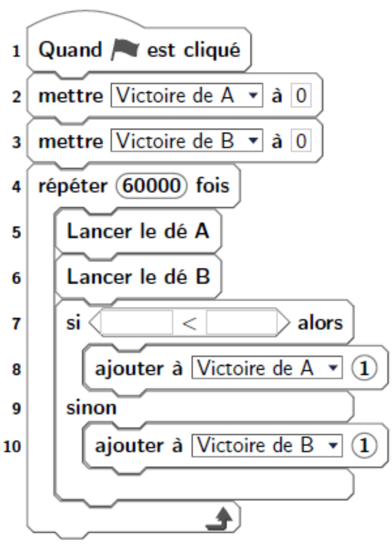
Patron du dé B



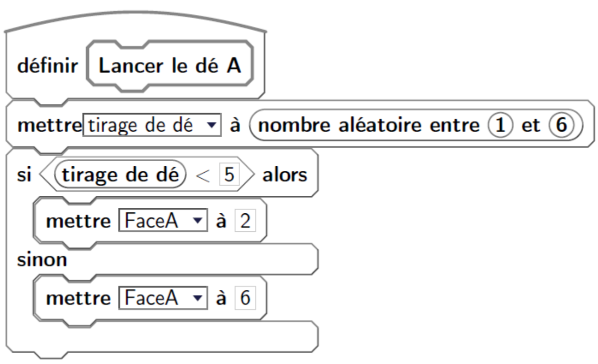
1. Une partie peut-elle aboutir à un match nul ?
2.
   a. Si le résultat obtenu avec le dé A est 2, quelle est la probabilité que Basile gagne un point ?
   b. Si le résultat obtenu avec le dé B est 1, quelle est la probabilité qu'Armelle gagne un point ?
3. Les joueurs souhaitent comparer leur chance de gagner. Ils décident de simuler un match de soixante mille duels à l'aide d'un programme informatique.

Voici une partie du programme qu'ils ont réalisé.

Programme principal



Sous-programmes



On précise que l'expression (**nombre aléatoire entre 1 et 6**) renvoie de manière équiprobable un nombre pouvant être 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ou 6.

Les variables *FaceA* et *FaceB* enregistrent les résultats des dés A et B. Par exemple, la variable *FaceA* peut prendre soit la valeur 2 soit la valeur 6, puisque ce sont les seuls nombres présents sur le dé A.

Les variables *Victoire de A* et *Victoire de B* comptent les victoires des joueurs.

a. Lorsqu'on exécute le sous-programme « Lancer le dé A », quelle est la probabilité que la variable *FaceA* prenne la valeur 2 ?

b. Recopier la ligne 7 du programme principal en la complétant.

c. Rédiger un sous-programme « Lancer le dé B » qui simule le lancer du dé B et enregistre le nombre obtenu dans la variable *FaceB*.

4. Après exécution du programme principal, on obtient les résultats suivants :
Victoire de A = 39 901 *Victoire de B* = 20 099

a. Calculer la fréquence de gain du joueur A, exprimée en pourcentage. On donnera une valeur approchée à 1% près.

b. Conjecturer la probabilité que A gagne contre B.

BREVET 2019 — Mathématiques — France Septembre

Lundi 16 septembre 2019

Série générale

Correction

Cette correction est rédigée à des fins pédagogiques et didactiques. Il n'est pas demandé au candidat de justifier le raisonnement en donnant autant de détails. De nombreux commentaires ont été ajoutés pour aider à la préparation à cette épreuve. Il est même régulièrement proposé plusieurs alternatives pour une même réponse. Une seule réponse est attendue de la part du candidat. Pour la même raison, même quand le sujet indique explicitement que le raisonnement ne doit pas être justifié, des explications complémentaires ont été fournies.

Exercice n° 1 — Correction

Théorème de Pythagore — Théorème de Thalès — Vitesse (20)

1.
Dans le triangle BCD rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{CB}^2 + \mathrm{CD}^2 = \mathrm{BD}^2$$
$$1,5^2 + 2^2 = \mathrm{BD}^2$$
$$2,25 + 4 = \mathrm{BD}^2$$
$$\mathrm{BD}^2 = 6,25$$
$$\mathrm{BD} = \sqrt{6,25}$$
$$\mathrm{BD} = 2,5$$

La longueur BD est égale à $2,5\ km$.

2. Le triangle BCD est rectangle en C donc (BC) est perpendiculaire à (CD).
Le triangle DEF est rectangle en E donc (EF) est perpendiculaire à (ED).

Comme les points C, D et E sont alignés, les droites (CD) et (ED) sont identiques.

Or on sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors les droites sont parallèles.**

Les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

3.
Les droites (BF) et (CE) sont sécantes en D, les droites (BC) et (EF) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\mathrm{DB}}{\mathrm{DF}} = \frac{\mathrm{DC}}{\mathrm{DE}} = \frac{\mathrm{BF}}{\mathrm{CE}}$$

$$\frac{2,5\ km}{\mathrm{DF}} = \frac{2\ km}{5\ km} = \frac{1,5\ km}{\mathrm{EF}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :
$\mathrm{DF} = \dfrac{5\ km \times 2,5\ km}{2\ km}$ d'où $\mathrm{DF} = \dfrac{12,5\ km^2}{2\ km}$ et $\mathrm{DF} = 6,25\ km$

La longueur DF mesure $6,25\ km$.

4. La longueur du parcours est : $7\ km + 2,5\ km + 6,25\ km + 3,5\ km = 19,25\ km$.

5. On se demande combien de temps est nécessaire pour parcourir $7\ km$ à $16\ km/h$.
On sait qu'à vitesse constante, la distance et le temps sont proportionnels.

Distance	$16\ km$	$7\ km$
Temps	$1\ h = 60\ min = 3\,600\ s$	$\dfrac{3\,600\ s \times 7\ km}{16\ km} = 1\,575\ s$

On peut effectuer une division euclidienne : $1\,575\ s = 26 \times 60\ s + 15\ s$.

$\boxed{\text{Il mettra } 26\ min\ 15\ s \text{ pour aller du point A au point B.}}$

Exercice n° 2 — Correction

Arithmétique (20)

1.a

2744	2
1372	2
686	2
343	7
49	7
7	7
1	

Ainsi $2\,744 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7$ soit $\boxed{2\,744 = 2^3 \times 7^3}$.

1.b $2\,744^2 = (2^3 \times 7^3)^2$ donc $2\,744^2 = (2^3)^2 \times (7^3)^2$.

$\boxed{2\,744^2 = 2^6 \times 7^6}$

Aucune connaissance sur les puissances n'est nécessaire pour résoudre cet exercice.

$2\,744^2 = 2\,744 \times 2\,744$
$2\,744^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7$
$2\,744^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$

1.c $2\,744^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$
$2\,744^2 = 2^3 \times 2^3 \times 7^3 \times 7^3$
$2\,744^2 = (2 \times 2 \times 7 \times 7)^3$
$2\,744^2 = 196^3$

$\boxed{x = 196 \text{ est une solution de l'équation } x^3 = 2\,744^2}$

2.a. Il faut résoudre :

$$100^3 = b^2$$

$$1\,000\,000 = b^2$$

Il y a deux solutions : $b = \sqrt{1\,000\,000} = 1\,000$ et $b = -\sqrt{1\,000\,000} = -1\,000$.
Comme b est un entier positif.

$\boxed{\text{La seule solution positive est } b = 1\,000.}$

2.b. On peut faire une recherche exhaustive des solutions en examinant les carrés et les cubes des nombres entiers compris entre 2 et 10.
$2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $4^2 = 16$; $5^2 = 25$; $6^2 = 36$; $7^2 = 49$; $8^2 = 64$; $9^2 = 81$ et $10^2 = 100$

On se contente des cubes inférieurs à $10^2 = 100$:
$2^3 = 8$; $3^3 = 27$; $4^3 = 64$; $5^3 = 125$.

La seule solution dans cet encadrement est $4^3 = 8^2$.

$\boxed{a = 4 \text{ et } b = 8 \text{ sont une solution de l'équation } a^3 = b^2.}$

Exercice n° 3 — Correction

Lecture graphique — Fonction affine — Pourcentages (20)

1. On lit graphiquement :

$\boxed{\text{La concentration en } CO_2 \text{ en 1995 est de 360 } ppm \text{ et en 2005 de 380 } ppm.}$

2.a. En observant la courbe entre 1995 et 2005 on peut constater qu'elle est quasiment rectiligne.
On sait que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

$\boxed{\text{On peut donc modéliser cette courbe par une fonction affine entre 1995 et 2005.}}$

2.b. Nous avons vu à la **question 1** que $g(1995) = 360$ et que $g(2005) = 380$.
Testons chacune des fonctions proposées :

— Arnold : $g(x) = 2x - 3\,630$ donc $g(1995) = 2 \times 1\,995 - 3\,630 = 360$ et $g(2005) = 2 \times 2\,005 - 3\,630 = 380$;

— Billy : $g(x) = 2x - 2\,000$ donc $g(1995) = 2 \times 1\,995 - 2\,000 = 1\,990$ et $g(2005) = 2 \times 2\,005 - 2\,000 = 2010$.

$\boxed{\text{La fonction proposée par Arnold semble le mieux modéliser la situation.}}$

Il est surprenant que la fonction proposée par Billy soit si éloignée de la fonction attendue. Il aurait été plus intéressant de proposer une fonction plausible. Par exemple $g(x) = 3x - 5\,625$. *On aurait eu* $g(1995) = 360$ *et* $g(2005) = 390$.

2.c Cela revient à résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} g(x) &= 450 \\ 2x - 3\,630 &= 450 \\ 2x - 3\,630 + 3\,630 &= 450 + 3\,630 \\ 2x &= 4\,080 \\ x &= \frac{4\,080}{2} \\ x &= 2\,040 \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Suivant ce modèle, le taux de 450 } ppm \text{ de } CO_2 \text{ serait atteint en 2040.}}$

3. 70 megatonnes de CO_2 correspond à 15 % des émissions mondiales.

On peut passer par un retour à l'unité.
$70 \div 15 \approx 4,67$ ce qui signifie que 1 % des émissions mondiales correspond à 4,67 megatonnes.
$4,67 \times 100 = 467$: le total des émissions mondiales est de 467 megatonnes.

On peut aussi utiliser un tableau de proportionnalité :

Emissions de CO_2	70 *megatonnes*	$\frac{100 \times 70}{15} = \frac{7\,000}{15} \approx 467$
Pourcentages	15	100

$\boxed{\text{Les émissions de } CO_2 \text{ en 2016 représente environ 467 megatonnes.}}$

Exercice n° 4 — Correction

Proportionnalité — Ratio — Volume du pavé droit — Volume du cylindre (20)

1. Pour 100 g de chocolat il faut 75 g de beurre.
Le ration masse de beurre : masse de chocolat est donc 75 : 100.

$$\frac{75}{100} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{3}{4}$$

$$\boxed{\text{Le ration masse de beurre : masse de chocolat est } 3:4 \text{ soit } \frac{3}{4}}$$

2. La quantité de farine est proportionnelle à la quantité de chocolat :

Quantité de chocolat	$100\ g$	$250\ g$
Quantité de farine	$30\ g$	$\dfrac{30\ g \times 250\ g}{100\ g} = \dfrac{7\,500\ g}{100} = 75\ g$

$\boxed{\text{Pour } 250\ g \text{ de chocolat la quantité de farine est } 75\ g.}$

On pouvait aussi constater que $250\ g = 2,5 \times 100\ g$.
Ainsi la quantité de farine est $2,5 \times 30\ g = 75\ g$.

