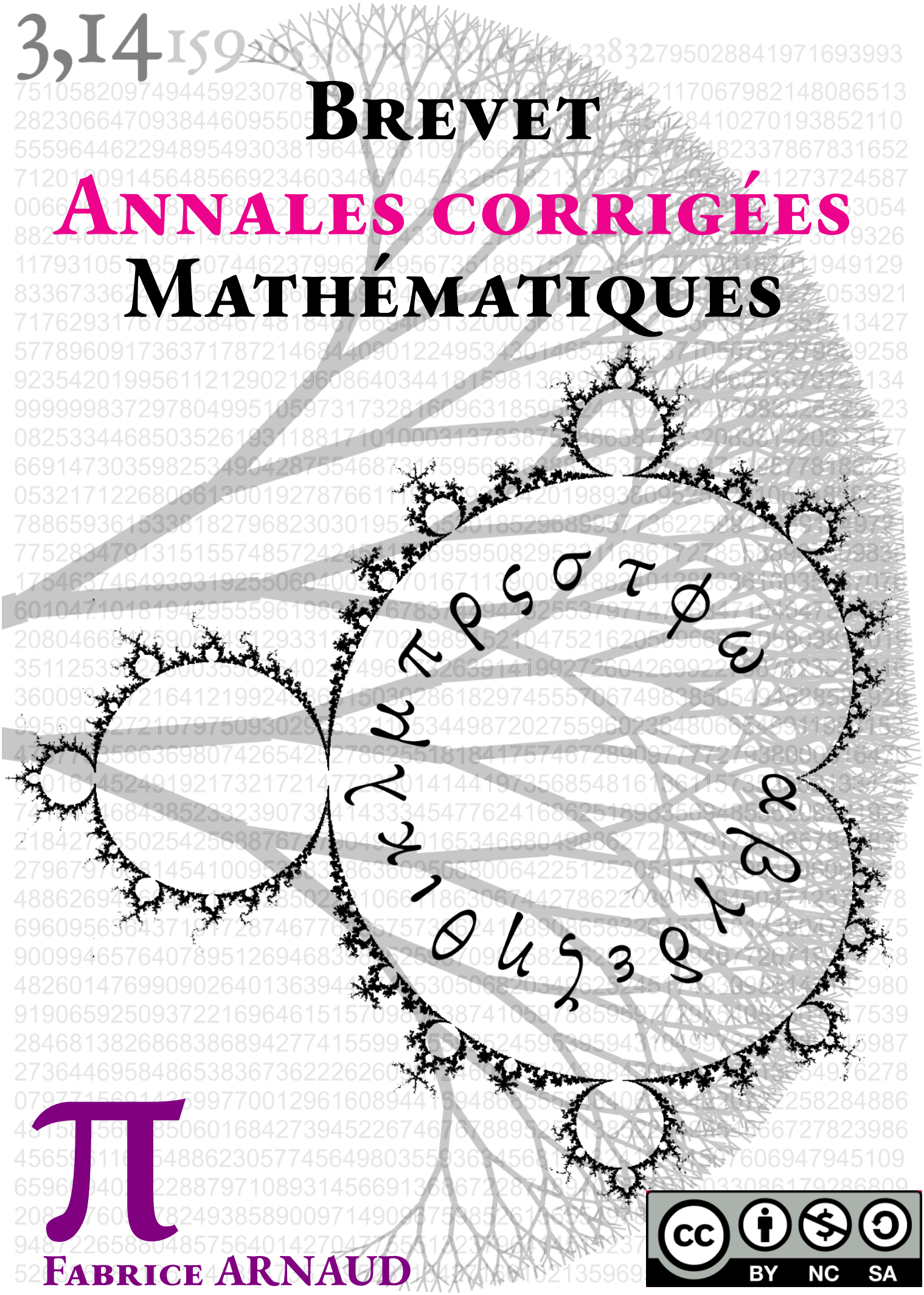
Brevet
Annales corrigées
Mathématiques



Fabrice ARNAUD

https://pi.ac3j.fr

Version du 30 juin 2024

Table des matières

Annales 2019

Diplôme national du brevet
Session 2019

Mathématiques

Série générale

Asie

24 juin 2019

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	14 points
Exercice n° 2	11 points
Exercice n° 3	17 points
Exercice n° 4	16 points
Exercice n° 5	14 points
Exercice n° 6	15 points
Exercice n° 7	15 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Nina et Claire et les programmes de calcul *14 points*

Nina et Claire ont chacune un programme de calcul.

Programme de Nina	**Programme de Claire**
Choisir un nombre de départ Soustraire 1. Multiplier le résultat par -2 Ajouter 2.	Choisir un nombre de départ Multiplier ce nombre par $-\frac{1}{2}$ Ajouter 1 au résultat

1. Montrer que si les deux filles choisissent 1 comme nombre de départ, Nina obtiendra un résultat final 4 fois plus grand que celui de Claire.

2. Quel nombre de départ Nina doit-elle choisir pour obtenir 0 à la fin ?

3. Nina dit à Claire : « Si on choisit le même nombre de départ, mon résultat sera toujours quatre fois plus grand que le tien ».

A-t-elle raison ?

Exercice n° 2 — Les emissions de gaz à effet de serre *11 points*

Le tableau ci-dessous présente les émissions de gaz à effet de serre pour la France et l'Union Européenne, en millions de tonnes équivalent CO_2, en 1990 et 2013.

	1990 (en millions de tonnes équivalent CO_2)	2013 (en millions de tonnes équivalent CO_2)
France	549,4	490,2
Union Européenne	5 680,9	

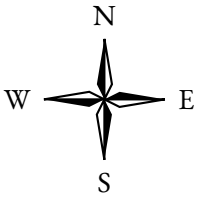
Source : Agence européenne pour l'environnement, 2015

1. Entre 1990 et 2013, les émissions de gaz à effet de serre dans l'Union Européenne ont diminué de 21 %.
Quelle est la quantité de gaz à effet de serre émise en 2013 par l'Union Européenne ?
Donner une réponse à $0,1$ million de tonnes équivalent CO_2 près.

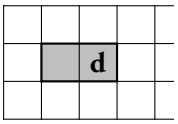
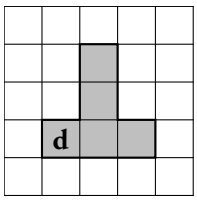
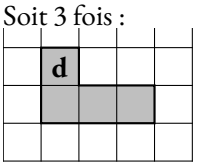
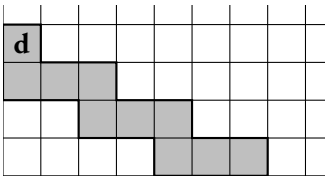
2. La France s'est engagée d'ici 2030 à diminuer de $\frac{2}{5}$ ses émissions de gaz à effet de serre par rapport à 1990.
Justifier que cela correspond pour la France à diminuer d'environ $\frac{1}{3}$ ses émissions de gaz à effet de serre par rapport à 2013.

Exercice n° 3 — Le robot sur un quadrillage *17 points*

Un programme permet à un robot de se déplacer sur les cases d'un quadrillage. Chaque case atteinte est colorée en gris. Au début d'un programme, toutes les cases sont blanches, le robot se positionne sur une case de départ indiquée par un « d » et la colore aussitôt en gris.

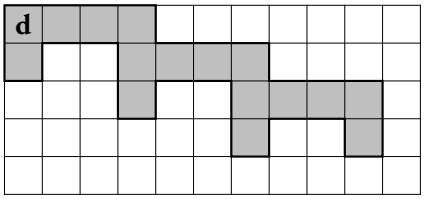


Voici des exemples de programmes et leurs effets :

• 1W	Le robot avance de 1 case vers l'ouest.	
• 2E 1W 2N	Le robot avance de 2 cases vers l'est, puis de 1 case vers l'ouest, puis de 2 cases vers le nord.	
• 3 (1S 2E)	Le robot répète 3 fois le déplacement suivant : « avancer de 1 case vers le sud puis de 2 cases vers l'est », Soit 3 fois : 	

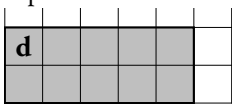
1. Voici un programme : **Programme** : 1W 2N 2E 4S 2W
On souhaite dessiner le motif obtenu avec ce programme.
Sur votre copie, réaliser ce motif en utilisant des carreaux, comme dans les exemples précédents. On marquera un « **d** » sur la case de départ.

2. Voici deux programmes : **Programme n° 1** : 1S 3(1N 3E 2S) et **Programme n° 2** : 3(1S 1N 3E 1S)

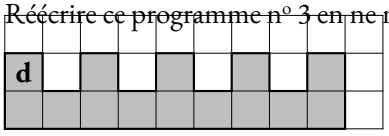


a. Lequel des deux programmes permet d'obtenir le motif ci-contre ?
b. Expliquer pourquoi l'autre programme ne permet pas d'obtenir le motif ci-contre.

3. Voici un autre programme : **Programme n° 3** : 4(1S 1E 1N)
Il permet d'obtenir le résultat suivant :



Réécrire ce programme n° 3 en ne modifiant qu'une seule instruction afin d'obtenir ceci :

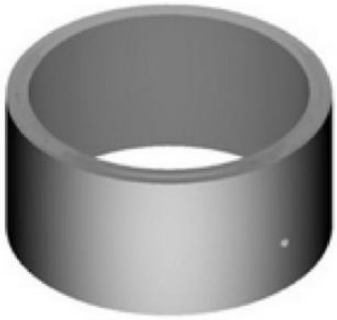


Exercice n° 4 — Le puits et les blocs en béton

16 points

Pour fabriquer un puits dans son jardin, Mme Martin a besoin d'acheter 5 cylindres en béton comme celui décrit ci-dessous.
Dans sa remorque, elle a la place pour mettre les 5 cylindres mais elle ne peut transporter que 500 kg au maximum.

À l'aide des caractéristiques du cylindre, déterminer le nombre minimum d'allers-retours nécessaires à Mme Martin pour rapporter ses 5 cylindres avec sa remorque.



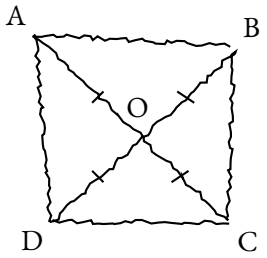
Caractéristiques d'un cylindre :

- diamètre intérieur : 90 cm
- diamètre extérieur : 101 cm
- hauteur : 50 cm
- masse volumique du béton : 2 400 kg/m^3

Rappel : volume d'un cylindre V = π × rayon × rayon × hauteur

Exercice n° 5 — Une histoire de quadrilatère

14 points



La figure ci-contre est codée et réalisée à main levée.
Elle représente un quadrilatère ABCD dont les diagonales se croisent en un point O.
On donne : OA = 3,5 cm et AB = 5 cm.

On s'intéresse à la nature du quadrilatère ABCD qui a été représenté.

1. Peut-on affirmer que ABCD est un rectangle ?

2. Peut-on affirmer que ABCD est un carré ?

Exercice n° 6 — Essence ou diesel *15 points*

Voici un tableau (document 1) concernant les voitures particulières « diesel ou essence » en circulation en France en 2014.

Document 1

	Nombre de voitures en circulation (en milliers)	Parcours moyen annuel (en km/véhicule)
Diesel	19 741	15 430
Essence	11 984	8 344

Source : INSEE

1. Vérifier qu'il y avait 31 725 000 voitures« *diesel ou essence* » en circulation en France en 2014.

2. Quelle est la proportion de voitures *essence* parmi les voitures « *diesel ou essence* » en circulation en France en 2014 ?
Exprimer cette proportion sous forme de pourcentage.
On arrondira le résultat à l'unité.

3. Fin décembre 2014, au cours d'un jeu télévisé, on a tiré au sort une voiture parmi les voitures « *diesel ou essence* » en circulation en France.
On a proposé alors au propriétaire de la voiture tirée au sort de l'échanger contre un véhicule électrique neuf.
Le présentateur a téléphoné à Hugo, l'heureux propriétaire de la voiture tirée au sort.
Voici un extrait du dialogue (**document 2**) entre le présentateur et Hugo :

Document 2

Le présentateur : « Bonjour Hugo, quel âge a votre voiture ? »,
Hugo : « Là, elle a 7 ans ! ».
Le présentateur : « Et combien a-t-elle de kilomètres au compteur ? »,
Hugo : « Un peu plus de 100 000 km. Attendez, j'ai une facture du garage qui date d'hier ...elle a exactement 103 824 km »,
Le présentateur : « Ah ! Vous avez donc un véhicule diesel je pense ! »

À l'aide des données contenues dans le **document 1** et dans le **document 2** :

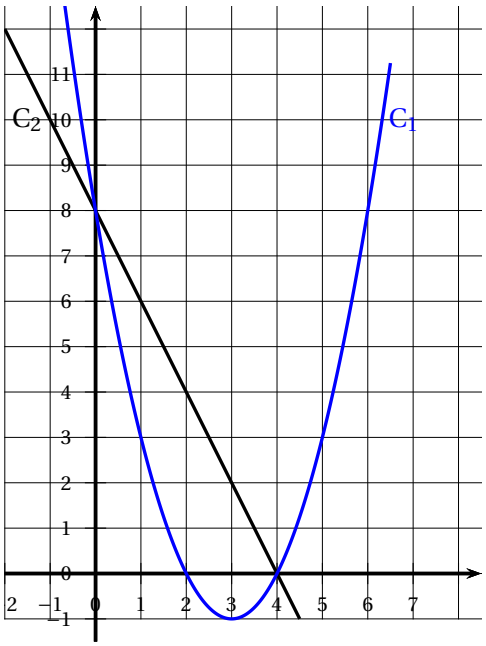
3.a Expliquer pourquoi le présentateur pense que Hugo a un véhicule *diesel*.

3.b Expliquer s'il est possible que la voiture de Hugo soit un véhicule *essence*.

Exercice n° 7 — Deux fonctions et un tableur *15 points*

Les représentations graphiques C_1 et C_2 de deux fonctions sont données dans le repère ci-dessous.

Une de ces deux fonctions est la fonction f définie par $f(x) = -2x + 8$.



1. Laquelle de ces deux représentations est celle de la fonction f ?

2. Que vaut $f(3)$?

3. Calculer le nombre qui a pour image 6 par la fonction f.

4. La feuille de calcul ci -dessous permet de calculer des images par la fonction f.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$						

Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 avant de l'étirer vers la droite jusqu'à la cellule G2 ?

Brevet — 2019 — Asie — Série générale

Correction

Exercice n° 1 — Nina et Claire et les programmes de calcul *14 points*

Programme de calcul

Deux programmes de calcul et une équation. Un exercice classique

1. En partant du nombre de départ 1, Nina obtient successivement :
1 puis $1-1=0$ et $0\times(-2)=0$ enfin $0+2=2$

En partant du nombre de départ 1, Claire obtient successivement :

1 puis $-\frac{1}{2}\times 1=-\frac{1}{2}$ enfin $-\frac{1}{2}+1=-\frac{1}{2}+\frac{2}{2}=\frac{1}{2}$. Or $4\times\frac{1}{2}=\frac{4}{2}=2$

$\boxed{\text{En prenant 1 au départ, Nina obtient bien un nombre quatre fois plus grand que celui de Claire.}}$

2. *On peut utiliser deux méthodes : résolution d'équation ou remontée du programme à l'envers !*

Méthode de la remontée :
Le nombre final est 0. Comme en dernière étape Nina a ajouté 2, on enlève 2.
Donc $0-2=-2$. Elle avait multiplié par -2, nous allons diviser par -2 : $-2\div(-2)=1$.
Elle a commencé par soustraire 1, ajoutons 1 : $1+1=2$
Vérifions : on part de 2 puis $2-1=1$ et $1\times(-2)=-2$ enfin $-2+2=0$. C'est bon !!

Méthode de l'équation :
Poson x le nombre de départ qui permet d'obtenir 0 à la fin.
On obtient successivement : x puis $x-1$ et $(x-1)\times(-2)$ enfin $-2(x-1)+2$. Il faut résoudre :

$$-2(x-1)+2=0$$
$$-2x+2+2=0$$
$$-2x+4=0$$
$$-2x=-4$$
$$x=\frac{-4}{-2}$$
$$x=2$$

$\boxed{\text{En prenant 2 comme nombre de départ Nina obtient 0 à la fin.}}$

3. *Il faut cette fois-ci modéliser les programmes de Nina et Claire à l'aide d'une expression littérale.*
Posons x le nombre de départ pour les deux programmes.

Nous avons vu que Nina obtient $-2(x-1)+2=-2x+2+2=-2x+4$ à la fin.

Claire obtient successivement : x puis $-\frac{1}{2}x$ et $-\frac{1}{2}x+1$

Testons la conjecture : $4\left(-\frac{1}{2}x+1\right)=-\frac{4}{2}x+4=-2x+4$. $\boxed{\text{Nina a raison.}}$

Exercice n° 2 — Les emissions de gaz à effet de serre *11 points*

Pourcentages — Fractions

Le thème de cet exercice est intéressant : les gaz a effet de serre et l'écologie. Pas de difficulté majeure !

Dans une lecture de tableau il est essentiel de prendre le temps de lire les unités d'expression des résultats.

1. En 1990 l'Union Européenne émettait 5 680,9 millions de tonnes de CO2.
Il faut diminuer ce nombre de 21 %.

Méthode 1 :

$5\,680{,}9 \times \dfrac{21}{100} = 1\,192{,}989$ puis $5\,680{,}9 - 1\,192{,}989 = 4\,487{,}911 \approx 4\,487{,}9$

Méthode 2 :

On sait que diminuer une grandeur de 21 % revient à multiplier cette grandeur par $1 - \dfrac{21}{100} = 1 - 0,21 = 0,79$.
Or $5\,680{,}9 \times 0,79 = 4\,487{,}911 \approx 4\,487{,}9$

En 2013, l'Union Européenne émettait environ 4 487,9 millions de tonnes de CO2.

2. $\dfrac{2}{5} \times 549,4 = 219,76$. Donc diminuer de $\dfrac{2}{5}$ les émissions de 1990 revient à les ramener à $549,4 - 219,76 = 329,64$ en 2030.

$\dfrac{1}{3} \times 490,2 = 163,4$. Donc diminuer de $\dfrac{1}{3}$ les émissions de 2013 revient à les ramener à $490,2 - 163,4 = 326,8$ en 2030.

Diminuer de deux cinquièmes les émissions de CO2 de 1990 revient bien au tiers de celles de 2013 !

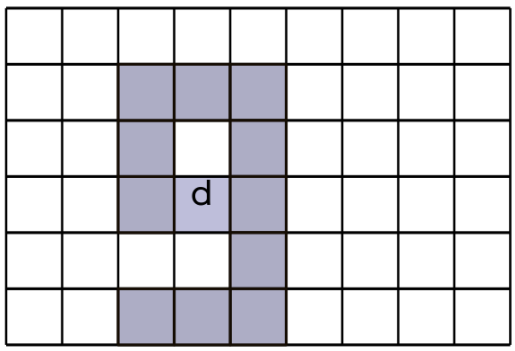
Exercice n° 3 — Le robot sur un quadrillage *17 points*

Algorithmique

Enfin un exercice d'algorithmique différent ! Pas de Scratch cette fois-ci mais un petit robot qui se déplace. Excellente idée !

Depuis le temps que nous attendions un exercice d'algorithmique qui n'utilise pas Scratch... le voici. Nous sommes sur un langage assez proche du langage naturel et donc de la tortue (voir geotortue)

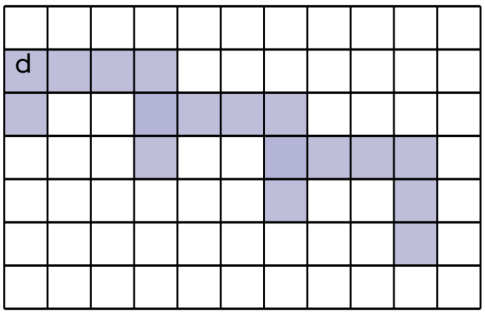
1.



2.a Il s'agit du programme 2 : 3(1S 1N 3E 1S)

2.b Pour comprendre la différence entre les deux programmes on peut développer les programmes et ne les écrire qu'avec les premisses E W N et S.

Programme 1 : S N E E E S S N E E E S S N E E E S S = 1S 3(1N 3E 2S)
Programme 2 : S N E E E S S N E E E S S N E E E S = 3(1S 1N 3E 1S)
On constate que la seule différence est le dernier S dans le programme 1 ce qui produit la figure suivante :



3. En partant de d il faut faire 1S puis 1E et une nouvelle fois 1E avant de remonter en 1N et on répéte 4 fois !

Le nouveau programme est 4(1S 2E 1N) : on modifie 1E en 2E !

Exercice n° 4 — Le puits et les blocs en béton

16 points

Volume du cylindre — Masse volumique

Une tâche complexe qui met en jeu la grandeur composée, masse volumique. Pas si facile !

Pour utiliser la notion de masse volumique, masse par unité de volume, il faut d'abord calculer le volume ! Attention à ce calcul, il faut penser utiliser le volume de deux cylindres. Attention aussi à passer du diamètre au rayon.

Ce cylindre creux en béton peut-être considéré comme un cylindre plein de 101 cm de diamètre soit $50,5$ cm de rayon, auquel on a retiré un cylindre de 90 cm de diamètre soit 45 cm de rayon.

$V_{cylindre\ plein} = \pi \times (50,5\ cm)^2 \times 50\ cm = 127\,512{,}5\pi\ cm^3 \approx 400\,592\ cm^3$
$V_{cylindre\ vide} = \pi \times (45\ cm)^2 \times 50\ cm = 101\,250\pi\ cm^3 \approx 318\,086\ cm^3$

$V_{beton} = V_{cylindre\ plein} - V_{cylindre\ vide} = 127\,512{,}5\pi\ cm^3 - 101\,250\pi\ cm^3 = 26\,262{,}5\pi\ cm^3 \approx 82\,506\ cm^3$

La masse volumique du béton est de $2\,400\ kg/m^3$ ce qui signifie que un volume de 1 m^3 de béton a une masse de $2\,400\ kg$.

On sait que $1\ m^3 = 1\,000\ dm^3 = 1\,000\,000\ cm^3$.
Ainsi $V_{beton} \approx 82\,506\ cm^3 \approx 82{,}506\ dm^3 \approx 0{,}082\,506\ m^3$

En faisant les calculs en utilisant le mètre pour unité dès le début, on s'évite bien des difficultés de conversion ! Il suffit de prendre respectivement à $0,505\ m$ et $0,45\ m$ pour les rayons des cylindres.
$0{,}082\,506 \times 2\,400\ kg \approx 198\ kg$

Un cylindre en béton a une masse de $198\ kg$. Sa remorque ne peut transporter que $500\ kg$ à la fois. Or $500 = 2 \times 198 + 104$. Il ne peut donc transporter que 2 cylindres à la fois. Comme $5 = 2 \times 2 + 1$

Il devra faire 3 allers-retours !

Exercice n° 5 — Une histoire de quadrilatère

14 points

Propriétés des quadrilatères

Cet exercice demande de caractériser correctement les carrés et rectangles.

1. D'après le codage, les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu. Or on sait que :

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.

On constate par le codage que AC = $2 \times 3,5\ cm = 7\ cm$ et que BD = $2 \times 3,5\ cm = 7\ cm$ donc que AC = BD. Or on sait que :

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle.

ABCD est un rectangle !

2. On sait qu'un carré est un rectangle puisqu'il possède quatre angles droits ! Un carré est également un losange puisqu'il a ses quatre côtés égaux ! Nous savons également que :

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.

Vérifions si les diagonales de ABCD sont perpendiculaires. Dans le triangle ABO calculons et comparons $OA^2 + OB^2$ et AB^2

$OA^2 + OB^2 = 3,5^2 + 3,5^2$
$OA^2 + OB^2 = 12,25 + 12,25$
$OA^2 + OB^2 = 24,5$

$AB^2 = 5^2$
$AB^2 = 25$

Ainsi $OA^2 + OB^2 \neq AB^2$ d'après le **théorème contraposé de Pythagore** le triangle OAB n'est pas rectangle. Les diagonales du rectangle ABCD ne sont pas perpendiculaires.

ABCD n'est pas un carré.

Exercice n° 6 — Essence ou diesel *15 points*

Tâche complexe

Attention encore à bien lire les unités des valeurs exprimées dans le tableau.

1. Il suffit de faire la somme : 19 741 + 11 784 = 31 725. Il y a donc 31 725 milliers de véhicules circulant en France en 2014 soit 31 725 000

Il y a bien 31 725 000 véhicules circulant en France en 2014.

2. On peut raisonner en milliers de véhicules sans changer la proportion. $\frac{11\,984}{31\,725} \approx 0,38$

Il y a environ 38 % de véhicules essence dans le parc en circulation en 2014.

3.a Calculons la distance annuelle parcourue en moyenne par Hugo avec son véhicule.

$\frac{103\,824\ km}{7} = 14\,832\ km$. D'après le document 1 cela correspond plus à la moyenne pour un véhicule diesel.

C'est pourquoi le présentateur pense que Hugo a un véhicule diesel.

3.b Si on considère l'expérience aléatoire qui consiste à choisir un véhicule au hasard de manière équiprobable parmi 31 725 000 de véhicules. Dans ce cas la probabilité de choisir un véhicule essence est la proportion de la question **1.**

Il y a donc environ 38 % de chance de choisir un véhicule essence et 62 % de chance de choisir un véhicule diesel.
Même si la probabilité de choisir un véhicule diesel est supérieure à celle de choisir un véhicule essence et même si le kilomètrage annuel semble encore confirmer cette hypothèse, il est tout à fait possible que le véhicule d'Hugo soit un véhicule essence.

Le véhicule d'Hugo est peut-être un véhicule essence.

Un raisonnement bayésien à base de probabilités conditionnelles permettrait d'affiner ces calculs... mais cela dépasse largement le cadre d'un sujet de brevet !
Par exemple si on fait l'hypothèse qu'une voiture qui parcourt $14\,823$ km *par an est dans* 80 % *des cas un véhicule diesel et dans* 20 % *des cas une voiture essence alors la probabilité qu'Hugo ait une voiture diesel connaissant son kilomètrage est environ* 87 %... *tout cela n'empêche pas Hugo d'avoir un véhicule essence !*

Exercice n° 7 — Deux fonctions et un tableur

15 points

Fonctions — Fonction affine — Tableur

1. La fonction $f(x) = -2x + 8$ est une fonction affine de coefficient directeur -2 et d'ordonnée à l'origine 8.
Sa représentation graphique est donc une droite qui passe par le point de coordonnées $(0;8)$.
Cette droite « descend » car $-2 < 0$.
Inutile de donner tous ces arguments ! Il suffit de dire de la représentation graphique d'une fonction affine est une droite pour conclure !

$\boxed{C_2 \text{ est bien la représentation graphique de } f.}$

2. $f(3) = -2 \times 3 + 8 = -6 + 8 = 2$
C'est confirmé par le graphique où on constate que le point $(3;2)$ appartient bien à la représentation graphique de f.

$\boxed{f(3) = 2}$

3. D'après le graphique c'est un nombre proche de 1. Démontrons cette conjecture. Il suffit de résoudre :

$$f(x) = 6$$
$$-2x + 8 = 6$$
$$-2x = 6 - 8$$
$$-2x = -2$$
$$x = 1$$

$\boxed{f(1) = 6}$

4. Il suffit d'écrire l'expression $-2x + 8$ en utilisant la case B1 à la place de x et en respectant la syntaxe tableur.

$\boxed{= -2 * \text{B1} + 8 \text{ est à écrire dans la cellule B2 puis à recopier jusque G2.}}$

Diplôme national du brevet
Session 2019

Mathématiques

Série générale

Antilles-Guyane

27 juin 2019

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	13 points
Exercice n° 2	18 points
Exercice n° 3	17 points
Exercice n° 4	10 points
Exercice n° 5	22 points
Exercice n° 6	20 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Les trois dés particuliers *13 points*

Damien a fabriqué trois dés à six faces parfaitement équilibrés mais un peu particuliers.
Sur les faces du premier dé sont écrits les six plus petits nombres pairs strictement positifs : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 et 12.
Sur les faces du deuxième dé sont écrits les six plus petits nombres impairs positifs.
Sur les faces du troisième dé sont écrits les six plus petits nombres premiers.
Après avoir lancé un dé, on note le nombre obtenu sur la face du dessus.

1. Quels sont les six nombres figurant sur le deuxième dé ? Quels sont les six nombres figurant sur le troisième dé ?

2. Zoé choisit le troisièmes dé et le lance. Elle met au carré le nombre obtenu.
Léo choisit le premier dé et le lance. Il met au carré le nombre obtenu.

2.a. Zoé a obtenu un carré égal à 25. Quel était le nombre lu sur le dé qu'elle a lancé ?

2.b. Quelle est la probabilité que Léo obtienne un carré supérieur à celui obtenu par Zoé ?

3. Mohammed choisit un des trois dés et le lance quatre fois de suite. Il multiplie les quatre nombre obtenus et obtient 525.

3.a. Peut-on déterminer les nombres obtenus lors des quatre lancers ? Justifier votre réponse.

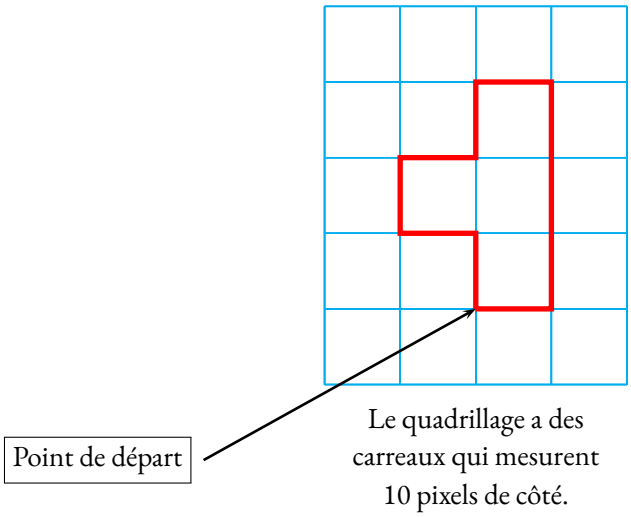
3.b. Peut-on déterminer quel est le dé choisi par Mohammed ? Justifier votre réponse.

Exercice n° 2 — Mathieu, Pierre et Élise dessine avec Scratch *18 points*

« S'orienter à 90 », signifie que l'on se tourne vers la droite.

Mathieu, Pierre et Élise souhaitent tracer le motif ci-dessous à l'aide de leur ordinateur. Ils commencent tous par **le script commun** ci-dessous, mais écrivent un script **Motif** différent.

```
quand [drapeau] est cliqué
aller à x : -160 y : -100
s'orienter à 90
effacer tout
mettre la taille du stylo 4
stylo en position d'écriture
Motif
```



Motif de Mathieu

```
définir Motif
avancer de 10
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 30
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 20
répéter 2 fois
    tourner ↺ de 90 degrés
    avancer de 10
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de 20
```

Motif de Pierre

```
définir Motif
avancer de 10
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 30
répéter 2 fois
    tourner ↺ de 90 degrés
    avancer de 10
    tourner ↺ de 90 degrés
    avancer de 10
    tourner ↺ de 90 degrés
    avancer de 10
tourner ↺ de 90 degrés
```

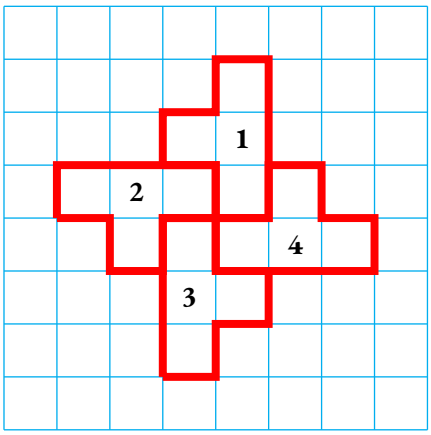
Motif d'Elise

```
définir Motif
avancer de 10
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 30
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 10
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 10
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de 10
```

1. Tracer le motif de Mathieu en prenant comme échelle : 1 cm pour 10 pixels.

2. Quel élève a un script permettant d'obtenir le motif souhaité ? On ne demande pas de justifier.

3.a. On utilise ce motif pour obtenir la figure ci-contre.
Quelle transformation du plan permet de passer à la fois du motif 1 au motif 2, du motif 2 au motif 3 et du motif 3 au motif 4 ?



3.b. Modifier le **script commun** à partir de la ligne 7 incluse pour obtenir la figure voulue. On écrira sur la copie uniquement la partie modifée. Vous pourrez utiliser certaines ou toutes les instructions suivantes :

,

4. Un élève trace les deux figures A et B que vous trouverez en **ANNEXE 1.1**.
Placer sur cette annexe, **qui est à rendre avec la copie**, le centre O de la symétrie centrale qui transforme la figure A en la figure B.

Exercice n° 3 — Vitesse limitée à 80 km/h ! *17 points*

Le premier juillet 2018, la vitesse maximale autorisée sur les routes à double sens de circulation, sans séparateur central, a été abaissée de 90 km/h à 80 km/h.
En 2016, 1911 personnes ont été tuées sur les routes à double sens de circulation, sans séparateur central, ce qui représente environ 55 % des décès sur l'ensemble des routes de France.

Source : `www.securite-routiere.gouv.fr`

1.a. Montrer qu'en 2016, il y a eu environ 3475 décès sur l'ensemble des routes de France.

1.b. Des experts ont estimé que la baisse de la vitesse à 80 kmh aurait permis de sauver 400 vies en 2016. De quel pourcentage le nombre de morts sur l'ensemble des routes de France aurait-il baissé ? Donner une valeur approchée à $0,1$ % près.

2. En septembre 2018, des gendarmes ont effectué une série de contrôles sur une route dont la vitesse maximale autorisée est 80 km/h. Les résultats ont été entrés dans un tableur dans l'ordre croissant des vitesses. Malheureusement, les données de la colonne **B** ont été effacées.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Vitesse relevée en km/h		72	77	79	82	86	90	91	97	TOTAL
2	Nombre d'automobilistes		2	10	6	1	7	4	3	6	

3.a. Calculer la moyenne des vitesses des automobilistes contrôlés qui ont dépassé la vitesse maximale autorisée. Donner une valeur approchée à $0,1$ km/h près.

3.b. Sachant que l'étendue des vitesses relevées est égale à 27 km/h et que la médiane est égale à 82 km/h, quelles sont les données manquantes dans la colonne **B** ?

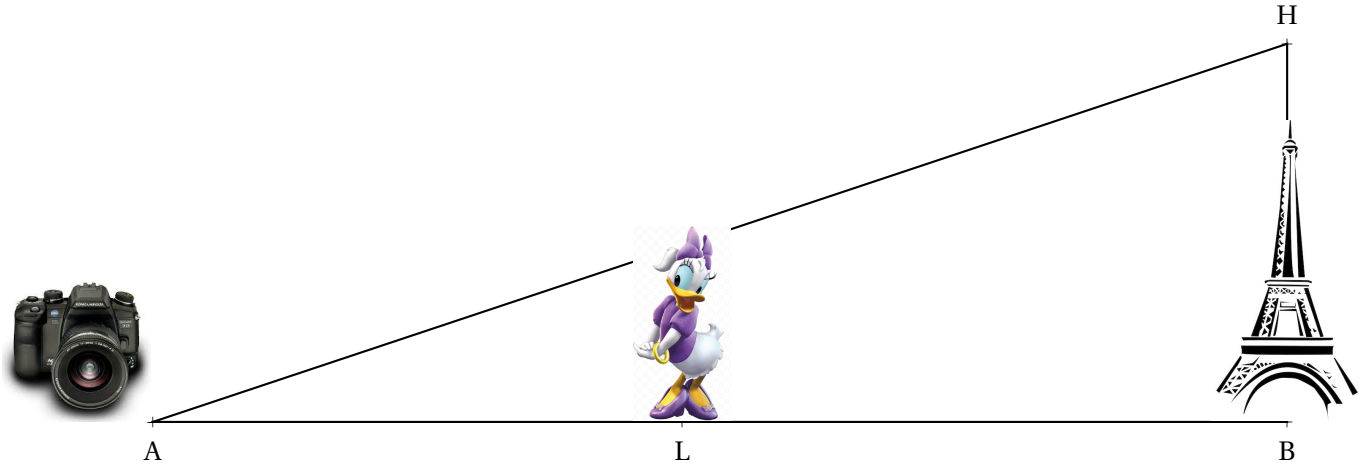
3.c. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule **K2** pour obtenir le nombre total d'automobilites contrôlés ?

Exercice n° 4 — La Tour Eiffel *10 points*

Leila est en visite à Paris. Aujourd'hui, elle est au Champ de Mars où elle peut voir la Tour Eiffel dont la hauteur totale BH est 324 m.
Elle pose son appareil photo au sol à une distance AB = 600 m du monument et le programme pour prendre une photo (voir le dessin ci-dessous).

1. Quelle est la mesure, au degré près, de l'angle $\widehat{HAB}$?

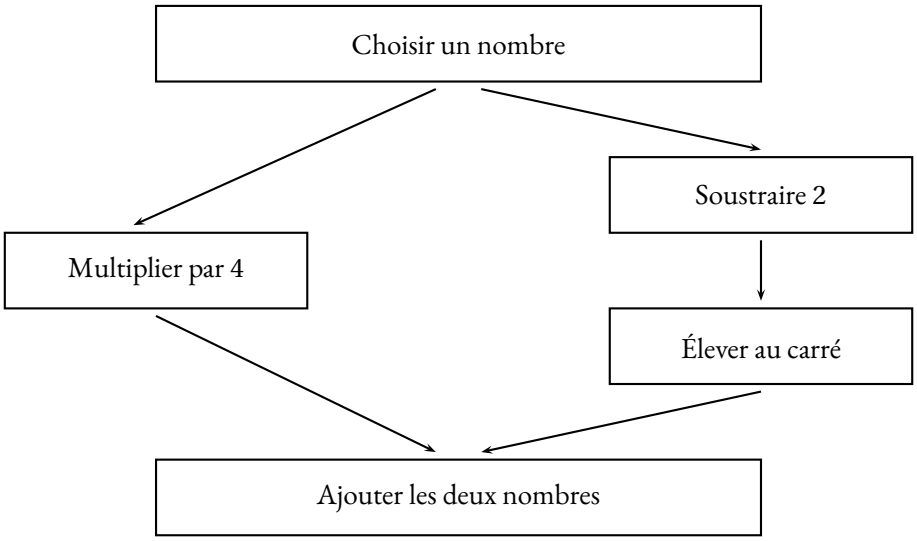
2. Sachant que Leila mesure $1,70$ m, à quelle distance AL doit-elle se placer pour paraître aussi grande que la Tour Eiffel sur sa photo ?
Donne une valeur approchée du résultat au centimètre près.