On pouvait aussi revenir à l'unité :
$30\ g \div 100 = 0,30\ g$ *de farine pour* $1\ g$ *de chocolat.*
Ainsi pour $250\ g$ *de chocolat on obtient* $250 \times 0,30\ g = 75\ g$.

3. Le gâteau **Tour carré** a un gâteau de base qui mesure $24\ cm$ de côté. Il y a 3 gateaux superposés. La longueur du côté diminue de $8\ cm$ à chaque étage.
Au second étage le gâteau central mesure $24\ cm - 8\ cm = 16\ cm$.

$\boxed{\text{Le plus petit gâteau de la } \textbf{Tour carrée} \text{ mesure } 16\ cm - 8\ cm = 8\ cm \text{ de côté.}}$

4. Calcul du volume de la **Tour de Pise** :

Ce gâteau est composé de 4 cylindres de hauteur $6\ cm$ dont les diamètres diminuent de $8\ cm$ à chaque étage.
Les diamètres des quatre gâteaux sont donc : $30\ cm$; $30\ cm - 8\ cm = 22\ cm$; $22\ cm - 8\ cm = 14\ cm$ et $14\ cm - 8\ cm = 6\ cm$
Les rayons de ces gâteaux sont : $15\ cm$; $11\ cm$; $7\ cm$ et $3\ cm$.

Notons V_1, V_2, V_3 et V_4 les volumes des gâteaux du plus grand au plus petit.

$V_1 = \pi \times (15\ cm)^2 \times 6\ cm = 1\,350\pi\ cm^3$
$V_2 = \pi \times (11\ cm)^2 \times 6\ cm = 726\pi\ cm^3$
$V_3 = \pi \times (7\ cm)^2 \times 6\ cm = 294\pi\ cm^3$
$V_4 = \pi \times (3\ cm)^2 \times 6\ cm = 54\pi\ cm^3$

Le volume de la **Tour de Pise** est donc $V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 1\,350\pi\ cm^3 + 726\pi\ cm^3 + 294\pi\ cm^3 + 54\pi\ cm^3 = 2\,424\pi\ cm^3 \approx 7\,615\ cm^3$

Il est conseillé dans cette situation d'utiliser les valeurs exactes plutôt que les valeurs approchée le plus lontemps possible dans les calculs.
Calcul du volume de la **Tour Carrée** :

Ce gâteau est composé de 3 pavés droits à base carrée de hauteur $8\ cm$ dont les côtés diminuent de $8\ cm$ à chaque étage.
Les côté des trois gâteaux sont donc : $24\ cm$; $24\ cm - 8\ cm = 16\ cm$ et $16\ cm - 8\ cm = 8\ cm$.

Notons V'_1, V'_2 et V'_3 les volumes des gâteaux du plus grand au plus petit.

Le volume d'un pavé droit de longueur L, *de largeur* l *et de hauteur* h *est donné par la formule :*

$$V = L \times l \times h$$

$V'_1 = 24\ cm \times 24\ cm \times 8\ cm = 4\,608\ cm^3$

$V'_2 = 16\ cm \times 16\ cm \times 8\ cm = 2048\ cm^3$
$V'_3 = 8\ cm \times 8\ cm \times 8\ cm = 512\ cm^3$

Le volume de la **Tour de Carrée** est donc $V_1 + V_2 + V_3 = 4608\ cm^3 + 2048\ cm^3 + 512\ cm^3 = 7168\ cm^3$

La **Tour de Pise** a un volume supérieur à celui de la **Tour Carrée** de près de $7615\ cm^3 - 7168\ cm^3 = 447\ cm^3$

Exercice nº 5 — Correction

Programme de calcul — Conjecture — Calcul littéral — Équation-produit — Tableur (20)

1.a. En partant du nombre 4 on obtient successivement :

— **Étape 1** : 4 ;
— **Étape 2** : $4 + 6 = 10$;
— **Étape 3** : $4 - 5 = -1$;
— **Étape 4** : $10 \times (-1) = -10$;
— **Étape 5** : $-10 + 30$;
— **Étape 6** : 20 ;

En partant du nombre 4 on arrive bien à 20.

1.b. En partant du nombre -3 on obtient successivement :

— **Étape 1** : -3 ;
— **Étape 2** : $-3 + 6 = 3$;
— **Étape 3** : $-3 - 5 = -8$;
— **Étape 4** : $3 \times (-8) = -24$;
— **Étape 5** : $-24 + 30$;
— **Étape 6** : 6 ;

En partant du nombre -3 on arrive bien à 6.

2.a. Il faut tester en ajoutant le nombre à son carré.

— pour 4 : $4^2 + 4 = 16 + 4 = 20$ — la conjecture semble vraie !
— pour -3 : $(-3)^2 + (-3) = 9 - 3 = 6$ — la conjecture fonctionne encore !

Cette conjecture semble vraie pour 4 et -3.

2.b Dans la case B4 se trouve le résultat de l'**Étape 4** qui consiste à multiplier les résultats de l'**Étape 2** et de l'**Étape 3**. Ces résultats se trouvent en B2 et B3.

Dans la case B4 la formule est $= B2 * B3$

2.c Il faut utiliser le programme de calcul sur un nombre générique.
Notons x le nombre de départ :

— **Étape 1** : x ;
— **Étape 2** : $x + 6$;
— **Étape 3** : $x - 5$;
— **Étape 4** : $(x + 6) \times (x - 5)$;
— **Étape 5** : $(x + 6)(x - 5) + 30$;

Développons cette expression :
$A = (x+6)(x-5)+30$
$A = x^2 - 5x + 6x - 30 + 30$
$A = x^2 + x$

$\boxed{\text{Le programme de calcul consiste bien à ajouter le nombre à son carré.}}$

2.d. Il faut résoudre :

$$\begin{aligned} x^2 + x &= 0 \\ x(x+1) &= 0 \end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$x = 0$$

$$\begin{aligned} x+1 &= 0 \\ x+1\color{red}{-1} &= 0\color{red}{-1} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $\boxed{x = 0 \text{ et } x = -1}$

Testons ces solutions :

- ***Étape 1*** *:* 0*;*
- ***Étape 2*** *:* $0+6=6$*;*
- ***Étape 3*** *:* $0-5=-5$*;*
- ***Étape 4*** *:* $6\times(-5)=-30$*;*
- ***Étape 5*** *:* $(-30)+30=0$*;*

- ***Étape 1*** *:* -1*;*
- ***Étape 2*** *:* $-1+6=5$*;*
- ***Étape 3*** *:* $-1-5=-6$*;*
- ***Étape 4*** *:* $5\times(-6)=-30$*;*
- ***Étape 5*** *:* $(-30)+30=0$*;*

On ne sait pas résoudre une équation contenant un terme en x^2 *sans la factoriser. Il faut donc chercher une factorisation à facteurs communs ou une factorisation utilisant les identités remarquables pour résoudre ce genre d'équation.*

EXERCICE Nº 6 — CORRECTION

Scratch — Probabilités (20)

1. On constate que les deux cubes n'ont pas un seul numéro en commun.

$\boxed{\text{La partie de peut pas aboutir à un match nul.}}$

Dans cette partie on considère que nous sommes dans une **situation d'équiprobabilité** ce qui signifie que chaque issue apparaît avec la même fréquence.

2.a. Si Armelle obtient 2, Basile gagne en obtenant 5.
Il y a 6 faces sur le cube et donc six issues possibles pour Basile.
Sur ces 6 issues, seules 3 sont supérieures à 2.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2} = 0,5 \text{ soit } 50\ \%.}$

2.b. Si Basille obtient 1, dans tous les cas Armelle est gagnant.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } 100\ \%.}$

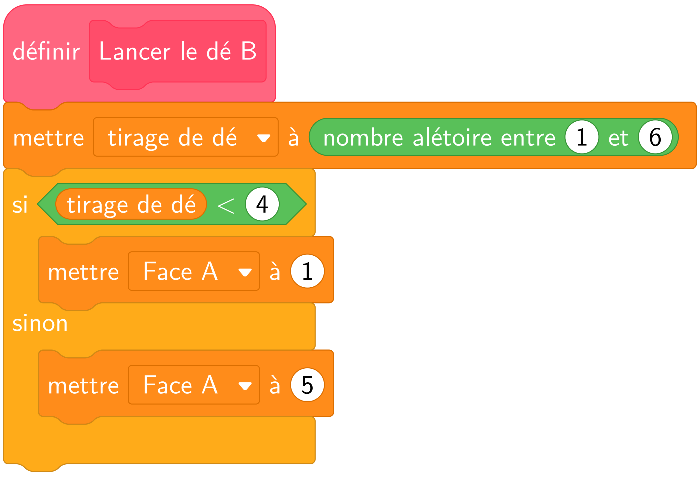
On peut calculer cette probabilité : 6 *issues gagnantes sur* 6 *issues possibles soit* $\dfrac{6}{6} = 1$.

3.a. D'après le programme **Lancer le dé A** on obtient 2 si le tirage est inférieur à 5 : c'est à dire pour les valeurs 1 ; 2 ; 3 ou 4.
Il y a donc 4 issues sur 6 qui permettent d'obtenir 2.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3} \approx 0,667 \text{ soit environ } 67\ \%.}$

3.b

3.c



4.a. A a gagné 39 901 fois et B 20 099 fois.
Il y a donc eu $39\,901 + 20\,099 = 60\,000$ parties comme indiqué dans le programme.

$\boxed{\text{La fréquence cherchée est } \dfrac{39\,901}{60\,000} \approx 0,67 \text{ soit environ } 67\ \%.}$

4.b. $\boxed{\text{On peut conjecturer que la probabilité que A gagne contre B soit la fréquence précédente soit environ 67 \%}}$

On peut calculer cette probabilité de la manière suivante :

Il faut représenter les différentes possibilités dans un arbre ou un tableau :

Dé A et B	2	2	2	2	6	6
1	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*
1	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*
1	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*
5	*B gagne*	*B gagne*	*B gagne*	*B gagne*	*A gagne*	*A gagne*
5	*B gagne*	*B gagne*	*B gagne*	*B gagne*	*A gagne*	*A gagne*
5	*B gagne*	*B gagne*	*B gagne*	*B gagne*	*A gagne*	*A gagne*

Il y a donc 36 issues équiprobables possibles.
Sur ces 36 issues, 24 sont gagnantes pour A.

La probabilité cherchée est $\dfrac{24}{36} = \dfrac{2}{3} \approx 0,667$ *soit environ* 67 %

Diplôme national du brevet
Session 2019

Mathématiques

Série générale

Amérique du Sud

14 novembre 2019

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	13 points
Exercice n° 3	14 points
Exercice n° 4	23 points
Exercice n° 5	14 points
Exercice n° 6	16 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Quatre affirmations

20 points

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer sur la copie, si elle est vraie ou fausse.

On rappelle que chaque réponse doit être justifiée.

Affirmation n° 1

Dans la série de valeurs ci-dessous, l'étendue est 25.