Exercice n° 5 — Les deux programmes de calcul *22 points*

Voici deux programmes de calcul :

Programme A



Programme B

- Choisir un nombre ;
- calculer son carré ;
- ajouter 6 au résultat.

1.a. Montrer que, si l'on choisir le nombre 5, le résultat du **Programme A** est 29.

1.b. Quel est le résultat du **Programme B** si on choisit le nombre 5 ?

2. Si on nomme x le nombre choisi, expliquer pourquoi le résultat du **Programme A** peut s'écrire $x^2 + 4$.

3. Quel est le résultat du **Programme B** si l'on nomme x le nombre choisi ?

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
Justifier les réponses et écrire les étapes des éventuels calculs :

4.a. « Si l'on choisit le nombre $\frac{2}{3}$, le résultat du **Programme B** est $\frac{58}{9}$. »

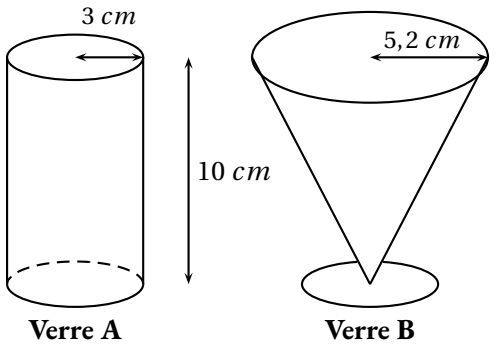
4.b. « Si l'on choisit un nombre entier, le résultat du **Programme B** est un nombre entier impair. »

4.c « Le résultat du **Programme B** est toujours un nombre positif. »

4.d. « Pour un même nombre entier choisi, les résultats du **Programme A** et du **Programme B** sont ou bien tous les deux des entiers pairs, ou bien tous les deux des entiers impairs. »

Exercice n° 6 — Les deux verres de jus de fruits *20 points*

Pour servir ses jus de fruits, un restaurateur a le choix entre deux types de verres : un verre cylindrique **A** de hauteur 10 cm et de rayon 3 cm et un verre conique **B** de hauteur 10 cm et de rayon $5,2$ cm.



Rappels :

— Volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h :

$$\pi \times r^2 \times h$$

— Volume d'un cône de rayon r et de hauteur h :

$$\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

— 1 L = 1 dm^3

Le graphique situé en **ANNEXE 1.2** représente le volume de jus de fruits dans chacun des verres en fonction de la hauteur de jus de fruits qu'ils contiennent.

1. Répondre aux questions suivantes à l'aide du graphique en **ANNEXE 1.2** :

1.a. Pour quel verre le volume et la hauteur de jus de fruits sont proportionnels ? Justifier

1.b. Pour le verre **A**, quel est le volume de jus de fruit si la hauteur est de 5 cm ?

1.c. Quelle est la hauteur de jus de fruits si on verse 50 cm^3 dans le verre **B** ?

2. Montrer, par le calcul, que les deux verres ont le même volume total à 1 cm^3 près.

3. Calculer la hauteur du jus de fruit servi dans le verre **A** pour que le volume de jus soit égal à 200 cm^3. Donner une valeur approchée au centimètre près.

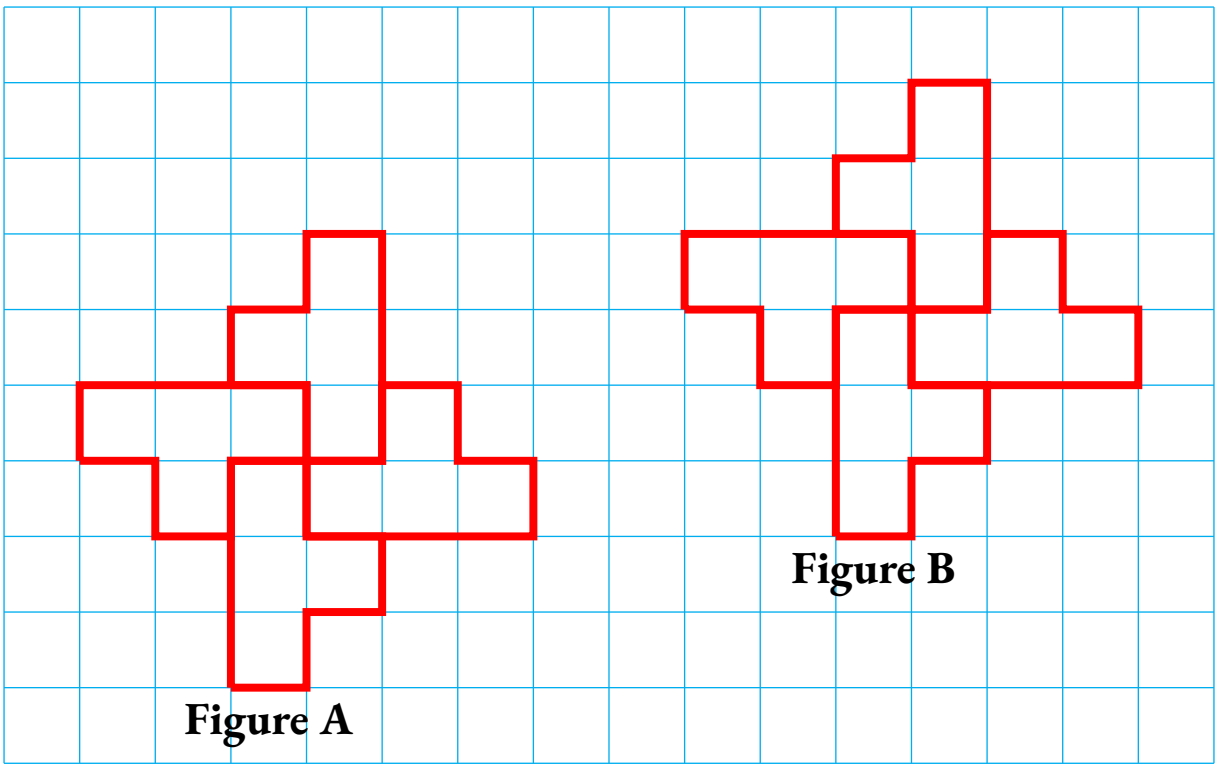
4. Un restaurateur sert ses verres de telle sorte que la hauteur de jus de fruits dans le verre soit égale à 8 cm.

4.a. Par lecture graphique, déterminer quel type de verre le restaurateur doit choisir pour servir le plus grand nombre possible de verres avec 1 L de jus de fruits.

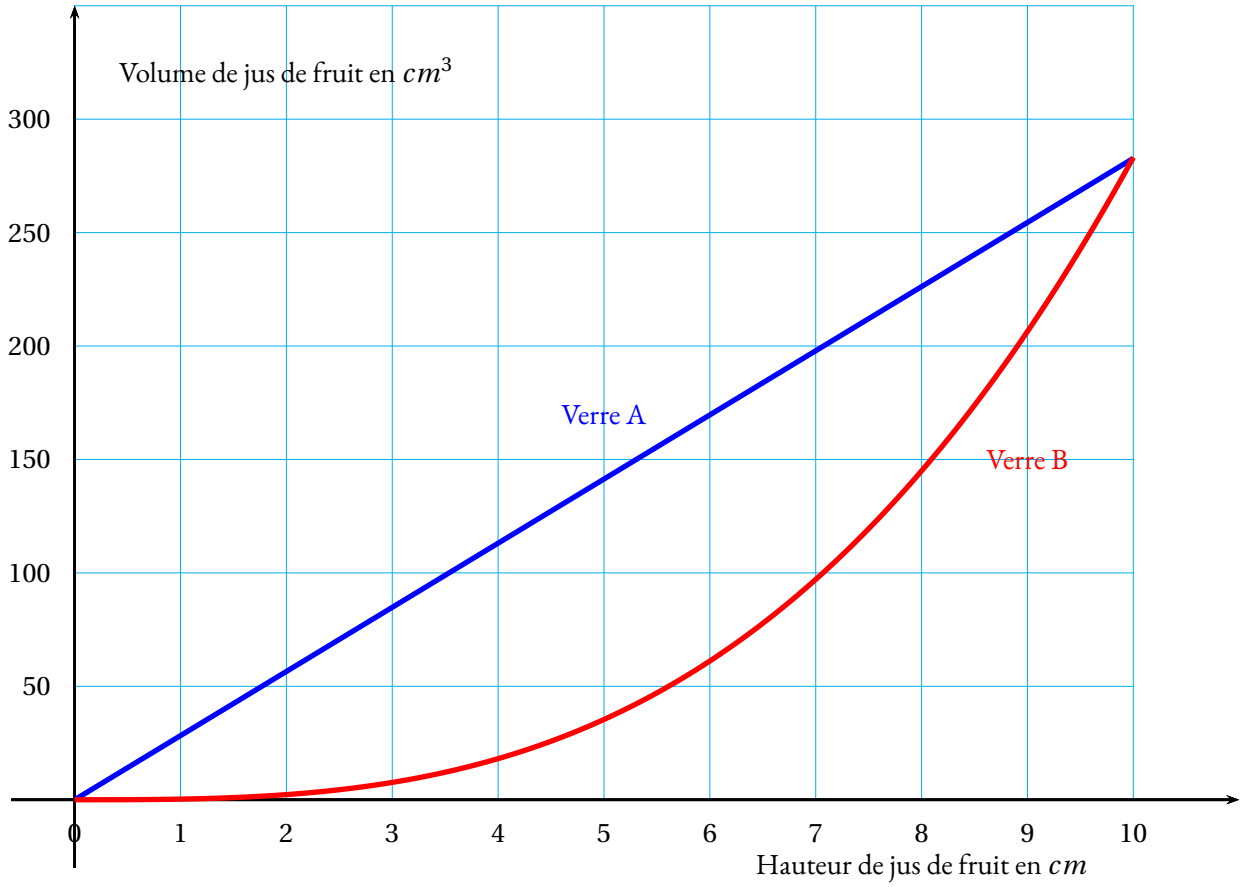
4.b. Par le calcul, déterminer le nombre maximal de verre **A** qu'il pourra servir avec 1 L de jus de fruits.

ANNEXES à rendre avec sa copie

ANNEXE 1.1



ANNEXE 1.2



Brevet — 2019 — Antilles-Guyane — Série générale

Correction

Quelques exercices originaux dans ce sujet. Le premier exercice mélange arithmétique et probabilités, c'est original. Le deuxième est un Scratch géométrique assez complexe. J'aime bien l'exercice 3 sur la limitation de la vitesse à 80 km/h avec l'usage d'un tableur. L'exercice suivant présente la fameuse situation d'une personne devant la Tour Eiffel. On termine par deux programmes de calcul et un exercice sur les fonctions et les volumes. Très complet !

Exercice n° 1 — Les trois dés particuliers *13 points*

Arithmétique — Probabilités

Un exercice de probabilités original qui mélange probabilité et arithmétique. La question 3 est assez difficile et demande une bonne maîtrise de l'arithmétique.

1. Sur le deuxième dé sont écrits les nombres 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 et 11.

Sur le troisième dé sont écrits les nombres 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 et 13.

2.a. Comme $5^2 = 25$, Zoé a lu le nombre 5 sur le dé.

2.b. Nous pouvons modéliser cette situation sous la forme d'une expérience aléatoire à deux épreuves. La première épreuve est le lancer du dé par Zoé et la seconde épreuve est le lancer du dé par Léo.
Comme les deux dés sont équilibrés chacune des épreuves est une expérience aléatoire dont chacune des issues est équiprobables.

On peut présenter toutes les issues correspondant à ces deux épreuves dans un tableau. On indique GAGNÉ quand Léo a un carré supérieur à Zoé.
On considère que supérieur signifie strictement supérieur dans l'énoncé !

Zoé \ Léo	$2^2 = 4$	$4^2 = 16$	$6^2 = 36$	$8^2 = 64$	$10^2 = 100$	$12^2 = 144$
$2^2 = 4$		GAGNÉ	GAGNÉ	GAGNÉ	GAGNÉ	GAGNÉ
$3^2 = 9$		GAGNÉ	GAGNÉ	GAGNÉ	GAGNÉ	GAGNÉ
$5^2 = 25$			GAGNÉ	GAGNÉ	GAGNÉ	GAGNÉ
$7^2 = 49$				GAGNÉ	GAGNÉ	GAGNÉ
$11^2 = 121$						GAGNÉ
$13^2 = 169$						

Il y a donc 36 issues équiprobables possibles. Parmi celles-ci 18 sont favorables à l'événement étudié.

La probabilité cherchée est $\frac{18}{36} = \frac{1}{2} = 0,5$ soit 50 %.

3.a. Il faut décomposer 525 en produit de facteurs premiers.

525	3
175	5
35	5
7	7
1	

$525 = 3 \times 5 \times 5 \times 7$

Cette décomposition est constituée de quatre facteurs premiers. Ils correspondent donc aux quatre lancers.

Mohammed a obtenu les nombres 3 ; 5 deux fois et 7.

3.b. Les nombres 3, 5 et 7 sont à la fois impairs et premiers.

On ne peut pas déterminer lequel du deuxième ou du troisième dé a été choisi par Mohammed.

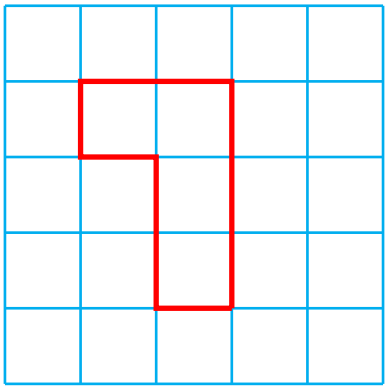
Exercice n° 2 — Mathieu, Pierre et Élise dessine avec Scratch

18 points

Scratch

Un exercice Scratch intéressant à base de déplacements.

1.



2. On constate qu'il ne s'agit pas du script de Mathieu. Il reste celui de Pierre et celui d'Élise.
La différence entre ces deux scripts se trouve dans la boucle répétée 2 fois : il y a un « tourne à gauche »d'un côté et un « tourne à droite »de l'autre.
Le motif de Pierre tourne sur lui même.

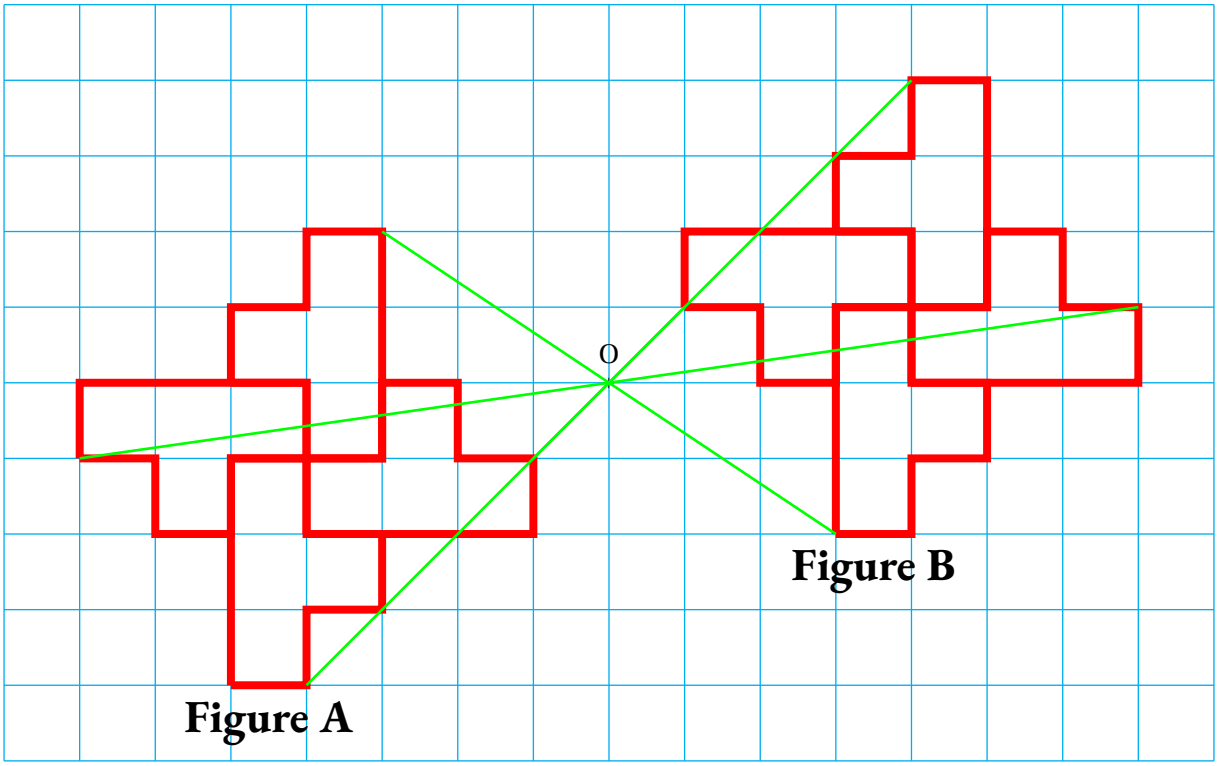
Il s'agit du motif d'Élise.

3.a. Une rotation d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, dont le centre est celui de la figure.

3.b. La figure initiale est la figure 1. Il faut donc répéter quatre fois cette figure en la faisant tourner de 90° vers la gauche.
On obtient :

4.
ANNEXE 1.1

Le centre de symétrie est à l'intersection des droites reliant un point et son image.
Il s'agit du point O.



Exercice n° 3 — Vitesse limitée à 80 km/h ! *17 points*

Pourcentages — Moyenne pondérée — Statistiques — Tableur

Cet exercice traite du passage de 90 à 80 km/h sur les routes. Il demande des compétences sur les pourcentages et sur les critères statistiques usuels. Assez facile.

1.a Nous savons que 1911 représente 55 % du nombre totale de décès.
Il y a plusieurs méthode :

Tableau de proportionnalité

Nombre de tués sur route à double sens	1911	55
Nombre total de tués	$\dfrac{100 \times 1911}{55} \approx 3475$	100

Coefficient multiplicateur

On sait que le nombre x de décès vérifie l'équation suivante :

$$\begin{aligned} 0,55 \times x &= 1911 \\ x &= \frac{1911}{0,55} \\ x &\approx 3475 \end{aligned}$$

En partant de la solution donnée dans le sujet

On remarque que $3475 \times \frac{55}{100} = 1911{,}25 \approx 1911$

$\boxed{\text{Le nombre total de décès en 2016 est bien de 3475.}}$

1.b. *Comme pour la question précédente on peut utiliser plusieurs méthodes :*

Tableau de proportionnalité

Nombre de décés	3475	100
Nombre de décés évités	400	$\frac{400 \times 100}{3475} \approx 11,5$

Usage d'une fréquence

La fréquence du nombre de décès évité est $\frac{400}{3475} \approx 0,115$

Usage d'un coefficient de réduction

Le nombre de décés est donc passé de 3475 à $3475 - 400 = 3075$.
On note x le coefficient de réduction, il vérifie l'équation suivante :

$$\begin{aligned} x \times 3475 &= 3075 \\ x &= \frac{3075}{3475} \\ x &\approx 0{,}885 \end{aligned}$$

Or $0{,}885 = 1 - 0{,}115 = 1 - \frac{11,5}{100}$

$\boxed{\text{Le nombre de décès a diminué de } 11,5\ \%}$

2.a. Il faut effectuer les moyennes des vitesses pondérées par l'effectif correspondant :

$$\frac{82\ km/h \times 1 + 86\ km/h \times 7 + 90\ km/h \times 4 + 91\ km/h \times 3 + 97\ km/h \times 6}{1+7+4+3+6} = \frac{1899\,\text{km/h}}{21} \approx 90,4\ km/h$$

$\boxed{\text{La moyenne des excès de vitesse est environ } 90,4\ km/h.}$

2.b. L'étendue est de 27 km/h, cela signifie que l'écart entre la valeur maximale et la valeur minimale est de 27 km/h.
Or la valeur maximale est 97 km/h.
Ainsi la valeur minimale vaut $97\ km/h - 27\ km/h = 70\ km/h$.

La valeur médiane correspond à une vitesse qui divise l'effectif en deux groupes d'effectifs égaux.
Sans tenir compte de la première colonne, l'effectif est : $2+10+6+1+7+4+3+6=39$.
En observant la colonne qui correspond à 82 km/h on constate qu'il y a $7+4+3+6=20$ valeurs supérieures et $2+10+6=18$ valeurs inférieures.
Pour que 82 km/h soit la valeur médiane, il faut qu'il y ait 20 valeurs inférieurs : il en manque 2 !

Dans la cellule **B1** il faut écrire 70 km/h et 2 dans la cellule **B2**.

2.c. Il faut faire la somme de la ligne de **B2** à **J2**.

Il faut saisir : **=B2+C2+D2+E2+F2+G2+H2+I2+J2** ou **=SOMME(B2:J2)**

Exercice n° 4 — La Tour Eiffel *10 points*

Trigonométrie — Théorème de Thalès

Un exercice qui utilise de la trigonométrie et le théorème de Thalès. Une situation classique d'agrandissement réduction entre une jeune fille et la Tour Eiffel. Il aurait été plus réaliste de faire calculer la distance entre Leila et la Tour Eiffel plutôt que la distance à l'appareil photo !

1. Il est raisonnable de penser que la Tour Eiffel est verticale et donc perpendiculaire au sol.

Le triangle ABH est donc rectangle en H.
$\tan\widehat{HAB} = \dfrac{BH}{BA} = \dfrac{324\ m}{600\ m}$

À la calculatrice on arrive à $\widehat{HAB} \approx 28°$ à un degré près.

2. Nous notons T le point correspondant à la tête de Leila sur le segment [AH].
Les droites (AB) et (AH) sont sécantes en A, les droites (BH) et (LT) sont parallèles,
i 'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AL}{AB} = \frac{AT}{AH} = \frac{LT}{BH}$$

$$\frac{AL}{600\ m} = \frac{AT}{AH} = \frac{1,70\ m}{324\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$AL = \dfrac{600\ m \times 1,70\ m}{324\ m}$ d'où $AL = \dfrac{1\,020\,\text{m}^2}{324\ m}$ et $AL \approx 3,15\ m$

Leila doit se placer à environ $3,15\ m$ au centimètre près.

Exercice n° 5 — Les deux programmes de calcul *22 points*

Programme de calcul — Calcul littéral — Fractions

Un bel exercice sur les programmes de calcul. Les conjecture de la partie 4 sont pour certaines difficiles mais intéressantes !

1.a. En partant du nombre 5, le **Programme A** donne successivement :
$5 \times 4 = 20$ et d'autre part $5-2=3$ puis $3^2=9$ et enfin $20+9=29$.

En partant du nombre 5, le **Programme A** donne bien 29.

1.b. En partant du nombre 5, le **Programme B** donne successivement :

5 puis $5^2 = 25$ et enfin $25 + 6 = 31$.

En partant du nombre 5, le **Programme B** donne 31.

2. Si on note x le nombre de départ, le **Programme A** donne successivement :
$x \times 4 = 4x$ et d'autre part $x - 2$ puis $(x-2)^2$.

On obtient finalement $4x + (x-2)^2$.

Développons $\mathrm{A} = 4x + (x-2)^2$
$\mathrm{A} = 4x + x^2 - 4x + 4$
J'ai utilisé l'identité remarquable mais on peut développer $(x-2)^2 = (x-2)(x-2)$ et la double distributivité.
$\mathrm{A} = x^2 + 4$

En partant du nombre générique x, le **Programme A** donne $x^2 + 4$.

3. Si on note x le nombre de départ, le **Programme B** donne successivement :
x puis x^2 et $x^2 + 6$.

En partant du nombre générique x, le **Programme B** donne $x^2 + 6$.

4.a. Il faut calculer :

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 6 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} + 6 = \frac{4}{9} + \frac{6 \times 9}{9} = \frac{4}{9} + \frac{54}{9} = \frac{58}{9}$$

Vraie

4.b. Le résultat avec le **Programme B** est $x^2 + 6$.
En prenant $x = 2$ le résultat vaut $2^2 + 6 = 4 + 6 = 10$, c'est un nombre pair !

Faux

4.c. Pour x un nombre quelconque, on sait que x^2 est un nombre positif ou nul.
Ainsi $x^2 + 6$ est un nombre supérieur ou égal à 6.

Vraie

4.d. Pour x un nombre de départ, le **Programme A** donne $x^2 + 4$ et le **Programme B** donne $x^2 + 6$.

On peut vérifier que quelques exemples :
Pour $x = 3$, $3^2 + 4 = 9 + 4 = 13$ et $3^2 + 6 = 9 + 6 = 15$.
Pour $x = 4$, $4^2 + 4 = 16 + 4 = 20$ et $4^2 + 6 = 16 + 6 = 22$.

Cette conjecture semble vraie !

Si on calcule la différence de ces deux programmes pour un nombre générique x on obtient :
$(x^2 + 6) - (x^2 + 4) = 2$.

L'écart entre ces nombres est 2. Si l'un de ces nombres est pair, alors l'autre aussi. Si l'un de ces nombres est impair, l'autre aussi.

Vraie

Exercice n° 6 — Les deux verres de jus de fruits *20 points*

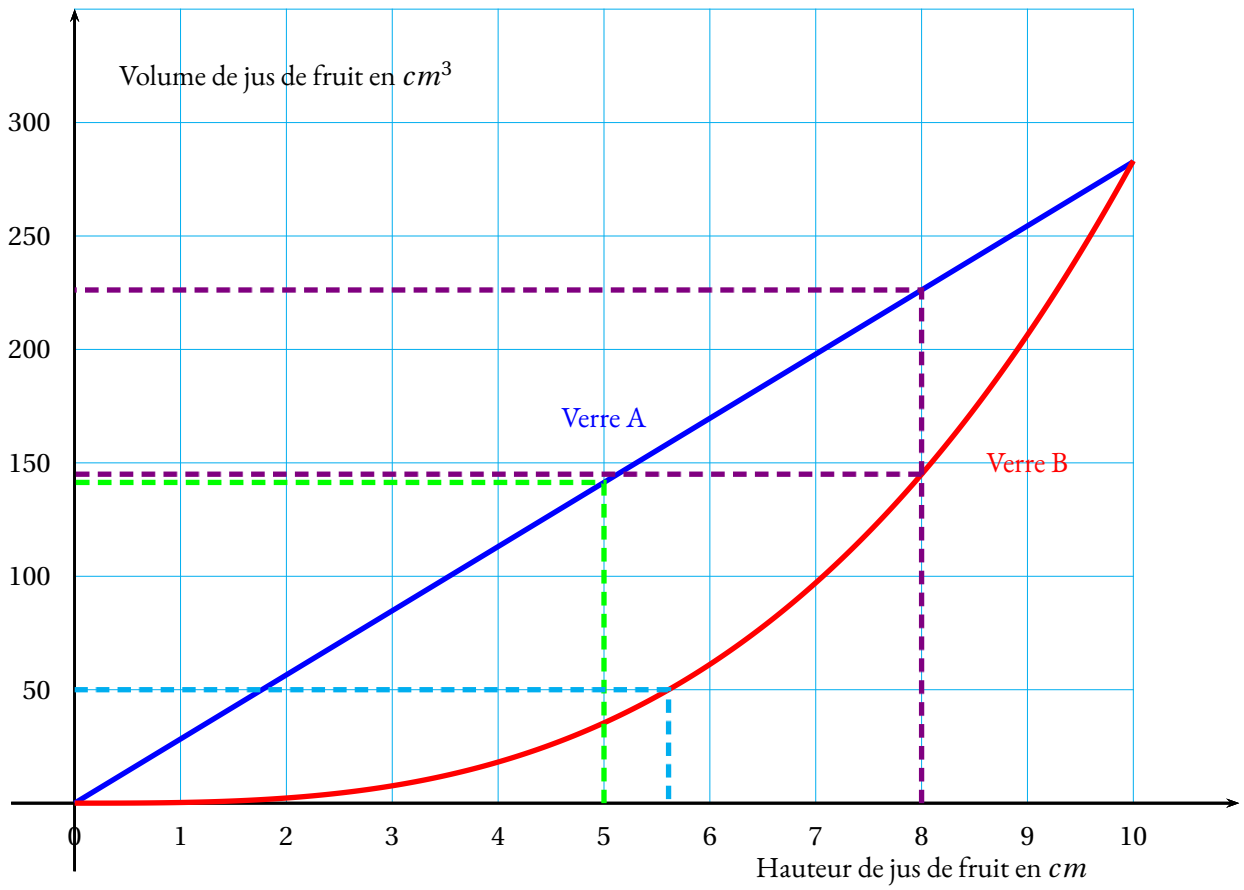
Volume du cône — Volume du cylindre

Un exercice un peu laborieux qui mélange lecture graphique et calcul numérique. La présence du nombre pi dans les calculs ne simplifie pas les formulations des résultats, entre valeur exacte et approchée !

1.a. On sait que la représentation graphique de deux grandeurs proportionnelles est une droite passant par l'origine du repère.

Pour le **Verre A** le volume est proportionnel à la hauteur.

ANNEXE 1.2



1.b. Le volume est d'environ 140 cm^3.

Une valeur approchée obtenue par le calcul vaut environ 141,37 cm^3 *au centième près.*

1.c. La hauteur mesure environ $5,6\ cm$

Une valeur approchée obtenue par le calcul vaut environ 5,61 cm *au centième près.*

2. Calculons le volume de chaque verre.

Verre A : le volume vaut $\pi \times (3\ cm)^2 \times 10\ cm = 90\pi\ cm^3 \approx 282,74\ cm^3$.

Verre B : le volume vaut $\frac{1}{3} \times \pi \times (5,2\ cm)^2 \times 10\ cm = \frac{270,4}{3}\pi\ cm^3 \approx 283,16\ cm^3$.

Comme $283,16\ cm^3 - 282,74\ cm^3 = 0,42\ cm^3$

Les deux verres ont le même volume à 1 cm^3 près.

3. Notons h la hauteur de jus dans le verre A. Le volume de jus de fruit en fonction de la hauteur est donné par l'expression :

$$3^2 \times \pi \times h = 9\pi h$$

Il faut donc résoudre l'équation :

$$
\begin{aligned}
9\pi h &= 200 \\
h &= \frac{200}{9\pi} \\
h &\approx 7
\end{aligned}
$$

En servant environ 7 cm de jus de fruit, le volume est de 200 cm^3 dans le verre A.

4.a. La hauteur de jus de fruit dans chaque verre est de 8 cm.
On lit graphiquement (en violet) que cela remplit le verre A d'environ 230 cm^3 et le verre B d'environ 150 cm^3.
Pour servir un maximum de verre, il faut choisir celui qui contient le moins de jus de fruit !

Il faut choisir le verre B.

4.b. Calculons le volume de jus de fruit dans le verre A pour une hauteur de 8 cm.
Le volume vaut : $(3\ cm)^2 \times \pi \times 8\ cm = 72\pi\ cm^3$.

On sait que 1 L = 1 dm^3 = 1 000 cm^3. Or $\dfrac{1\,000\ cm^3}{72\pi\ cm^3} \approx 4,4$.

On peut remplir au maximum quatre verre A avec 1 L de jus de fruits.

Diplôme national du brevet
Session 2019

Mathématiques

Série générale

Polynésie française

1 juillet 2019

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

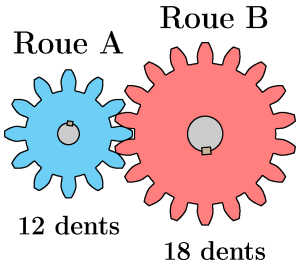
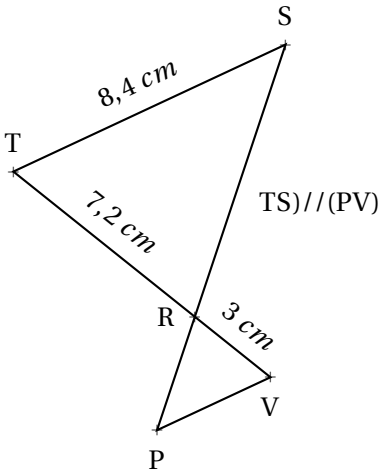
Exercice n° 1	12 points
Exercice n° 2	20 points
Exercice n° 3	15 points
Exercice n° 4	12 points
Exercice n° 5	14 points
Exercice n° 6	12 points
Exercice n° 7	15 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Un QCM à quatre questions *12 points*

Dans ce questionnaire à choix multiples, pour chaque question des réponses sont proposées, une seule est exacte. Sur la copie, écrire le numéro de la question et recopier la bonne réponse.
Pour la question 4, une justification est attendue.

Questions	A	B	C
1. La décomposition en facteurs premiers de 24 est :	$2 \times 3 \times 4$	$2 \times 2 \times 2 \times 3$	$2 \times 2 \times 6$
2. Lequel de ces nombres est premiers ?	2255	8191	7113
3. La roue B fait deux tours. Combien de tours fait la roue A ? 	3	4	5
4. Pour cette question une **justification** est attendue. 	PV = 3 cm	PV = 20,16 cm	PV = 3,5 cm

Exercice n° 2 — Tableur, Scratch et programme de calcul *20 points*

1. On a utilisé une feuille de calcul pour obtenir les images de différentes valeurs de par une fonction affine f.
Voici une copie de l'écran obtenu :

B2	$fx =$	=3*B1-4							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
2	$f(x)$	-10	-7	-4	-1	2	5	8	11

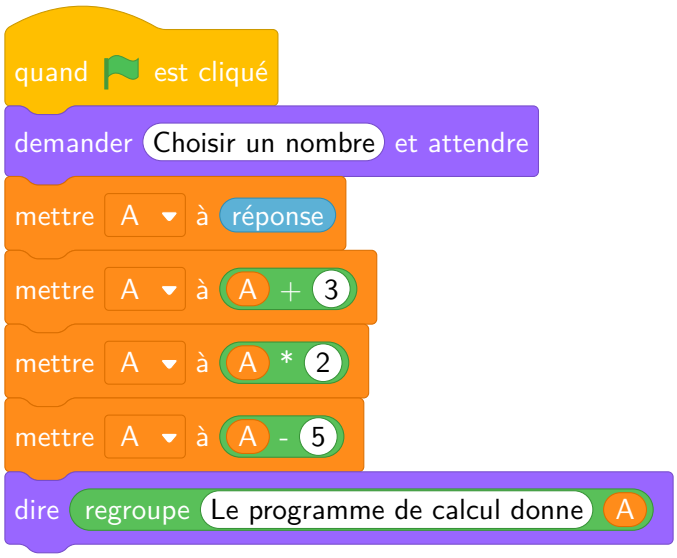
1.a. Quelle est l'image de 1 par la fonction f ?

1.b. Quel est l'antécédent de 5 par la fonction f ?

1.c. Donner l'expression de $f(x)$.

1.d. Calculer $f(10)$.

2. On donne le programme suivant qui traduit un programme de calcul :



2.a. Écrire sur votre copie les deux dernières étapes du programme de calcul :

— Choisir un nombre ;
— ajouter 3 à ce nombre ;
— ...
— ...

2.b. Si on choisit le nombre 8 au départ, quel sera le résultat ?

2.c. Si on choisit x comme nombre de départ, montrer que le résultat obtenu avec ce programme de calcul sera $2x+1$

2.d. Quel nombre doit-on choisir au départ pour obtenir 6 ?

3. Quel nombre faudrait-il choisir pour que la fonction f et le programme de calcul donnent le même résultat ?

Exercice n° 3 — Sam préfère les bonbons bleus ! *15 points*

Sam préfère les bonbons bleus.
Dans son paquet de 500 bonbons, 150 sont bleus, les autres sont rouges, jaunes ou verts.

1. Quelle est la probabilité qu'il pioche au hasard un bonbon bleu dans son paquet ?

2. 20 % des bonbons de ce paquet sont rouges.
Combien y a-t-il de bonbons rouges ?

3. Sachant qu'il y a 130 bonbons verts dans ce paquet, Sam a-t-il plus de chance de piocher au hasard un bonbon vert ou un bonbon jaune ?

4. Aïcha avait acheté le même paquet il y a quinze jours, il ne lui reste que 140 bonbons bleus, 100 jaunes, 60 rouges et 100 verts. Elle dit à Sam :

« Tu devrais piocher dans mon paquet, plutôt que dans le tien, tu aurais plus de chance d'obtenir un bleu ».

A-t-elle raison ?

Exercice n° 4 — La pyramide du Louvre *12 points*

La pyramide du Louvre à Paris est une pyramide à base carrée de côté $35,4\ m$ et de hauteur $21,6\ m$.
C'est une réduction de la pyramide de Khéops en Egypte, qui mesure environ $230,5\ m$ de côté.

1. Montrer que la hauteur de la pyramide de Khéops est d'environ $140,6\ m$.

2. Calculer le volume en mètres cubes de la pyramide du Louvre. Arrondir à l'unité

3. Par quel nombre peut-on multiplier le volume de la pyramide du Louvre pour obtenir celui de la pyramide de Khéops ? Arrondir à l'unité.

Rappel :

$$\text{Volume d'une pyramide} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

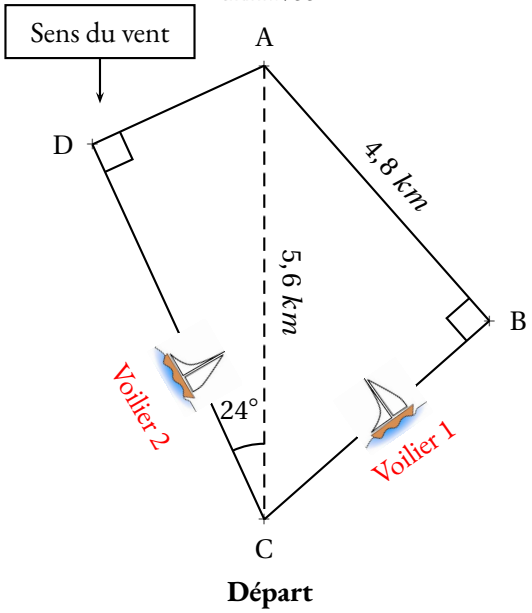
Exercice n° 5 — Comment naviguer en voilier

14 points

Lorsqu'un voilier est face au vent, il ne peut pas avancer.

Si la destination choisie nécessite de prendre une direction face au vent, le voilier devra progresser en faisant des zigzags.

Comparer les trajectoires de ces deux voiliers en calculant la distance, en kilomètres et arrondie au dixième, que chacun a parcourue.



La figure n'est pas à l'échelle

Exercice n° 6 — La finale du 200 m au jeu de Rio

12 points

Le tableau ci-dessous regroupe les résultats de la finale du 200 m hommes des Jeux Olympiques de Rio de Janeiro en 2016, remporté par Usain BOLT en 19,78 secondes.

Rang	Athlète	Nation	Performance en seconde
1	U. Bolt	Jamaïque	19,78
2	A. De Grasse	Canada	20,02
3	C. Lemaitre	France	20,12
4	A. Gemili	Grande-Bretagne	20,12
5	C. Martina	Hollande	20,13
6	L. Merritt	USA	20,19
7	A. Edward	Panama	20,23
8	R. Guliyev	Turquie	20,43

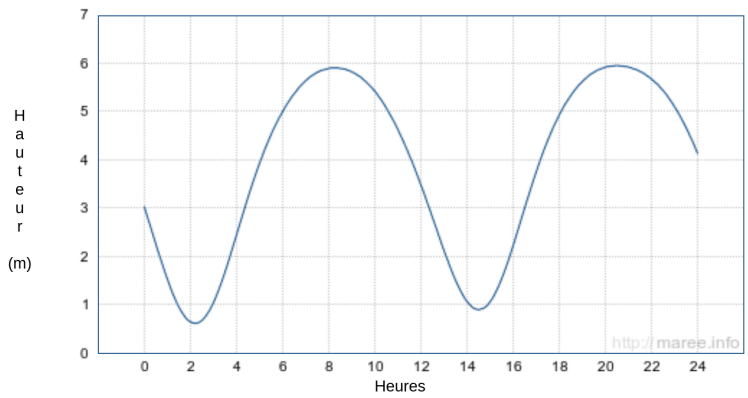
1. Calculer la vitesse moyenne en m/s de l'athlète le plus rapide. Arrondir au centième.

2. Calculer la moyenne des performances des athlètes. Arrondir au centième.

3. En 1964 à Tokyo, la moyenne des performances des athlètes sur le 200 m hommes était de $20,68$ s et l'étendue était de $0,6$ s.
En comparant ces résultats à ceux de 2016, qu'observe-t-on ?

Exercice n° 7 — La marée à la Rochelle *15 points*

Le graphique ci-dessous donne les hauteurs d'eau au port de La Rochelle le mercredi 15 août 2018.



1. Quel a été le plus haut niveau d'eau dans le port ?

2. À quelles heures approximativement la hauteur d'eau a-t-elle été de 5 m ?

	Heure	**Hauteur**
Marée haute	$8\ h\ 16\ min$	$5,89\ m$
Marée basse	$14\ h\ 30\ min$	$0,90\ m$

En utilisant les données du tableau ci-contre, calculer :

3.a. Le temps qui s'est écoulé entre la marée haute et la marée basse.

3.b. La différence de hauteur d'eau entre la marée haute et la marée basse.

4. À l'aide des deux documents suivants, comment qualifier la marée du 15 août 2018 entre 8 h 16 et 14 h 30 à La Rochelle ?

Document 1

Le coefficient de marée peut être calculé de la façon suivante à La Rochelle :

$$C = \frac{H_h - H_b}{5,34} \times 100$$

Avec :

— H_h la hauteur d'eau à marée haute ;

— H_b la hauteur d'eau à marée basse.

Document 2

Le coefficient de marée prend une valeur comprise entre 20 et 120.

— Une marée de coefficient supérieur à 70 est qualifiée de marée de vives-eaux ;

— Une marée de coefficient inférieur à 70 est qualifiée de marée de mortes-eaux.

Brevet — 2019 — Polynésie française — Série générale

Correction

Un sujet d'un niveau finalement assez simple. Le deuxième exercice est originale, il mélange tableur, Scratch et programme de calcul. L'exercice sur la pyramide du Louvre est aussi particulièrement important pour les révisions. J'aime également l'exercice à prise d'initiative sur le voilier. L'exercice de statistiques utilisent des données pertinentes mais les questions sont décevantes. La dernière partie sur la marée teste bien la lecture d'informations.

Exercice n° 1 — Un QCM à quatre questions *12 points*

Arithmétique — Théorème de Thalès

Ce QCM est constitué de trois questions d'arithmétique. C'est assez original. La dernière concerne le théorème de Thalès. Sans difficulté majeure !

1. Dans l'écriture $2 \times 3 \times 4$, 4 n'est pas un nombre premier.
De même 6 n'est pas premier dans l'écriture $2 \times 2 \times 6$.

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ est la décomposition en facteurs premiers. Réponse B.

2. 2 255 est divisible par 5 puisque son chiffre des unités est 5.
7 113 est divisible par 3 puisque $7 + 1 + 1 + 3 = 12$ est divisible par 3.
Ni 2 255 ni 7 113 ne sont premiers !

8 191 est premier. Réponse B

On n'a pas démontré que 8 191 était premier. On a raisonné par élimination. En utilisation la fonction décomposition de la calculatrice, on peut vérifier que 8 191 est bien premier. Sinon, comme $\sqrt{8191} \approx 91$ il faut tester la division par les nombres premiers inférieurs à 91 !

3. Quand la roue B fait deux tours, elle fait passer $18 \times 2 = 36$ dents.
On voit que $36 = 3 \times 12$.

La roue A fait 3 tours. Réponse A.

4. Les droites (TV) et (PS) sont sécantes en R, les droites (TS) et (PV) sont parallèles,
i 'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{RT}}{\text{RV}} = \frac{\text{RS}}{\text{RP}} = \frac{\text{TS}}{\text{VP}}$$

$$\frac{7,2\ cm}{3\ cm} = \frac{\text{RS}}{\text{RP}} = \frac{8,4\ cm}{\text{VP}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{VP} = \dfrac{8,4\ cm \times 3\ cm}{7,2\ cm}$ d'où $\text{VP} = \dfrac{25,2\ cm^2}{7,2\ cm}$ et $\text{VP} = 3,5\ cm$

$\text{VP} = 3,5\ cm$ donc Réponse C.

Exercice n° 2 — Tableur, Scratch et programme de calcul *20 points*

Tableur — Scratch — Programme de calcul — Calcul littéral — Équation du premier degré

Cet exercice propose de travailler des expressions littérales à partir d'un tableur, de Scratch et d'un programme de calcul. Ce sont trois présentations différentes d'une même fonction. C'est très interessant !

1.a. En lisant le tableau on constate que l'image de -1 par f est -7.

1.b. En lisant le tableau on constate qu'un antécédent de 5 par f est 3.

1.c. En lisant le tableau on constate que $f(x) = 3x - 4$.

1.d. $f(10) = 3 \times 10 - 4 = 30 - 4 = 26$.

$f(10) = 26$.

2.a.

- Choisir un nombre ;
- ajouter 3 à ce nombre ;
- multiplier le résultat précédent par 2 ;
- retirer 5 au résultat précédent.

2.b. En prenant 8 pour nombre de départ, on obtient successivement :
$8 + 3 = 11$ puis $11 \times 2 = 22$ et enfin $22 - 5 = 17$.

En prenant 8 comme nombre de départ on obtient finalement 17.

2.c. En prenant x comme nombre générique de départ on obtient successivement :
$x + 3$ puis $(x + 3) \times 2 = 2x + 6$ puis $2x + 6 - 5 = 2x + 1$.

En partant d'un nombre générique x on obtient bien $2x + 1$ à la fin.

2.d. *On peut utiliser deux méthodes : résoudre une équation ou remonter le programme.*

Résolution d'une équation :

$$\begin{aligned} 2x + 1 &= 6 \\ 2x + 1 - 1 &= 6 - 1 \\ 2x &= 5 \\ x &= \frac{5}{2} \\ x &= 2,5 \end{aligned}$$

Remontée du programme :

Le résultat final est 6 dont à l'étape précédente on avait $6 + 5 = 11$.
Ainsi à la pénultième étape nous avions $11 \div 2 = 5,5$.
Et pour terminer le nombre de départ doit être $5,5 - 3 = 2,5$.

Vérification :

En prenant $2,5$ pour nombre de départ on obtient successivement :
$2,5 + 3 = 5,5$ puis $5,5 \times 2 = 11$ et enfin $11 - 5 = 6$.

En prenant $2,5$ au départ le résultat final est 6.

3. Il faut résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x + 1 \\ 3x - 4 &= 2x + 1 \\ 3x - 4 + 4 &= 2x + 1 + 4 \\ 3x &= 2x + 5 \\ 3x - 2x &= 2x + 5 - 2x \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Vérification :

$f(5) = 3 \times 5 - 4 = 15 - 4 = 11$

$2 \times 5 + 1 = 10 + 1 = 11$

Pour $x = 5$ le fonction f et le programme de calcul donnent le même résultat final.

Exercice n° 3 — Sam préfère les bonbons bleus ! *15 points*

Probabilités — Pourcentages

Cet exercice de probabilités ne présente aucune difficulté !

1. Nous faisons l'hypothèse que les bonbons sont indiscernables au toucher et qu'ainsi toutes les issues possibles sont équiprobables.
Il y a 500 bonbons en tout dont 150 bleus.

La probabilité cherchée est $\dfrac{150}{500} = \dfrac{3}{10} = 0,3$ soit 30 %

2. $\dfrac{20}{100} \times 500 = 0,20 \times 500 = 100$. Il y a 100 bonbons rouges dans ce paquet.

3. On sait qu'il y a 150 bonbons bleus, 100 bonbons rouges, 130 bonbons verts.
$150 + 100 + 130 = 380$ et $500 - 380 = 120$.
Il y a donc 120 bonbons jaunes. Il y a donc moins de bonbons jaunes que de bonbons verts.

Sam a plus de chance d'obtenir un bonbon vert qu'un bonbon jaune.

4. Sam à $\dfrac{3}{10} = 0,3$ soit 30 % de chance de choisir un bonbon bleu dans son paquet.
Comme $140 + 100 + 60 + 100 = 400$, il reste à Aïcha 400 bonbons dont 140 bleus.
$\dfrac{140}{400} = \dfrac{7}{20} = 0,35$ soit 35 %.

Aïcha a raison, Sam a plus de chance de choisir un bonbon bleu dans son paquet.

Exercice n° 4 — La pyramide du Louvre *12 points*

Volume de la pyramide — Coefficient d'agrandissement/réduction

Un exercice intéressant sur la notion d'agrandissement/réduction en lien avec la pyramide du Louvre et son modèles la pyramide de Khéops. La recherche du coefficient d'agrandissement du volume est originale.

1. Comme la pyramide du Louvre est une réductions de la pyramide de Khéops, cela signifie que les mesures de ces deux pyramides sont proportionnelles.

	Hauteur	Côté
Mesures de la pyramide du Louvre	$21,6\ m$	$35,4\ m$
Mesure de la pyramide de Khéops	$\dfrac{230,5\ m \times 21,6\ m}{35,4\ m} \approx 140,6\ m$	$230,5\ m$

La hauteur de la pyramide de Khéops est d'environ $140,6\ m$.

On pouvait aussi calculer le coefficicent d'agrandissement en calculant le quotient $\dfrac{230,5\ m}{21,6\ m} \approx 6,51$.
Cela signifie que la pyramide de Khéops est $6,51$ *fois plus grande que la pyramide du Louvre.*

Ensuite $6,51 \times 21,6\ m \approx 140,6\ m$.
Attention cependant, cette méthode est très sensible à l'arrondi du coefficient. En choisissant $6,5$ *on obtient* $140,4\ m$ *!*

2. On applique la formule proposée :

Volume de la pyramide du Louvre $= \dfrac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$

La base de la pyramide est un carré de côté $35,4\ m$.
Aire de la base $= (35,4\ m)^2 = 1\,253{,}16\ m^2$

Volume de la pyramide du Louvre $= \dfrac{1\,253{,}16\ m^2 \times 21,6\ m}{3} = 9\,022{,}752\ m^3$

À l'unité près, le volume de la pyramide du Louvre est d'environ $9\,023\ m^3$.

3. *Il y a deux méthodes : utiliser le coefficient d'agrandissement ou passer par le volume.*

Calcul du volume de la pyramide de Khéops :

Volume de la pyramide de Khéops $= \dfrac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3} = \dfrac{(230,5\ m)^2 \times 140,6\ m}{3} = 2\,490\,038\ m^3$

Calculons le quotien des deux volumes : $\dfrac{2\,490\,038\ m^3}{9\,023\ m^3} \approx 276$

Usage du coefficient d'agrandissement :

On a vu un peu plus haut que le coefficient d'agrandissement des longueurs vaut : $\dfrac{230,5\ m}{35,4\ m} \approx 6,51$.

On sait que : **si les longueurs d'un solide sont multipliées par k alors son volume est multiplié par k^3.**

Le coefficient d'agrandissement du volume est donc environ $6,51^3 = 275{,}8945 \approx 276$.

Il faut multiplier par 276 le volume de la pyramide du Louvre pour obtenir celui de la pyramide de Khéops.

Exercice n° 5 — Comment naviguer en voilier *14 points*

Tâche complexe — Trigonométrie — Théorème de Pythagore

Une jolie tâche complexe qui utilise le théorème de Pythagore et la trigonométrie.

Trajectoire du voilier 1 :

Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$
$$4,8^2 + BC^2 = 5,6^2$$
$$23,04 + BC^2 = 31,36$$
$$BC^2 = 31,36 - 23,04$$
$$BC^2 = 8,32$$
$$BC = \sqrt{8,32}$$
$$BC \approx 2,9$$

Ainsi la trajectoire du voilier 1 a une longueur d'environ : $2,9\ km + 4,8\ km = 7,7\ km$.

Trajectoire du voilier 2 :

Dans le triangle ADC rectangle en D,

$$\cos\widehat{ACD} = \frac{CD}{CA}$$

$$\cos 24^\circ = \frac{CD}{5,6\ km}$$

$$CD = 5,6\ km \cos 24^\circ$$

$$CD \approx 5,1\ km$$

$$\sin\widehat{ACD} = \frac{DA}{CA}$$

$$\sin 24^\circ = \frac{DA}{5,6\ km}$$

$$DA = 5,6\ km \cos 24^\circ$$

$$DA \approx 2,3\ km$$

On pouvait aussi utiliser le théorème de Pythagore pour calculer le côté DA.

Dans le triangle ADC rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DA^2 + DC^2 = AC^2$$
$$DA^2 + 5,1^2 = 5,6^2$$
$$DA^2 + 26,01 = 31,36^2$$
$$DA^2 = 31,36 - 26,01$$
$$DA^2 = 5,35$$
$$DA = \sqrt{5,35}$$
$$DA \approx 2,3$$

Ainsi la trajectoire du voilier 2 a une longueur d'environ : $5,1\ km + 2,3\ km = 7,4\ km$.

Le voilier 1 parcoure $7,7\ km$, c'est un peu plus que le voilier 2 qui parcoure $7,4\ km$.

Exercice n° 6 — La finale du 200 m au jeu de Rio *12 points*

Vitesse — Moyenne — Statistiques

Un exercice de statistiques très simple et même un peu décevant. La dernière question aurait mérité mieux... un calcul de médiane par exemple !

1. Usain Bolt a parcouru 200 m en $19,78\ s$. Pour calculer la vitesse moyenne on considère que le temps et la distance sont proportionnels.

Temps	$19,78\ s$	$1\ s$
Distance	$200\ m$	$\frac{1\ s \times 200\ m}{19,78\ s} \approx 10,11$

On pouvait évidemment passer par un retour à l'unité !

$\dfrac{200\ m}{19,78} \approx 10,11\ m$

Usain Bolt a parcouru $200\ m$ à la vitesse moyenne de $10,11\ m/s$.

2. Il faut calculer $\dfrac{19,78\ s + 20,02\ s + 20,12\ s + 20,12\ s + 20,13\ s + 20,19\ s + 20,23\ s + 20,43\ s}{8} = \dfrac{161,02\ s}{8} = 20,1265\ s$

La moyenne des performances des athlètes est d'environ $20,13\ s$.

3. Calculons l'étendue pour 2016 : $20,43\ s - 19,78\ s = 0,65\ s$

La moyenne a progressé de près de $0,55\ s$ mais l'étendue, l'écart entre le meilleur et le moins rapide, n'a pas évolué !

Exercice n° 7 — La marée à la Rochelle

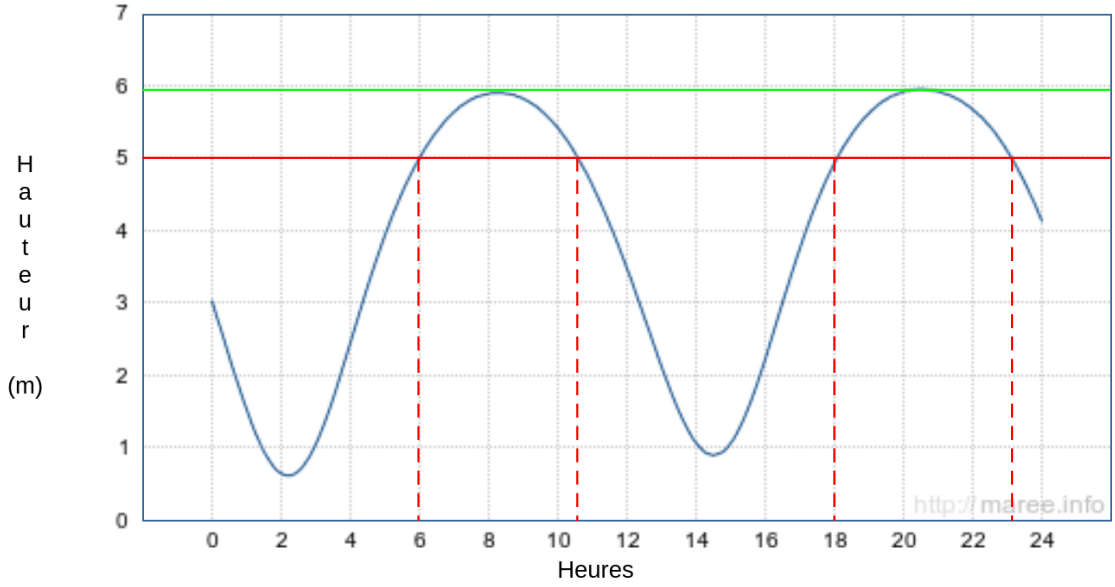
15 points

Tâche complexe — Lecture graphique — Expression littérale

Un exercice interessant qui permet de tester les compétences en rapport avec la prise d'informations.

1. Le niveau d'eau le plus haut correspond à $6\ m$.

2.



La hauteur d'eau a été de $5\ m$ à environ $6\ h$, $10\ h\ 30\ min$, $18\ h$ et $23\ h\ 15\ min$.

3.a Il faut soustraire $14\ h\ 30\ min$ et $8\ h\ 16\ min$.
Il y a $44\ min$ entre $8\ h\ 16\ min$ et $9\ h$. Il y a $5\ h$ entre $9\ h$ et $14\ h$. Il reste enfin $30\ min$ entre $14\ h$ et $14\ h\ 30\ min$.

Il s'est écoulé $44\ min + 5\ h + 30\ min = 6\ h\ 14\ min$ entre la marée haute et la marée basse.

3.b. La différence de hauteur d'eau est $5,89\ m - 0,90\ m = 4,99\ m$.

4. En utilisant le **Document 1**, calculons le coefficient de marée.

$$C = \frac{5,89\ m - 0,90\ m}{5,34} \times 100 = \frac{4,99}{5,34} \times 100 \approx 93$$

C'est un coefficient de marée supérieur à 70.

On peut qualifier cette marée de vives-eaux.

Diplôme national du brevet
Session 2019

Mathématiques

Série générale

France

1 juillet 2019

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	10 points
Exercice n° 2	19 points
Exercice n° 3	17 points
Exercice n° 4	19 points
Exercice n° 5	18 points
Exercice n° 6	17 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Le trésor des pirates *10 points*

Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1 150 perles et 4 140 pièces d'or.

1. Décomposer 69, 1 150 et 4 140 en produit de facteurs premiers.

2. Le capitaine partage équitablement le trésor entre les marins.
Combien y-a-t-il de marins sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués ?

Exercice n° 2 — Le décor de la pièce de théâtre *19 points*

Dans cet exercice, on donnera, si nécessaire, une valeur approchée des résultats au centième près.

Pour construire le décor d'un pièce de théâtre (Figure 1), Joanna dispose d'une plaque rectangulaire ABCD de 4 m sur 2 m dans laquelle elle doit découper les trois triangles du décor avant de les superposer. Elle propose un découpage de la plaque (Figure 2).

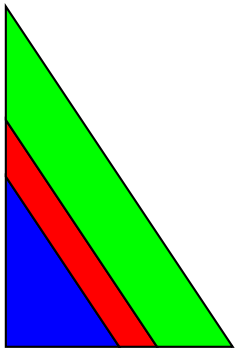


Figure 1

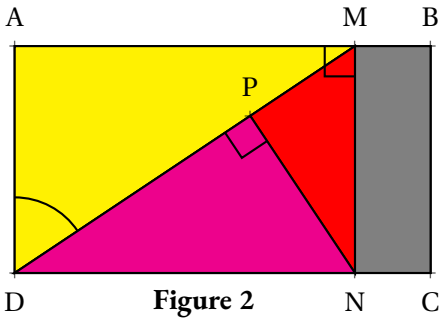


Figure 2

Le triangle ADM respecte les conditions suivantes :

- Le triangle ADM est rectangle en A ;
- AD = 2 m ;
- $\widehat{ADM} = 60°$

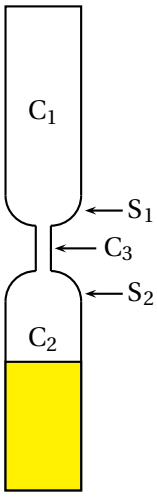
1. Montrer que [AM] mesure environ 3,46 m.

2. La partie de la plaque non utilisée est représentée sur la Figure 2 par le rectangle MBCN. Calculer un valeur approchée au centième de la proportion de la plaque qui n'est pas utilisée.

3. Pour que la superposition des triangles soit hamonieuse, Joanna veut que les trois triangles AMD, PNM et PDN soient semblables. Démontrer que c'est bien le cas.

4. Joanna aimerait que le coefficient d'agrandissement pour passer du triangle PDN au triangle AMD soit plus petit que 1,5. Est-ce le cas ? Justifier votre réponse.

Exercice n° 3 — Le sablier *17 points*



Les questions **1.** et **2.** sont indépendantes.
Un sablier est composé de :

- Deux cylindres C_1 et C_2 de hauteur $4,2\ cm$ et de diamètre $1,5\ cm$;
- un cylindre C_3 ;
- deux demi-sphères S_1 et S_2 de diamètre $1,5\ cm$.

On rappelle que le volume V d'un cylindre d'aire de base B et de hauteur h :

$$V = B \times h$$

1.a. Au départ, le sable remplit le cylindre C_2 aux deux tiers.
Montrer que le volume du sable est environ $4,95\ cm^3$.

1.b. On retourne le sablier. En supposant que le débit d'écoulement du sable est constant et égal à $1,98\ cm^3/min$, calculer le temps en minutes et secondes que va mettre le sable à s'écouler dans le cylindre inférieur.

2. En réalité, le débit d'écoulement d'un sablier n'est pas constant.
Dans une usine où on fabrique des sabliers comme celui-ci, on prend un sablier au hasard et on teste plusieurs fois le temps d'écoulement dans ce sablier. Voici les différents temps récapitulés dans le tableau suivant :

Temps mesuré	2 min 22 s	2 min 24 s	2 min 26 s	2 min 27 s	2 min 28 s	2 min 29 s	2 min 30 s
Nombre de tests	1	1	2	6	3	7	6

Temps mesuré	2 min 31 s	2 min 32 s	2 min 33 s	2 min 34 s	2 min 35 s	2 min 38 s
Nombre de tests	3	1	2	3	2	3

2.a. Combien de tests ont été réalisés au total ?

2.b. Un sablier est mis en vente s'il vérifie les trois conditions ci-dessous, sinon il est éliminé.

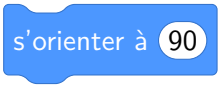
- L'étendue des temps est inférieure à 20 s ;
- la médiane des temps est comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s ;
- la moyenne des temps est comprise entre 2 min 28 s et 2 min 32 s.

Le sablier testé sera-t-il éliminé ?

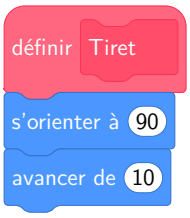
Exercice n° 4 — Carré — Tiret *19 points*

On veut réaliser un dessin constitué de deux types d'éléments (tirets et carrés) mis bout à bout.

Chaque script ci-contre trace un élément et déplace le stylo.

On rappelle que 

signifie qu'on oriente le stylo vers la droite.

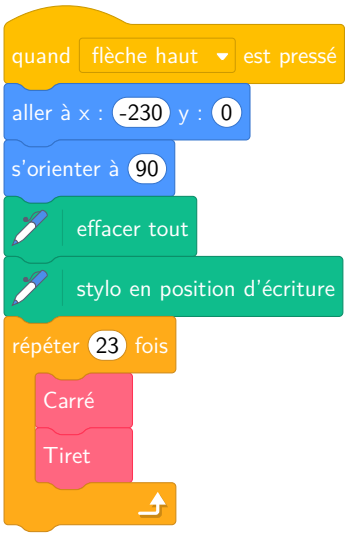


1. En prenant 1 cm pour 2 $pixels$, représenter la figure obtenue si on exécute le script **Carré**.

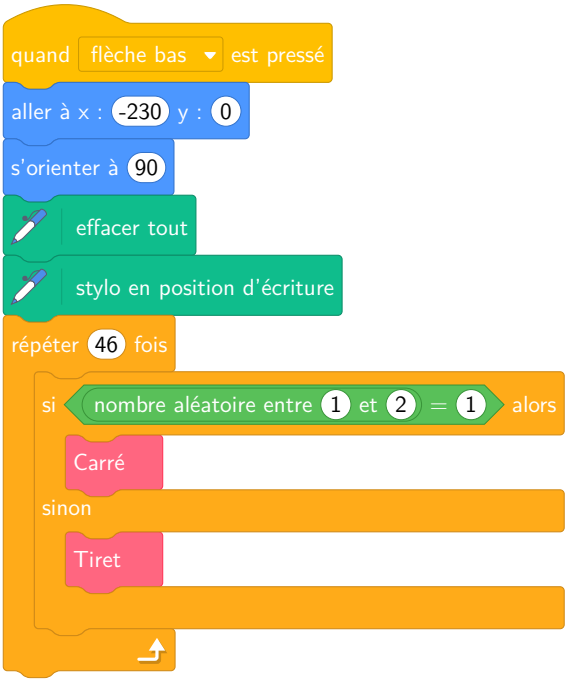
Préciser les positions de départ et d'arrivée du stylo sur votre figure.

Pour tracer le dessin complet, on a réalisé deux scripts qui se servent des blocs **Carré** et **Tiret** ci-dessus :

Script 1

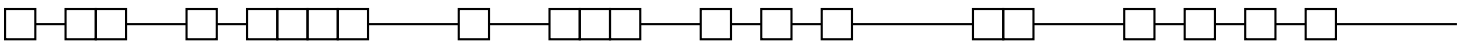


Script 2

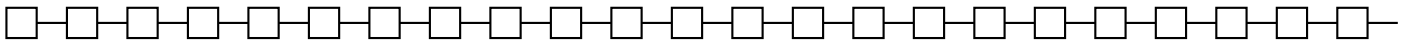


On exécute les deux scripts et on obtient les deux dessins ci-dessous :

Dessin A



Dessin B



2. Attribuer à chaque script la figure dessinée. Justifier votre choix.

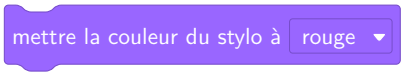
3. On exécute le **Script 2**.

3.a. Quelle est la probabilité que le premier élément tracé soit un carré ?

3.b. Quelle est la probabilité que les deux premiers éléments soient des carrés ?

4. Dans le **Script 2**, on aimerait que la couleur des différents éléments, tirets ou carrés, soit aléatoire, avec à chaque fois 50 % de chance d'avoir un élément noir et 50 % de chance d'avoir un élément rouge.

Écrire la suite d'instructions qu'il faut alors créer et préciser où l'insérer dans le **Script 2**.

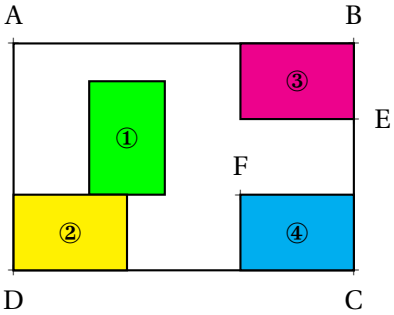
Indications : on pourra utiliser les instructions 

et 

pour choisir la couleur du stylo.

Exercice n° 5 — Le tableau constitué de quatre rectangles *18 points*

Olivia s'est acheté un tableau pour décorer le mur de son salon.
Ce tableau, représenté ci-contre, est constitué de quatre rectangles identiques nommés ①, ②, ③ et ④ dessinés à l'intérieur d'un grand rectangle ABCD d'aire égale à 1,215 m^2. Le ratio longueur : largeur est égal à 3 : 2 pour chacun des cinq rectangles.



1. Recopier, en les complétant, les phrases suivantes. Aucune justification n'est demandée.

1.a. Le rectangle ..... l'image du rectangle ..... par la translation qui transforme C en E.

1.b. Le rectangle ③ est l'image du rectangle ..... par la rotation de centre F et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

1.c. Le rectangle ABCD est l'image du rectangle ..... par l'homothétie de centre ..... et de rapport 3.
(Il y a plusieurs réponses possibles, une seule est demandée.)

2. Quelle est l'aire d'un petit rectangle ?

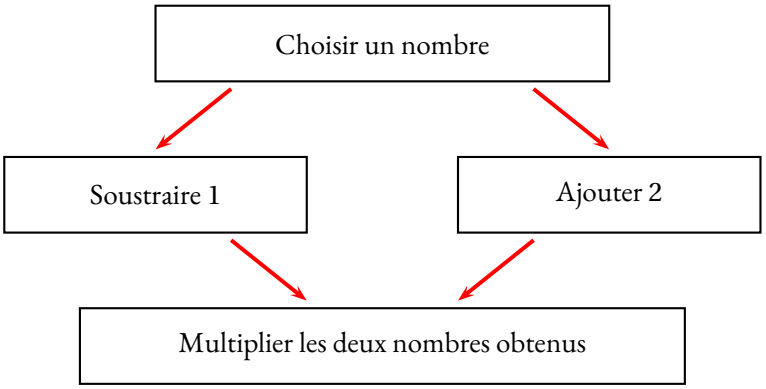
3. Quelles sont la longueur et la largeur du rectangle ABCD ?

Exercice n° 6 — Les deux programmes de calculs *17 points*

Programme 1

- Choisir un nombre ;
- le multiplier par 3 ;
- ajouter 1.

Programme 2



1. Vérifier que si on choisir 5 comme nombre de départ,

- le résultat du **Programme 1** vaut 16 ;
- le résultat du **Programme 2** vaut 28.

On appelle $A(x)$ le résultat du **Programme 1** en fonction du nombre x choisi au départ.
La fonction $B : x \to (x-1)(x+2)$ donne le résultat du **Programme 2** en fonction du nombre x choisi au départ.

2.a. Exprimer $A(x)$ en fonction de x.

2.b. Déterminer le nombre que l'on doit choisir au départ pour obtenir 0 comme résultat du **Programme 1**.

3. Développer et réduire l'expression :

$$B(x) = (x-1)(x+2)$$

4.a. Montrer que $B(x) - A(x) = (x+1)(x-3)$

4.b. Quels nombres doit-on choisir au départ pour que le **Programme 1** et le **Programme 2** donnent le même résultat ?
Expliquer votre démarche.

Brevet — 2019 — France — Série générale

Correction

Ce sujet est particulièrement difficile. L'exercice 2 sur les triangles semblables est inhabituel. L'exercice 3 mélange statistiques, calcul de volumes et débit ! Le Scratch utiliser un nombre aléatoire et conduit à des questions de probabilités !! L'exercice 5 un ratio et une homothétie !!! Et cela se termine par un exercice de calcul littéral avec deux programmes de calculs, une équation du premier degré et une équation produit. Sacré menu !

Exercice n° 1 — Le trésor des pirates *10 points*

Nombres premiers — Diviseurs — Arithmétique

Un exercice d'arithmétique assez intéressant. La deuxième question est originale et demande une bonne maîtrise de l'arithmétique.

1. $\boxed{69 = 3 \times 23}$: 3 et 23 sont des nombres premiers !

$1\,150 = 2 \times 575$, $575 = 5 \times 115$, $115 = 5 \times 23$ et donc $\boxed{1\,150 = 2 \times 5 \times 5 \times 23 = 2 \times 5^2 \times 23}$

$4\,140 = 2 \times 2\,070$, $2\,070 = 2 \times 1\,035$, $1\,035 = 3 \times 345$, $345 = 3 \times 115$,

$115 = 5 \times 23$ donc $\boxed{4\,140 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 23 = 2^2 \times 3^2 \times 5}$

2. Il faut chercher les diviseurs communs de ces trois nombres.
1, 3, 23 et 69 sont les diviseurs de 69.

3 n'est pas un diviseur de 1 150, 69 non plus puisque $69 = 3 \times 23$.
Il ne reste plus que 1 et 23 comme diviseurs comuns.

1 et 23 sont des diviseurs de 4 140.

Il peut y avoir un seul marin... mais c'est un peu ridicule !

$\boxed{\text{Il y a 23 marins.}}$

Exercice n° 2 — Le décor de la pièce de théâtre *19 points*

Trigonométrie — Aire du rectangle — Triangles semblables — Théorème de Pythagore — Agrandissement/réduction

Un rare exercice sur les triangles semblables. Pas facile de déterminer le coefficient d'agrandissement !

1. *C'est une situation d'usage de la trigonométrie !*

Dans le triangle PAD rectangle en A (puisque ABCD est un rectangle), on connaît le côté adjacent à l'angle $\widehat{ADM}$ et le côté opposé de cet angle.

$\tan\widehat{ADM} = \dfrac{AM}{AD} = \dfrac{AM}{2\ m}$ d'où $AM = 2\ m \times \tan 60° \approx 3,46\ m$.

$\boxed{AM \approx 3,46\ m}$

2. La partie de plaque non utilisée est un rectangle de longueur $BC = 2\ m$ et de largeur $MB = AB - AM = 4\ m - 3,46\ m \approx 0,54\ m$.
L'aire de cette partie non utilisée est donc $A_1 = 2\ m \times 0,54\ m = 1,08\ m^2$
Or le rectangle ABCD a une aire qui mesure $A = 4\ m \times 2\ m = 8\ m^2$

La proportion de la plaque non utilisée est donnée par le quotient : $\dfrac{1,08\ m^2}{8\ m^2} = 0,135$

La proportion de la plaque non utilisée est d'environ 14 % soit $0,14$.

3. Le triangle AMD et le triangle DMN sont rectangles. Comme ABCD est un rectangle, les droites (AM) et (DN) sont parallèles. Ainsi les angles **alterne-interne** $\widehat{DMN}$ et $\widehat{ADM}$ sont égaux à $60°$. Pour être complet on en déduit que le troisième angle de ces triangles mesure $30°$ puisque $90° + 60° + 30° = 180°$

On en déduit que les triangles AMD et MDN sont semblables

Le triangle DPM est rectangle en P. De plus comme ABCD est un rectangle, $\widehat{PDN} = 90° - \widehat{ADM} = 90° - 60° = 30°$
Finalement les angles du triangle DPM mesurent aussi $90°$, $30°$ et $60°$.
DPM est semblable avec AMD et MDN.

Enfin le triangle PMN est encore rectangle. L'angle $\widehat{PMN} = 60°$.

Les triangles AMD, MDN, PMN et DPM sont semblables.

4. *C'est une question assez difficile. Il faut observer les deux triangles et déterminer les côtés deux à deux homothétiques.*

PDN et AMD sont rectangles. Les hypoténuses des deux triangles sont donc homothétiques. Plus clairement [MD] est un agrandissement de [DN].
On connaît la mesure de [DN] en effet DN $\approx 3,46\ m$.
Reste à calculer la mesure de [MD].
Dans le triangle AMD rectangle en A, d'après le **théorème de Pythagore** on a :
$AM^2 + AD^2 = DM^2$
$3,46^2 + 2^2 = DM^2$
$DM^2 = 11,9716 + 4$
$DM^2 = 15,9716$
$DM = \sqrt{15,9716} \approx 4$

Cette proximité avec 4 peut paraître étonnante ! Il suffit d'utiliser un peu de trigonométrie au lieu du théorème de Pythagore pour le comprendre.

Dans le triangle AMD rectangle en A on connaît le côté adjacent à l'angle à $60°$ et on cherche la mesure de l'hypoténuse.

$\cos 60° = \dfrac{2\ m}{DM}$ donc $DM = \dfrac{2\ m}{\cos 60°} = 4$ cela vient du fait que $\cos 60° = 0,5$.

Finalement $DM = 4\ m$ et DN $\approx 3,46\ m$.
On cherche le coefficient d'agrandissement k tel que $3,46\ m \times k = 4\ m$ d'où $k = \dfrac{4\ m}{3,46\ m} \approx 1,16$.

On pouvait aussi adopter un raisonnement trigonométrique.
Il faut évaluer le quotient $\dfrac{DM}{DN}$ ou son inverse $\dfrac{DN}{DM}$

Dans le triangle rectangle DMN rectangle en A, le quotient $\dfrac{DN}{DM} = \cos 30°$
Donc $\dfrac{DM}{DN} = \dfrac{1}{\cos 30°} \approx 1,16$

Le coefficient d'agrandissement est bien inférieur à $1,5$.