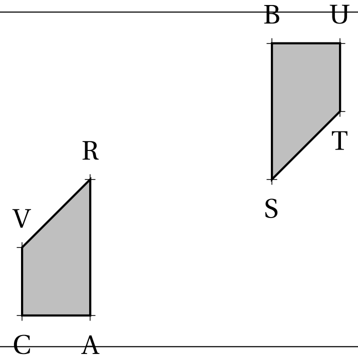
Série : 37 ; 20 ; 18 ; 25 ; 45 ; 94 ; 62

Affirmation n° 2

Les nombres 70 et 90 ont exactement deux diviseurs premiers en commun.

Affirmation n° 3

À partir du quadrilatère BUTS,on a obtenu le quadrilatère VRAC par une translation.



Affirmation n° 4

Quand on multiplie l'arête d'un cube par 3, son volume est multiplié par 27.

Exercice n° 2 — Dépenses liées au transport *13 points*

On a saisi dans un tableur les dépenses liées au transport des familles françaises pour les années 2013 et 2015.
Ces dépenses sont exprimées en milliards d'euros.

Pour l'année 2013, on a aussi saisi dans ce tableur les dépenses totales annuelles qui correspondent aux dépenses liées au logement, au transport, à la santé, à l'éducation...

Voici une copie de l'écran obtenu.

Par exemple : en 2015, les dépenses annuelles des familles françaises, liées à l'achat de carburant, ont été de 34 milliards d'euros.

	A	B	C
1	Dépenses liées au transport	Année 2013	Année 2015
2	Achat de véhicule particulier	38	39
3	Frais d'entretien des véhicules	45	51
4	Achat de carburant	39	34
5	Achat de services de transport (avion, train...)	26	28
6	Total pour le budget transport	148	152
7			
8	Dépenses totales annuelles	1498	

1. Pour l'année 2015, quelle est la dépense des familles françaises liée aux frais d'entretien des véhicules ?

2. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B6 avant de l'étirer dans la cellule C6 ?

3. À la lecture du tableau, les dépenses annuelles liées à l'achat de carburant ont-elles baissé de 5 % entre 2013 et 2015 ?

4. En 2015, les dépenses des familles françaises liées aux transports correspondaient à environ $9,87$ % des dépenses totales annuelles. Quelles étaient alors les dépenses totales annuelles des familles françaises en 2015 ?

Exercice n° 3 — Calculer, développer et résoudre *14 points*

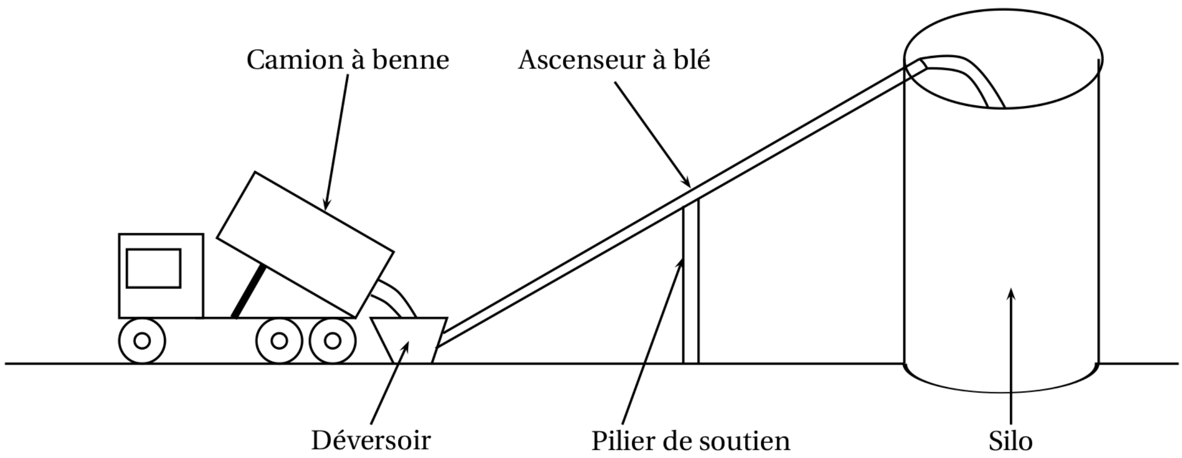
1. Calculer $5x^2 - 3(2x+1)$ pour $x = 4$.

2. Montrer que, pour toute valeur de x, on a : $5x^2 - 3(2x+1) = 5x^2 - 6x - 3$.

3. Trouver la valeur de x pour laquelle $5x^2 - 3(2x+1) = 5x^2 - 4x + 1$.

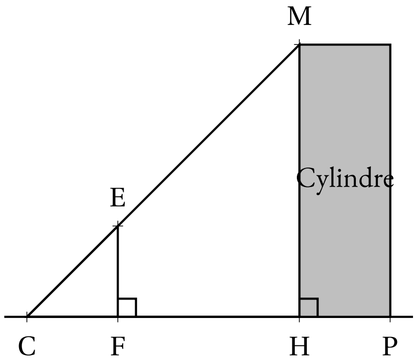
Exercice n° 4 — L'ascenseur du silo à grains *23 points*

Un silo à grains permet de stocker des céréales. Un ascenseur permet d'acheminer le blé dans le silo.
L'ascenseur est soutenu par un pilier.



On modélise l'installation par la figure ci-dessous qui n'est pas réalisée à l'échelle :

— Les points C, E et M sont alignés ;
— Les points C, F, H et P sont alignés ;
— Les droites (EF) et (MH) sont perpendiculaires à la droite (CH) ;
— CH = $8,50\ m$ et CF = $2,50\ m$;
— Hauteur du cylindre : HM = $20,40\ m$;
— Diamètre du cylindre : HP = $4,20\ m$.



Les quatre questions suivantes sont indépendantes.

1. Quelle est la longueur CM de l'ascenseur à blé ?

2. Quelle est la hauteur EF du pilier ?

3. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{HCM}$ entre le sol et l'ascenseur à blé ?
On donnera une valeur approchée au degré près.

4. Un mètre-cube de blé pèse environ $800\ kg$.
Quelle masse maximale de blé peut-on stocker dans ce silo ? On donnera la réponse à une tonne près.

Rappels :

— 1 tonne = $1\,000\ kg$;
— volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h : $\pi \times R^2 \times h$;

Exercice n° 5 — Le remboursement des trajets en voiture *14 points*

Une entreprise rembourse à ses employés le coût de leurs déplacements professionnels, quand les employés utilisent leur véhicule personnel.

Pour calculer le montant de ces remboursements, elle utilise la formule et d'équivalence ci-dessous proposés par le gestionnaire :

Document 1

Longueur d du trajet aller	Prix a	Prix b par kilomètre
De 1 km à 16 km	0,7781	0,1944
De 17 km à 32 km	0,2503	0,2165
De 33 km à 64 km	2,0706	0,1597
De 65 km à 109 km	2,8891	0,1489
De 110 km à 149 km	4,0864	0,1425
De 150 km à 199 km	8,0871	0,1193
De 200 km à 300 km	7,7577	0,1209
De 301 km à 499 km	13,6514	0,1030
De 500 km à 799 km	18,4449	0,0921
De 800 km à 9999 km	32,2041	0,0755

Montant du remboursement

Formule : $a + b \times d$

— a est un prix en euros qui ne dépend que de la longueur du trajet ;
— b est le prix en euros payé par kilomètre parcouru ;
— d est la longueur en kilomètres du trajet aller.

1. Pour un trajet aller de 30 km, vérifier que le montant du remboursement est environ $6,75$ € .

2. Dans le cadre de son travail, un employé de cette entreprise effectue un déplacement à Paris.
Il choisit de prendre sa voiture et il trouve les informations ci-dessous sur un site internet.

Document 2

— Distance Nantes - Paris : 386 km ;
— Coût du péage entre Nantes et Paris : 37 € ;
— Consommation moyenne de la voiture de l'employé : $6,2$ litres d'essence aux 100 km ;
— Prix du litre d'essence : $1,52$ € .

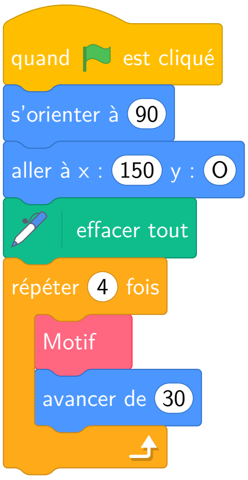
À l'aide des **Documents 1 et 2**, répondre à la question suivante :

Le montant du remboursement sera-t-il suffisant pour couvrir les dépenses de cet employé pour effectuer le trajet aller de Nantes à Paris ?

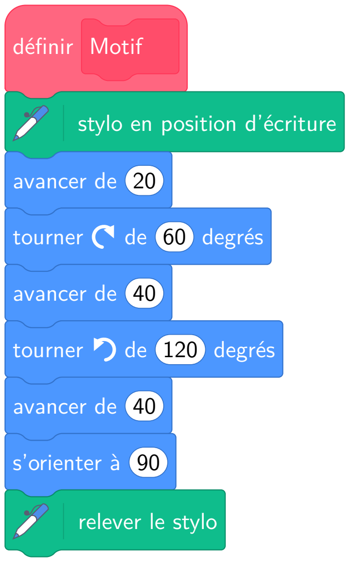
Exercice nº 6 — Une frise avec Scratch *16 points*

Voici les copies d'écran d'un programme qui permet d'obtenir une frise.

Script de la frise

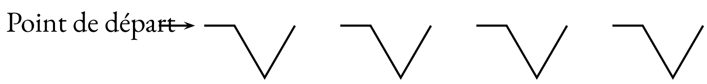


Block motif



Rappel : L'instruction s'orienter à 90 signifie qu'on s'oriente en vue de se diriger vers la droite.

Frise obtenue après le script



1. Quelle distance le lutin a-t-il parcourue pour tracer un seul motif de la frise ?

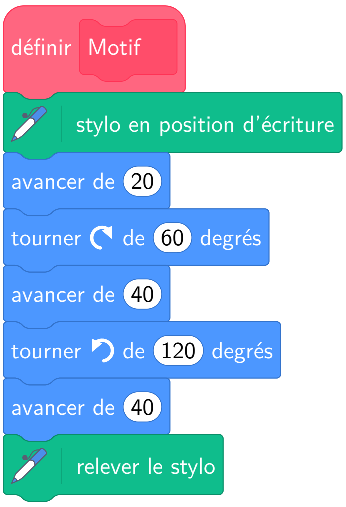
2. On modifie le programme, dans cette question seulement :

— on ne modifie pas le script de la frise.

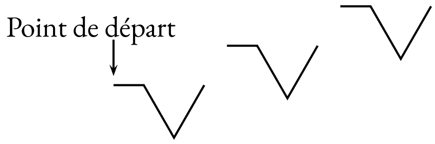
— dans le bloc motif, il enlève l'instruction : relever le stylo

Dessiner à main levée la frise obtenue avec ce nouveau programme.