Exercice n° 3 — Le sablier

17 points

Statistiques — Volume du cylindre — Débit

Un mélange de calcul de volume et de statistiques. La dernière question demande de solides compétences sur les statistiques.

1.a Le cylindre C_2 a un diamètre $1,5\ cm$ donc un rayon de $0,75\ cm$ et une hauteur de $4,2\ cm$.
La base d'un cylindre est un disque. L'aire d'un disque se calcule par l'expression $\pi \times r^2$ où r est le rayon.

$V_{C_2} = \pi \times (0,75\ cm)^2 \times 4,2\ cm = 2,3625\pi\ cm^3 \approx 7,42\ cm^3$

Ce cylindre est rempli au deux-tiers de sable : $\frac{2}{3} \times 7,42\ cm^3 \approx 4,95\ cm^3$

$\boxed{\text{Le volume de sable est d'environ } 4,95\ cm^3}$

1.b Le débit d'écoulement est égal à $1,98\ cm^3/min$ ce qui signifie qu'en $1\ min$ s'écoule exactement $1,98\ cm^3$ de sable.

$4,95\ cm^3 \div 1,98\ cm^3 = 2,5$

Or $2,5\ min = 2\ min\ 30\ s$ car $2,5 \times 60\ s = 150\ s$ et que $150\ s = 2 \times 60\ s + 30\ s$

$\boxed{\text{Le sable va mettre } 2\ min\ 30\ s \text{ à s'écouler.}}$

2.a Il faut faire la somme suivante : $1+1+2+6+3+7+6+3+1+2+3+2+3 = 40$ $\boxed{\text{40 tests ont été effectués.}}$

2.b Le temps minimale de cette série est $2\ min\ 22\ s$. Le temps maximal est $2\ min\ 38\ s$.
L'étendue de cette série pour ce sablier est donc $2\ min\ 38\ s - 2\ min\ 22\ s = 16\ s$

$\boxed{\text{L'étendue est bien inférieure à } 20\ s.}$

C'est une série à 40 valeurs mesurées. La médiane est donc, par exemple, la moyenne de la vingtième et vingt-et-unième valeurs.
La vingtième valeurs est $2\ min\ 29\ s$ et la vingt-et-unième est $2\ min\ 30\ s$.

$\boxed{\text{La médiane est donc bien comprise entre } 2\ min\ 29\ s \text{ et } 2\ min\ 31\ s.}$

Pour calculer la moyenne des temps il y a plusieurs méthodes :

Méthode 1 : On fait la moyenne avec les temps complets mais il faut convertir chaque mesure en secondes.
La moyenne pondérée des temps est :

$$m = \frac{1 \times 142\ s + 1 \times 144\ s + 2 \times 146\ s + 6 \times 147\ s + 3 \times 148\ s + 7 \times 149\ s + 6 \times 150\ s + 3 \times 151\ s + 1 \times 152\ s + 2 \times 153\ s + 2 \times 154\ s + 2 \times 155\ s + 3 \times 158\ s}{40}$$

$$m = \frac{6004\ s}{40} \approx 150,1\ s \text{ soit } 2\ min\ 30,5\ s.$$

Méthode 2 : On ne tient pas compte des $2\ min$ et on ne fait que la moyenne des secondes restantes :

$$m = \frac{1 \times 22\ s + 1 \times 24\ s + 2 \times 26\ s + 6 \times 27\ s + 3 \times 28\ s + 7 \times 29\ s + 6 \times 30\ s + 3 \times 31\ s + 1 \times 32\ s + 2 \times 33\ s + 2 \times 34\ s + 2 \times 35\ s + 3 \times 38\ s}{40}$$

$$m = \frac{1204\ s}{40} = 30,1$$

$\boxed{\text{La moyenne des temps est bien comprise entre } 2\ min\ 28\ s \text{ et } 2\ min\ 32\ s.}$

$\boxed{\text{Le sablier testé peut donc être mis en vente !}}$

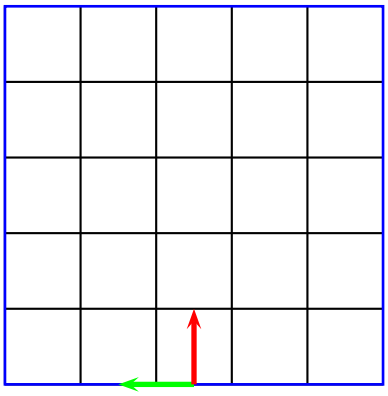
Exercice n° 4 — Carré — Tiret *19 points*

Scratch — Probabilités

Cet exercice est assez difficile. Il s'agit de tracer des carrés et des tirets avec scratch puis de répondre à des questions de probabilités puisqu'un des schémas est aléatoire !

Encore un exercice difficile ! La fonction carré trace un carré par demi-segment de 5 unités... dur dur !!

1. Il faut tracer un carré de 5 cm de côté ! La flèche verte (horizontale) indique la position du stylo au départ. La flèche rouge (verticale) indique la position du stylo à la fin.



2. Le dessin B est régulier : un carré, un tiret, un carré, un tiret...

Le dessin A est aléatoire : des carrés consécutifs, des tirets consécutifs !

Le script 1 correspond au dessin B, les script 2 au dessin A.

3.a Nous sommes dans une expérience aléatoire à deux issues équiprobables.

La probabilité d'obtenir un carré est $\frac{1}{2} = 0,5$ soit 50 %.

3.b L'expérience aléatoire consiste maintenant à reproduire deux fois de suite l'expérience précédente.

On peut présenter les issues équiprobables possibles dans un tableau en notant C pour un carré et T pour un tiret.

	C	T
C	CC	CT
T	TC	TT

Il y a 4 issues équiprobables dont une CC correspond à la demande.

La probabilité cherchée est $\frac{1}{4} = 0,25$ soit 25 %.

4. *Encore une question très difficile ! On ne souhaite pas que les tirets soient rouge et les carrés noirs, on souhaite un tirage aléatoire de la couleur, il faut donc deux conditions !!*

Voici une proposition de script 2 :

```
quand [flèche bas] est pressé
aller à x : -230 y : 0
s'orienter à 90
effacer tout
stylo en position d'écriture
répéter 48 fois
    si <nombre aléatoire entre 1 et 2 = 1> alors
        mettre la couleur du stylo à [rouge]
    sinon
        mettre la couleur du stylo à [noir]
    si <nombre aléatoire entre 1 et 2 = 1> alors
        Carré
    sinon
        Tiret
```

Exercice n° 5 — Le tableau constitué de quatre rectangles

18 points

Ratio — Aire du rectangle — Translation — Rotation — Homothétie

Un rare exercice au sujet des ratios. Pas si simple

1.a Le rectangle $\boxed{3}$ est l'image du rectangle $\boxed{4}$ par la translation qui transforme C en E

1.b Le rectangle $\boxed{3}$ est l'image du rectangle $\boxed{1}$ par la rotation de centre F et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

1.c Le rectangle ABCD est l'image du rectangle $\boxed{2}$ par l'homothétie de centre D et de rapport 3.

Le rectangle ABCD est l'image du rectangle $\boxed{3}$ par l'homothétie de centre B et de rapport 3.

Le rectangle ABCD est l'image du rectangle $\boxed{4}$ par l'homothétie de centre C et de rapport 3.

2. Les petits rectangles ont des mesures 3 fois plus petites que celles du grand rectangle.
Or on sait que si les mesures d'un objet géométrique sont multipliées par k alors les aires sont multipliées par k^2.

Ainsi les petits rectangles ont des aires $3^3 = 9$ fois plus petites que celle du grand rectangle.

Or $1,215\ m^2 \div 9 = 0,135\ m^2$. $\boxed{\text{Les petits rectangles ont une aire de } 0,135\ m^2}$

On peut observer assez facilement qu'il y a exactement 9 petits rectangles dans le grand !

3. *Cette question est extrêmement difficile... au point que je me demande quels élèves de troisième est capable de produire un de ces raisonnements... et sans erreur... (je me suis moi-même trompé avant de trouver une réponse convenable !)*
On sait que la longueur et la largeur du grand rectangle sont dans un ratio 3 : 2.

Cela signifie que $\frac{\mathrm{L}}{3} = \frac{l}{2}$ ou encore que $\frac{\mathrm{L}}{l} = \frac{3}{2}$ et surtout que L et l sont proportionnels aux nombres 3 et 2.

Méthode 1 : passage à l'unité

On peut poser $u = \frac{\mathrm{L}}{3} = \frac{l}{2}$ on a ainsi $\mathrm{L} = 3u$ et $l = 2u$

Cherchons u tel que $\mathrm{L} \times l = 1,215$ c'est à dire $3u \times 2u = 6u^2 = 1,215$. Il faut résoudre l'équation :

$$6u^2 = 1,215$$
$$u^2 = 1,215 \div 6$$
$$u^2 = 0,2025$$
$$u = \sqrt{0,2025}$$
$$u = 0,45$$

Ainsi $\mathrm{L} = 3 \times 0,45\ m = 1,35\ m$ et $l = 2 \times 0,45\ m = 0,90\ m$... on a bien $1,35\ m \times 0,90\ m = 1,215\ m^2$.

Méthode 2 : équation en L ou l

On a $\frac{\mathrm{L}}{3} = \frac{l}{2}$ donc $2\mathrm{L} = 3l$.
$2\mathrm{L} \times 3l = 6\mathrm{L} \times l = 6 \times 1,215\ cm^2 = 7,29\ cm^2$

De plus comme $2\mathrm{L} = 3l$ on arrive à $2\mathrm{L} \times 3l = 2\mathrm{L} \times 2\mathrm{L} = 4\mathrm{L}^2$ ou $2\mathrm{L} \times 3l = 3l \times 3l = 9l^2$

Reste à résoudre l'une des deux équations :

$$4\mathrm{L}^2 = 7,29$$
$$\mathrm{L}^2 = 7,29 \div 4$$
$$\mathrm{L}^2 = 1,8225$$
$$\mathrm{L} = \sqrt{1,8225}$$
$$\mathrm{L} = 1,35$$

$$9l^2 = 7,29$$
$$l^2 = 7,29 \div 9$$
$$l^2 = 0,81$$
$$l = \sqrt{0,81}$$
$$l = 0,90$$

Ouf !!

Exercice n° 6 — Les deux programmes de calculs *17 points*

Programmes de calcul — Calcul littéral — Développement — Équations — Équation produit

Un exercice de calcul littéral très complet. Deux présentations différentes d'un programme de calcul, un développement, une équation du premier degré et une équation produit.

1. Avec le programme 1 en choisissant 5 comme nombre de départ on obtient successivement :
5 puis $5 \times 3 = 15$ et enfin $15 + 1 = 16$.

Avec le programme 2 en choisissant 5 comme nombre de départ on obtient successivement :
5 puis d'une part $5 - 1 = 4$ et d'autre part $5 + 2 = 7$ pour finalement obtenir $4 \times 7 = 28$

On obtient bien 16 et 28 en prenant 5 au départ dans les programmes 1 et 2.

2.a $\boxed{A(x) = 3x + 1}$

2.b Il faut résoudre l'équation :

$$A(x) = 0$$
$$3x + 1 = 0$$
$$3x = 0 - 1$$
$$3x = -1$$
$$x = -\frac{1}{3}$$

Vérifions en prenant $-\frac{1}{3}$ dans le programme 1 on obtient successivement :

$-\frac{1}{3}$ puis $-\frac{1}{3} \times 3 = -1$ et enfin $-1 + 1 = 0$.

$\boxed{\text{En prenant } -\frac{1}{3} \text{ au départ on obtient 0 dans le programme 1.}}$

3. $B(x) = (x-1)(x+2)$
$B(x) = x^2 + 2x - x - 2$
$B(x) = x^2 + x - 2$

$\boxed{\text{La forme développée de } B(x) \text{ est } x^2 + x - 2.}$

4.a On développe chaque membre de l'égalité pour comparer.

$B(x) - A(x) = (x-1)(x+2) - (3x+1)$
$B(x) - A(x) = x^2 + x - 2 - 3x - 1$
$B(x) - A(x) = x^2 - 2x - 3$

Développons $(x+1)(x-3) = x^2 + x - 3x - 3 = x^2 - 2x - 3$

$\boxed{\text{On arrive ainsi à } B(x) - A(x) = (x+1)(x-3).}$

4.b Méthode experte :
x un nombre de départ tel que $A(x) = B(x)$ cela signifie que $B(x) - A(x) = 0$ puisque les deux résultats finaux sont égaux.
Il faut donc résoudre l'équation :

$$B(x) - A(x) = 0$$
$$(x+1)(x-3) = 0$$

On sait que **un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul.**

$$x + 1 = 0 \qquad\qquad x - 3 = 0$$
$$x = -1 \qquad\qquad x = 3$$

$\boxed{\text{Il y a donc deux nombres de départ qui donnent le même résultat pour les deux programmes : } -1 \text{ et } 3.}$

Vérifions :
Pour -1 le premier programme donne $3 \times (-1) + 1 = -3 + 1 = -2$
Le second donne $(-1-1)(-1+2) = (-2) \times 1 = -2$

Pour 3 le premier programme donne $3 \times 3 + 1 = 9 + 1 = 10$
Le second donne $(3-1)(3+2) = 2 \times 5 = 10$

Méthode empirique :
On pouvait tabuler à la calculatrice les deux fonctions $A(x)$ et $B(x)$ et déterminer des images communes.
On pouvait aussi faire des tests et espérer trouver une des deux solutions... ou les deux... -1 et 3 étaient accessibles !

Diplôme national du brevet
Session 2019

Mathématiques

Série générale

Polynésie française

9 septembre 2019

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	15 points
Exercice n° 2	12 points
Exercice n° 3	14 points
Exercice n° 4	14 points
Exercice n° 5	16 points
Exercice n° 6	15 points
Exercice n° 7	14 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — QCM à 5 questions *15 points*

Dans ce questionnaire à choix multiples, pour chaque question des réponses sont proposées, une seule est exacte.
Sur la copie, écrire le numéro de la question et recopier la bonne réponse. Aucune justification n'est attendue.

Questions	A	B	C
1. Le nombre $(-2)^4$ est égal à :	16	-8	20 000
2. Une vitesse de 90 km/h est égale à :	0,025 m/s	25 000 m/s	25 m/s
3. La décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 24 est :	$2 \times 3 \times 4$	$2 \times 2 \times 2 \times 3$	$2 \times 2 \times 6$
4. Soit f une fonction affine définie par $f : x \rightarrow 2x + 5$ L'image de -1 par la fonction f est :	3	6	-7
5. Si on multiplie par 3 toutes les dimensions d'un rectangle, son aire est multipliée par :	3	6	9

Exercice n° 2 — Télécharger des titres musicaux *12 points*

Hugo a téléchargé des titres musicaux. Il les a classés par genre musical comme dans le tableau ci-dessous :

Genre musical	Pop	Rap	Techno	Variété française
Nombres de titres	35	23	14	28

1. Combien de titres a-t-il téléchargés ?

Il souhaite utiliser la fonction « lecture aléatoire »de son téléphone qui consiste à choisir au hasard parmi tous les titres musicaux téléchargés, un titre à diffuser. Tous les titres sont différents et chaque titre a autant de chances d'être choisi. On s'intéresse au genre musical du premier titre diffusé.

2.a. Quelle est la probabilité de l'événement : « Obtenir un titre Pop » ?
2.b. Quelle est la probabilité de l'événement « Le titre diffusé n'est pas du Rap » ?

2.c. Un fichier musical audio a une taille d'environ 4 Mo (Mégaoctets). Sur le téléphone d'Hugo, il reste 1,5 Go (Gigaoctet) disponible. Il souhaite télécharger de nouveaux titres musicaux.
Combien peut-il en télécharger au maximum ? **Rappel :** 1 Go = 1 000 Mo.

Exercice n° 3 — Le salaire de l'assistante maternelle *14 points*

Une assistante maternelle gardait plusieurs enfants dont Farida qui est entrée à l'école en septembre 2017. Ses parents ont alors rompu leur contrat avec cette assistante maternelle. La loi les oblige à verser une « indemnité de rupture ».
Le montant de cette indemnité est égal au 1/120e du total des salaires nets perçus par l'assistante maternelle pendant toute la durée du contrat.
Ils ont reporté le montant des salaires nets versés, de mars 2015 à août 2017, dans un tableur comme ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Salaires nets versés en 2015 (en €)												
2													
3	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Total
4			77,81	187,11	197,21	197,11	187,11	170,63	186,28	191,37	191,37	197,04	1783,04
5													
6	Salaires nets versés en 2016 (en €)												
7													
8	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Total
9	191,37	191,37	191,37	197,04	194,21	191,37	211,21	216,89	212,63	212,63	218,3	218,3	2446,69
10													
11	Salaires nets versés en 2017 (en €)												
12													
13	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Total
14	223,97	261,64	270,15	261,64	261,64	267,3	261,64	261,64					2069,62
15													
16	Montant total des salaires versés (en €)												
17													
18	Montant de l'indemnité de rupture de contrat (en €)												
19													

1.a. Que représente la valeur 1 783,04 dans la cellule **M4** ?

1.b. Quelle formule a-t-on écrit dans la cellule **M4** pour obtenir cette valeur ?

1.c. Dans quelle cellule doit-on écrire la formule = **M4** + **M9** + **M14** ?

2. Déterminer le montant de « l'indemnité de rupture ». Arrondir au centime d'euro près.

3. Déterminer le salaire moyen net mensuel versé à cette assistante maternelle sur toute la durée du contrat de la famille de Farida. Arrondir au centime d'euro près.

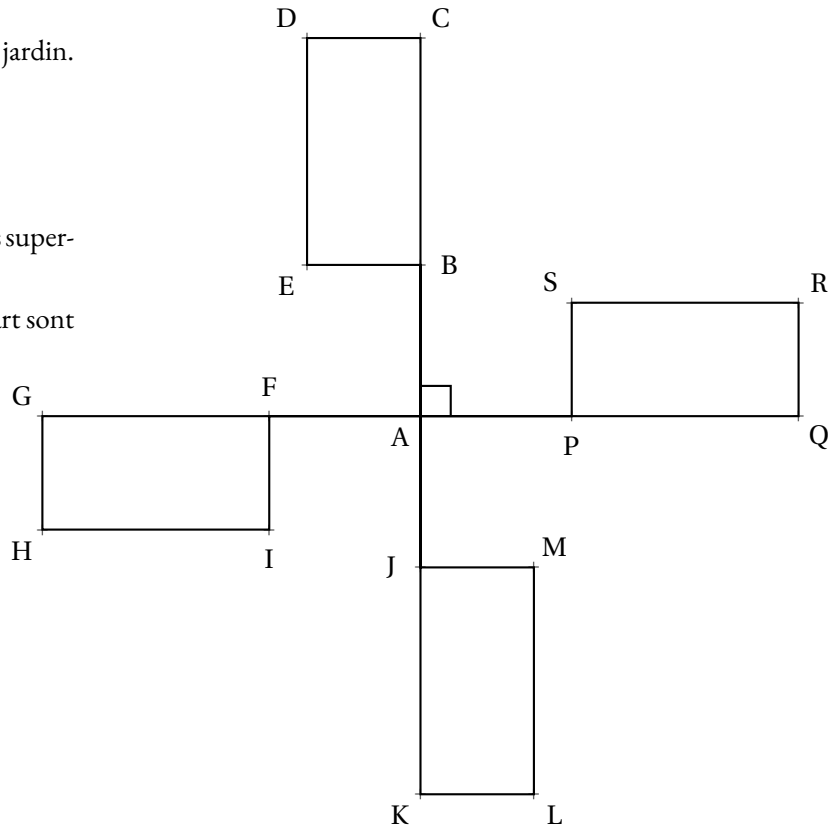
4. Calculer l'étendue des salaires versés.

Exercice n° 4 — Les ailes du moulin à vent *14 points*

On s'intéresse aux ailes d'un moulin à vent décoratif de jardin.
Elles sont représentées par la figure ci-contre :

On donne :

- BCDE, FGHI, JKLM et PQRS sont des rectangles superposables ;
- C, B, A, J, K d'une part et G, F, A, P, Q d'autre part sont alignés ;
- AB = AF = AJ = AP.



1. Quelle transformation permet de passer du rectangle FGHI au rectangle PQRS ?

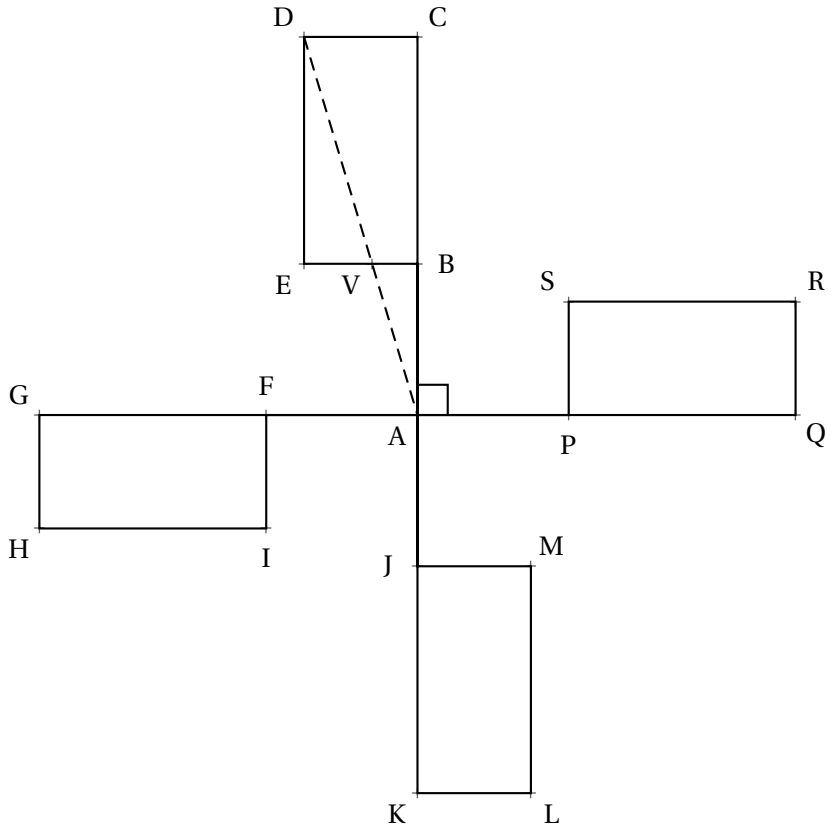
2. Quelle est l'image du rectangle FGHI par la rotation de centre A d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ?

Soit V un point de [EB] tel que BV = 4 cm.

On donne :

AB = 10 cm et AC = 30 cm ;

Attention la figure n'est pas construite à la taille réelle.



3.a. Justifier que (DC) et (VB) sont parallèles.

3.b. Calculer DC.

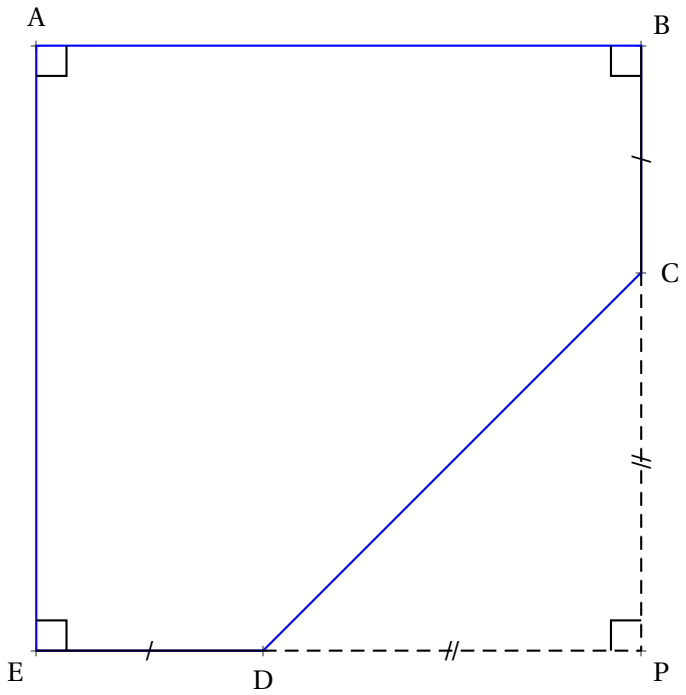
3.c. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{DAC}$.
Arrondir au degré près.

Exercice n° 5 — Le bac à sable *16 points*

On a construit un bac à sable pour enfants.

Ce bac a la forme d'un prisme droit de hauteur 15 cm. La base de ce prisme droit est représentée par le polygone ABCDE ci-dessous :

Attention la figure n'est pas construite à la taille réelle.



On donne :

- PC = PD = 1,30 m ;
- ED = BC = 40 cm ;
- E, D, P sont alignés ;
- B, C, P sont alignés.

1. Calculer CD. Arrondir au centimètre près.

2. Justifier que le quadrilatère ABPE est un carré.

3. En déduire le périmètre du polygone ABCDE. Arrondir au centimètre près.

4. On a construit le tour du bac à sable avec des planches en bois de longueur 2,40 m et de hauteur 15 cm chacune.
De combien de planches a-t-on eu besoin ?

5. Calculer, en mètres carrés, l'aire du polygone ABCDE.

6. A-t-on eu besoin de plus de 300 L de sable pour remplir complètement le bac ?

Rappel : Volume d'un prisme droit = aire de la base × hauteur

Exercice n° 6 — L'écoconduite *15 points*

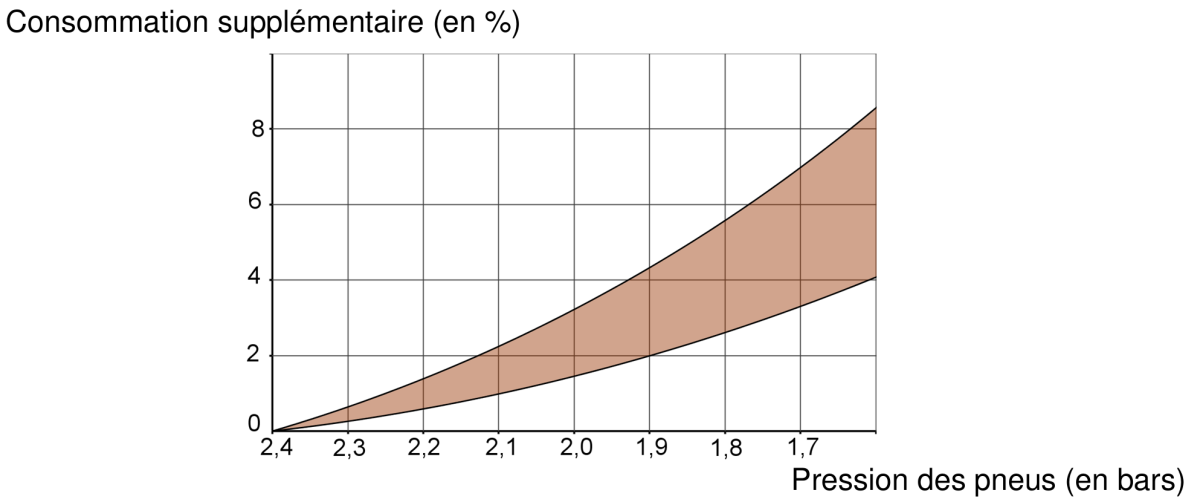
L'éco-conduite est un comportement de conduite plus responsable permettant de :

- réduire ses dépenses : moins de consommation de carburant et un coût d'entretien du véhicule réduit ;
- limiter les émissions de gaz à effet de serre ;
- réduire le risque d'accident de 10 à 15 % en moyenne.

Un des grands principes est de vérifier la pression des pneus de son véhicule.
On considère des pneus dont la pression recommandée par le constructeur est de $2,4\ bars$.

1.a. Sachant qu'un pneu perd environ $0,1\ bar$ par mois, en combien de mois la pression des pneus sera descendue à $1,9\ bar$, s'il n'y a eu aucun gonflage ?

1.b. Le graphique ci-dessous donne un pourcentage approximatif de consommation supplémentaire de carburant en fonction de la pression des pneus (zone grisée) :



source : www.eco-drive.ch

D'après le graphique, pour des pneus gonflés à $1,9\ bars$ alors que la pression recommandée est de $2,4\ bars$, donner un encadrement approximatif du pourcentage de la consommation supplémentaire de carburant.

Paul a remarqué que lorsque les pneus étaient correctement gonflés, sa voiture consommait en moyenne 6 L aux 100 km. Il décide de s'inscrire à un stage d'éco-conduite afin de diminuer sa consommation de carburant et donc l'émission de CO_2 . En adoptant les principes de l'écoconduite, un conducteur peut diminuer sa consommation de carburant d'environ 15 %. Il souhaite, à l'issue du stage, atteindre cet objectif.

2.a. Quelle sera alors la consommation moyenne de la voiture de Paul ?

2.b. Sachant qu'il effectue environ 20 000 km en une année, combien de litres de carburant peut-il espérer économiser ?

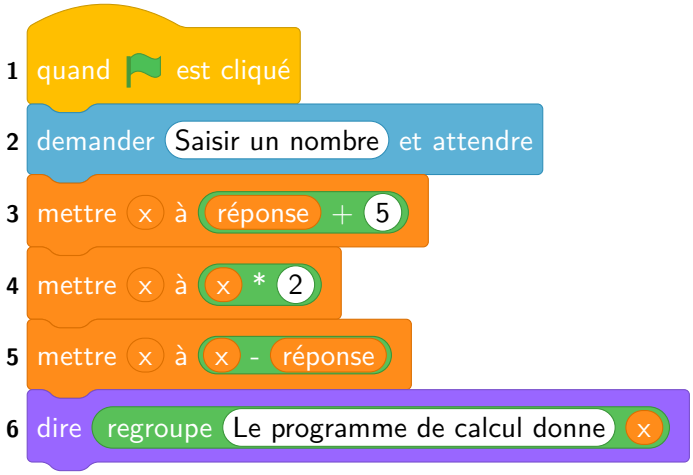
2.c. Sa voiture roule à l'essence sans plomb. Le prix moyen est $1,35$ € /L.
Quel serait alors le montant de l'économie réalisée sur une année ?

2.d. Ce stage lui a coûté 200 € . Au bout d'un an peut-il espérer amortir cette dépense ?

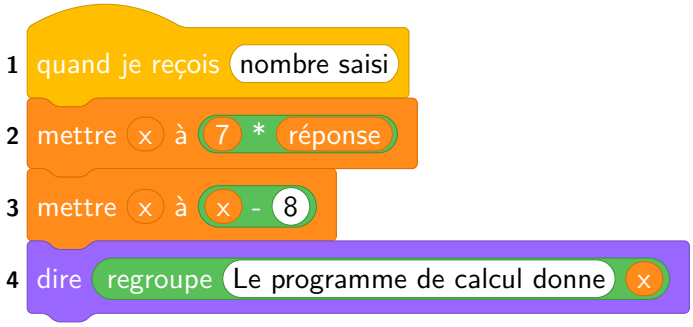
Exercice n° 7 — Deux programmes de calcul avec Scratch *14 points*

On donne le programme ci-dessous où on considère 2 lutins.
Pour chaque lutin, on a écrit un script correspondant à un programme de calcul différent.

Lutin n° 1



Lutin n° 2



1. Vérifier que si on saisit 7 comme nombre, le **Lutin n° 1** affiche comme résultat 17 et le **Lutin n° 2** affiche 41.

2. Quel résultat affiche le **Lutin n° 2** si on saisit le nombre -4 ?

3.a. Si on appelle x le nombre saisi, écrire en fonction de x les expressions qui traduisent le programme de calcul du **Lutin n° 1**, à chaque étape (instructions 3 à 5).

3.b. Montrer que cette expression peut s'écrire $x + 10$.

4. Célia affirme que plusieurs instructions dans le script du **Lutin n° 1** peuvent être supprimées et remplacées par celle ci-dessous.

Indiquer, sur la copie, les numéros des instructions qui sont alors inutiles.

5. Paul a saisi un nombre pour lequel les **Lutins n° 1 et n° 2** affichent le même résultat. Quel est ce nombre ?

Brevet — 2019 — Polynésie française — Série générale

Correction

Un sujet de bonne facture que fait le tour des grands thèmes au programme du brevet : géométrie, calcul, Scratch, tableur, tâche complexe. Un sujet parfait pour se préparer.

Exercice n° 1 — QCM à 5 questions *15 points*

QCM — Arithmétique — Fonctions — Vitesse — Agrandissement / Réduction

Un QCM très classique !

1. $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$

1. — Réponse A

Attention à l'usage de la calculatrice, il faut saisir les parenthèses $(-2)^4$.
En saisissant -2^4 *on obtient* -16 *car* $-2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2$.

2. 90 km/h signifie 90 km en 1 h.
1 $h = 60\ min = 3\,600\ s$ et 90 $km = 90\,000\ m$.
90 km/h signifie donc 90 000 m en 3 600 s.

$$\frac{90\,000\ m}{3\,600\ s} = 25\ m/s$$

2. — Réponse C

On peut présenter ce résultat sous la forme d'un tableau de proportionnalité :

Temps	$1\ h = 60\ min = 3\,600\ s$	$1\ s$
Distance	$90\ km = 90\,000\ m$	$\dfrac{90\,000\ m \times 1\ s}{3\,600\ s} = 25\ m$

3. $24 = 2 \times 12$, $12 = 2 \times 6$, $6 = 2 \times 3$. 2 et 3 sont des nombres premiers. Donc $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$.

3. — Réponse B

4. L'image de -1 consiste à calculer $f(-1)$.
$f(-1) = 2 \times (-1) + 5$ donc $f(-1) = -2 + 5 = 3$.

4. — Réponse A

5. On sait que :
Si on multiplie les longueurs d'une figure par k alors l'aire est multipliée par k^2 et le volume par k^3.

$3^2 = 9$.

5. — Réponse C

On peut raisonner sur un exemple générique.
Si le rectangle a une longueur de 10 cm *et une largeur de* 7 cm, *son aire mesure* $10\ cm \times 7\ cm = 70\ cm^2$.
En multipliant ces dimensions par 3, *les nouvelles mesures sont* $10\ cm \times 3 = 30\ cm$ *et* $7\ cm \times 3 = 21\ cm$.

La mesure de la nouvelle aire est donc : $30\ cm \times 21\ cm = 630\ cm^2$.
On a bien $70\ cm^2 \times 9 = 630\ cm^2$.
D'ailleurs $30\ cm \times 21\ cm = 10\ cm \times 3 \times 7\ cm \times 3 = 70\ cm^2 \times 9$

Exercice n° 2 — Télécharger des titres musicaux *12 points*

Probabilités

Un exercice de probabilités assez simple. L'effectif total de 100 facilite les résultats.

1. Il suffit d'effectuer : $35 + 23 + 14 + 28 = 100$

Il a téléchargé 100 titres.

2. Dans cette partie nous sommes dans une **situation d'équiprobabilité** où chaque issue apparaît avec la même fréquence.

2.a. Il 35 titres Pop sur 100 titres au total.

La probabilité cherchée est $\dfrac{35}{100} = 0,35$ soit 35 %.

2.b. Il y a 23 titres de Rap et donc $100 - 23 = 77$ titres qui ne sont pas du rap.

La probabilité cherchée est $\dfrac{77}{100} = 0,77$ soit 77 %.

On peut utiliser le calcul de l'événement contraire.

La probabilité que le titre soit du Rap est $\dfrac{23}{100}$.

La probabilité que le titre ne soit pas du Rap est $1 - \dfrac{23}{100} = \dfrac{100}{100} - \dfrac{23}{100} = \dfrac{77}{100}$

2.c. Comme 1 Go = 1 000 Mo, 1,5 Go = 1,5 × 1 000 Mo = 1 500 Mo.
Chaque morceau a une taille d'environ 4 Mo.
1 500 Mo ÷ 4 Mo = 375

Il peut télécharger au maximum 375 morceaux.

Exercice n° 3 — Le salaire de l'assistante maternelle *14 points*

Tableur — Étendue — Moyenne

Beaucoup d'information dans cet exercice tableur.

1.a. Il s'agit de la somme des salaires versés en 2015.

1.b. La formule saisie est : **=A4+B4+C4+D4+E4+F4+G4+H4+I4+J4+K4+L4** ou **=SOMME(A4:L4)**

1.c. Dans la cellule **G16** car cela correspond à la somme des salaires versés.

2. Il faut calculer les 1/120e du montant total des salaires.
Le montant total des salaires est : 1 783,04 € +2 446,69 € +2 069,62 € = 6 299,35 € .

$\frac{1}{120} \times 6\,299{,}32\,€ \approx 52{,}49\,€$.

Le montant de l'indemnité de rupture de contrat est 52,49 € .

3. Cette famille a versé 10 mois de salaire en 2015, 12 mois en 2016 et 8 mois en 2017.
$10 + 12 + 8 = 30$ mois de salaire ont été versés.

$6\,299{,}35\,€ \div 30 \approx 209{,}98\,€$.

Le salaire mensuel moyen versé est d'environ 209,98 € .

4. Il faut déterminer le salaire minimal et le salaire maximal.
Le salaire minimal a été versé en mars 2015 : 77,81 € .
Le salaire maximal a été versé en mars 2017 : 270,15 € .

L'étendue des salaires mensuels est 270,15 € −77,81 € = 192,34 € .

Exercice n° 4 — Les ailes du moulin à vent *14 points*

Symétrie centrale — Rotation — Théorème de Thalès — Trigonométrie

Un exercice intéressant qui mèle transformations, Thalès et trigonométrie.

1. On sait que F, A et P sont alignés et que AF = AP.
Ainsi F **et** P **sont symétrique par rapport au point** A.

Comme les rectangles sont superposables, GF = PQ. De plus G, A et Q sont alignés.
On en déduit que G **et** Q **sont symétriques par rapport à** A.

On sait que la symétrie centrale conserve la mesure des angles et les longueurs. En particulier elle transforme un rectangle en un rectangle superposable.
On en déduit que les rectangles FGHI et PQRS sont symétriques par rapport à A.

Il s'agit de la symétrie centrale de centre A.

Toutes les justifications ne sont pas attendues dans cette question.

2. Il s'agit du rectangle BCDE

Pour justifier ce résultat on peut utiliser quelques un des arguments suivants :

— $\widehat{FAB} = 90°$ *et* AF = AB*;*
— G, F *et* A *sont alignés ainsi que* C, B *et* A*;*
— *la rotation conserve les mesures des angles et les longueurs;*
— *la rotation transforme un rectangle en un rectangle superposable.*

3.a. BCDE est un rectangle donc un parallélogramme : cela implique que (DC)//(EB)
Comme V ∈ [EB] on arrive à :

$\boxed{(DC)//(VB)}$

3.b.
Les droites (DV) et (CB) sont sécantes en A, les droites (DC) et (VB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AV}{AD} = \frac{BV}{CD}$$

$$\frac{10\ cm}{30\ cm} = \frac{AV}{AD} = \frac{4\ cm}{DC}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :
$DC = \dfrac{4\ cm \times 30\ cm}{10\ cm}$ d'où $DC = \dfrac{120\ cm}{10\ cm}$ et $DC \approx 12\ cm$

$\boxed{DC = 12\ cm}$.

3.c. Le triangle DCA est rectangle en C puisque BCDE est un rectangle.

Dans le triangle DCA rectangle en C on a :

$\tan\widehat{DAC} = \dfrac{DC}{AC}$ donc $\tan\widehat{DAC} = \dfrac{12\ cm}{30\ cm} = 0,4$

À la calculatrice on a $\widehat{DAC} \approx 22°$.

$\boxed{\widehat{DAC} \approx 22° \text{ au degré près.}}$

Exercice n° 5 — Le bac à sable *16 points*

Périmètre — Aire — Volume du prisme droit — Théorème de Pythagore

Une situation intéressante qui utilise de nombreuses grandeurs. Un peu plus d'autonomie aurait permis d'en faire une tâche complexe.

1. Dans le triangle PDC rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$PD^2 + PC^2 = DC^2$$
$$1,3^2 + 1,3^2 = DC^2$$
$$1,69 + 1,69 = DC^2$$
$$DC^2 = 3,38$$
$$DC = \sqrt{3,38}$$
$$DC \approx 1,84$$

$\boxed{DC \text{ mesure environ } 1,84\ m \text{ au centimètre près.}}$

2. Le quadrilatère ABPE possède quatre angles droits : c'est un rectangle.

On remarque aussi que PB = PC + CB = PD + DE = PE.

$\boxed{\text{ABPE est donc un carré.}}$

3. AB = EP = ED + DP donc AB = $40\ cm + 1,30\ m = 0,40\ m + 1,30\ m = 1,70\ m$.

$1,70\ m + 40\ cm + 1,84\ m + 40\ cm + 1,70\ m = 1,70\ m + 0,40\ m + 1,84\ m + 0,40\ m + 1,70\ m = 6,04\ m$

$\boxed{\text{Le polygone ABCDE a un périmètre d'environ } 6,04\ m.}$

4. Il faut effectuer : $6,04\ m \div 2,40\ m \approx 2,5$.

$\boxed{\text{Il faut trois planches.}}$

5. Pour calculer l'aire du polygone ABCDE on peut calculer l'aire du carré ABPE et celle du triangle rectangle CPD.

$Aire(\text{ABPE}) = (1,70\ m)^2 = 2,89\ m^2$ et $Aire(\text{DPC}) = \dfrac{1,3\ m \times 1,3\ m}{2} = \dfrac{1,69\ m^2}{2} = 0,845\ m^2$

$\boxed{\text{L'aire du polygone ABCDE mesure } 2,89\ m^2 - 0,845\ m^2 = 2,045\ m^2.}$

6. Calculons le volume de ce bac à sable.
L'aire de sa base mesure $2,045\ m^2$ et sa hauteur mesure $15\ cm = 0,15\ m$.

Le volume de ce prisme mesure : $2,045\ m^2 \times 0,15\ m = 0{,}306\,75\ m^3$.

On sait que $1\ m^3 = 1\,000$ L.

Le volume de bac à sable mesure donc $0{,}306\,75 \times 1\,000$ L = 306,75 L

$\boxed{\text{Oui, il a besoin d'un peu plus de 300 L de sable pour remplir ce bac.}}$

Exercice n° 6 — L'écoconduite *15 points*

Pourcentages — Lecture graphique — Tâche complexe

Un exercice qui s'apparente à une tâche complexe.

1.a. $2,4\ bars - 1,9\ bars = 0,5\ bars$.
Les pneus perdent $0,1\ bars$ par mois. Comme $0,5\ bars \div 0,1\ bars = 5$

$\boxed{\text{La pression sera descendue à } 1,9\ bars \text{ en 5 mois.}}$

1.b $\boxed{\text{Le pourcentage cherché est compris entre 2 \% et 4,2 \%.}}$

2.a Il consommait 6 L pour 100 km avant ce stage. Il a fait baissé sa consommation de 15 %.

$6\text{ L} \times \dfrac{15}{100} = 0,9$ L. Sa consommation est maintenant de $6\text{ L} - 0,9\ l = 5,1$ L.

$\boxed{\text{Sa consommation est maintenant de 5,1 L.}}$

On peut aussi calculer le coefficient de réduction : $1 - \dfrac{15}{100} = \dfrac{100}{100} - \dfrac{15}{100} = \dfrac{85}{100} = 0,85$

On a $6\text{ L} \times 0,85 = 5,1$ L.

2.b. Il roule 20 000 km par an.
Comme la consommation est proportionnelle à la distance parcourue nous pouvons utiliser des tableaux de proportionnalité.

En consommant 6 L pour 100 km :

Consommation	6 L	$\frac{6\text{ L} \times 20\,000\ km}{100\ km} = 1\,200$
Distance	100 km	20 000 km

En consommant $5,1$ L pour 100 km :

Consommation	$5,1$ L	$\frac{5,1\text{ L} \times 20\,000\ km}{100\ km} = 1\,020$
Distance	100 km	20 000 km

Comme $1\,200\text{ L} - 1\,020\text{ L} = 180\text{ L}$

$\boxed{\text{Il peut économiser 180 L de carburant.}}$

On pouvait bien sur estimer que $20\,000\ km = 100\ km \times 200$.
En consommant 6 L *pour* 100 km *il va consommer* $6\text{ L} \times 200 = 1\,200$ L.
En consommant $5,1$ L *pour* 100 km *il va consommer* $5,1\text{ L} \times 200 = 1\,020$ L.

On peut aussi évaluer l'économie pour 100 km *soit* $6\text{ L} - 5,1\text{ L} = 0,9$ L.
En appliquant le raisonnement précendent on trouve une économie de $0,9\text{ L} \times 200 = 180$ L

2.c. Si le litre de carburant coûte $1,35$ €, l'économie réalisée est $180 \times 1,35$ € $= 234$ €.

$\boxed{\text{Il peut économiser 243 €.}}$

2.d. Comme 243 € > 200 €.

$\boxed{\text{Son stage est amorti. Il lui rapporte même 43 € la première année et 200 € les années suivantes.}}$

Exercice n° 7 — Deux programmes de calcul avec Scratch

14 points

Scratch — Calcul littéral — Équation du premier degré

Un Scratch avec des programmes de calculs et une résolution d'équation.

1. Pour le **Lutin n° 1** : en partant de 7 on obtient successivement : $7+5=12$ puis $12\times 2=24$ et $24-7=17$.
Pour le **Lutin n° 2** : en partant de 7 on obtient successivement : $7\times 7=49$ et $49-8=41$.

En partant de 7 on obtient bien 17 pour le **Lutin n° 1** et 41 pour le **Lutin n° 2**.

2. En partant de -4 le **Lutin n° 2** donne successivement : $-4\times 7=-28$ et $-28-8=-36$.

En partant de -4 le **Lutin n° 2** répond -36.

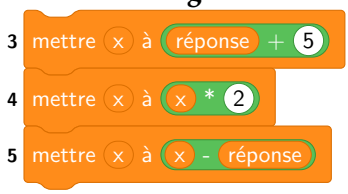
3.a Pour le **Lutin n° 1** :
En partant du nombre générique x on obtient successivement : $x+5$ puis $(x+5)\times 2$ et enfin $(x+5)\times 2-x$.

L'expression obtenue est $(x+5)\times 2-x$.

3.b. Développons $A=(x+5)\times 2-x$. Ainsi $A=2x+10-x$ et $A=x+10$. On obtient bien l'expression $x+10$.

4. D'après ce qu'on vient de voir les instructions peuvent se ramener à $x+10$. Plus précisement :

Blocs originaux



Bloc pouvant les remplacer

5. Il faut d'abord modéliser le programme du **Lutin n° 2** :
Si on note x le nombre de départ, on obtient successivement : $7\times x$ puis $7\times x-8$.

Il faut ensuite résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}
x+10 &= 7x-8\\
x+10-10 &= 7x-8-10\\
x &= 7x-18\\
x-7x &= 7x-18-7x\\
-6x &= -18\\
x &= \frac{-18}{-6}\\
x &= 3
\end{aligned}$$

Vérifions ce résultat :

En prenant 3 au départ pour le **Lutin n° 1**,
on obtient successivement :
$3+5=8$ puis $8\times 2=16$ et $16-3=13$

En prenant 3 au départ pour le **Lutin n° 2**,
on obtient successivement :
$3\times 7=21$ puis $21-8=13$

En prenant 3 au départ les programmes des **Lutins n° 1 et n° 2** renvoient le même nombre : 13.

Diplôme national du brevet
Session 2019

Mathématiques

Série générale

France Septembre

16 septembre 2019

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	18 points
Exercice n° 2	14 points
Exercice n° 3	17 points
Exercice n° 4	16 points
Exercice n° 5	15 points
Exercice n° 6	20 points

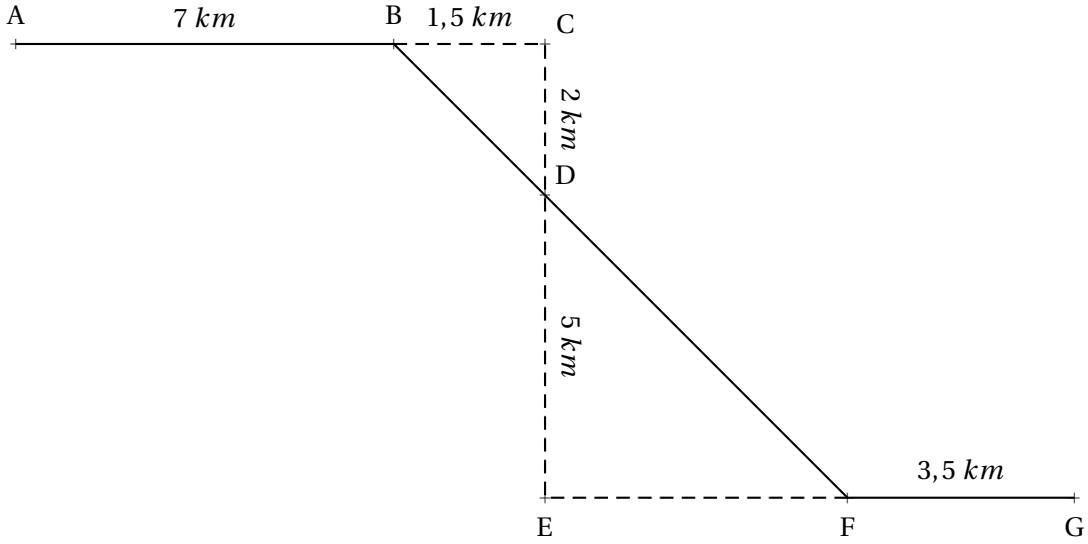
Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Le rallye VTT

18 points

Michel participe à un rallye VTT sur un parcours balisé. Le trajet est représenté en traits pleins.
Le départ du rallye est en A et l'arrivée est en G.



Le dessin n'est pas à l'échelle.
Les points A, B et C sont alignés.
Les points C, D et E sont alignés.
Les points B, D et F sont alignés.
Les points E, F et G sont alignés.
Le triangle BCD est rectangle en C.
Le triangle DEF est rectangle en E.

1. Montrer que la longueur BD est égale à $2,5\ km$.

2. Justifier que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

3. Calculer la longueur DF.

4. Calculer la longueur totale du parcours.

5. Michel roule à une vitesse moyenne de $16\ km/h$ pour aller du point A au point B.
Combien de temps mettra-t-il pour aller du point A au point B ? Donner votre réponse en minutes et secondes.

Exercice n° 2 — Un cube est égal à un carré

14 points

1.a. Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de 2744.
1.b. En déduire la décomposition en produit de facteurs premiers de 2744^2.
1.c. À l'aide de cette décomposition, trouver x tel que $x^3 = 2744^2$.

Soient a et b deux nombres entiers supérieurs à 2 tels que $a^3 = b^2$.

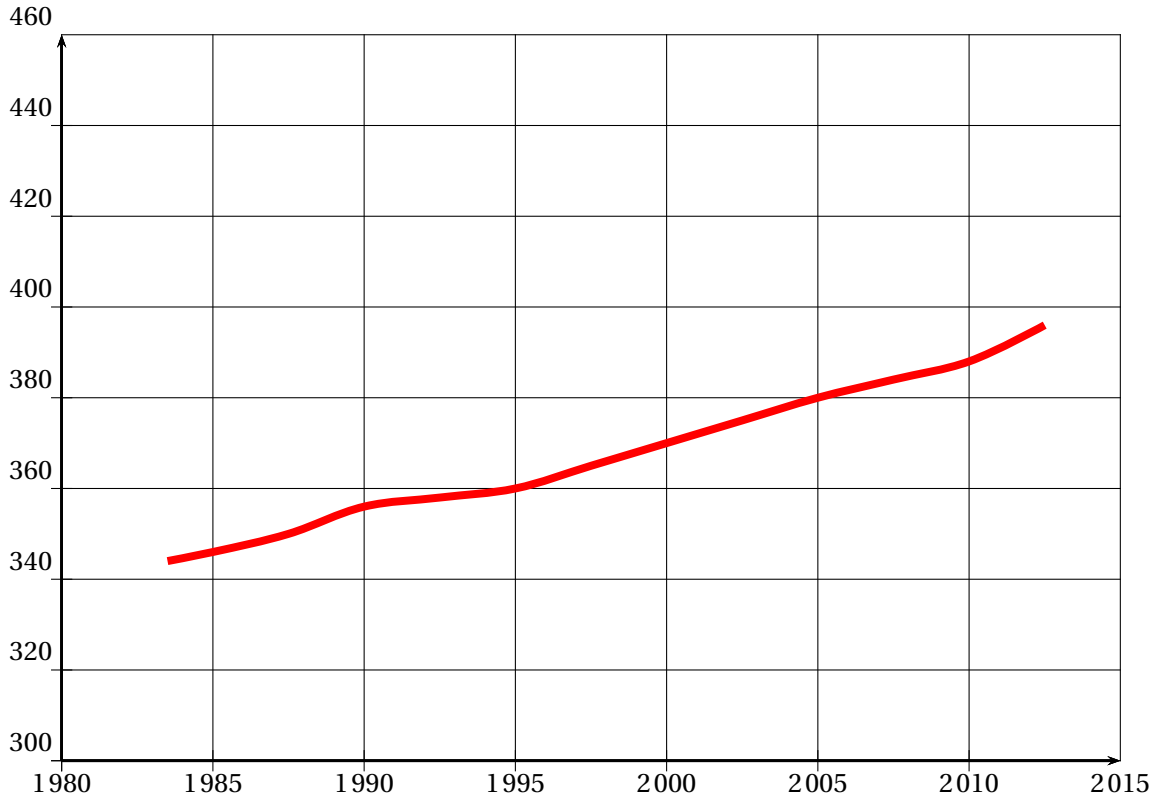
2.a. Calculer b lorsque $a = 100$.
2.b. Déterminer deux nombres entiers a et b supérieurs à 2 et inférieurs à 10 qui vérifient l'égalité $a^3 = b^2$.

Exercice n° 3 — L'évolution des émissions de $C0_2$ *17 points*

Les activités humaines produisent du dioxyde de carbone (CO_2) qui contribue au réchauffement climatique. Le graphique suivant représente l'évolution de la concentration atmosphérique moyenne en CO_2 (en ppm) en fonction du temps (en année).

Concentration de CO_2 atmosphérique

Source : Centre Mondial de Données relatives aux Gaz à Effet de Serre sous l'égide de l'OMM



1 ppm de CO_2 = 1 partie par million de CO_2 = 1 milligramme de CO_2 par kilogramme d'air.

1. Déterminer graphiquement la concentration de CO_2 en ppm en 1995 puis en 2005.

On veut modéliser l'évolution de la concentration de CO_2 en fonction du temps à l'aide d'une fonction g où $g(x)$ est la concentration de CO_2 en ppm en fonction de l'année x.

2.a. Expliquer pourquoi une fonction affine semble appropriée pour modéliser la concentration en CO_2 en fonction du temps entre 1995 et 2005.

2.b. Arnold et Billy proposent chacun une expression pour la fonction g :

— Arnold propose l'expression $g(x) = 2x - 3630$;

— Billy propose l'expression $g(x) = 2x - 2000$.

Quelle expression modélise le mieux l'évolution de la concentration de CO 2 ? Justifier.

2.c. En utilisant la fonction que vous avez choisie à la question précédente, indiquer l'année pour laquelle la valeur de 450 ppm est atteinte.

3. En France, les forêts, grâce à la photosynthèse, captent environ 70 mégatonnes de CO_2 par an, ce qui représente 15 % des émissions nationales de carbone (année 2016).
Calculer une valeur approchée à une mégatonne près de la masse M du CO_2 émis en France en 2016.

Exercice n° 4 — Les pièces montées *16 points*

Pour le mariage de Dominique et Camille, le pâtissier propose deux pièces montées constituées de gâteaux de tailles et de formes différentes.

La tour de Pise :

La première pièce montée est constituée d'un empilement de 4 gâteaux de forme cylindrique, de même hauteur et dont le diamètre diminue de 8 cm à chaque étage.

Le gâteau du bas a pour diamètre 30 cm et pour hauteur 6 cm.

La tour Carrée :

La deuxième pièce montée est constituée d'un empilement de 3 pavés droits à base carrée de même hauteur.

La longueur du côté de la base diminue de 8 cm à chaque étage.

La hauteur des gâteaux est 8 cm; le côté de la base du gâteau du bas mesure 24 cm.

Tous les gâteaux ont été confectionnés à partir de la recette ci-dessous qui donne la quantité des ingrédients correspondant à 100 g de chocolat.

Recette du gâteau pour 100 g de chocolat :

- 65 g de sucre;
- 2 œufs;
- 75 g de beurre;
- 30 g de farine.

1. Quel est le ratio (masse de beurre : masse de chocolat)?
Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

2. Calculer la quantité de farine nécessaire pour 250 g de chocolat noir suivant la recette ci-dessus.

3. Calculer la longueur du côté de la base du plus petit gâteau de la tour Carrée.

4. Quelle est la tour qui a le plus grand volume?
Justifier votre réponse en détaillant les calculs.

On rappelle que le volume V d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donné par la formule :

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

Exercice n° 5 — Un programme de calcul et une conjecture *15 points*

On donne le programme de calcul suivant :

- **Étape 1** : Choisir un nombre de départ ;
- **Étape 2** : Ajouter 6 au nombre de départ ;
- **Étape 3** : Retrancher 5 au nombre de départ ;
- **Étape 4** : Multiplier les résultats des étapes 2 et 3 ;
- **Étape 5** : Ajouter 30 à ce produit ;
- **Étape 6** : Donner le résultat.

1.a Montrer que si le nombre choisi est 4, le résultat est 20.

1.b. Quel est le résultat quand on applique ce programme de calcul au nombre -3 ?

Zoé pense qu'un nombre de départ étant choisi, le résultat est égal à la somme de ce nombre et de son carré.
2.a Vérifier qu'elle a raison quand le nombre choisi au départ vaut 4, et aussi quand on choisit -3.

2.b. Ismaël décide d'utiliser un tableur pour vérifier l'affirmation de Zoé sur quelques exemples.

	A	B	C	D	E	F
1	Étape 1	2	5	7	10	20
2	Étape 2	8	11	13	16	26
3	Étape 3	-3	0	2	5	15
4	Étape 4	-24	0	26	80	390
5	Étape 5	6	30	56	110	420
6	Somme du nombre et de son carré	6	30	56	100	420

Il a écrit des formules en B2 et B3 pour exécuter automatiquement les **Étapes 2 et 3** du programme de calcul.

Quelle formule à recopier vers la droite a-t-il écrite dans la cellule B4 pour exécuter l'étape 4 ?

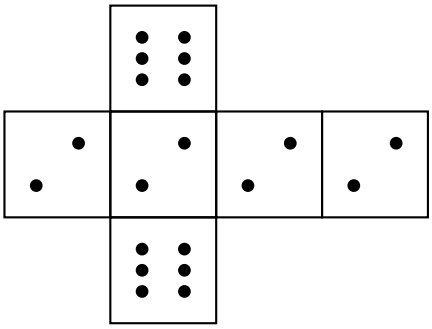
2.c. Zoé observe les résultats, puis confirme que pour tout nombre x choisi, le résultat du programme de calcul est bien $x^2 + x$.
Démontrer sa réponse.

2.d. Déterminer tous les nombres pour lesquels le résultat du programme est 0.

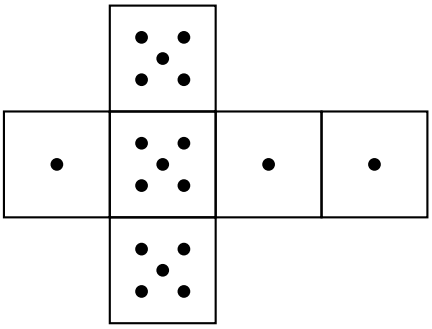
Exercice n° 6 — Deux dés particuliers *20 points*

Deux amis Armelle et Basile jouent aux dés en utilisant des dés bien équilibrés mais dont les faces ont été modifiées.
Armelle joue avec le dé A et Basile joue avec le dé B.
Lors d'une partie, chaque joueur lance son dé et celui qui obtient le plus grand numéro gagne un point.
Voici les patrons des deux dés :

Patron du dé A



Patron du dé B



1. Une partie peut-elle aboutir à un match nul ?

2.a. Si le résultat obtenu avec le dé A est 2, quelle est la probabilité que Basile gagne un point ?
2.b. Si le résultat obtenu avec le dé B est 1, quelle est la probabilité qu'Armelle gagne un point ?

3. Les joueurs souhaitent comparer leur chance de gagner. Ils décident de simuler un match de soixante mille duels à l'aide d'un programme informatique.
Voici une partie du programme qu'ils ont réalisé.

Programme principal

```
1  quand [drapeau] est cliqué
2  mettre Victoire de A à 0
3  mettre Victoire de B à 0
4  répéter 60000 fois
5      Lancer le dé A
6      Lancer le dé B
7      si [ ] < [ ] alors
8          ajouter à Victoire A 1
9      sinon
10         ajouter à Victoire B 1
```

Programme principal

```
définir Lancer le dé A
mettre tirage de dé à nombre alétoire entre 1 et 6
si tirage de dé < 5
    mettre Face A à 2
sinon
    mettre Face A à 6

définir Lancer le dé B
```

On précise que le bloc [nombre aléatoire entre 1 et 6] renvoie de manière équiprobable un nombre pouvant être 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ou 6.

Les variables [Face A] et [Face B] enregistrent les résultats des dés A et B.

Par exemple, la variable [Face A] peut prendre soit la valeur 2 soit la valeur 6, puisque ce sont les seuls nombres présents sur le dé A.

Les variables [Victoire A] et [Victoire B] comptent les victoires des joueurs.

3.a. Lorsqu'on exécute le sous-programme « Lancer le dé A », quelle est la probabilité que la variable Face A prenne la valeur 2 ?

3.b. Recopier la ligne 7 du programme principal en la complétant.

3.c. Rédiger un sous-programme **Lancer le dé B** qui simule le lancer du dé B et enregistre le nombre obtenu dans la variable Face B.

Après exécution du programme principal, on obtient les résultats suivants :

— Victoire de A = 39 901

— Victoire de B = 20 099

4.a. Calculer la fréquence de gain du joueur A, exprimée en pourcentage.
On donnera une valeur approchée à 1 % près.

4.b. Conjecturer la probabilité que A gagne contre B.

Brevet — 2019 — France Septembre — Série générale

Correction

Exercice n° 1 — Le rallye VTT

18 points

Théorème de Pythagore — Théorème de Thalès — Vitesse

Un exercice assez classique qui utilise les deux grands théorèmes de la géométrie.

1.
Dans le triangle BCD rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CB^2 + CD^2 = BD^2$$

$$1,5^2 + 2^2 = BD^2$$

$$2,25 + 4 = BD^2$$

$$BD^2 = 6,25$$

$$BD = \sqrt{6,25}$$

$$BD = 2,5$$

$\boxed{\text{La longueur BD est égale à } 2,5\ km.}$

2. Le triangle BCD est rectangle en C donc (BC) est perpendiculaire à (CD).
Le triangle DEF est rectangle en E donc (EF) est perpendiculaire à (ED).

Comme les points C, D et E sont alignés, les droites (CD) et (ED) sont identiques.

Or on sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors les droites sont parallèles.**

$\boxed{\text{Les droites (BC) et (EF) sont parallèles.}}$

3.
Les droites (BF) et (CE) sont sécantes en D, les droites (BC) et (EF) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{DB}{DF} = \frac{DC}{DE} = \frac{BF}{CE}$$

$$\frac{2,5\ km}{DF} = \frac{2\ km}{5\ km} = \frac{1,5\ km}{EF}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :
$DF = \dfrac{5\ km \times 2,5\ km}{2\ km}$ d'où $DF = \dfrac{12,5\ km^2}{2\ km}$ et $DF = 6,25\ km$

$\boxed{\text{La longueur DF mesure } 6,25\ km.}$

4. $\boxed{\text{La longueur du parcours est : } 7\ km + 2,5\ km + 6,25\ km + 3,5\ km = 19,25\ km.}$

5. On se demande combien de temps est nécessaire pour parcourir $7\ km$ à $16\ km/h$.
On sait qu'a vitesse constante, la distance et le temps sont proportionnels.

Distance	$16\ km$	$7\ km$
Temps	$1\ h = 60\ min = 3\,600\ s$	$\dfrac{3\,600\ s \times 7\ km}{16\ km} = 1\,575\ s$

On peut effectuer une division euclidienne : $1\,575\ s = 26 \times 60\ s + 15\ s$.

$\boxed{\text{Il mettra } 26\ min\ 15\ s \text{ pour aller du point A au point B.}}$

Exercice n° 2 — Un cube est égal à un carré

14 points

Arithmétique

Un exercice difficile d'arithmétique avec des cas particuliers d'équation diophantienne à résoudre !

1.a

2744	2
1372	2
686	2
343	7
49	7
7	7
1	

Ainsi $2\,744 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7$ soit $\boxed{2\,744 = 2^3 \times 7^3}$.

1.b $2\,744^2 = (2^3 \times 7^3)^2$ donc $2\,744^2 = (2^3)^2 \times (7^3)^2$.

$\boxed{2\,744^2 = 2^6 \times 7^6}$

Aucune connaissance sur les puissances n'est nécessaire pour résoudre cet exercice.

$2\,744^2 = 2\,744 \times 2\,744$
$2\,744^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7$
$2\,744^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$

1.c $2\,744^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$
$2\,744^2 = 2^3 \times 2^3 \times 7^3 \times 7^3$
$2\,744^2 = (2 \times 2 \times 7 \times 7)^3$
$2\,744^2 = 196^3$

$\boxed{x = 196 \text{ est une solution de l'équation } x^3 = 2\,744^2}$

2.a. Il faut résoudre :

$$100^3 = b^2$$

$$1\,000\,000 = b^2$$

Il y a deux solutions : $b = \sqrt{1\,000\,000} = 1\,000$ et $b = -\sqrt{1\,000\,000} = -1\,000$.
Comme b est un entier positif.

$\boxed{\text{La seule solution positive est } b = 1\,000.}$

2.b. On peut faire une recherche exhaustive des solutions en examinant les carrés et les cubes des nombres entiers compris entre 2 et 10.

$2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $4^2 = 16$; $5^2 = 25$; $6^2 = 36$; $7^2 = 49$; $8^2 = 64$; $9^2 = 81$ et $10^2 = 100$

On se contente des cubes inférieurs à $10^2 = 100$:
$2^3 = 8$; $3^3 = 27$; $4^3 = 64$; $5^3 = 125$.

La seule solution dans cet encadrement est $4^3 = 8^2$.

$\boxed{a = 4 \text{ et } b = 8 \text{ sont une solution de l'équation } a^3 = b^2.}$

Exercice n° 3 — L'évolution des émissions de $C0_2$ *17 points*

Lecture graphique — Fonctions affines — Pourcentages

Une situation intéressante qui montre comment on peut modéliser une situation concrète par une fonction mathématique. Une mini interpolation pour collègiens !

1. On lit graphiquement :

$\boxed{\text{La concentration en } CO_2 \text{ en 1995 est de 360 } ppm \text{ et en 2005 de 380 } ppm.}$

2.a. En observant la courbe entre 1995 et 2005 on peut constater qu'elle est quasiment rectiligne.
On sait que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

$\boxed{\text{On peut donc modéliser cette courbe par une fonction affine entre 1995 et 2005.}}$

2.b. Nous avons vu à la **question 1** que $g(1995) = 360$ et que $g(2005) = 380$.
Testons chacune des fonctions proposées :

- Arnold : $g(x) = 2x - 3630$ donc $g(1995) = 2 \times 1995 - 3630 = 360$ et $g(2005) = 2 \times 2005 - 3630 = 380$;
- Billy : $g(x) = 2x - 2000$ donc $g(1995) = 2 \times 1995 - 2000 = 1990$ et $g(2005) = 2 \times 2005 - 2000 = 2010$.

$\boxed{\text{La fonction proposée par Arnold semble le mieux modéliser la situation.}}$

Il est surprenant que la fonction proposée par Billy soit si éloignée de la fonction attendue. Il aurait été plus intéressant de proposer une fonction plausible. Par exemple $g(x) = 3x - 5625$. On aurait eu $g(1995) = 360$ et $g(2005) = 390$.

2.c Cela revient à résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}
g(x) &= 450 \\
2x - 3630 &= 450 \\
2x - 3630 + 3630 &= 450 + 3630 \\
2x &= 4080 \\
x &= \frac{4080}{2} \\
x &= 2040
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{Suivant ce modèle, le taux de 450 } ppm \text{ de } CO_2 \text{ serait atteint en 2040.}}$

3. 70 megatonnes de CO_2 correspond à 15 % des émissions mondiales.

On peut passer par un retour à l'unité.
$70 \div 15 \approx 4,67$ ce qui signifie que 1 % des émissions mondiales correspond à 4,67 megatonnes.
$4,67 \times 100 = 467$: le total des émissions mondiales est de 467 megatonnes.

On peut aussi utiliser un tableau de proportionnalité :

Emissions de CO_2	70 *megatonnes*	$\frac{100 \times 70}{15} = \frac{7000}{15} \approx 467$
Pourcentages	15	100

Les émissions de CO_2 en 2016 représente environ 467 megatonnes.

Exercice n° 4 — Les pièces montées

16 points

Proportionnalité — Ratio — Volume du pavé — Volume du cylindre

La dernière question de cet exercice est très intéressante. Elle demande beaucoup d'autonomie dans l'organisation des calculs.

1. Pour 100 g de chocolat il faut 75 g de beurre.
Le ration masse de beurre : masse de chocolat est donc 75 : 100.

$$\frac{75}{100} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{3}{4}$$

Le ration masse de beurre : masse de chocolat est 3 : 4 soit $\frac{3}{4}$

2. La quantité de farine est proportionnelle à la quantité de chocolat :

Quantité de chocolat	100 g	250 g
Quantité de farine	30 g	$\frac{30\ g \times 250\ g}{100\ g} = \frac{7500\ g}{100} = 75\ g$

Pour 250 g de chocolat la quantité de farine est 75 g.

On pouvait aussi constater que $250\ g = 2,5 \times 100\ g$.
Ainsi la quantité de farine est $2,5 \times 30\ g = 75\ g$.

On pouvait aussi revenir à l'unité :
$30\ g \div 100 = 0,30\ g$ *de farine pour* $1\ g$ *de chocolat.*
Ainsi pour $250\ g$ *de chocolat on obtient* $250 \times 0,30\ g = 75\ g$.

3. Le gâteau **Tour carré** a un gâteau de base qui mesure 24 cm de côté. Il y a 3 gateaux superposés. La longueur du côté diminue de 8 cm à chaque étage.
Au second étage le gâteau central mesure $24\ cm - 8\ cm = 16\ cm$.

Le plus petit gâteau de la **Tour carrée** mesure $16\ cm - 8\ cm = 8\ cm$ de côté.

4. Calcul du volume de la **Tour de Pise** :

Ce gâteau est composé de 4 cylindres de hauteur 6 cm dont les diamètres diminuent de 8 cm à chaque étage.
Les diamètres des quatre gâteaux sont donc : $30\ cm$; $30\ cm - 8\ cm = 22\ cm$; $22\ cm - 8\ cm = 14\ cm$ et $14\ cm - 8\ cm = 6\ cm$
Les rayons de ces gâteaux sont : $15\ cm$; $11\ cm$; $7\ cm$ et $3\ cm$.

Notons V_1, V_2, V_3 et V_4 les volumes des gâteaux du plus grand au plus petit.

$V_1 = \pi \times (15\ cm)^2 \times 6\ cm = 1350\pi\ cm^3$
$V_2 = \pi \times (11\ cm)^2 \times 6\ cm = 726\pi\ cm^3$
$V_3 = \pi \times (7\ cm)^2 \times 6\ cm = 294\pi\ cm^3$
$V_4 = \pi \times (3\ cm)^2 \times 6\ cm = 54\pi\ cm^3$

Le volume de la **Tour de Pise** est donc $V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 1350\pi\ cm^3 + 726\pi\ cm^3 + 294\pi\ cm^3 + 54\pi\ cm^3 = 2424\pi\ cm^3 \approx 7615\ cm^3$

Il est conseillé dans cette situation d'utiliser les valeurs exactes plutôt que les valeurs approchée le plus lontemps possible dans les calculs.
Calcul du volume de la **Tour Carrée** :

Ce gâteau est composé de 3 pavés droits à base carrée de hauteur $8\ cm$ dont les côtés diminuent de $8\ cm$ à chaque étage.
Les côté des trois gâteaux sont donc : $24\ cm$; $24\ cm - 8\ cm = 16\ cm$ et $16\ cm - 8\ cm = 8\ cm$.

Notons V'_1, V'_2 et V'_3 les volumes des gâteaux du plus grand au plus petit.

Le volume d'un pavé droit de longueur L, *de largeur* l *et de hauteur* h *est donné par la formule :*

$$V = L \times l \times h$$

$V'_1 = 24\ cm \times 24\ cm \times 8\ cm = 4608\ cm^3$
$V'_2 = 16\ cm \times 16\ cm \times 8\ cm = 2048\ cm^3$
$V'_3 = 8\ cm \times 8\ cm \times 8\ cm = 512\ cm^3$

Le volume de la **Tour de Carrée** est donc $V_1 + V_2 + V_3 = 4608\ cm^3 + 2048\ cm^3 + 512\ cm^3 = 7168\ cm^3$

La **Tour de Pise** a un volume supérieur à celui de la **Tour Carrée** de près de $7615\ cm^3 - 7168\ cm^3 = 447\ cm^3$

Exercice n° 5 — Un programme de calcul et une conjecture *15 points*

Programmme de calcul — Conjecture — Calcul littéral — Équation produit — Tableur

Un exercice très complet qui mèle calcul littéral, programme de calcul, tableur et équation.

1.a. En partant du nombre 4 on obtient successivement :

- **Étape 1** : 4 ;
- **Étape 2** : $4 + 6 = 10$;
- **Étape 3** : $4 - 5 = -1$;
- **Étape 4** : $10 \times (-1) = -10$;
- **Étape 5** : $-10 + 30$;
- **Étape 6** : 20 ;

En partant du nombre 4 on arrive bien à 20.

1.b. En partant du nombre -3 on obtient successivement :

- **Étape 1** : -3 ;
- **Étape 2** : $-3 + 6 = 3$;
- **Étape 3** : $-3 - 5 = -8$;
- **Étape 4** : $3 \times (-8) = -24$;
- **Étape 5** : $-24 + 30$;
- **Étape 6** : 6 ;

$\boxed{\text{En partant du nombre } -3 \text{ on arrive bien à } 6.}$

2.a. Il faut tester en ajoutant le nombre à son carré.

- pour 4 : $4^2 + 4 = 16 + 4 = 20$ — la conjecture semble vraie !
- pour -3 : $(-3)^2 + (-3) = 9 - 3 = 6$ — la conjecture fonctionne encore !

$\boxed{\text{Cette conjecture semble vraie pour 4 et } -3.}$

2.b Dans la case B4 se trouve le résultat de l'**Étape 4** qui consiste à multiplier les résultats de l'**Étape 2** et de l'**Étape 3**. Ces résultats se trouvent en B2 et B3.

$\boxed{\text{Dans la case B4 la formule est} = \text{B2} * \text{B3}}$

2.c Il faut utiliser le programme de calcul sur un nombre générique.
Notons x le nombre de départ :

- **Étape 1** : x ;
- **Étape 2** : $x + 6$;
- **Étape 3** : $x - 5$;
- **Étape 4** : $(x + 6) \times (x - 5)$;
- **Étape 5** : $(x + 6)(x - 5) + 30$;

Développons cette expression :
$A = (x + 6)(x - 5) + 30$
$A = x^2 - 5x + 6x - 30 + 30$
$A = x^2 + x$

$\boxed{\text{Le programme de calcul consiste bien à ajouter le nombre à son carré.}}$

2.d. Il faut résoudre :

$$\begin{aligned} x^2 + x &= 0 \\ x(x+1) &= 0 \end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$x = 0$$

$$\begin{aligned} x + 1 &= 0 \\ x + 1 - 1 &= 0 - 1 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $\boxed{x = 0 \text{ et } x = -1}$

Testons ces solutions :

- ***Étape 1*** *:* 0*;*
- ***Étape 2*** *:* $0 + 6 = 6$*;*
- ***Étape 3*** *:* $0 - 5 = -5$*;*
- ***Étape 4*** *:* $6 \times (-5) = -30$*;*
- ***Étape 5*** *:* $(-30) + 30 = 0$*;*

- ***Étape 1*** *:* -1*;*
- ***Étape 2*** *:* $-1 + 6 = 5$*;*
- ***Étape 3*** *:* $-1 - 5 = -6$*;*
- ***Étape 4*** *:* $5 \times (-6) = -30$*;*
- ***Étape 5*** *:* $(-30) + 30 = 0$*;*

On ne sait pas résoudre une équation contenant un terme en x^2 sans la factoriser. Il faut donc chercher une factorisation à facteurs communs ou une factorisation utilisant les identités remarquables pour résoudre ce genre d'équation.