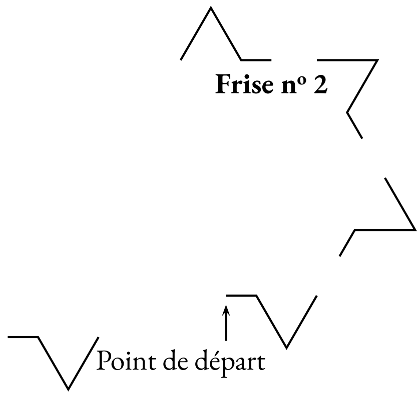
3. On utilise maintenant le bloc motif ci-dessous. Laquelle des deux frises obtient-il ?
Expliquer pourquoi.



Frise nº 1



Frise nº 2



BREVET 2019 — Mathématiques — Amérique du Sud

Jeudi 14 novembre 2019

Série générale

Correction

Cette correction est rédigée à des fins pédagogiques et didactiques. Il n'est pas demandé au candidat de justifier le raisonnement en donnant autant de détails. De nombreux commentaires ont été ajoutés pour aider à la préparation à cette épreuve. Il est même régulièrement proposé plusieurs alternatives pour une même réponse. Une seule réponse est attendue de la part du candidat. Pour la même raison, même quand le sujet indique explicitement que le raisonnement ne doit pas être justifié, des explications complémentaires ont été fournies.

Exercice n° 1 — Correction

Médiane — Arithmétique — Translation — Agrandissement / Réduction (20)

Affirmation n° 1 : Il faut classer cette série dans l'ordre croissant. Comme il y 7 termes, la médiane est le quatrième.

$$18 \; ; \; 20 \; ; \; 25 \; ; \; 37 \; ; \; 45 \; ; \; 62 \; ; \; 94$$

$\boxed{\text{Affirmation n° 1 : FAUSSE, la médiane de cette série est 37.}}$

Affirmation n° 2 : Nous allons chercher les diviseurs de 70 et 90.

Les diviseurs de 70 : 1 — 2 — 5 — 7 — 35 — 70.
Les diviseurs de 90 : 1 — 2 — 3 — 5 — 6 — 9 — 10 — 15 — 18 — 30 — 45 — 90.

$\boxed{\text{Affirmation n° 2 : VRAIE, 2 et 5 sont les deux diviseurs premiers communs à 70 et 90.}}$

Affirmation n° 3 : Cette transformation « retourne »le quadrilatère.

$\boxed{\text{Affirmation n° 3 : FAUSSE, c'est une symétrie centrale.}}$

Affirmation n° 4 : On sait que **Si les longueurs d'une figure sont multipliées par k alors les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3.**

Comme $3^3 = 27$.

$\boxed{\text{Affirmation n° 4 : VRAIE.}}$

Exercice n° 2 — Correction

Lecture de tableau — Tableur — Pourcentages (20)

1. $\boxed{\text{En 2015, 34 milliards d'euros ont été dépensés pour les frais d'entretien des véhicules.}}$

2. Il faut faire la somme des colonnes au dessus.

$\boxed{\text{La formule = B2 + B3 + B4 + B5 a été saisie dans B6 puis copiée dans C6.}}$

On pouvait aussi utiliser la fonction SOMME en écrivant = SOMME(B2 : B5).

3. En 2013 les dépenses de carburant étaient de 39 milliards d'euros et en 2015 elles étaient de 34 milliards d'euros.

Une première manière de faire est de calculer les 5 % de 39 : $39 \times \dfrac{5}{100} = 39 \times 0,05 = 1,95$
Puis $39 - 1,95 = 37,05$.

On peut aussi multiplier 39 par $1 - \dfrac{5}{100} = 1 - 0,05 = 0,95$.

Une seconde méthode consiste à chercher le pourcentage de diminution :

$39-34=5$ puis $\dfrac{5}{39}\approx 0,128$ soit environ 13 %.

Ou encore rechercher le coefficient de diminution : $\dfrac{34}{39}\approx 0,872$ or $0,872=1-0,128=1-\dfrac{12,8}{100}$

$\boxed{\text{Non, les dépenses n'ont pas baissé de 5 \% mais d'environ 13 \%.}}$

Il ne fallait pas se contenter de calculer la différence $39-34=5$. La différence en valeur n'est pas le pourcentage de diminution.

4. En 2015, la dépense annuelle pour les transports, soit 152 milliard d'euros, correspondait à 9,87 % des dépenses totales.

On peut utiliser un tableau de proportionnalité :

Dépenses en milliards d'euros	152	$\dfrac{100\times 152}{9,87}\approx 1\,540$
Pourcentages	9,87	100

On peut aussi rechercher ce que représente 1 % de la dépense totale en effectuant $\dfrac{152}{9,87}\approx 15,4$ puis on multiplie par 100.

$\boxed{\text{La dépense totale annuelle des familles françaises en 2015 correspondait à 1 540 milliard d'euros.}}$

Exercice n° 3 — Correction

Substitution — Développement — Équation du premier degré (20)

1. Pour $x=4$,
$A=5x^2-3(2x+1)=5\times 4^2-3(2\times 4+1)$
$A=5\times 16-3(8+1)$
$A=80-3\times 9$
$A=80-27=53$

$\boxed{\text{Pour } x=4, \text{ l'expression donne 53.}}$

2. Pour tout x on a :
$A=5x^2-3(2x+1)$
$A=5x^2-6x-3$

$\boxed{\text{On a bien le résultat attendu.}}$

3. Résolvons :

$$\begin{aligned}
5x^2-3(2x+1) &= 5x^2-4x+1\\
5x^2-6x-3 &= 5x^2-4x+1\\
5x^2-6x-3-5x^2 &= 5x^2-4x+1-5x^2\\
-6x-3 &= -4x+1\\
-6x-3+4x &= -4x+1+4x\\
-2x-3 &= 1\\
-2x-3+3 &= 1+3\\
-2x &= 4\\
x &= \frac{4}{-2}\\
x &= -2
\end{aligned}$$

$x = -2$ est la solution de cette équation.

Cette équation est assez difficile à résoudre. Il s'agit d'une équation de degré 2 dont les termes en x^2 se simplifient. Ce n'est pas une équation que l'on résoud habituellement en troisième…

Exercice n° 4 — Correction

Théorème de Pythagore — Théorème de Thalès — Trigonométrie — Volume du cylindre (20)

1. Dans le triangle CHM rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$HC^2 + HM^2 = CM^2$$
$$8,5^2 + 20,4^2 = CM^2$$
$$72,25 + 416,16 = CM^2$$
$$CM^2 = 488,41$$
$$CM = \sqrt{488,41}$$
$$CM \approx 22,1$$

L'ascenseur à blé a une longueur de $22,1\ m$.

2. *Il faut bien penser à justifier le parallélisme de* (EF) *et* (HM)

Les droites (EF) et (HM) sont perpendiculaires à la droite (CP).
On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**
Ainsi (EF)//(HM)
Les droites (ME) et (HF) sont sécantes en C, les droites (EF) et (HM) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{CF}{CH} = \frac{CE}{CM} = \frac{EF}{MH}$$
$$\frac{2,5\ m}{8,5\ m} = \frac{CE}{22,1\ m} = \frac{EF}{20,4\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :
$EF = \dfrac{20,4\ m \times 2,5\ m}{8,5\ m}$ d'où $EF = \dfrac{51\ m^2}{8,5\ m}$ et $EF \approx 6\ m$. Le pillier mesure $6\ m$.

3. Dans le triangle HCM rectangle en H,

$\cos\widehat{HCM} = \dfrac{CH}{CM}$ donc $\cos\widehat{HCM} = \dfrac{8,5\ m}{22,1\ m} = \dfrac{5}{13}$.

À la calculatrice on arrive à $\widehat{HCM} \approx 67°$.

On peut aussi calculer $\tan\widehat{HCM} = \dfrac{HM}{HC} = \dfrac{20,40\ m}{8,5\ m} = \dfrac{12}{5} = 2,4$.

L'angle $\widehat{HCM} \approx 67°$ à l'unité près.

4. Ce silo a grains est un cylindre de diamètre $HP = 4,20\ m$ et de hauteur $HM = 20,40\ m$.
Le rayon de ce cylindre est donc $4,20\ m \div 2 = 2,10\ m$.

Le volume de ce silo : $\pi \times (2,10\ m)^2 \times 20,40\ m = 89,964\pi\ m^3 \approx 283\ m^3$

On sait que $1\ m^3$ de blé pèse $800\ kg$. Dans ce silo on peut stocker : $283 \times 800\ kg = 226\,400\ kg = 226,4\ t$

Ce silo à blé peut contenir environ $226\ t$ de blé.

Exercice n° 5 — Correction

Tâche complexe (20)

1. Pour un trajet de $30\ km$ d'après le tableau, dans la ligne « De $17\ km$ à $32\ km$ »on constate que $a = 0,2503$ et $b = 0,2165$.

Pour $d = 30\ km$, la formule $a + b \times d$ donne : $0,2503$ € $+0,2165$ € $\times 30 = 6,7453$ € .

$\boxed{\text{Pour une distance de 30 } km \text{ le remboursement est d'environ } 6,75 \text{ €.}}$

2. Calcul du coût du trajet pour l'employé :

Il y a 386 km a parcourir. Son véhicule consomme 6,2 L pour 100 km. Or 386 $km = 3,86 \times 100$ km.
Il va donc consommer $3,86 \times 6,2$ L $= 23{,}932$ L.

Une autre méthode consiste à utiliser la proportionnalité du volume d'essence et de la distance :

Volume d'essence	6,2 L	$\dfrac{386\ km \times 6,2\text{ L}}{100\ km} = \dfrac{2\,393{,}2}{100} = 23{,}932$
Distance	100 km	386 km

Le prix du litre d'essence est 1,52 € . Cela va donc lui coûter : $23{,}932 \times 1,52$ € $\approx 36,38$ € .

Il faut ajouter le prix du pégae : 36,38 € +37 € = 73,38 € .

$\boxed{\text{Ce trajet va coûter 73,38 € à l'employé.}}$

Calcul du remboursement :

La distance parcourue est 386 km. Dans le tableau à la ligne « De 301 km à 499 km »on lit $a = 13{,}651\,4$ et $b = 0{,}103\,0$.

La formule donne pour $d = 386$ km : 13,651 4 € +0,103 0 € ×386 = 53,409 4 € .

$\boxed{\text{Le remboursement pour cet employé est d'environ 53,40 € .}}$

On peut calculer 73,38 € −53,40 € = 19,98 € .

$\boxed{\text{Le remboursement n'est pas suffisant, il manque environ 20 € .}}$

Exercice n° 6 — Correction

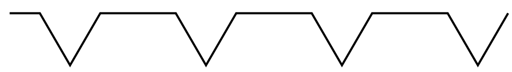
Scratch (20)

1. En unité arbitraire il a parcouru : $\boxed{20 + 40 + 40 = 100}$

2. Comme on ne relève le stylo, les motifs sont reliés entre eux.

Frise obtenue après le script

Point de départ →



3. Le Motif modifié est différent du premier par la dernière commande s'orienter à 90 qui a été retirée.

Par conséquent, le lutin reste positionné suivant une angle de 120° vers la gauche soit 60° par rapport à l'horizontale après avoir dessiné le premier motif.
Le second motif est donc tracé après une rotation de 60° par rapport au premier.
Et ainsi de suite avec un motif qui tourne sur lui même de 60° à chaque répétition.