Exercice n° 6 — Deux dés particuliers

20 points

Scratch — Probabilités

Un exercice mêlant Scratch et probabilité particulièrement difficile. Il demande beaucoup d'expertise dans les deux domaines.

1. On constate que les deux cubes n'ont pas un seul numéro en commun.

La partie de peut pas aboutir à un match nul.

Dans cette partie on considère que nous sommes dans une **situation d'équiprobabilité** ce qui signifie que chaque issue apparaît avec la même fréquence.

2.a. Si Armelle obtient 2, Basile gagne en obtenant 5.
Il y a 6 faces sur le cube et donc six issues possibles pour Basile.
Sur ces 6 issues, seules 3 sont supérieures à 2.

La probabilité cherchée est $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$ soit 50 %.

2.b. Si Basille obtient 1, dans tous les cas Armelle est gagnant.

La probabilité cherchée est 100 %.

On peut calculer cette probabilité : 6 issues gagnantes sur 6 issues possibles soit $\frac{6}{6} = 1$.

3.a. D'après le programme **Lancer le dé A** on obtient 2 si le tirage est inférieur à 5 : c'est à dire pour les valeurs 1 ; 2 ; 3 ou 4.
Il y a donc 4 issues sur 6 qui permettent d'obtenir 2.

La probabilité cherchée est $\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0,667$ soit environ 67 %.

3.b

```
1 si <Face B < Face A> alors
2     ajouter à Victoire A (1)
3 sinon
4     ajouter à Victoire B (1)
```

3.c

```
définir Lancer le dé B
mettre tirage de dé à nombre alétoire entre (1) et (6)
si <tirage de dé < (4)>
    mettre Face A à (1)
sinon
    mettre Face A à (5)
```

4.a. A a gagné 39 901 fois et B 20 099 fois.
Il y a donc eu $39\,901 + 20\,099 = 60\,000$ parties comme indiqué dans le programme.

$\boxed{\text{La fréquence cherchée est } \dfrac{39\,901}{60\,000} \approx 0,67 \text{ soit environ } 67\ \%.}$

4.b. $\boxed{\text{On peut conjecturer que la probabilité que A gagne contre B soit la fréquence précédente soit environ } 67\ \%}$

On peut calculer cette probabilité de la manière suivante :

Il faut représenter les différentes possibilités dans un arbre ou un tableau :

Dé A et B	2	2	2	2	6	6
1	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*
1	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*
1	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*	*A gagne*
5	*B gagne*	*B gagne*	*B gagne*	*B gagne*	*A gagne*	*A gagne*
5	*B gagne*	*B gagne*	*B gagne*	*B gagne*	*A gagne*	*A gagne*
5	*B gagne*	*B gagne*	*B gagne*	*B gagne*	*A gagne*	*A gagne*

Il y a donc 36 *issues équiprobables possibles.*
Sur ces 36 *issues,* 24 *sont gagnantes pour* A.

La probabilité cherchée est $\dfrac{24}{36} = \dfrac{2}{3} \approx 0,667$ *soit environ* 67 %

Diplôme national du brevet
Session 2019

Mathématiques

Série générale

Amérique du Sud

14 novembre 2019

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	13 points
Exercice n° 3	14 points
Exercice n° 4	23 points
Exercice n° 5	14 points
Exercice n° 6	16 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Quatre affirmations *20 points*

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer sur la copie, si elle est vraie ou fausse.

On rappelle que chaque réponse doit être justifiée.

Affirmation n° 1

Dans la série de valeurs ci-dessous, l'étendue est 25.

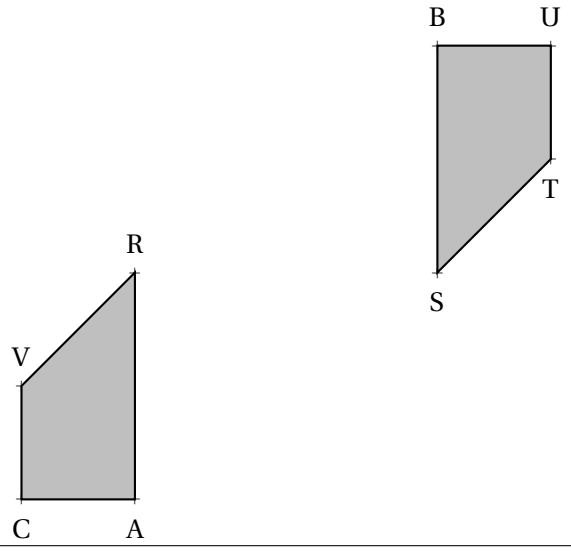
Série : 37 ; 20 ; 18 ; 25 ; 45 ; 94 ; 62

Affirmation n° 2

Les nombres 70 et 90 ont exactement deux diviseurs premiers en commun.

Affirmation n° 3

À partir du quadrilatère BUTS,on a obtenu le quadrilatère VRAC par une translation.



Affirmation n° 4

Quand on multiplie l'arête d'un cube par 3, son volume est multiplié par 27.

Exercice n° 2 — Dépenses liées au transport *13 points*

On a saisi dans un tableur les dépenses liées au transport des familles françaises pour les années 2013 et 2015.
Ces dépenses sont exprimées en milliards d'euros.

Pour l'année 2013, on a aussi saisi dans ce tableur les dépenses totales annuelles qui correspondent aux dépenses liées au logement, au transport, à la santé, à l'éducation...

Voici une copie de l'écran obtenu.

Par exemple : en 2015, les dépenses annuelles des familles françaises, liées à l'achat de carburant, ont été de 34 milliards d'euros.

	A	B	C
1	Dépenses liées au transport	Année 2013	Année 2015
2	Achat de véhicule particulier	38	39
3	Frais d'entretien des véhicules	45	51
4	Achat de carburant	39	34
5	Achat de services de transport (avion, train...)	26	28
6	Total pour le budget transport	148	152
7			
8	Dépenses totales annuelles	1498	

1. Pour l'année 2015, quelle est la dépense des familles françaises liée aux frais d'entretien des véhicules ?

2. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B6 avant de l'étirer dans la cellule C6 ?

3. À la lecture du tableau, les dépenses annuelles liées à l'achat de carburant ont-elles baissé de 5 % entre 2013 et 2015 ?

4. En 2015, les dépenses des familles françaises liées aux transports correspondaient à environ $9,87$ % des dépenses totales annuelles.
Quelles étaient alors les dépenses totales annuelles des familles françaises en 2015 ?

Exercice n° 3 — Calculer, développer et résoudre *14 points*

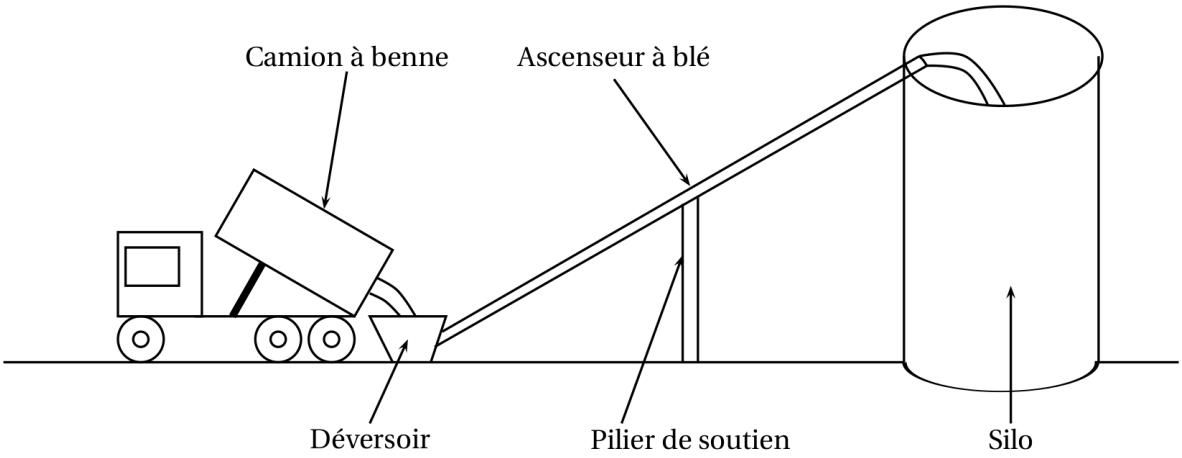
1. Calculer $5x^2 - 3(2x+1)$ pour $x = 4$.

2. Montrer que, pour toute valeur de x, on a : $5x^2 - 3(2x+1) = 5x^2 - 6x - 3$.

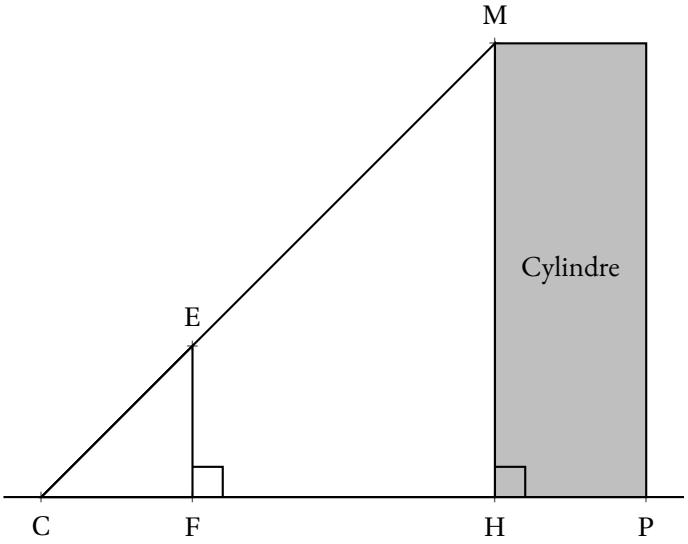
3. Trouver la valeur de x pour laquelle $5x^2 - 3(2x+1) = 5x^2 - 4x + 1$.

Exercice n° 4 — L'ascenseur du silo à grains *23 points*

Un silo à grains permet de stocker des céréales. Un ascenseur permet d'acheminer le blé dans le silo.
L'ascenseur est soutenu par un pilier.



On modélise l'installation par la figure ci-dessous qui n'est pas réalisée à l'échelle :



- Les points C, E et M sont alignés ;
- Les points C, F, H et P sont alignés ;
- Les droites (EF) et (MH) sont perpendiculaires à la droite (CH) ;
- CH = 8,50 m et CF = 2,50 m ;
- Hauteur du cylindre : HM = 20,40 m ;
- Diamètre du cylindre : HP = 4,20 m.

Les quatre questions suivantes sont indépendantes.

1. Quelle est la longueur CM de l'ascenseur à blé ?

2. Quelle est la hauteur EF du pilier ?

3. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{HCM}$ entre le sol et l'ascenseur à blé ?
On donnera une valeur approchée au degré près.

4. Un mètre-cube de blé pèse environ 800 kg.
Quelle masse maximale de blé peut-on stocker dans ce silo ? On donnera la réponse à une tonne près.

Rappels :

- 1 tonne = 1 000 kg ;
- volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h : $\pi \times R^2 \times h$;

Exercice n° 5 — Le remboursement des trajets en voiture *14 points*

Une entreprise rembourse à ses employés le coût de leurs déplacements professionnels, quand les employés utilisent leur véhicule personnel.

Pour calculer le montant de ces remboursements, elle utilise la formule et d'équivalence ci-dessous proposés par le gestionnaire :

Document 1

Longueur d du trajet aller	Prix a	Prix b par kilomètre
De 1 km à 16 km	0,7781	0,1944
De 17 km à 32 km	0,2503	0,2165
De 33 km à 64 km	2,0706	0,1597
De 65 km à 109 km	2,8891	0,1489
De 110 km à 149 km	4,0864	0,1425
De 150 km à 199 km	8,0871	0,1193
De 200 km à 300 km	7,7577	0,1209
De 301 km à 499 km	13,6514	0,1030
De 500 km à 799 km	18,4449	0,0921
De 800 km à 9999 km	32,2041	0,0755

Montant du remboursement

Formule : $a + b \times d$

— a est un prix en euros qui ne dépend que de la longueur du trajet ;
— b est le prix en euros payé par kilomètre parcouru ;
— d est la longueur en kilomètres du trajet aller.

1. Pour un trajet aller de 30 km, vérifier que le montant du remboursement est environ $6,75$ € .

2. Dans le cadre de son travail, un employé de cette entreprise effectue un déplacement à Paris.
Il choisit de prendre sa voiture et il trouve les informations ci-dessous sur un site internet.

Document 2

— Distance Nantes - Paris : 386 km ;
— Coût du péage entre Nantes et Paris : 37 € ;
— Consommation moyenne de la voiture de l'employé : $6,2$ litres d'essence aux 100 km ;
— Prix du litre d'essence : $1,52$ € .

À l'aide des **Documents 1 et 2**, répondre à la question suivante :

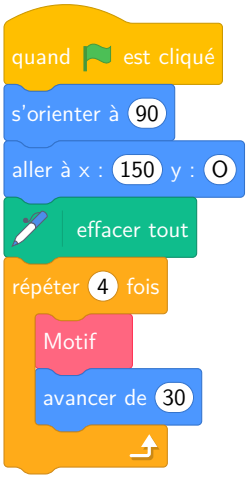
Le montant du remboursement sera-t-il suffisant pour couvrir les dépenses de cet employé pour effectuer le trajet aller de Nantes à Paris ?

Exercice n° 6 — Une frise avec Scratch

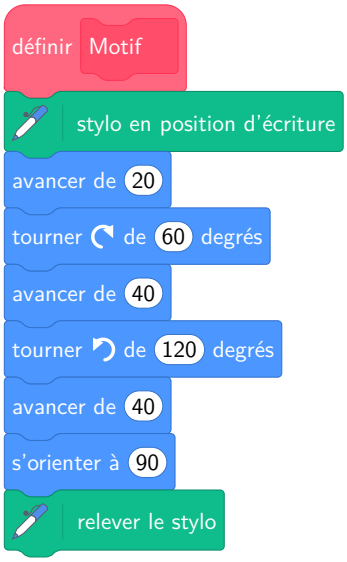
16 points

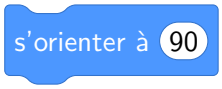
Voici les copies d'écran d'un programme qui permet d'obtenir une frise.

Script de la frise



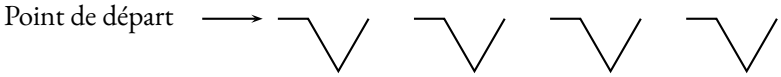
Block motif



Rappel : L'instruction 

signifie qu'on s'oriente en vue de se diriger vers la droite.

Frise obtenue après le script



1. Quelle distance le lutin a-t-il parcourue pour tracer un seul motif de la frise ?

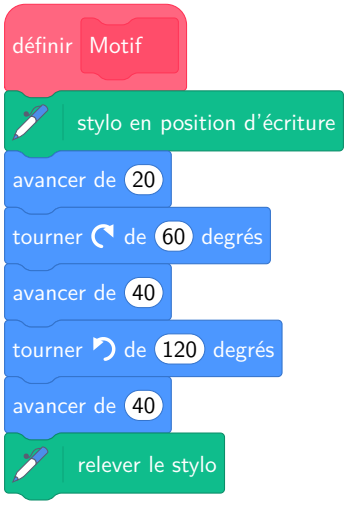
2. On modifie le programme, dans cette question seulement :

— on ne modifie pas le script de la frise.

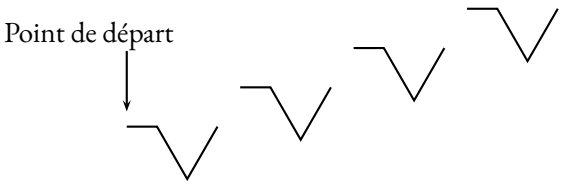
— dans le bloc motif, il enlève l'instruction : 

Dessiner à main levée la frise obtenue avec ce nouveau programme.

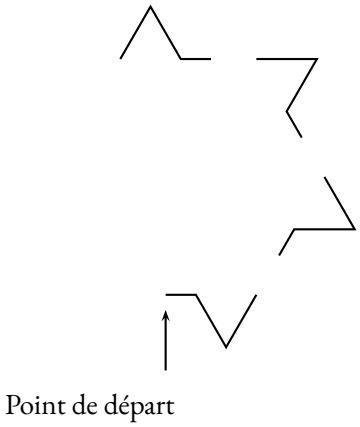
3. On utilise maintenant le bloc motif ci-dessous. Laquelle des deux frises obtient-il ?
Expliquer pourquoi.



Frise n° 1



Frise n° 2



Brevet — 2019 — Amérique du Sud — Série générale

Correction

Ce sujet propose les grands classiques du brevet : Pythagore, Thalès, trigonométrie, tableur, Scratch... Une jolie tâche complexe qui demande de l'autonomie et de la prise d'initiative. L'exercice de calcul littéral est « à l'ancienne » !

Exercice n° 1 — Quatre affirmations

20 points

Médiane — Arithmétique — Translation — Agrandissement/réduction

Un exercice qui ne présente pas de difficulté.

Affirmation n° 1 : Il faut classer cette série dans l'ordre croissant. Comme il y 7 termes, la médiane est le quatrième.

$$18 \;;\; 20 \;;\; 25 \;;\; 37 \;;\; 45 \;;\; 62 \;;\; 94$$

Affirmation n° 1 : FAUSSE, la médiane de cette série est 37.

Affirmation n° 2 : Nous allons chercher les diviseurs de 70 et 90.

Les diviseurs de 70 : 1 — 2 — 5 — 7 — 35 — 70.
Les diviseurs de 90 : 1 — 2 — 3 — 5 — 6 — 9 — 10 — 15 — 18 — 30 — 45 — 90.

Affirmation n° 2 : VRAIE, 2 et 5 sont les deux diviseurs premiers communs à 70 et 90.

Affirmation n° 3 : Cette transformation « retourne »le quadrilatère.

Affirmation n° 3 : FAUSSE, c'est une symétrie centrale.

Affirmation n° 4 : On sait que **Si les longueurs d'une figure sont multipliées par k alors les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3.**

Comme $3^3 = 27$.

Affirmation n° 4 : VRAIE.

Exercice n° 2 — Dépenses liées au transport

13 points

Lecture tableau — Tableur — Pourcentages

Un exercice assez facile sur les pourcentages et le tableur.

1. En 2015, 34 milliards d'euros ont été dépensés pour les frais d'entretien des véhicules.

2. Il faut faire la somme des colonnes au dessus.

La formule = B2 + B3 + B4 + B5 a été saisie dans B6 puis copiée dans C6.

On pouvait aussi utiliser la fonction SOMME en écrivant = SOMME(B2 : B5).

3. En 2013 les dépenses de carburant étaient de 39 milliards d'euros et en 2015 elles étaient de 34 milliards d'euros.

Une première manière de faire est de calculer les 5 % de 39 : $39 \times \dfrac{5}{100} = 39 \times 0,05 = 1,95$
Puis $39 - 1,95 = 37,05$.

On peut aussi multiplier 39 par $1 - \dfrac{5}{100} = 1 - 0,05 = 0,95$.

Une seconde méthode consiste à chercher le pourcentage de diminution :

$39 - 34 = 5$ puis $\dfrac{5}{39} \approx 0,128$ soit environ 13 %.

Ou encore rechercher le coefficient de diminution : $\dfrac{34}{39} \approx 0,872$ or $0,872 = 1 - 0,128 = 1 - \dfrac{12,8}{100}$

Non, les dépenses n'ont pas baissé de 5 % mais d'environ 13 %.

Il ne fallait pas se contenter de calculer la différence $39 - 34 = 5$. *La différence en valeur n'est pas le pourcentage de diminution.*

4. En 2015, la dépense annuelle pour les transports, soit 152 milliard d'euros, correspondait à 9,87 % des dépenses totales.

On peut utiliser un tableau de proportionnalité :

Dépenses en milliards d'euros	152	$\dfrac{100 \times 152}{9,87} \approx 1\,540$
Pourcentages	9,87	100

On peut aussi rechercher ce que représente 1 % de la dépense totale en effectuant $\dfrac{152}{9,87} \approx 15,4$ puis on multiplie par 100.

La dépense totale annuelle des familles françaises en 2015 correspondait à 1 540 milliard d'euros.

Exercice n° 3 — Calculer, développer et résoudre

14 points

Substitution — Développer — Équation du premier degré

Un exercice à l'ancienne où il faut substituer, développer et résoudre. L'équation finale est assez difficile, les termes en x^2 se simplifient ce qui n'est pas une situation habituelle en troisième.

1. Pour $x = 4$,
$A = 5x^2 - 3(2x+1) = 5 \times 4^2 - 3(2 \times 4 + 1)$
$A = 5 \times 16 - 3(8+1)$
$A = 80 - 3 \times 9$
$A = 80 - 27 = 53$

Pour $x = 4$, l'expression donne 53.

2. Pour tout x on a :
$A = 5x^2 - 3(2x+1)$
$A = 5x^2 - 6x - 3$

On a bien le résultat attendu.

3. Résolvons :

$$\begin{aligned}
5x^2 - 3(2x+1) &= 5x^2 - 4x + 1 \\
5x^2 - 6x - 3 &= 5x^2 - 4x + 1 \\
5x^2 - 6x - 3 - 5x^2 &= 5x^2 - 4x + 1 - 5x^2 \\
-6x - 3 &= -4x + 1 \\
-6x - 3 + 4x &= -4x + 1 + 4x \\
-2x - 3 &= 1 \\
-2x - 3 + 3 &= 1 + 3 \\
-2x &= 4 \\
x &= \frac{4}{-2} \\
x &= -2
\end{aligned}$$

$x = -2$ est la solution de cette équation.

Cette équation est assez difficile à résoudre. Il s'agit d'une équation de degré 2 dont les termes en x^2 se simplifient. Ce n'est pas une équation que l'on résoud habituellement en troisième...

Exercice n° 4 — L'ascenseur du silo à grains *23 points*

Théorème de Pythagore — Théorème de Thalès — Trigonométrie — Volume du cylindre

Un exercice qui demande de bonnes compétences en géométrie et qui utilise les grands classiques de ce domaine. La dernière question est intéressante.

1. Dans le triangle CHM rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{HC}^2 + \mathrm{HM}^2 = \mathrm{CM}^2$$
$$8,5^2 + 20,4^2 = \mathrm{CM}^2$$
$$72,25 + 416,16 = \mathrm{CM}^2$$
$$\mathrm{CM}^2 = 488,41$$
$$\mathrm{CM} = \sqrt{488,41}$$
$$\mathrm{CM} \approx 22,1$$

$\boxed{\text{L'ascenseur à blé a une longueur de } 22,1\ m.}$

2. *Il faut bien penser à justifier le parallèlisme de* (EF) *et* (HM)

Les droites (EF) et (HM) sont perpendiculaires à la droite (CP).
On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**
Ainsi (EF)//(HM)
Les droites (ME) et (HF) sont sécantes en C, les droites (EF) et (HM) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\mathrm{CF}}{\mathrm{CH}} = \frac{\mathrm{CE}}{\mathrm{CM}} = \frac{\mathrm{EF}}{\mathrm{MH}}$$
$$\frac{2,5\ m}{8,5\ m} = \frac{\mathrm{CE}}{22,1\ m} = \frac{\mathrm{EF}}{20,4\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :
$\mathrm{EF} = \dfrac{20,4\ m \times 2,5\ m}{8,5\ m}$ d'où $\mathrm{EF} = \dfrac{51\ m^2}{8,5\ m}$ et $\mathrm{EF} \approx 6\ m$. $\boxed{\text{Le pillier mesure } 6\ m.}$

3. Dans le triangle HCM rectangle en H,

$\cos\widehat{\mathrm{HCM}} = \dfrac{\mathrm{CH}}{\mathrm{CM}}$ donc $\cos\widehat{\mathrm{HCM}} = \dfrac{8,5\ m}{22,1\ m} = \dfrac{5}{13}$.

À la calculatrice on arrive à $\widehat{\mathrm{HCM}} \approx 67°$.

On peut aussi calculer $\tan\widehat{\mathrm{HCM}} = \dfrac{\mathrm{HM}}{\mathrm{HC}} = \dfrac{20,40\ m}{8,5\ m} = \dfrac{12}{5} = 2,4.$

$\boxed{\text{L'angle } \widehat{\mathrm{HCM}} \approx 67° \text{ à l'unité près.}}$

4. Ce silo a grains est un cylindre de diamètre $\mathrm{HP} = 4,20\ m$ et de hauteur $\mathrm{HM} = 20,40\ m$.
Le rayon de ce cylindre est donc $4,20\ m \div 2 = 2,10\ m$.

Le volume de ce silo : $\pi \times (2,10\ m)^2 \times 20,40\ m = 89,964\pi\ m^3 \approx 283\ m^3$

On sait que $1\ m^3$ de blé pèse $800\ kg$. Dans ce silo on peut stocker : $283 \times 800\ kg = 226\,400\ kg = 226,4\ t$

$\boxed{\text{Ce silo à blé peut contenir environ } 226\ t \text{ de blé.}}$

Exercice n° 5 — Le remboursement des trajets en voiture *14 points*

Tâche complexe

Une vraie tâche complexe assez exigeante qui demande des compétences d'autonomie et de prise d'initiative aux élèves.

1. Pour un trajet de 30 km d'après le tableau, dans la ligne « De 17 km à 32 km »on constate que $a = 0{,}2503$ et $b = 0{,}2165$.

Pour $d = 30\ km$, la formule $a + b \times d$ donne : $0{,}2503\ € + 0{,}2165\ € \times 30 = 6{,}7453\ €$.

$\boxed{\text{Pour une distance de 30 } km \text{ le remboursement est d'environ } 6,75\ €.}$

2. Calcul du coût du trajet pour l'employé :

Il y a 386 km a parcourir. Son véhicule consomme $6,2$ L pour 100 km. Or 386 $km = 3,86 \times 100\ km$.
Il va donc consommer $3,86 \times 6,2\ \text{L} = 23{,}932$ L.

Une autre méthode consiste à utiliser la proportionnalité du volume d'essence et de la distance :

Volume d'essence	$6,2$ L	$\dfrac{386\ km \times 6,2\ \text{L}}{100\ km} = \dfrac{2393{,}2}{100} = 23{,}932$
Distance	100 km	386 km

Le prix du litre d'essence est $1,52\ €$. Cela va donc lui coûter : $23{,}932 \times 1,52\ € \approx 36,38\ €$.

Il faut ajouter le prix du pégae : $36,38\ € + 37\ € = 73,38\ €$.

$\boxed{\text{Ce trajet va coûter } 73,38\ € \text{ à l'employé.}}$

Calcul du remboursement :

La distance parcourue est 386 km. Dans le tableau à la ligne « De 301 km à 499 km »on lit $a = 13{,}6514$ et $b = 0{,}1030$.

La formule donne pour $d = 386\ km$: $13{,}6514\ € + 0{,}1030\ € \times 386 = 53{,}4094\ €$.

$\boxed{\text{Le remboursement pour cet employé est d'environ } 53,40\ €.}$

On peut calculer $73,38\ € - 53,40\ € = 19,98\ €$.

$\boxed{\text{Le remboursement n'est pas suffisant, il manque environ } 20\ €.}$

Exercice n° 6 — Une frise avec Scratch

16 points

Scratch

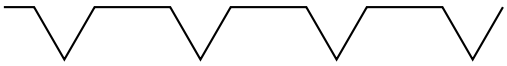
Un Scratch géométrique assez facile !

1. En unité arbitraire il a parcouru : $\boxed{20 + 40 + 40 = 100}$

2. Comme on ne relève le stylo, les motifs sont reliés entre eux.

Frise obtenue après le script

Point de départ →



3. Le Motif modifié est différent du premier par la dernière commande 

qui a été retirée.

Par conséquent, le lutin reste positionné suivant une angle de 120° vers la gauche soit 60° par rapport à l'horizontale après avoir dessiné le premier motif.
Le second motif est donc tracé après une rotation de 60° par rapport au premier.
Et ainsi de suite avec un motif qui tourne sur lui même de 60° à chaque répétition.

La frise obtenue est la **Frise n° 2**

*La **Frise n° 1** est obtenue en avançant suivant le même angle en ayant relevé le stylo. Il faut ensuite orienter le lutin à 90°. Cela revient donc à placer la commande* 

au début du motif plutôt qu'à la fin.

Diplôme national du brevet
Session 2019

Mathématiques

Série générale

Nouvelle-Calédonie

9 décembre 2019

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

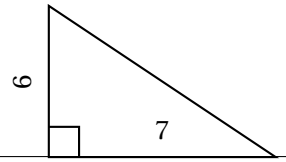
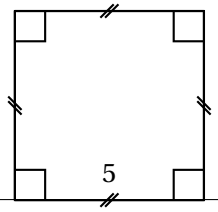
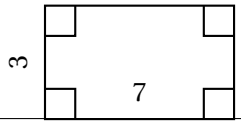
Exercice n° 1	12 points
Exercice n° 2	8 points
Exercice n° 3	10 points
Exercice n° 4	14 points
Exercice n° 5	14 points
Exercice n° 6	19 points
Exercice n° 7	10 points
Exercice n° 8	13 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Un questionnaire à choix multiples *12 points*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Sur la copie, indiquer le numéro de la question et la réponse A, B ou C choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

Questions posées	**Réponses proposées**		
	A	B	C
1. Quelle figure à la plus grande aire ? *Les longueurs données sont en centimètres.*			
2. Une page de roman se lit en moyenne en 1 min 15 s. Quel temps de lecture faudrait-il pour un roman de 290 pages ?	Environ 5 heures	Environ 6 heures	Environ 7 heures
3. La masse de la planète Neptune est de l'ordre de :	$10^{-15}\ kg$	$10^{4}\ kg$	$10^{26}\ kg$
4. $(2x+3)(2x-3) =$	$2x^2-9$	$4x^2-12x+9$	$4x^2-9$

Exercice n° 2 — Le héros en mosaïque *8 points*

Hugo réalise un assemblage de carreaux représentant son héros préféré.
Pour cela il doit coller 22 carreaux violets, 2 blancs, 162 noirs et 110 verts.
Tous les carreaux sont mélangés dans une boîte.
Hugo choisit un carreau au hasard.
On estime que tous les carreaux ont la même chance d'être choisis.

1. Quelle est la probabilité que Hugo choisisse un carreau vert ?

2. Quelle est la probabilité que Hugo ne choisisse pas un carreau violet ?

3. Quelle est la probabilité que le carreau choisi soit noir ou blanc ?

4. En une journée Hugo a collé 75 % des carreaux. Combien de carreaux cela représente-t-il ?

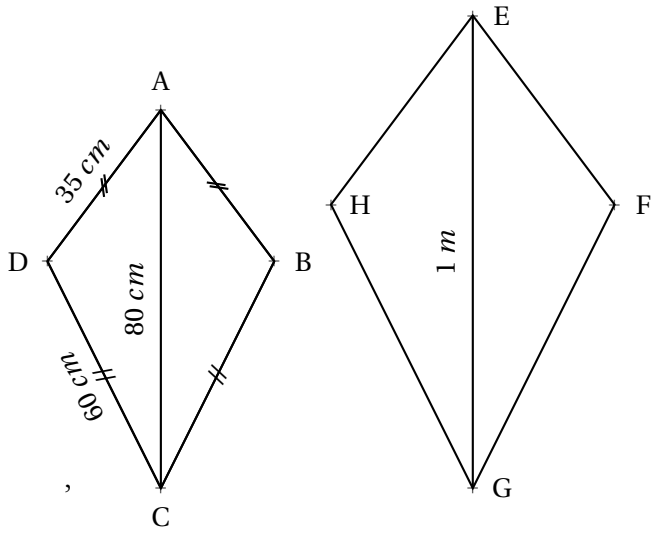
Exercice n° 3 — L'agrandissement du cerf-volant *10 points*

Le quadrilatère EFGH est un agrandissement de ABCD.
Le schéma ci-contre n'est pas à l'échelle.
On donne AC = 80 cm et GE = 1 m

1. Montrer que le coefficient d'agrandissement est $1,25$.

2. Calculer GH et EF.

3. On considère que l'aire du quadrilatère ABCD est égale à 1950 cm^2.
Calculer l'aire de EFGH en cm^2. Arrondir à l'unité.



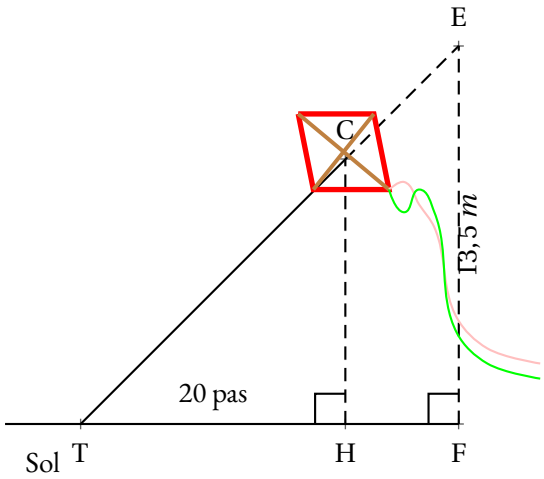
Exercice n° 4 — Le vol du cerf-volant *14 points*

Thomas attache son cerf-volant au sol au point T.
Il fait 20 pas pour parcourir la distance TH.
Un pas mesure $0,6$ m.
Le schéma ci-contre illustre la situation. Il n'est pas à l'échelle.

Les points T, C et E sont alignés.
Les points T, H et F sont alignés.
TC = 15 m

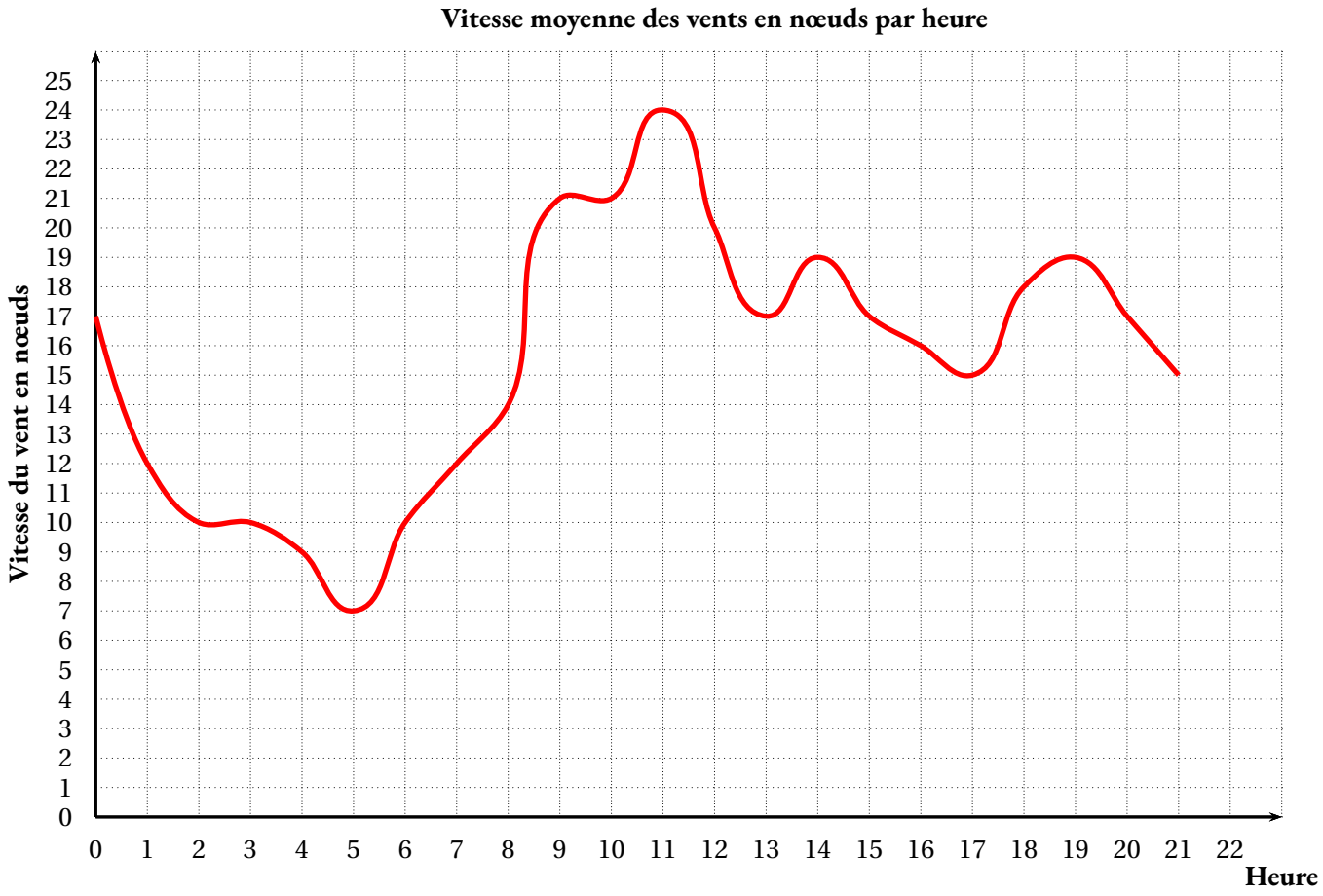
1. Montrer que la hauteur CH du cerf-volant est égale à 9 m.

2. Thomas souhaite que son cerf-volant atteigne une hauteur EF de $13,5$ m.
Calculer la longueur TE de la corde nécessaire.



Exercice n° 5 — Coup de vent *14 points*

Angelo va sur le site « météo NC »pour avoir une idée des meilleurs moments pour faire du cerf-volant avec ses enfants.
Il obtient le graphique ci-dessous qui donne la prévision de la vitesse du vent, en nœuds, en fonction de l'heure de la journée.
Répondre aux questions par lecture graphique. Aucune justification n'est demandée.



1.a. Quelle est la vitesse du vent prévue à 14 h ?

1.b À quelles heures prévoit-on 12 nœuds de vent ?

1.c À quelle heure la vitesse du vent prévue est-elle la plus élevée ?

1.d À quelle heure la vitesse du vent prévue est-elle la plus faible ?

2. La pratique du cerf-volant est dangereuse au-dessus de 20 nœuds.
De quelle heure à quelle heure ne faut-il pas faire de cerf-volant ?
On répondra avec la précision permise par le graphique.

Exercice n° 6 — Les forfaits de peinture *19 points*

On veut peindre des murs d'aire inférieure à 100 m^2.
Voici les tarifs proposés par trois peintres en fonction de l'aire des murs à peindre en m^2 :

- **Peintre A :** 1 500 F par m^2 ;
- **Peintre B :** 1 000 F par m^2 et 10 000 F d'installation de chantier ;
- **Peintre C :** 70 000 F quelle que soit l'aire inférieure à 100 m^2.

1. Montrer que pour 40 m^2 , le tarif du **peintre A** est de 60 000 F, le tarif du **peintre B** est de 50 000 F et le tarif du **peintre C** est de 70 000 F.

Dans la suite de l'exercice, x désigne l'aire des murs à peindre en m^2 .

2. Écrire, en fonction de , le prix proposé par le **peintre B.**

Les fonctions donnant les prix proposés par le **peintre B** et le **peintre C**sont représentées sur l'Annexe 1.

Soient $A(x)$ et $C(x)$ les expressions des fonctions donnant le prix proposé par les peintres A et C en fonction de x.
On a $A(x) = 1\,500\ x$ et $C(x) = 70\,000$

3.a. Quelle est la nature de la fonction A ?

3.b Calculer l'image de 60 par la fonction A.

3.c Calculer l'antécédent de 30 000 par la fonction A.

3.d Tracer la représentation graphique de la fonction A sur l'Annexe 1.

4.a. Résoudre l'équation $1\,500x = 1\,000x + 10\,000$

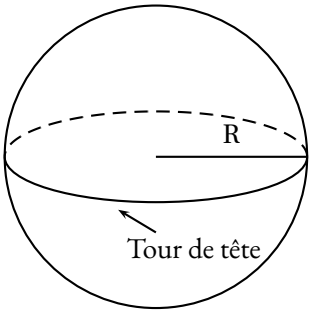
4.b. Interpréter le résultat de la question **4.a.**

5. Lire graphiquement, sur l'annexe 1, les surfaces entre lesquelles le **peintre B** est le moins cher des trois peintres.

Exercice n° 7 — Combien de cheveux sur une tête ? *10 points*

Guillaume aimerait savoir combien de cheveux il a sur la tête. Pour cela il représente sa tête par une sphère de rayon R.

Il mesure le tour de sa tête comme indiqué sur le schéma ci-dessous et obtient 56 cm.



Rappels :

Périmètre d'un cercle de rayon R : $2\pi R$

Aire d'une sphère de rayon R : $4\pi R^2$

1. Montrer que le rayon d'un cercle de périmètre 56 cm est environ égal à 9 cm.

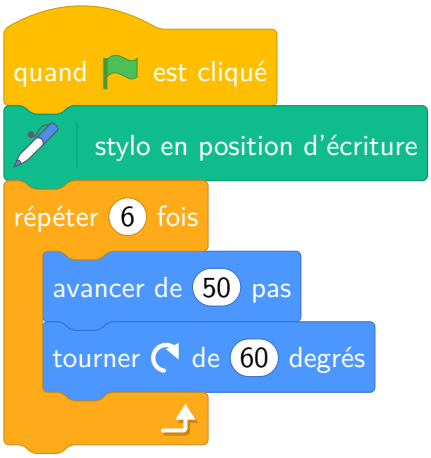
2. Guillaume considère que ses cheveux recouvrent la moitié de la surface de sa tête.
Sur 1 cm^2 de son crâne, il a compté 250 cheveux.
Estimer le nombre de cheveux de Guillaume.

Pour cette question toute trace de recherche sera valorisée lors de la notation.

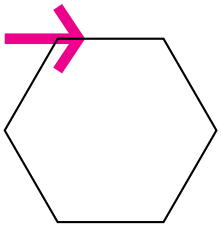
Exercice n° 8 — Dessiner des polygones avec Scratch *13 points*

Dans les figures de cet exercice la flèche indique la position et l'orientation du lutin au départ.

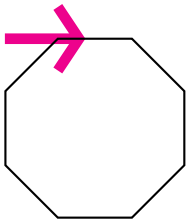
1. Indiquer sur la copie le numéro du dessin correspondant au script ci-dessous.



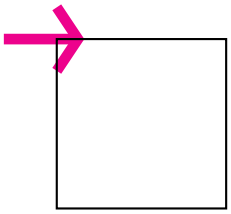
Dessin n° 1



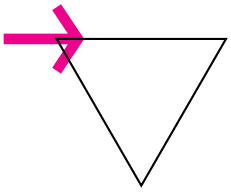
Dessin n° 2



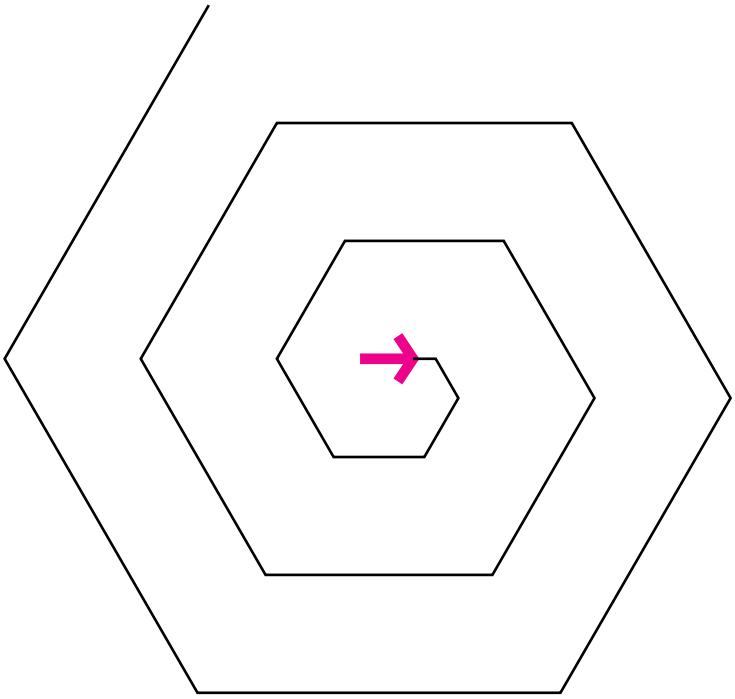
Dessin n° 3



2. Sur l'Annexe 2, compléter les deux informations manquantes du script qui permet de réaliser la figure ci-dessous.

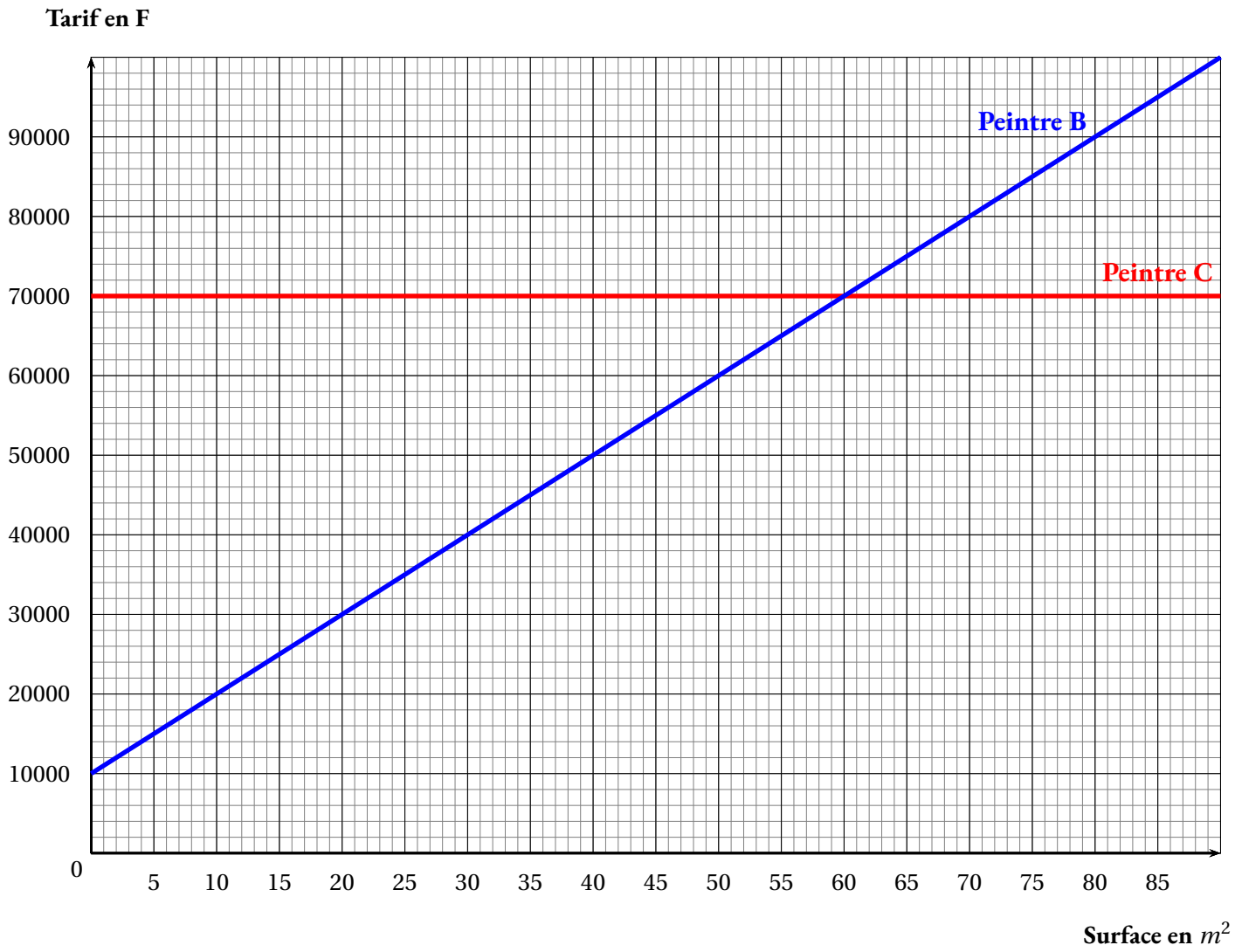


3. En ordonnant les instructions proposées en Annexe 2, compléter le script permettant de réaliser la figure ci-dessous.
On indiquera les numéros des instructions sur l'annexe.



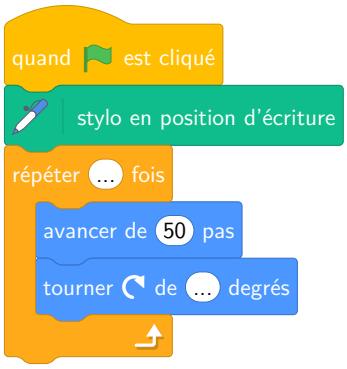
ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice 6



Exercice 8

Question 2.



Question 3.

Pour ce script on créé la variable longueur.
Compléter en plaçant les numéros à leur place.

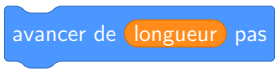
n° 1

n° 2

n° 5

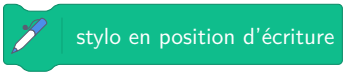
n° 3

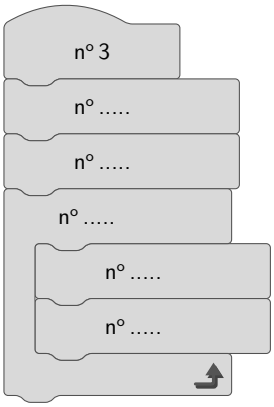
n° 4



n° 7

n° 6





Brevet — 2019 — Nouvelle-Calédonie — Série générale

Correction

Un sujet intéressant avec des thèmes variés et des exercices originaux. Les forfaits peinture sont un bon exercice illustrant la notion de fonctions linéaires, affines et constante. L'exercice de lecture graphique montre une courbe originale. Le Scratch est assez difficile mais largement faisable.

Exercice n° 1 — Un questionnaire à choix multiples *12 points*

QCM — Aire du triangle rectangle, du carré et du rectangle — Ordre de grandeur — Puissances de 10 — Calcul littéral

1. L'aire du triangle rectangle mesure : $\dfrac{6\ cm \times 7\ cm}{2} = \dfrac{42\ cm^2}{2} = 21\ cm^2$.

L'aire du carré mesure : $5\ cm \times 5\ cm = 25\ cm^2$.

L'aire du rectangle mesure : $7\ cm \times 3\ cm = 21\ cm^2$.

Question 1 — Réponse B

2. Il faut multiplier $1\ min\ 15\ s$ par 290.
Pour cela on passe en secondes : $1\ min\ 15\ s = 1 \times 60\ s + 15\ s = 75\ s$
Ensuite $290 \times 75\ s = 21\,750\ s$.
Reste à effectuer les divisions euclidiennes suivantes :
$21\,750\ s = 362 \times 60\ s + 30\ s$
$362 = 6 \times 60\ min + 2\ min$.
On obtient ainsi : $21\,750\ s = 6\ h\ 2\ min\ 30\ s$.

Question 2 — Réponse B

3. $10^{-15}\ kg = 0{,}000\,000\,000\,000\,001\ kg$: c'est une masse minuscule, de l'ordre de la taill d'un atome.

$10^4\ kg = 10\,000\ kg = 10\ t$: c'est la masse d'un gros camion.

$10^{26}\ kg = 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\ kg$: c'est immense !

Question 3 — Réponse C

4. $(2x+3)(2x-3) = 4x^2 - 6x + 6x - 9$ donc $(2x+3)(2x-3) = 4x^2 - 9$
On pouvait aussi utiliser l'identité remarquable $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Question 4 — Réponse C

Exercice n° 2 — Le héros en mosaïque *8 points*

Probabilités

Dans cet exercice nous sommes dans **une situation d'équiprobabilité** où chaque issue apparaît avec la même fréquence.

1. Il y a : $22 + 2 + 162 + 110 = 296$ carreaux en tout.
110 carreaux sont verts.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{110}{296} = \frac{55}{148} \approx 0,37 \text{ soit } 37\ \%.}$

2. Il y a 22 carreaux violets. $296 - 22 = 274$ carreaux non violets.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{274}{296} = \frac{137}{148} \approx 0,93 \text{ soit } 93\ \%.}$

On pouvait aussi calculer la probabilité d'obtenir un carreau violet soit $\frac{22}{296}$.

Puis on utilise la probabilité de l'événement contraire soit : $1 - \frac{22}{296} = \frac{296}{296} - \frac{22}{296} = \frac{274}{296}$

3. Il y a 162 carreaux noirs et 2 carreaux blancs : 164 carreaux sont donc noirs ou blancs.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{164}{296} = \frac{41}{74} \approx 0,55 \text{ soit } 55\ \%.}$

Les expressions de l'union ou l'intersection de deux événements ne sont pas au programme de troisième.

4. Il faut calculer 75 % de 296 soit $296 \times \frac{75}{100} = 296 \times 0,75 = 222$.

$\boxed{\text{Cela représente 222 carreaux.}}$

Exercice n° 3 — L'agrandissement du cerf-volant *10 points*

Agrandissement / Réduction

1. Cet agrandissement transforme le segment [AC] de longueur 80 cm en le segment [GE] de longueur 1 m.

Comme $\frac{1\ m}{80\ cm} = \frac{100\ cm}{80\ cm} = 1,25$.

$\boxed{\text{Le coefficient d'agrandissement est bien } 1,25}$

2. $\text{GH} = 1,25 \times \text{DC}$ donc $\text{GH} = 1,25 \times 60\ cm = 75\ cm$.
$\text{EF} = 1,25 \times 1,25 \times \text{AB}$ donc $\text{EF} = 1,25 \times 35\ cm = 43,75\ cm$.

$\boxed{\text{GH} = 75\ cm \text{ et } \text{EF} = 43,75\ cm.}$

3. On sait que :
Si une figure à ses longueurs multipliées par k alors son aire est multipliée par k^2 et son volume par k^3.

Les longueurs du quadrilatère ABCD on été multipliées par $1,25$ donc son aire par $1,25^2 = 1,5625$

L'aire de EFGH mesure donc $1\,950\ cm^2 \times 1,5625 \approx 3\,047\ cm^2$.

$\boxed{\text{L'aire de EFGH mesure } 3\,047\ cm^2.}$

Exercice n° 4 — Le vol du cerf-volant *14 points*

Théorème de Thalès — Théorème de Pythagore

Encore un exercice sur le cerf-volant. Une combinaison assez classique du théorème de Pythagore puis de Thalès. Attention à bien justifier le parallélisme des droites perpendiculaires au sol.

2. *Attention aux unités différentes : il faut convertir les pas en mètres !*
On sait que 1 pas $= 0,6\ m$ donc 20 pas $= 20 \times 0,6\ m = 12\ m$

Dans le triangle THC rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned}
\mathrm{HT}^2 + \mathrm{HC}^2 &= \mathrm{TC}^2 \\
12^2 + \mathrm{HC}^2 &= 15^2 \\
144 + \mathrm{HC}^2 &= 225^2 \\
\mathrm{HC}^2 &= 225 - 144 \\
\mathrm{HC}^2 &= 81 \\
\mathrm{HC} &= \sqrt{81} \\
\mathrm{HC} &= 9
\end{aligned}$$

$\boxed{\mathrm{HC} = 9\ m}$

2. Les droites (HC) et (FE) sont perpendiculaires au sol, la droite (TF).
On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**
Ainsi (HC)//(FE).

Les droites (EC) et (HF) sont sécantes en T, les droites (HC) et (FE) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\mathrm{TH}}{\mathrm{TF}} = \frac{\mathrm{TC}}{\mathrm{TE}} = \frac{\mathrm{HC}}{\mathrm{FE}}$$

$$\frac{12\ m}{\mathrm{TF}} = \frac{15\ m}{\mathrm{TE}} = \frac{9\ m}{13,5\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :
$\mathrm{TE} = \dfrac{13,5\ m \times 15\ m}{9\ m}$ d'où $\mathrm{TE} = \dfrac{202,5\ m^2}{9\ m}$ et $\mathrm{TE} \approx 22,5\ m$

Il lui faut une corde qui mesure au moins $22,5\ m$

Exercice n° 5 — Coup de vent

14 points

Lecture graphique

Un exercice assez simple de lecture graphique

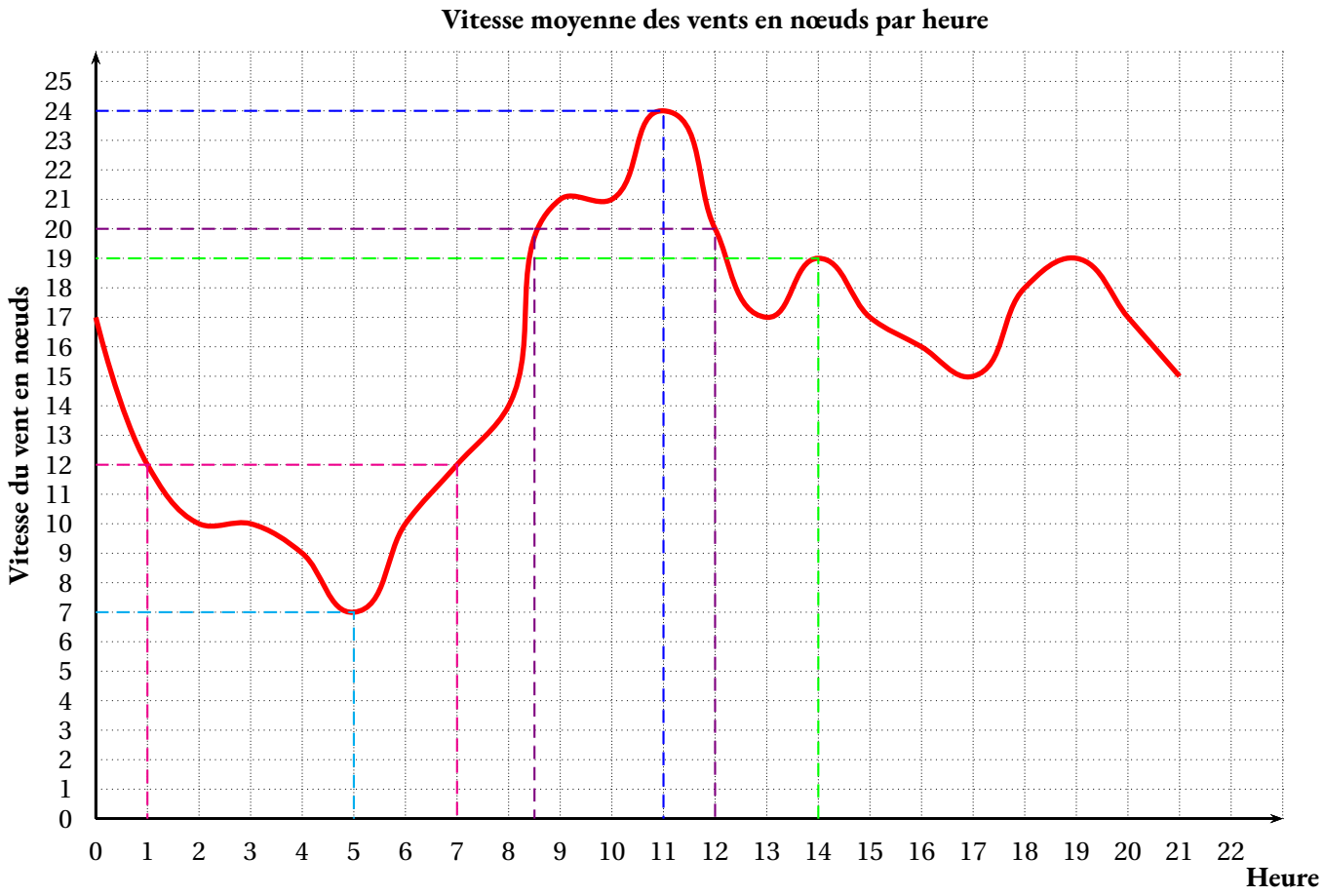
1.a. À 14 h il est prévu 19 nœuds de vent.

1.b Il est prévu 12 nœuds de vent à 1 h et 7 h.

1.c À 11 h la vitesse du vent est la plus élevée, 24 nœuds.

1.d À 5 h la vitesse du vent est la plus faible, 7 nœuds.

2. La vitesse du vent est supérieure à 20 nœuds entre 8,5 h et 12 h.



Exercice n° 6 — Les forfaits de peinture

19 points

Fonction linéaire — Programme de calcul — Équation du premier degré — Lecture graphique

Un exercice qui compare trois tarifs : une fonction linéaire, une fonction affine et une fonction constante. On détermine le tarif le plus avantageux à partir de la représentation graphique des trois fonctions.

1. Calculons le tarif appliqué par chaque peintre pour 40 m^2 :

- **Peintre A :** $1\,500$ € $\times 40 = 60\,000$ €.
- **Peintre B :** $1\,000$ € $\times 40 + 10\,000$ € $= 40\,000$ € $+ 10\,000$ € $= 50\,000$ €.
- **Peintre C :** Son tarif ne dépend pas de la surface peinte : $70\,000$ €.

2. Si on note x la surface de peinture en m^2, le tarif du **Peintre B** est : $1\,000 \times x + 10\,000 = \boxed{1\,000x + 10\,000}$

3.a. La fonctions $A(x) = 1\,500x$ est de la forme $A(x) = ax$: $\boxed{\text{A est une fonction linéaire de coefficient } 1\,500.}$

3.b. $A(60) = 1\,500 \times 60 = 60\,000$, $\boxed{\text{l'image de 60 par A est } 60\,000.}$

3.c. Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 1\,500x &= 30\,000 \\ x &= \frac{30\,000}{1\,500} \\ x &= 20 \end{aligned}$$

3.d. A est une fonctions linéaire. Sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.
Il suffit de déterminer un second point pour tracer sa représentation.
On a vu que $A(60) = 1\,500$

La représentation graphique de A est la droite passant par l'origine $(0, 0)$ et le point $(50, 1\,500)$.

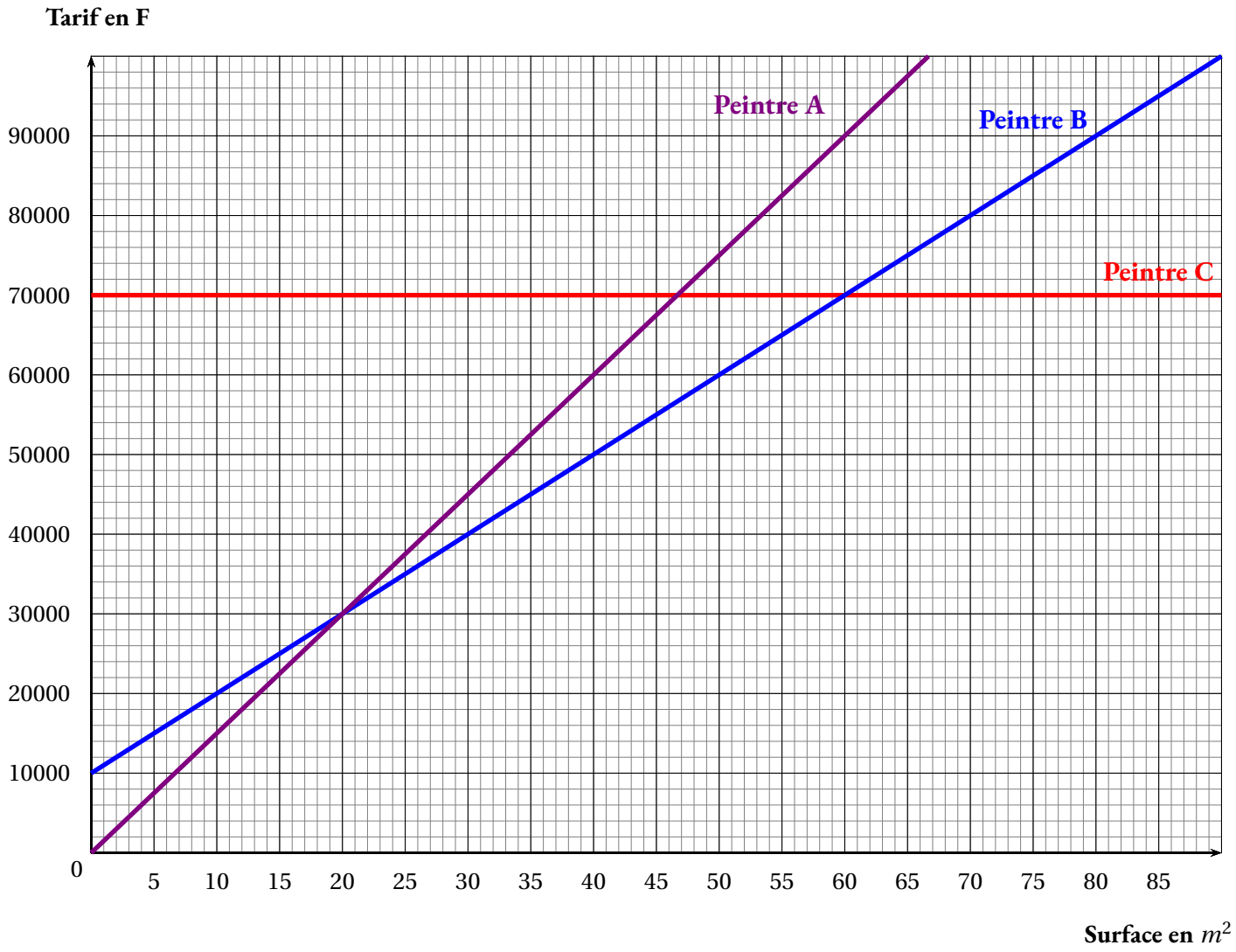
Voir annexe.

4.a. Résolvons :

$$\begin{aligned} 1\,500x &= 1\,000x + 10\,000 \\ 1\,500x - 1\,000x &= 1\,000x + 10\,000 - 1\,000x \\ 500x &= 10\,000 \\ x &= \frac{10\,000}{500} \\ x &= 20 \end{aligned}$$

4.b. $\boxed{\text{Les tarifs du } \textbf{Peintre A} \text{ et du } \textbf{Peintre B} \text{ sont égaux pour } 20\ m^2.}$

5. Le tarif du **Peintre B** est moins cher que celui du **Peintre A** à partir de 20 m^2.
Il est moins cher que celui du **Peintre C** jusque 60 m^2.



Exercice n° 7 — Combien de cheveux sur une tête ? *10 points*

Tâche complexe — Aire de la sphère — Périmètre du cercle

Un exercice original ! On avait pas encore pensé à calculer le nombre de cheveux sur une tête. Même si compter les cheveux sur un centimètre carré de cuir chevelu est un peu compliqué, voilà une jolie problèmatique.

1. Le périmètre d'un cercle mesure 56 cm. On sait qu'en fonction de son rayon R son périmètre vaut 2πR.

Il faut donc résoudre :

$$\begin{aligned} 2\pi R &= 56 \\ R &= \frac{56}{2\pi} \\ R &\approx 8,91 \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Le rayon d'un cercle dont le périmètre mesure 56 } cm \text{ vaut environ 9 } cm \text{ à l'unité près.}}$

2. L'aire de cette sphère mesure : $4\pi \times (9\ cm)^2 = 4\pi \times 81\ cm^2 = 324\pi\ cm^2$.

La moitié de cette surface représente $324\pi\ cm^2 \div 2 = 162\pi\ cm^2$.

Il y a 250 cheveux par centimètre carré.
Sur la tête on obtient $250 \times 162\pi = 40\,500\pi \approx 127\,235$

$\boxed{\text{Il y a environ 127 000 cheveux sur une tête.}}$

On pouvait traiter cet exercice en utilisant des valeurs approchées.
$162\pi\ cm^2 \approx 509\ cm^2$
Puis $250 \times 509 = 127\,250$
On n'est pas à un cheveu près !!

Exercice n° 8 — Dessiner des polygones avec Scratch

13 points

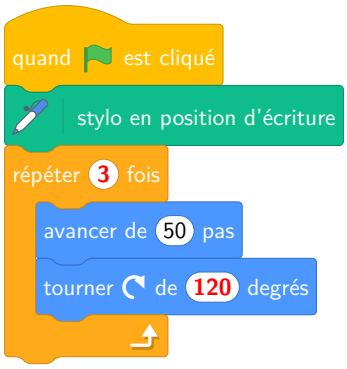
Scratch

Un exercice d'algorithmique intéressant. La dernière question n'est pas facile, elle demande une bonne capacité d'analyse même si les blocks fournis aident beaucoup à la résolution. La détermination de l'angle pour tracer le triangle équilatéral est aussi une source d'erreur.

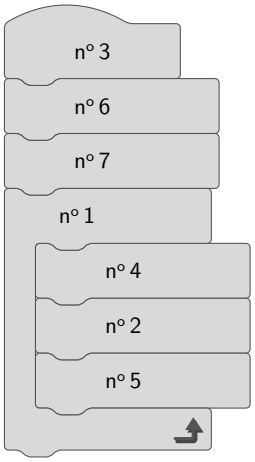
1. Dans la boucle répéter il est indiqué 6 fois. Une seule figure est constituée de 6 côtés.

Dessin n° 1

2. Les angles dans un triangle équilatéral mesure 60°. L'angle demandé est son complémentaire à 180° pour permettre au lutin de tourner.
$180° - 60° = 120°$



3. Voici l'algorithme attendu :



Annales 2020

Diplôme national du brevet
Session 2020

Mathématiques

Série générale

Nouvelle-Calédonie

20 mars 2020

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	16 points
Exercice n° 2	12 points
Exercice n° 3	16 points
Exercice n° 4	12 points
Exercice n° 5	12 points
Exercice n° 6	12 points
Exercice n° 7	10 points
Exercice n° 8	10 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Vraie ou Fausse *16 points*

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est VRAIE ou FAUSSE et justifier la réponse.

1. Données :
f est la fonction définie par $f(x) = 2(x-3)$.

Affirmation 1 : L'image de 5 par la fonction f est 4.

2. Données :
Le parc éolien de Prony est composé de 84 éoliennes. Chaque éolienne produit en moyenne 256 000 $Watts$.

Affirmation 2 : Le parc éolien produit au total environ 21,5 mégawatts en moyenne.

3. Données :

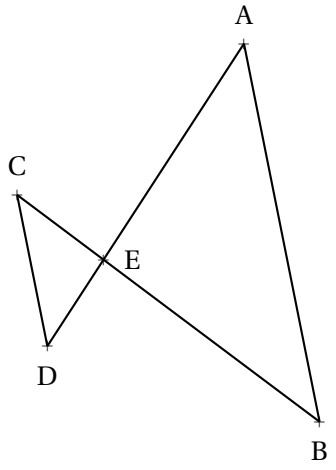
Sur la figure ci-contre, les droites (AD) et (CB) sont sécantes en E.
On a :

$$CE = 1,6\ cm$$

$$DE = 1,2\ cm$$

$$EA = 2,8\ cm$$

$$EB = 3,4\ cm$$

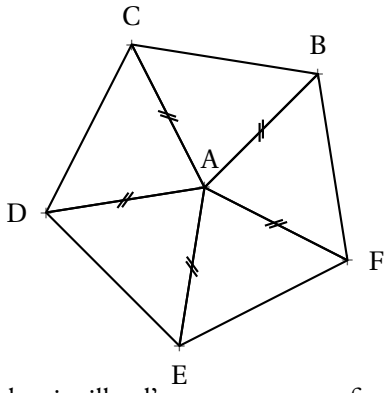


Affirmation 3 : Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

4. Données :

Le pentagone ci-dessous est composé de 5 triangles.
On sait que :

$$\widehat{CAB} = \widehat{BAF} = \widehat{FAE} = \widehat{EAD} = \widehat{DAC}$$

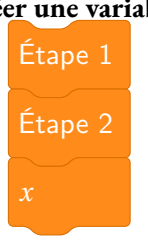


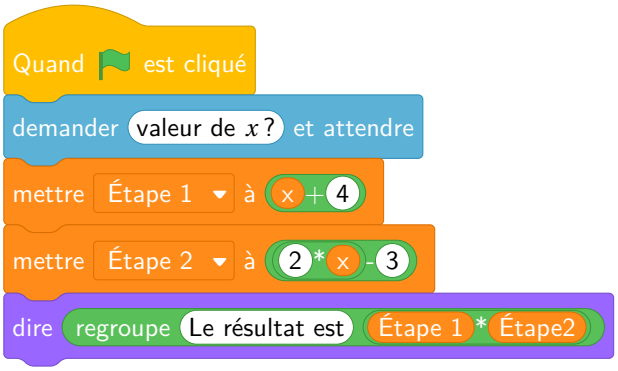
Affirmation 4 : La rotation de centre A d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre transforme C en D.

Exercice n° 2 — Un programme de calcul avec Scratch *12 points*

Laura a créé trois variables puis elle a réalisé le script ci-dessous.

Créer une variable





1. Vérifier que si la valeur de x est 5 alors le résultat est 63.

2. Quel résultat obtient-on si la valeur de x est -3 ?

3. Parmi les expressions suivantes, recopier celle qui correspond au programme de calcul donné par le script.

$$A = (x+4) \times (2x-3) \qquad B = x + 4 \times 2x - 3 \qquad C = x + 4 \times (2x-3)$$

4. Pour quelle(s) valeur(s) de x obtient-on un résultat égal à 0 ?

Exercice n° 3 — La masse des crevettes *16 points*

Un aquaculteur étudie l'évolution de la masse moyenne des crevettes dans un bassin. Il dispose de valeurs théoriques. On donne en annexe la représentation graphique de la masse moyenne théorique des crevettes (en grammes) en fonction du temps passé dans le bassin (en jours).

Répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique de l'annexe.

1.a. La masse moyenne théorique des crevettes est-elle proportionnelle au nombre de jours passés dans le bassin ? Justifier la réponse.

1.b. Au bout de 80 jours, quelle est la masse moyenne théorique des crevettes ?

1.c. La pêche dans un bassin peut être effectuée lorsque la masse moyenne des crevettes atteint 20 grammes.
Au bout de combien de jours peut-on envisager la pêche dans ce bassin ?

L'aquaculteur effectue régulièrement des relevés dans son bassin pour suivre son évolution.
Voici les résultats de ses derniers relevés :

Nombres de jours	120	145	175
Masse moyenne relevées en grammes	23	31	38

2.a. Placer les points A(120; 23), B(145; 31) et C(175; 38) sur le graphique de l'annexe.

2.b. Comparer les masses moyennes relevées par rapport aux masses moyennes théoriques.

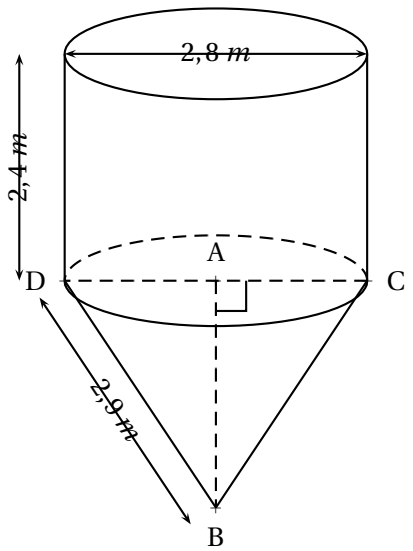
Exercice n° 4 — Les silos à granulés *12 points*

Les crevettes mangent des granulés qui sont stockés dans des réservoirs appelés silos.
Un silo est composé d'un cône de révolution surmonté d'un cylindre de même base de diamètre DC = $2,8\ m$.
La hauteur du cylindre est égale à $2,4\ m$.

Rappels :

$$\text{Volume du cylindre} = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$$

$$\text{Volume du cône} = \frac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$$



1. Calculer le volume du cylindre. Arrondir à l'unité.

2. Montrer que la hauteur AB du cône est environ de $2,5\ m$.

3. Calculer le volume du silo. Arrondir à l'unité.

4. L'aquaculteur commande 16 m^3 de granulés pour ses crevettes.

Voici les informations dont il dispose :

Informations sur les granulés

- Masse volumique : 750 kg/m^3 ;
- Prix au kilogramme : 160 F CFP.