$\boxed{\text{La frise obtenue est la } \textbf{Frise n° 2}}$

*La **Frise n° 1** est obtenue en avançant suivant le même angle en ayant relevé le stylo. Il faut ensuite orienter le lutin à 90°. Cela revient donc à placer la commande s'orienter à 90 au début du motif plutôt qu'à la fin.*

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET
SESSION 2019

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 | 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.

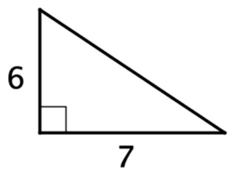
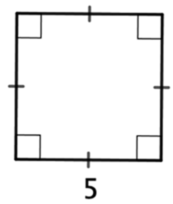
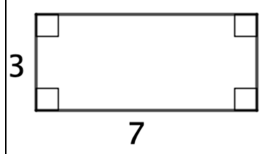
Ce sujet comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

ATTENTION : **ANNEXE page 6 sur 6** à rendre obligatoirement avec la copie.

L'utilisation de tout modèle de calculatrice est autorisée.
L'utilisation du dictionnaire est interdite.

<u>Exercice 1 :</u> Questionnaire à choix multiples (12 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Sur la copie, indiquer le numéro de la question et la réponse A, B ou C choisie. **Aucune justification n'est demandée**. Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

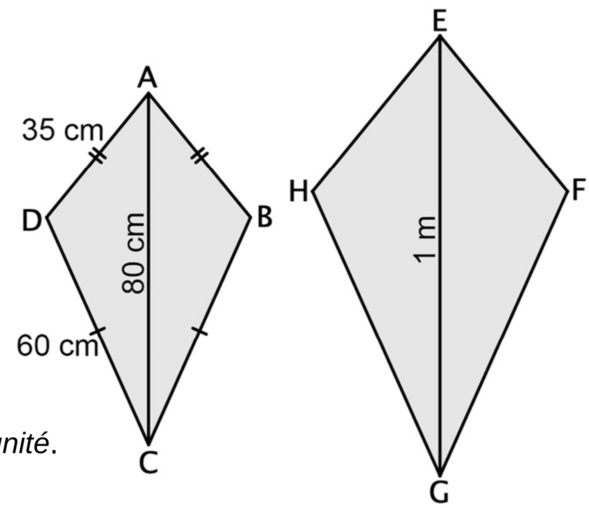
Questions posées	Réponses proposées		
	A	B	C
1. Quelle figure a la plus grande aire ? *Les longueurs données sont en centimètres*.			
2. Une page de roman se lit en moyenne en 1 minute 15 secondes. Quel temps de lecture faudrait-il pour un roman de 290 pages ?	Environ 5 heures	Environ 6 heures	Environ 7 heures
3. La masse de la planète Neptune est de l'ordre de :	10^{-15} kg	10^{4} kg	10^{26} kg
4. $(2x+3)(2x-3) =$	$2x^2-9$	$4x^2-12x+9$	$4x^2-9$

<u>Exercice 2 :</u> Héros (8 points)

Hugo réalise un assemblage de carreaux représentant son héros préféré.
Pour cela il doit coller 22 carreaux violets, 2 blancs, 162 noirs et 110 verts.
Tous les carreaux sont mélangés dans une boîte.
Hugo choisit un carreau au hasard.
On estime que tous les carreaux ont la même chance d'être choisis.

1. Quelle est la probabilité que Hugo choisisse un carreau vert ?
2. Quelle est la probabilité que Hugo ne choisisse pas un carreau violet ?
3. Quelle est la probabilité que le carreau choisi soit noir ou blanc ?
4. En une journée Hugo a collé 75% des carreaux. Combien de carreaux cela représente-t-il ?

<u>Exercice 3 :</u> Construction (10 points)



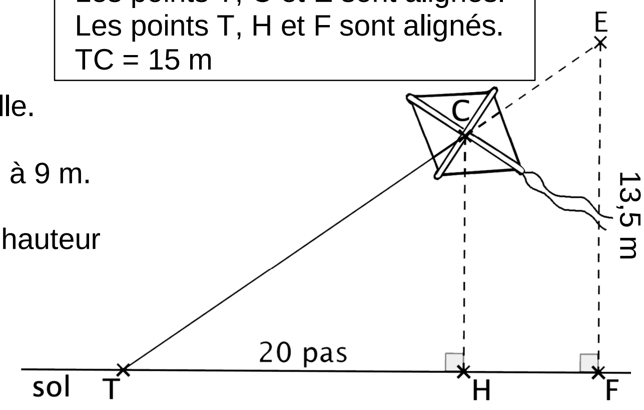
Le quadrilatère EFGH est un agrandissement de ABCD.
Le schéma ci-contre n'est pas à l'échelle.
On donne AC = 80 cm et GE = 1 m

1. Montrer que le coefficient d'agrandissement est 1,25.
2. Calculer GH et EF.
3. On considère que l'aire du quadrilatère ABCD est égale à 1950 cm^2. Calculer l'aire de EFGH en cm². *Arrondir à l'unité*.

Exercice 4 : Cerf-volant (14 points)

Thomas attache son cerf-volant au sol au point T.
Il fait 20 pas pour parcourir la distance TH.
Un pas mesure 0,6 mètre.
Le schéma ci-contre illustre la situation. Il n'est pas à l'échelle.

Les points T, C et E sont alignés.
Les points T, H et F sont alignés.
TC = 15 m

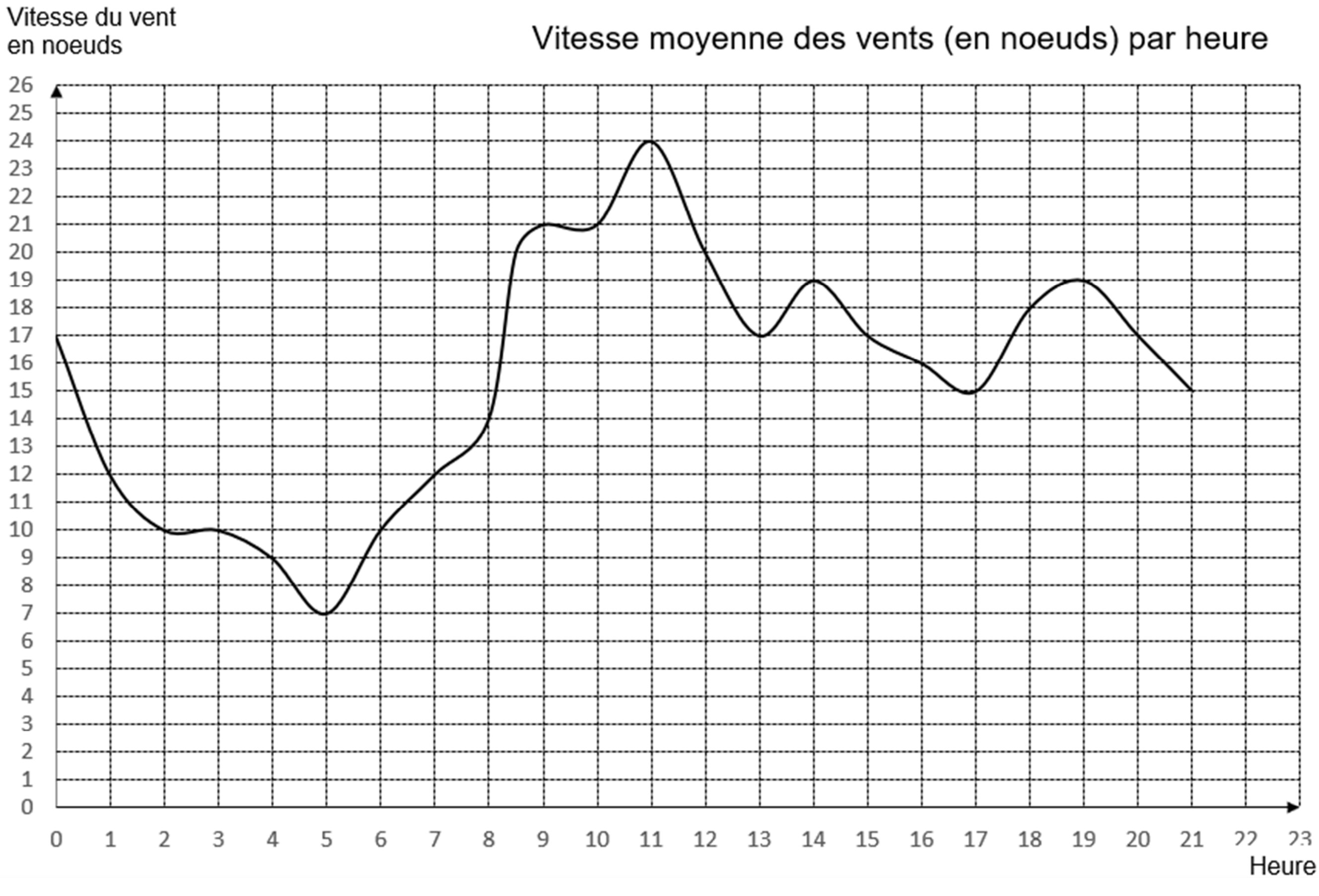


1. Montrer que la hauteur CH du cerf-volant est égale à 9 m.

2. Thomas souhaite que son cerf-volant atteigne une hauteur EF de 13,5 m.
   Calculer la longueur TE de la corde nécessaire.

Exercice 5 : Coup de vent (14 points)

Angelo va sur le site « météo NC » pour avoir une idée des meilleurs moments pour faire du cerf-volant avec ses enfants.
Il obtient le graphique ci-dessous qui donne la prévision de la vitesse du vent, en nœuds, en fonction de l'heure de la journée.
Répondre aux questions par lecture graphique. Aucune justification n'est demandée.



1. a. Quelle est la vitesse du vent prévue à 14h ?
   b. À quelles heures prévoit-on 12 nœuds de vent ?
   c. À quelle heure la vitesse du vent prévue est-elle la plus élevée ?
   d. À quelle heure la vitesse du vent prévue est-elle la plus faible ?

2. La pratique du cerf-volant est dangereuse au-dessus de 20 nœuds.
   De quelle heure à quelle heure ne faut-il pas faire de cerf-volant ?
   On répondra avec la précision permise par le graphique.

<u>Exercice 6 :</u> Peinture (19 points)

On veut peindre des murs d'aire inférieure à 100 m^2.
Voici les tarifs proposés par trois peintres en fonction de l'aire des murs à peindre en m^2 :

> **Peintre A :** 1 500 F par m^2
> **Peintre B :** 1 000 F par m^2 et 10 000 F d'installation de chantier
> **Peintre C :** 70 000 F quelle que soit l'aire inférieure à 100 m^2

1. Montrer que pour 40 m^2, le tarif du peintre A est de 60 000 F, le tarif du peintre B est de 50 000 F et le tarif du peintre C est de 70 000 F.

Dans la suite de l'exercice, x désigne l'aire des murs à peindre en m^2.

2. Ecrire, en fonction de x, le prix proposé par le peintre B.

Les fonctions donnant les prix proposés par le peintre B et le peintre C sont représentées sur l'**annexe 1 en page 6 sur 6.**

3. Soient $A(x)$ et $C(x)$ les expressions des fonctions donnant le prix proposé par les peintres A et C en fonction de x.
   On a $A(x) = 1\,500\,x$ et $C(x) = 70\,000$

   a. Quelle est la nature de la fonction A ?
   b. Calculer l'image de 60 par la fonction A.
   c. Calculer l'antécédent de 30 000 par la fonction A.
   d. Tracer la représentation graphique de la fonction A sur l'annexe 1 en page 6 sur 6.

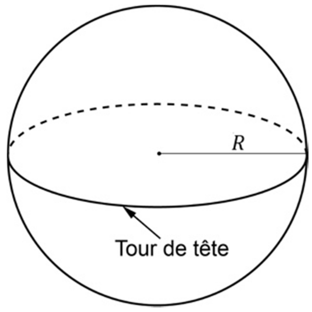
4. a. Résoudre l'équation $1\,500\,x = 1\,000\,x + 10\,000$.
   b. Interpréter le résultat de la question 4.a.

5. Lire graphiquement, sur l'**annexe 1 en page 6 sur 6**, les surfaces entre lesquelles le peintre B est le moins cher des trois peintres.

<u>Exercice 7 :</u> Cheveux (10 points)

Guillaume aimerait savoir combien de cheveux il a sur la tête. Pour cela il représente sa tête par une sphère de rayon R.
Il mesure le tour de sa tête comme indiqué sur le schéma ci-dessous et obtient 56 cm.

> *Rappels :*
> Périmètre d'un cercle de rayon R : $\mathcal{P} = 2\pi R$
> Aire d'une sphère de rayon R : $\mathcal{A} = 4\pi R^2$



1. Montrer que le rayon d'un cercle de périmètre 56 cm est environ égal à 9 cm.

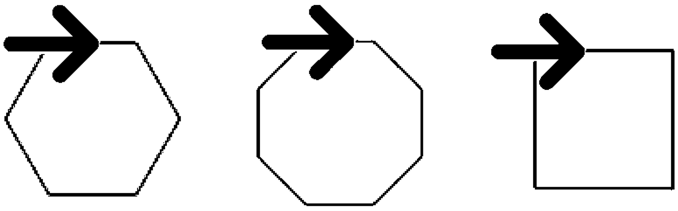
2. Guillaume considère que ses cheveux recouvrent la moitié de la surface de sa tête.
   Sur 1 cm^2 de son crâne, il a compté 250 cheveux.
   Estimer le nombre de cheveux de Guillaume.
   Pour cette question toute trace de recherche sera valorisée lors de la notation.

<u>Exercice 8 :</u> « Scratch » (13 points)

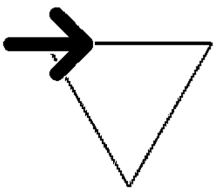
Dans les figures de cet exercice la flèche indique la position et l'orientation du lutin au départ.

1. Indiquer sur la copie le numéro du dessin correspondant au script ci-dessous.

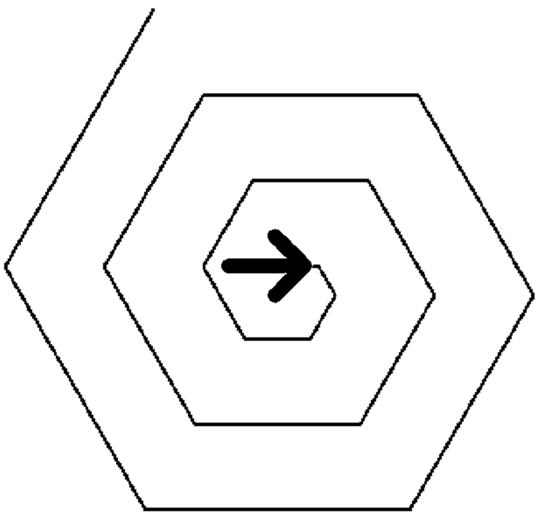
Dessin n°1 Dessin n°2 Dessin n°3



2. Sur **l'annexe 2 en page 6 sur 6**, compléter les deux informations manquantes du script qui permet de réaliser la figure ci-dessous.

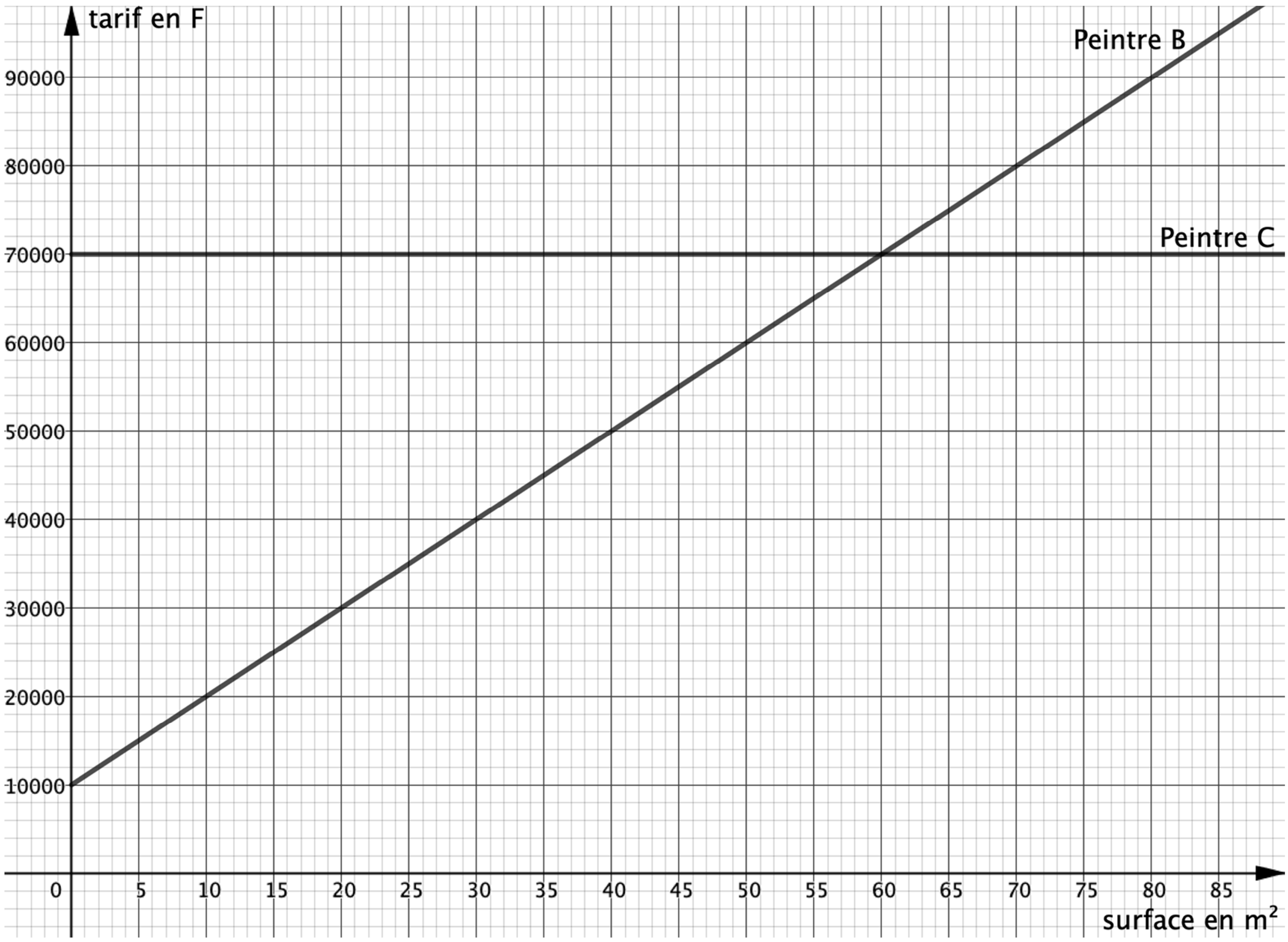


3. En ordonnant les instructions proposées en **annexe 2 en page 6 sur 6,** compléter le script permettant de réaliser la figure ci-dessous. On indiquera les numéros des instructions sur l'annexe.



ANNEXES À RENDRE AVEC LA COPIE

Annexe 1 : Exercice 6



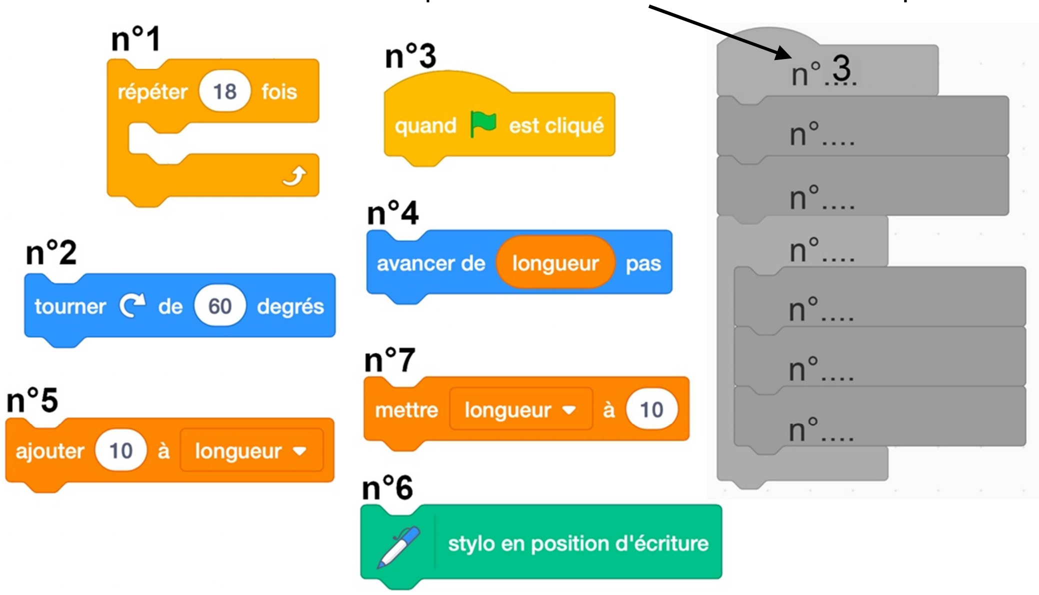
Annexe 2 : Exercice 8

<u>Question 2.</u>

<u>Question 3.</u>

Pour ce script on a créé la variable longueur

Compléter en mettant les numéros à leur place



BREVET 2019 — Mathématiques — Nouvelle-Calédonie

Lundi 9 décembre 2019

Série générale

Correction

Cette correction est rédigée à des fins pédagogiques et didactiques. Il n'est pas demandé au candidat de justifier le raisonnement en donnant autant de détails. De nombreux commentaires ont été ajoutés pour aider à la préparation à cette épreuve. Il est même régulièrement proposé plusieurs alternatives pour une même réponse. Une seule réponse est attendue de la part du candidat. Pour la même raison, même quand le sujet indique explicitement que le raisonnement ne doit pas être justifié, des explications complémentaires ont été fournies.

Exercice nº 1 — Correction

QCM — Aire du triangle rectangle — Aire du carré — Aire du rectangle — Ordre de grandeur — Puissance de 10 — Calcul littéral (20)

1. L'aire du triangle rectangle mesure : $\dfrac{6\ cm \times 7\ cm}{2} = \dfrac{42\ cm^2}{2} = 21\ cm^2$.

L'aire du carré mesure : $5\ cm \times 5\ cm = 25\ cm^2$.

L'aire du rectangle mesure : $7\ cm \times 3\ cm = 21\ cm^2$.

Question 1 — Réponse B

2. Il faut multiplier $1\ min\ 15\ s$ par 290.
Pour cela on passe en secondes : $1\ min\ 15\ s = 1 \times 60\ s + 15\ s = 75\ s$
Ensuite $290 \times 75\ s = 21\,750\ s$.
Reste à effectuer les divisions euclidiennes suivantes :
$21\,750\ s = 362 \times 60\ s + 30\ s$
$362 = 6 \times 60\ min + 2\ min$.
On obtient ainsi : $21\,750\ s = 6\ h\ 2\ min\ 30\ s$.

Question 2 — Réponse B

3. $10^{-15}\ kg = 0{,}000\,000\,000\,000\,001\ kg$: c'est une masse minuscule, de l'ordre de la taill d'un atome.

$10^4\ kg = 10\,000\ kg = 10\ t$: c'est la masse d'un gros camion.

$10^{26}\ kg = 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\ kg$: c'est immense !

Question 3 — Réponse C

4. $(2x+3)(2x-3) = 4x^2 - 6x + 6x - 9$ donc $(2x+3)(2x-3) = 4x^2 - 9$
On pouvait aussi utiliser l'identité remarquable $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Question 4 — Réponse C

Exercice nº 2 — Correction

Probabilités (20)

Dans cet exercice nous sommes dans **une situation d'équiprobabilité** où chaque issue apparaît avec la même fréquence.

1. Il y a : $22 + 2 + 162 + 110 = 296$ carreaux en tout.
110 carreaux sont verts.

La probabilité cherchée est $\dfrac{110}{296} = \dfrac{55}{148} \approx 0{,}37$ soit 37 %.

2. Il y a 22 carreaux violets. $296 - 22 = 274$ carreaux non violets.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \dfrac{274}{296} = \dfrac{137}{148} \approx 0,93 \text{ soit } 93\ \%.}$

On pouvait aussi calculer la probabilité d'obtenir un carreau violet soit $\dfrac{22}{296}$.

Puis on utilise la probabilité de l'événement contraire soit : $1 - \dfrac{22}{296} = \dfrac{296}{296} - \dfrac{22}{296} = \dfrac{274}{296}$

3. Il y a 162 carreaux noirs et 2 carreaux blancs : 164 carreaux sont donc noirs ou blancs.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \dfrac{164}{296} = \dfrac{41}{74} \approx 0,55 \text{ soit } 55\ \%.}$

Les expressions de l'union ou l'intersection de deux événements ne sont pas au programme de troisième.

4. Il faut calculer 75 % de 296 soit $296 \times \dfrac{75}{100} = 296 \times 0,75 = 222$.

$\boxed{\text{Cela représente 222 carreaux.}}$

Exercice nº 3 — Correction

Agrandissement / Réduction (20)

1. Cet agrandissement transforme le segment [AC] de longueur 80 cm en le segment [GE] de longueur 1 m.

Comme $\dfrac{1\ m}{80\ cm} = \dfrac{100\ cm}{80\ cm} = 1,25$.

$\boxed{\text{Le coefficient d'agrandissement est bien } 1,25}$

2. $\text{GH} = 1,25 \times \text{DC}$ donc $\text{GH} = 1,25 \times 60\ cm = 75\ cm$.
$\text{EF} = 1,25 \times 1,25 \times \text{AB}$ donc $\text{EF} = 1,25 \times 35\ cm = 43,75\ cm$.

$\boxed{\text{GH} = 75\ cm \text{ et } \text{EF} = 43,75\ cm.}$

3. On sait que :
Si une figure à ses longueurs multipliées par k alors son aire est multipliée par k^2 et son volume par k^3.

Les longueurs du quadrilatère ABCD on été multipliées par $1,25$ donc son aire par $1,25^2 = 1,5625$

L'aire de EFGH mesure donc $1\,950\ cm^2 \times 1,5625 \approx 3\,047\ cm^2$.

$\boxed{\text{L'aire de EFGH mesure } 3\,047\ cm^2.}$

Exercice nº 4 — Correction

Théorème de Thalès — Théorème de Pythagore (20)

2. *Attention aux unités différentes : il faut convertir les pas en mètres !*
On sait que 1 pas $= 0,6\ m$ donc 20 pas $= 20 \times 0,6\ m = 12\ m$

Dans le triangle THC rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{HT}^2 + \text{HC}^2 = \text{TC}^2$$
$$12^2 + \text{HC}^2 = 15^2$$
$$144 + \text{HC}^2 = 225^2$$
$$\text{HC}^2 = 225 - 144$$
$$\text{HC}^2 = 81$$
$$\text{HC} = \sqrt{81}$$
$$\text{HC} = 9$$

$\boxed{\text{HC} = 9\ m}$

2. Les droites (HC) et (FE) sont perpendiculaires au sol, la droite (TF).
On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**
Ainsi (HC)//(FE).

Les droites (EC) et (HF) sont sécantes en T, les droites (HC) et (FE) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{TH}}{\text{TF}} = \frac{\text{TC}}{\text{TE}} = \frac{\text{HC}}{\text{FE}}$$

$$\frac{12\ m}{\text{TF}} = \frac{15\ m}{\text{TE}} = \frac{9\ m}{13,5\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :
$\text{TE} = \dfrac{13,5\ m \times 15\ m}{9\ m}$ d'où $\text{TE} = \dfrac{202,5\ m^2}{9\ m}$ et $\text{TE} \approx 22,5\ m$

Il lui faut une corde qui mesure au moins $22,5\ m$

Exercice n° 5 — Correction

Lecture graphique (20)

1.a. $\boxed{\text{À 14 h il est prévu 19 nœuds de vent.}}$

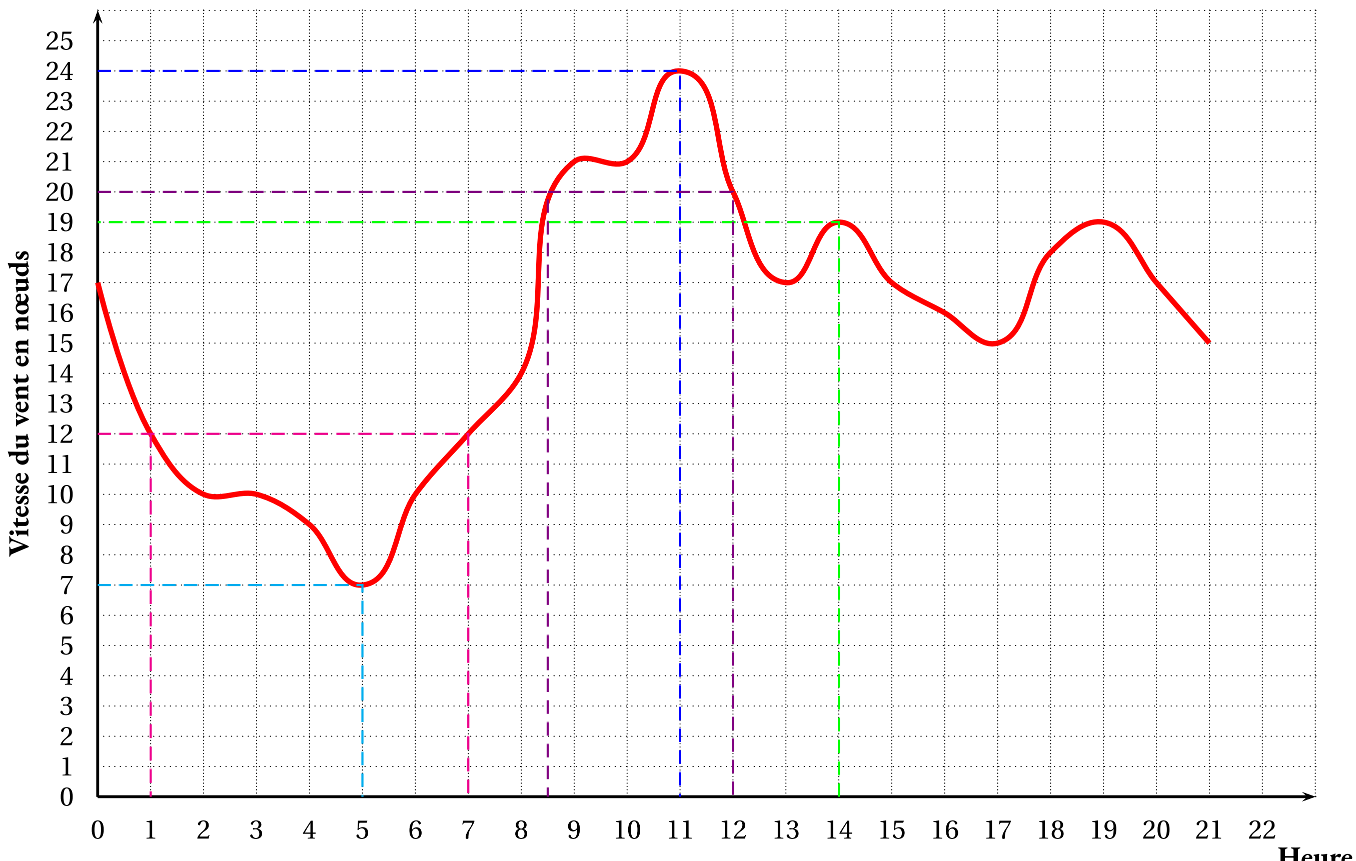
1.b $\boxed{\text{Il est prévu 12 nœuds de vent à 1 h et 7 h.}}$

1.c $\boxed{\text{À 11 h la vitesse du vent est la plus élevée, 24 nœuds.}}$

1.d $\boxed{\text{À 5 h la vitesse du vent est la plus faible, 7 nœuds.}}$

2. $\boxed{\text{La vitesse du vent est supérieure à 20 nœuds entre 8,5 h et 12 h.}}$

Vitesse moyenne des vents en nœuds par heure



Fonction linéaire — Programme de calcul — Équation du premier degré — Lecture graphique (20)

1. Calculons le tarif appliqué par chaque peintre pour 40 m^2 :

— **Peintre A :** $1\,500 \text{ €} \times 40 = 60\,000 \text{ €}$.

— **Peintre B :** $1\,000 \text{ €} \times 40 + 10\,000 \text{ €} = 40\,000 \text{ €} + 10\,000 \text{ €} = 50\,000 \text{ €}$.

— **Peintre C :** Son tarif ne dépend pas de la surface peinte : $70\,000 \text{ €}$.

2. Si on note x la surface de peinture en m^2, le tarif du **Peintre B** est : $1\,000 \times x + 10\,000 = \boxed{1\,000x + 10\,000}$

3.a. La fonctions $\text{A}(x) = 1\,500x$ est de la forme $\text{A}(x) = ax$: $\boxed{\text{A est une fonction linéaire de coefficient } 1\,500.}$

3.b. $\text{A}(60) = 1\,500 \times 60 = 60\,000$, $\boxed{\text{l'image de 60 par A est } 60\,000.}$

3.c. Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 1\,500x &= 30\,000 \\ x &= \frac{30\,000}{1\,500} \\ x &= 20 \end{aligned}$$

3.d. A est une fonctions linéaire. Sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.
Il suffit de déterminer un second point pour tracer sa représentation.
On a vu que $\text{A}(60) = 1\,500$

La représentation graphique de A est la droite passant par l'origine $(0,0)$ et le point $(50, 1\,500)$.

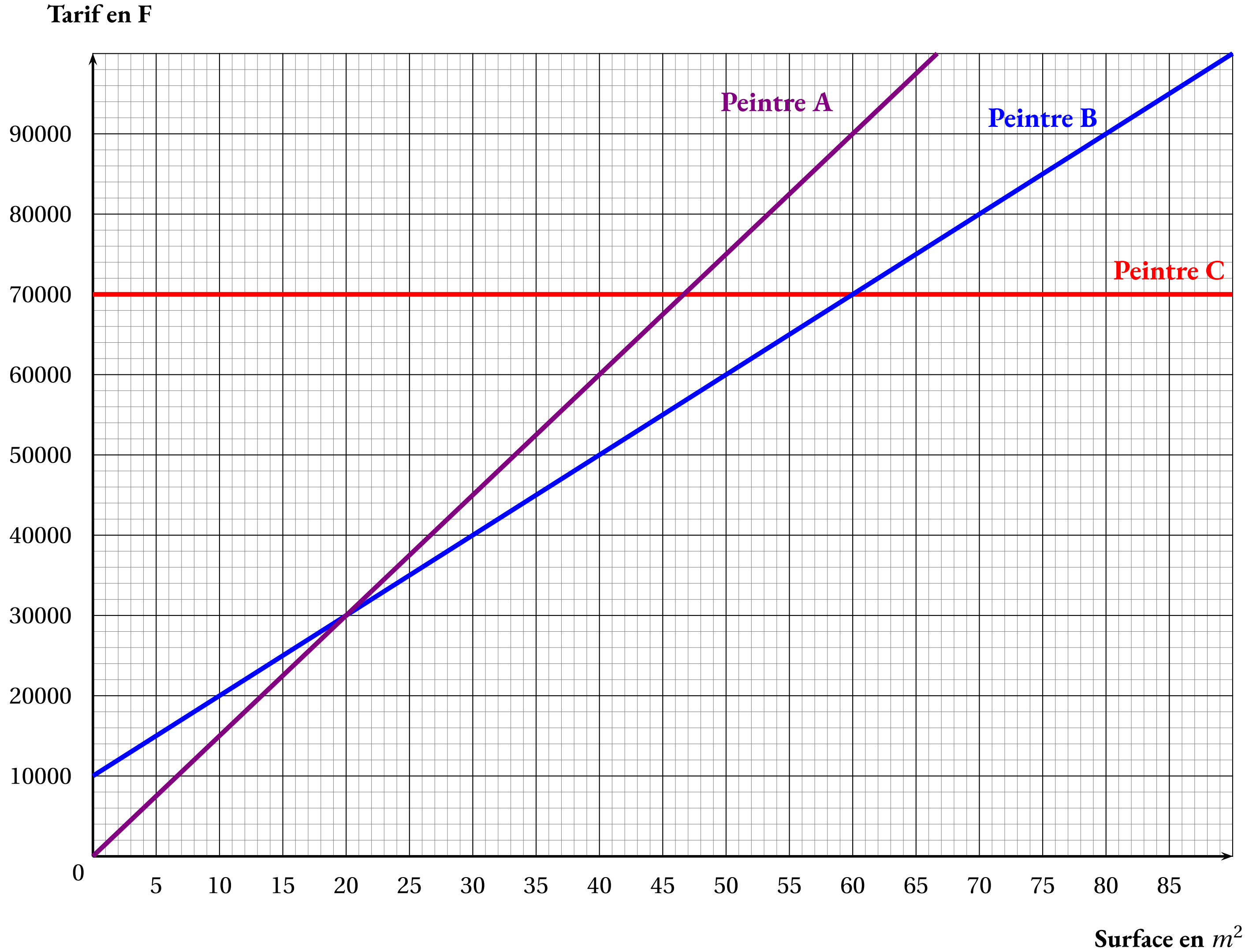
Voir annexe.

4.a. Résolvons :

$$\begin{aligned} 1\,500x &= 1\,000x + 10\,000 \\ 1\,500x - 1\,000x &= 1\,000x + 10\,000 - 1\,000x \\ 500x &= 10\,000 \\ x &= \frac{10\,000}{500} \\ x &= 20 \end{aligned}$$

4.b. $\boxed{\text{Les tarifs du } \textbf{Peintre A} \text{ et du } \textbf{Peintre B} \text{ sont égaux pour 20 } m^2.}$

5. Le tarif du **Peintre B** est moins cher que celui du **Peintre A** à partir de 20 m^2.
Il est moins cher que celui du **Peintre C** jusque 60 m^2.



EXERCICE Nº 7 **CORRECTION**

Tâche complexe — Aire de la sphère — Périmètre du cercle (20)

1. Le périmètre d'un cercle mesure 56 cm. On sait qu'en fonction de son rayon R son périmètre vaut $2\pi R$.

Il faut donc résoudre :

$$\begin{array}{rcl} 2\pi R & = & 56 \\ R & = & \dfrac{56}{2\pi} \\ R & \approx & 8,91 \end{array}$$

$\boxed{\text{Le rayon d'un cercle dont le périmètre mesure 56 } cm \text{ vaut environ 9 } cm \text{ à l'unité près.}}$

2. L'aire de cette sphère mesure : $4\pi \times (9\ cm)^2 = 4\pi \times 81\ cm^2 = 324\pi\ cm^2$.

La moitié de cette surface représente $324\pi\ cm^2 \div 2 = 162\pi\ cm^2$.

Il y a 250 cheveux par centimètre carré.
Sur la tête on obtient $250 \times 162\pi = 40\,500\pi \approx 127\,235$

$\boxed{\text{Il y a environ 127 000 cheveux sur une tête.}}$

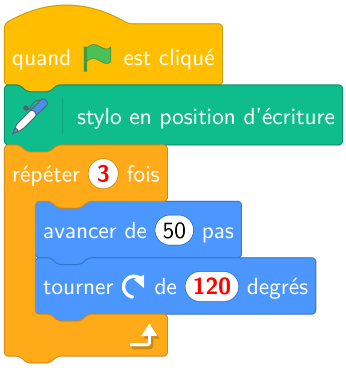
On pouvait traiter cet exercice en utilisant des valeurs approchées.
$162\pi\ cm^2 \approx 509\ cm^2$
Puis $250 \times 509 = 127\,250$
On n'est pas à un cheveu près !!

EXERCICE Nº 8 **CORRECTION**

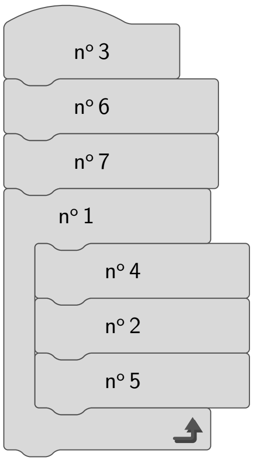
1. Dans la boucle répéter il est indiqué 6 fois. Une seule figure est constituée de 6 côtés.

Dessin n° 1

2. Les angles dans un triangle équilatéral mesure 60°. L'angle demandé est son complémentaire à 180° pour permettre au lutin de tourner.
$180° - 60° = 120°$



3. Voici l'algorithme attendu :



Épreuve de mathématiques du DNB

Série générale – sujet zéro
(2 heures – 100 points)

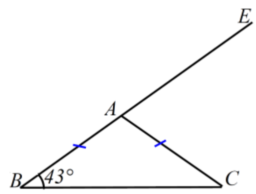
Exercice 1

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant soigneusement la réponse.

1) Un sac contient 6 jetons rouges, 2 jetons jaunes et des jetons verts.
La probabilité de tirer un jeton vert vaut 0,5.
Affirmation : le sac contient 4 jetons verts.

2) En informatique, on utilise comme unités de mesure les multiples suivants de l'octet :
1Ko = 10^3 octets, 1Mo = 10^6 octets, 1 Go = 10^9 octets, 1To = 10^{12} octets,
où Ko est l'abréviation de kilooctet, Mo celle de mégaoctet, Go celle de gigaoctet, To celle de téraoctet.

On partage un disque dur de 1,5 To en dossiers de 60 Go chacun.
Affirmation : on obtient ainsi 25 dossiers.



3) Sur la figure codée ci-contre, les points *B*, *A* et *E* sont alignés.
Affirmation : l'angle $\widehat{EAC}$ mesure 137°.

4) Un verre de forme conique est complètement rempli.
On verse son contenu de sorte que la hauteur du liquide soit divisée
Affirmation : le volume du liquide est divisé par 6.

Exercice 2

Le *marnage* désigne la différence de hauteur entre la basse mer et la pleine mer qui suit.

On considère qu'à partir du moment où la mer est basse, celle-ci monte de 1/12 du marnage pendant la première heure, de 2/12 pendant la deuxième heure, de 3/12 pendant la troisième heure, de 3/12 pendant la quatrième heure, de 2/12 pendant la cinquième heure et de 1/12 pendant la sixième heure. Au cours de chacune de ces heures, la montée de la mer est supposée régulière.

1) A quel moment la montée de la mer atteint-elle le quart du marnage ?
2) A quel moment la montée de la mer atteint-elle le tiers du marnage ?

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr

- **Dernière modification :** 4 janvier 2026 à 21:18

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.967
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Questing Quokka (Le Quokka en quête) 25.10 avec la distribution TeX Live 2024.20250309 et LuaTex 1.18.0

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim.

J'aimerais beaucoup rendre disponibles mes sources en TeX. Dans un monde idéal, je le ferai immédiatement. J'ai plusieurs fois constaté que des pilleurs du Net me volent mes fichiers pdf, retirent cette dernière page de licence, pour les mettre en ligne et parfois même les rendre payants. N'ayant pas les moyens de mettre un cabinet d'avocats sur cette contravention à la licence CC BY-NC-SA 4.0, je fais le choix de ne pas rendre mes sources disponibles.
La plupart des pdf proposés sur ce blog ne contiennent aucun filigrane, je ne les signe pas. Cela permet aux collègues, aux parents, aux élèves, de disposer d'un document anonyme dont chacun peut disposer en respectant la licence qui est particulièrement souple pour les utilisateurs non commerciaux. Je me suis contenté d'ajouter mes références sur cette dernière page. Seules les corrections d'examens contiennent un filigrane vertical. J'ai en effet constaté que certains sites peu scrupuleux, vendaient mes corrections alors qu'elles sont disponibles librement et gratuitement sur mon site. Cette solution est insatisfaisante, je n'ai pas trouvé mieux !
Les QR codes présents sur certains documents pointent vers le fichier pdf lui-même et sa correction. Ce lien ne pointe ni vers une page de mon blog ni vers une quelconque publicité. Vous pouvez le laisser si vous souhaitez que vos élèves accèdent au document en ligne avec sa correction.
Si vous êtes un enseignant et que vous diffusez ce document dans le cadre strict de votre établissement scolaire, inutile de vous poser des questions sur la licence ci-dessous ! Dans la mesure où vous limitez cette diffusion à votre classe ou un environnement numérique de travail privé, n'hésitez pas à vous servir !