Calculer le montant total (en F CFP) de la commande. Justifier la réponse.

Exercice n° 5 — Les bassins de crevettes *12 points*

L'image satellite, donnée en annexe, représente 6 bassins de forme rectangulaire.

1. À partir de cette image, estimer la longueur et la largeur (en m) d'un bassin.

2. On considère un bassin dont la surface mesure 4 500 m^2. Chaque bassin reçoit 2 larves de crevettes par mètre carré.

Calculer la quantité de larves de crevettes qu'il faut prévoir pour 6 bassins.

3. Toutes les larves de crevettes ne survivent pas lors du transfert en bassin. Il faut prévoir de commander 10 % de larves de crevettes supplémentaires pour 6 bassins.

Quelle quantité totale de larves de crevettes faut-il commander ?

Exercice n° 6 — La masse des crevettes *12 points*

Partie A :

Dans un bassin, l'aquaculteur relève la masse de 100 crevettes. Il a regroupé les résultats obtenus dans un tableur :

	A		B	C	D	E	F	G	H	I
1	Masse en grammes	18	19	21	23	25	26	28		
2	Effectif	7	12	19	25	14	13	10		

1. Dans la cellule I2 on saisit la formule = SOMME(B2 : H2). Quel nombre s'affiche dans cette cellule ?

On choisit au hasard une crevette. Toutes les crevettes ont la même probabilité d'être choisies.

2.a. Quelle est la probabilité que la masse de la crevette soit de 21 grammes ?
2.b. Quelle est la probabilité que la masse de la crevette soit supérieure ou égale à 25 grammes ?

Partie B :

Lors de la pêche, on relève la masse (en grammes) de quelques crevettes. Voici la série de valeurs obtenues :

20 — 18 — 17 — 28 — 28 — 22 — 24 — 24 — 22 — 24

1. Calculer la moyenne de cette série.

2. Calculer la médiane de cette série. Interpréter ce résultat.

Exercice n° 7 — La pente du bassin *10 points*

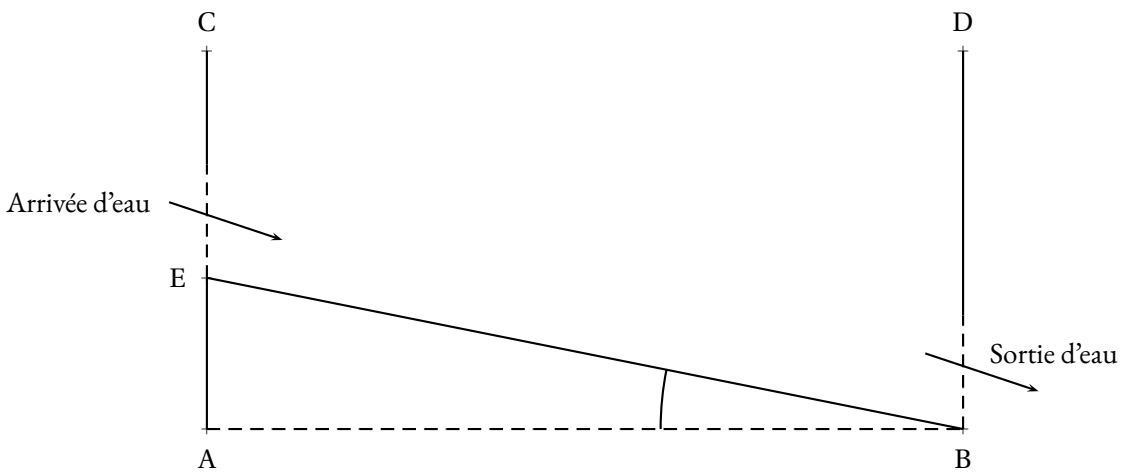
Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

On a schématisé, ci-dessous, un bassin d'aquaculture par une vue de côté.

Le fond du bassin représenté par le segment [EB] doit être en pente.
Le bassin est bien construit quand l'angle $\widehat{EBA}$ est compris entre $0,1°$ et $0,2°$.

Voici les mesures effectuées sur le bassin : CE = $2,8\ m$, BD = CA = $3,2\ m$ et AB = $150\ m$.

Ce bassin est-il bien construit ? Justifier la réponse.



La figure n'est pas à l'échelle

Exercice nº 8 — Dessiner les bassins avec Scratch *10 points*

On souhaite représenter 6 bassins rectangulaires à l'aide d'un logiciel de programmation comme sur la **Figure nº** 1 ci-dessous :

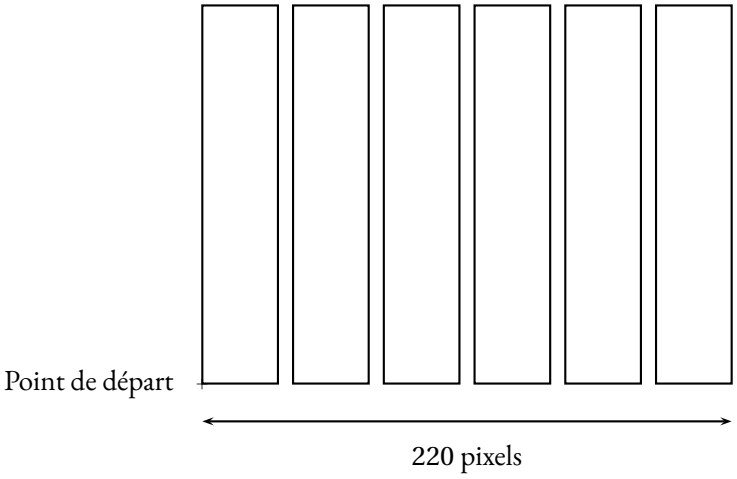
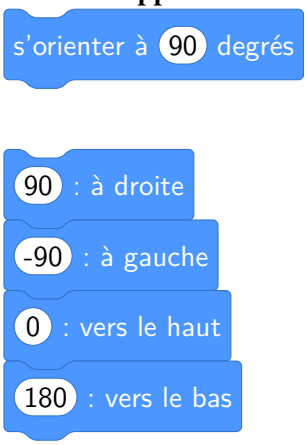


Figure nº 1

1. Compléter, en annexe, le script du bloc « bassin »pour qu'il permette de tracer un bassin rectangulaire de largeur 30 pixels et de longueur 150 pixels.

2. Le script ci-dessous doit permettre d'obtenir la **Figure nº 1**. Il utilise le bloc « bassin »de l'annexe.

Rappel :

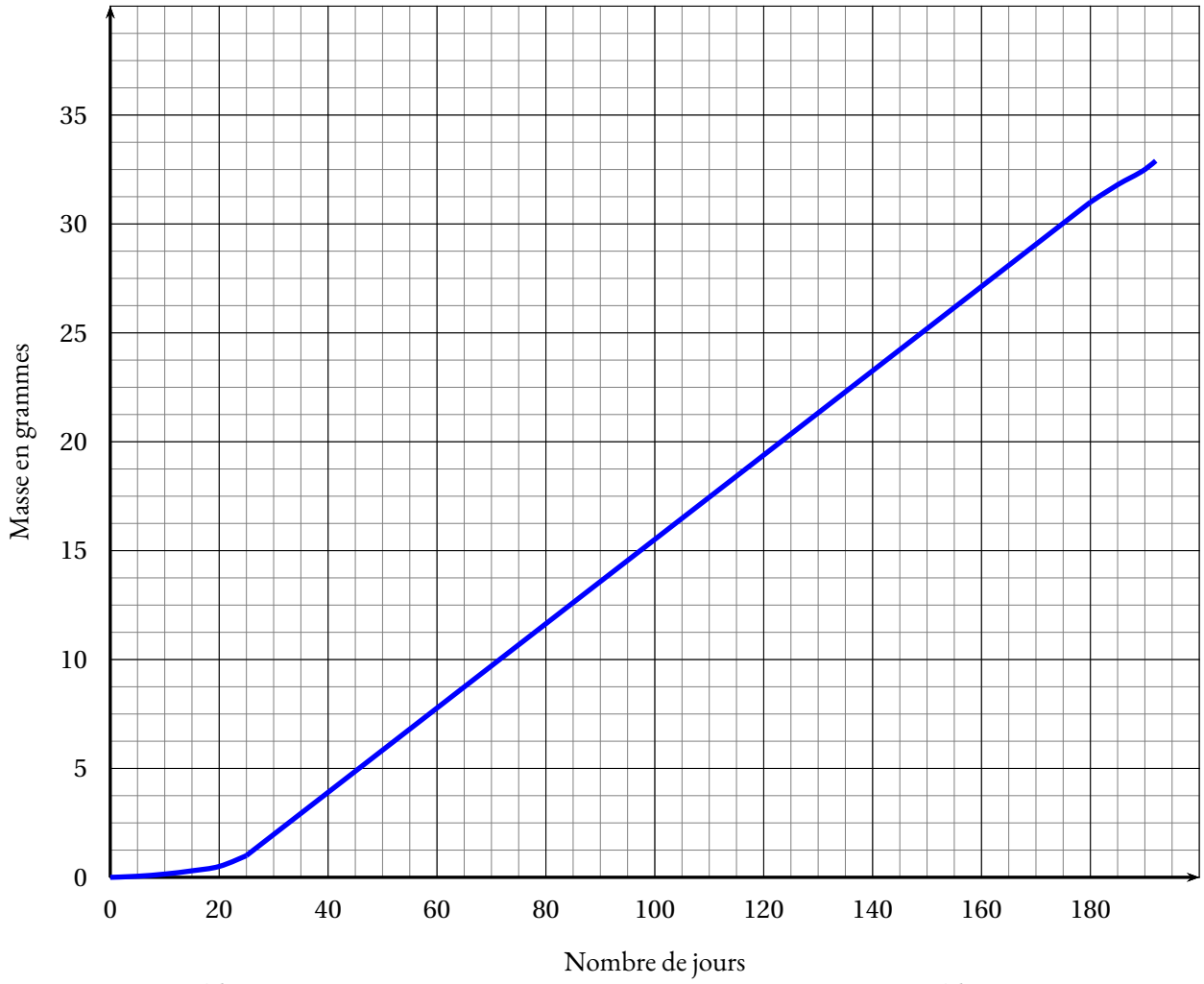


Sachant que la longueur totale de la **Figure nº 1** est de 220 pixels, quelle valeur doit être placée à la dernière ligne dans la consigne « avancer de » ? Justifier la réponse.

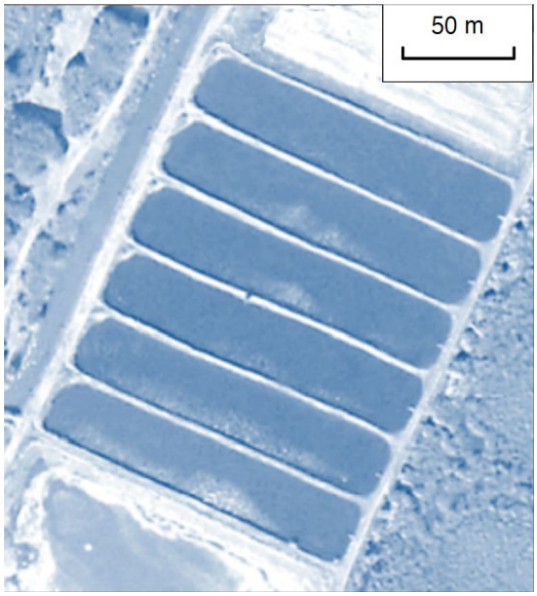
Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice 3



Exercice 5



Exercice 8

Brevet — 2020 — Nouvelle-Calédonie — Série générale

Correction

Exercice n° 1 — Vraie ou Fausse

16 points

Fonction — Grandeurs composées — Thalès — Polygone régulier — Rotation

1. $f(5) = 2(5-3) = 2 \times 2 = 4$

Affirmation n° 1 : VRAIE

2. $84 \times 256\,000$ W $= 21\,504\,000$ W
1 MW $= 1\,000$ kW $= 1\,000\,000$ W
Ainsi $21\,504\,000$ W $= 21\,504$ kW $= 21{,}504$ MW

Affirmation n° 2 : VRAIE

3. Comparons $\dfrac{\text{EC}}{\text{EB}}$ et $\dfrac{\text{ED}}{\text{EA}}$

$$\frac{\text{EC}}{\text{EB}} = \frac{1{,}6\ cm}{3{,}4\ cm} = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$$

$$\frac{\text{ED}}{\text{EA}} = \frac{1{,}2\ cm}{2{,}8\ cm} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$$

On peut comparer ces fractions en utilisant des valeurs approchées :

$$\frac{8}{17} \approx 0{,}47 \text{ et } \frac{3}{7} \approx 0{,}43$$

On peut aussi de manière plus experte utiliser l'égalité des produits en croix :
$17 \times 3 = 51$ et $8 \times 7 = 56$

Comme $\dfrac{\text{EC}}{\text{EB}} \neq \dfrac{\text{ED}}{\text{EA}}$ d'après **la contraposée du théorème de Thalès**, les droites (AB) et (CD) sont sécantes.

Affirmation n° 3 : FAUSSE

On pouvait aussi comparer $\dfrac{\text{EB}}{\text{EC}}$ et $\dfrac{\text{EA}}{\text{ED}}$, on obtient les fractions $\dfrac{17}{8}$ et $\dfrac{7}{3}$

4. BCDEF est un pentagone régulier.
On sait que $\widehat{\text{BAC}} = \widehat{\text{CAD}} = \widehat{\text{DAE}} = \widehat{\text{EAF}} = \widehat{\text{FAB}}$
On sait également que : $\widehat{\text{BAC}} + \widehat{\text{CAD}} + \widehat{\text{DAE}} + \widehat{\text{EAF}} + \widehat{\text{FAB}} = 360°$
Ainsi $5 \times \widehat{\text{CAD}} = 360°$ d'où $\widehat{\text{CAD}} = 360° \div 5 = 72°$.

Affirmation n° 4 : FAUSSE

Exercice n° 2 — Un programme de calcul avec Scratch *12 points*

Scratch — Programme de calcul — Calcul littéral — Équation produit

1. En partant de $x = 5$ on arrive à Étape $1 = 5 + 4 = 9$ puis Étape $2 = 2 \times 5 - 3 = 10 - 3 = 7$.
Enfin Étape $1 \times$ Étape $2 = 9 \times 7 = 63$

En partant de $x = 5$ on arrive bien à 63.

2. En partant de $x = -3$ on arrive à Étape $1 = -3 + 4 = 1$ puis Étape $2 = 2 \times (-3) - 3 = -6 - 3 = -9$.
Enfin Étape $1 \times$ Étape $2 = 1 \times (-9) = -9$

En partant de $x = -3$ on arrive bien à -9.

3. Il s'agit de l'expression A, $(x + 4) \times (2x - 3)$

4. Il faut résoudre :

$$(x + 4)(2x - 3) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} x + 4 &= 0 \\ x + 4 - 4 &= 0 - 4 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x - 3 &= 0 \\ 2x - 3 + 3 &= 0 + 3 \\ 2x &= 3 \\ x &= \frac{3}{2} \\ x &= 1,5 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $x = -4$ et $x = 1,5$

Pour $x = -4$ et $x = 1,5$ le programme de calcul donne un résultat égal à 0.

Exercice n° 3 — La masse des crevettes *16 points*

Lecture graphique — Proportionnalité

1.a. Une situation de proportionnalité se caractérise par une représentation graphique sous la forme d'une droite passant par l'origine du repère.
Or la représentation graphique donnée ici ne correspond pas à une droite, en particulier pour les abscisses inférieures à 20 et supérieures à 180.

Le nombre de crevettes n'est pas proportionnel aux nombres de jours.

Voir le graphique.

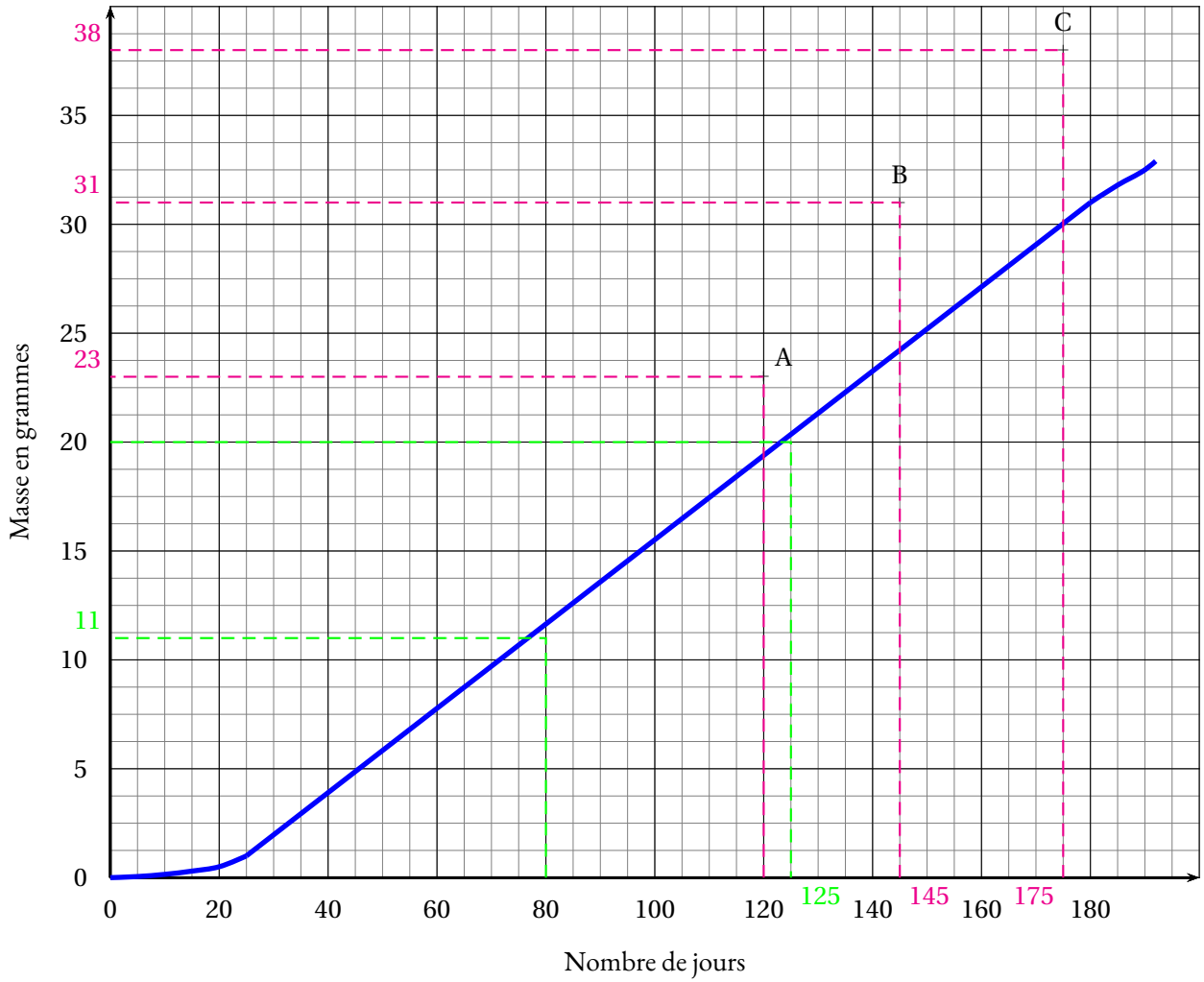
1.b. Au bout de 80 jours la masse moyenne est de 11 g.

1.c La masse moyenne de 20 g est obtenue à partir de 125 j.

2.a. Voir le graphique.

2.b On constate que les valeurs observées de cet aquaculteur sont largement supérieures aux valeurs théoriques attendues. C'est donc une très bonne nouvelle pour lui. Ses crevettes grossissent davantage que ne le prédisent les modèles théoriques.

Les moyennes relevées sont très supérieures aux moyennes théoriques.



Exercice n° 4 — Les silos à granulés

12 points

Volume cylindre — Volume du cône — Grandeurs composées — Tâche complexe

À compléter

1. Le cylindre a un diamètre de $2,8\ m$ donc un rayon qui mesure $2,8\ m \div 2 = 1,4\ m$.
Sa hauteur vaut $2,4\ m$.

On applique la formule pour le volume du cylindre : $\pi \times (1,4\ m)^2 \times 2,4\ m = 4,704\pi\ m^3 \approx 15\ m^3$.

Le cylindre a un volume d'environ $15\ m^3$.

2. On constate que la hauteur [AB] est perpendiculaire au disque de base du cône. Ainsi le triangle DAB est rectangle en A.
On sait que DA = $1,4\ m$ et que DB = $2,9\ m$.
Dans le triangle DAB rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AD^2 + AB^2 = DB^2$$

$$1,4^2 + AB^2 = 2,9^2$$
$$1,96 + AB^2 = 8,41$$
$$AB^2 = 8,41 - 1,96$$
$$AB^2 = 6,45$$
$$AB = \sqrt{6,45}$$
$$AB \approx 2,5$$

$\boxed{\text{La hauteur du cône mesure environ } 2,5\ m.}$

3. Calculons d'abord le volume du cône en appliquant la formule donnée en rappel.

$$\frac{\pi \times (1,4\ m)^2 \times 2,5\ m}{3} = \frac{4,9\pi}{3}\ m^3 \approx 5\ m^3$$

$\boxed{\text{Le volume du silo mesure environ : } 15\ m^3 + 5\ m^3 = 20\ m^3}$

4. L'information sur la masse volumique signifie qu'un mètre cube de granulés a une masse de 750 kg
L'aquaculteur commande 16 m^3 de granulés. Cela représente : $16 \times 750\ kg = 12\,000\ kg$.
Un kilogramme de granulés coûte 160 F CFP donc le prix payé est : $12\,000 \times 160$ F CFP $= 1\,920\,000$ F CFP.

$\boxed{\text{Le montant de la commande est } 1\,920\,000 \text{ F CFP.}}$

Pour information 1 € vaut 119,31 F CFP (Francs Pacifique).
La commande correspond donc $1\,920\,000 \div 119,31 \approx 16\,093$ € .

Exercice n° 5 — Les bassins de crevettes

12 points

Échelle — Pourcentages

À compléter

1. Cette question dépend de l'impression du sujet. Dans mon cas, la figure en annexe est conçue de telle manière que 50 m dans la réalité correspondent à 1,5 cm sur le sujet.
La longueur d'un bassin mesure environ 4,5 cm soit 3 fois l'échelle donnée.

$\boxed{\text{Dans la réalité le longueur du bassin est donc } 3 \times 50\ m = 150\ m.}$

La largeur d'un bassin mesure environ 1 cm soit $\frac{2}{3}$ de l'échelle donnée.

$\boxed{\text{Dans la réalité la largeur du bassin est donc } \frac{2}{3} \times 50\ m = \frac{100\ m}{3} \approx 33\ m.}$

2. On considère que le bassin mesure 4 500 m^2.
Notons au passage que $33\ m \times 150\ m = 4950\ m^2$: la largeur doit donc être 30 m !

Chaque bassin contient 2 larves de crevettes par mètre carré soit : $4\,500 \times 2 = 9\,000$ crevettes.
Il y a 6 bassins soit $6 \times 9\,000 = 54\,000$

$\boxed{\text{Il faut prévoir } 54\,000 \text{ crevettes pour l'ensemble des bassins.}}$

3. Il faut ajouter 10 % de crevettes.
Une méthode consiste à effectuer :

$$54\,000 \times \frac{10}{100} = 5\,400 \text{ puis } 54\,000 + 5\,400 = 59\,400$$

Une méthode plus experte consiste à multiplier par $1 + \frac{10}{100} = 1 + 0,10 = 1,10$.

$54\,000 \times 1,10 = 59\,400$

$\boxed{\text{Il faut commander } 59\,400 \text{ crevettes.}}$

Exercice n° 6 — La masse des crevettes

12 points

Tableur — Probabilités — Moyenne — Médiane

À compléter

1. Dans la cellule I2 s'affiche la somme de la ligne 2 soit :
$7 + 12 + 19 + 25 + 14 + 13 + 10 = 100$ soit l'effectif total.

$\boxed{\text{Dans la cellule I2 s'affiche l'effectif total 100.}}$

2. Nous sommes dans une **situation d'équiprobabilité** où toutes les issues possibles ont la même fréquence d'apparition.

2.a. Il y a 19 crevettes sur 100 qui ont une masse de 21 g.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est donc } \frac{19}{100} = 0,19 \text{ soit } 19\ \%.}$

2.b Il y a 14 crevettes qui pèsent 25 g, 13 qui pèsent 26 g et 10 qui pèsent 28 g soit $14 + 13 + 10 = 37$ crevettes.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est donc } \frac{37}{100} = 0,37 \text{ soit } 37\ \%.}$

Partie B :

1. Il faut calculer : $\frac{20 + 18 + 17 + 28 + 28 + 22 + 24 + 24 + 22 + 24}{10} = \frac{227}{10} = 22,7$.

$\boxed{\text{La masse moyenne d'une crevette est } 22,7\ g.}$

2. Il faut classer ces 10 masses dans l'ordre croissant. La médiane est une masse comprise entre la cinquième et sixième masse de cette série.
Voici le classement : 17 — 18 — 20 — 22 — 22 — Médiane — 24 — 24 — 24 — 28 — 28
Traditionnelement on choisit dans cette situation la moyenne de la cinquième et la sixième valeur.

$\frac{22 + 24}{2} = 23$

$\boxed{\text{La médiane de cette série statistique est } 23\ g.}$

$\boxed{\text{Cela signifie que la moitié des crevettes choisies ont une masse supérieure ou égale à } 23\ g.}$

Exercice n° 7 — La pente du bassin

10 points

Tâche complexe — Trigonométrie

On peut faire l'hypothèse que la paroi du bassin est verticale et que le sol du bassin est horizontal.
Par conséquent le triangle EAB est rectangle en A.

$\text{EA} = \text{CA} - \text{CE} = 3,2\ m - 2,8\ m = 0,4\ m$

$\text{AB} = 150\ m$

On peut donc calculer la tangente de l'angle $\widehat{\text{EBA}}$.

$$\tan\widehat{\text{EBA}} = \frac{\text{AE}}{\text{AB}} = \frac{0,4\ m}{150\ m} = \frac{1}{375}$$

À la calculatrice on arrive à $\widehat{\text{EBA}} \approx 0,15°$.

L'angle $\widehat{\text{EBA}}$ est conforme à l'encadrement attendu, le bassin est bien construit.

Exercice n° 8 — Dessiner les bassins avec Scratch

10 points

Scratch

1. Attention, le bloc « bassin »ne dessine qu'un seul rectangle.

2. La **Figure n° 1** est constituée de 6 rectangle de 30 pixels de large séparés par des espaces identiques.

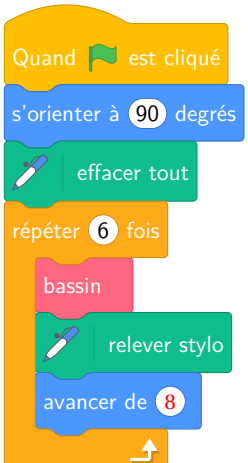
Il y a 5 espaces entre les 6 rectangles.

La longueur cumulée des rectangles est

6×30 pixels$= 180$ pixels.

Il reste donc 220 pixels-180 pixels$= 40$ pixels pour les 5 espaces.

40 pixels$\div 5 = 8$ pixels.



Diplôme national du brevet
Session 2020

Mathématiques

Série générale

Polynésie septembre

7 septembre 2020

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	22 points
Exercice n° 2	15 points
Exercice n° 3	26 points
Exercice n° 4	16 points
Exercice n° 5	21 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Six question indépendantes *22 points*

Dans cet exercice, toutes les questions sont indépendantes.

1. Quel nombre obtient-on avec le programme de calcul ci-contre, si l'on choisit comme nombre de départ -7 ?

Programme de calcul

- Choisir un nombre de départ.
- Ajouter 2 au nombre de départ.
- Élever au carré le résultat.

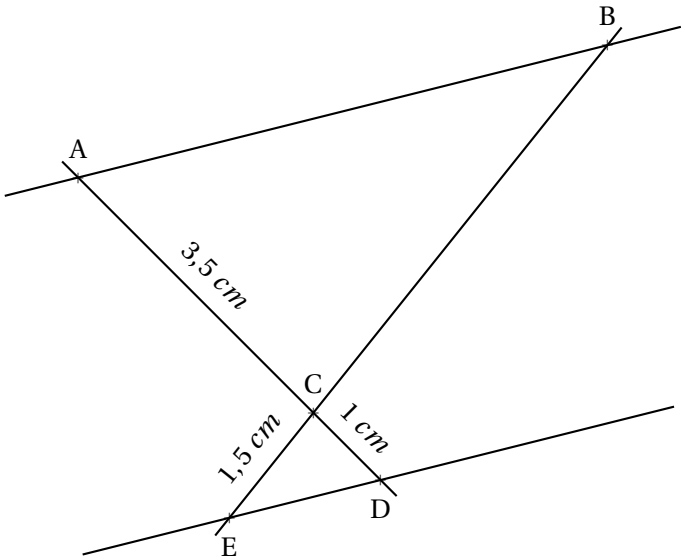
2. Développer et réduire l'expression $(2x-3)(4x+1)$.

3. Sur la figure ci-contre, qui n'est pas à l'échelle, les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Les points A, C et D sont alignés.

Les points B, C et E sont alignés.

Calculer la longueur CB.



4. Un article coûte 22 € . Son prix baisse de 15 %. Quel est son nouveau prix ?

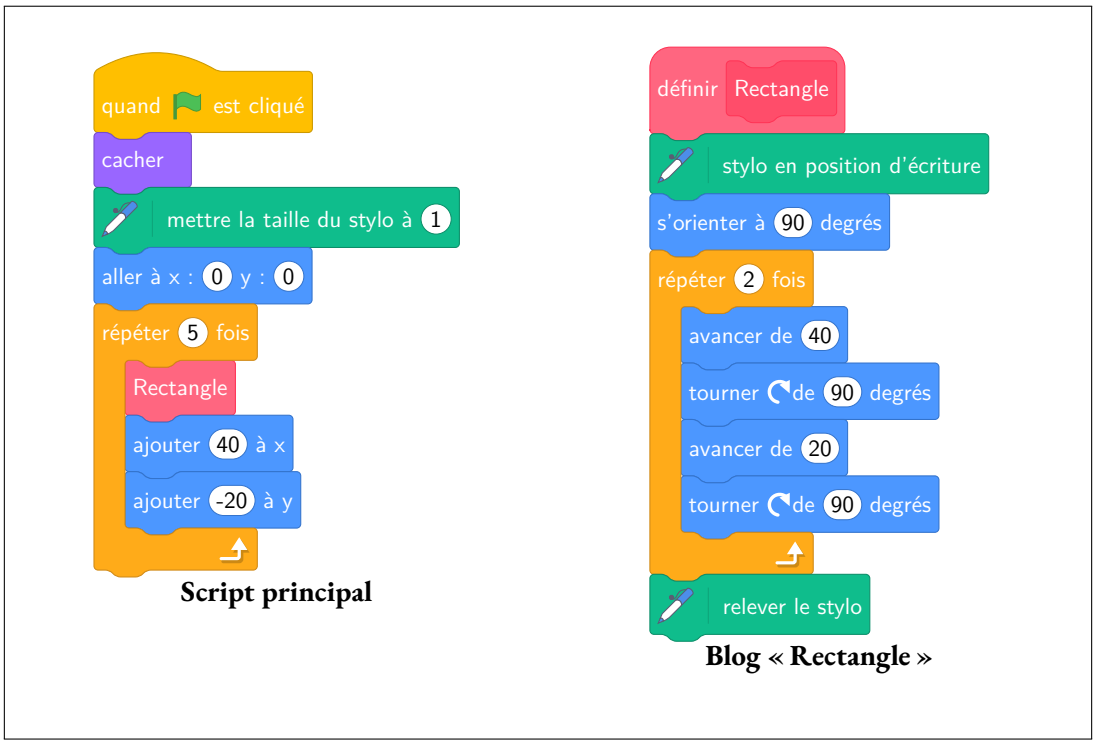
5. Les salaires mensuels des employés d'une entreprise sont présentés dans le tableau suivant.
Déterminer le salaire médian et l'étendue des salaires dans cette entreprise.

Salaire mensuel (en euro)	1300	1400	1500	1900	2000	2700	3500
Effectif	11	6	5	3	3	1	1

6. Quel est le plus grand nombre premier qui divise 41 895 ?

Exercice n° 2 — Une frise avec Scratch *15 points*

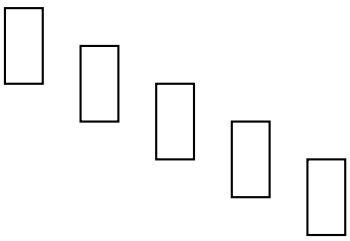
On souhaite réaliser une frise composée de rectangles.
Pour cela, on a écrit le programme ci-dessous :



On rappelle que l'instruction « s'orienter à 90 »consiste à s'orienter horizontalement vers la droite.

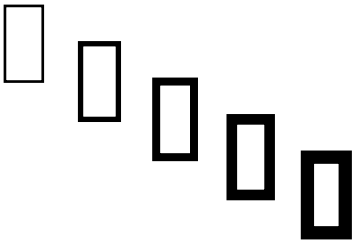
Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

1. Quelles sont les coordonnées du point de départ du tracé ?
2. Combien de rectangles sont dessinés par le script principal ?
3. Dessiner à main levée la figure obtenue avec le script principal.
4.a. Sans modifier le script principal, on a obtenu la figure ci-dessous composée de rectangles de longueur 40 pixels et de largeur 20 pixels.
Proposer une modification du bloc « Rectangle »permettant d'obtenir cette figure.



4.b. Où peut-on alors ajouter l'instruction 

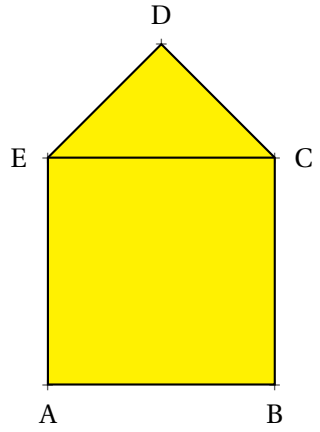
dans le script principal pour obtenir la figure ci-dessous ?



Exercice n° 3 — Les transformations d'une enveloppe

26 points

On considère le motif initial ci-contre.
Il est composé d'un carré ABCE de côté 5 cm et d'un triangle EDC, rectangle et isocèle en D.



Partie 1

1. Donner, sans justification, les mesures des angles $\widehat{DEC}$ et $\widehat{DCE}$.
2. Montrer que le côté [DE] mesure environ 3,5 cm au dixième de centimètre près.
3. Calculer l'aire du motif initial. Donner une valeur approchée au centimètre carré près.

Partie 2

On réalise un pavage du plan en partant du motif initial et en utilisant différentes transformations du plan.

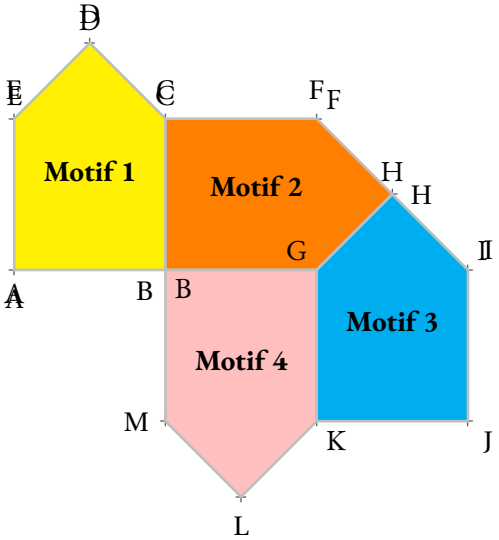
Dans chacun des quatre cas suivants, donner sans justifier une transformation du plan qui permet de passer :

a. Du motif 1 au motif 2.

b. Du motif 1 au motif 3.

c. Du motif 1 au motif 4.

d. Du motif 2 au motif 3.



Partie 3

Suite à un agrandissement de rapport $\frac{3}{2}$ de la taille du motif initial, on obtient un motif agrandi.

1. Construire en vraie grandeur le motif agrandi.
2. Par quel coefficient doit-on multiplier l'aire du motif initial pour obtenir l'aire du motif agrandi ?

Exercice n° 4 — Les bandes dessinées *16 points*

Jean possède 365 albums de bandes dessinées. Afin de trier les albums de sa collection, il les range par série et classe les séries en trois catégories : franco-belges, comics et mangas comme ci-dessous.

Séries franco-belges	Séries de comics	Séries de mangas
23 albums « Astérix »	35 albums « Batman »	85 albums « One-Piece »
22 albums « Tintin »	90 albums « Spider-Man »	65 albums « Naruto »
45 albums « Lucky-Luke »		

Il choisit au hasard un album parmi tous ceux de sa collection.

1.a. Quelle est la probabilité que l'album choisi soit un album « Lucky-Luke » ?

1.b. Quelle est la probabilité que l'album choisi soit un comics ?

1.c. Quelle est la probabilité que l'album choisi ne soit pas un manga ?

Tous les albums de chaque série sont numérotés dans l'ordre de sortie en librairie et chacune des séries est complète du numéro 1 au dernier numéro.

2.a. Quelle est la probabilité que l'album choisi porte le numéro 1 ?

2.b. Quelle est la probabilité que l'album choisi porte le numéro 40 ?

Exercice n° 5 — Camille et Claude font une randonnée *21 points*

On considère les fonctions f et g suivantes :

$$f : t \to 4t + 3 \text{ et } g : t \to 6t$$

Leurs représentations graphiques (d_1) et (d_2) sont tracées ci-dessous :

1. Associer chaque droite à la fonction qu'elle représente.

2. Résoudre par la méthode de votre choix l'équation $f(t) = g(t)$.

Camille et Claude décident de faire exactement la même randonnée mais Camille part 45 min avant Claude. On sait que Camille marche à la vitesse constante de 4 km/h et Claude marche à la vitesse constante de 6 km/h.

3. Au moment du départ de Claude, quelle est la distance déjà parcourue par Camille ?

On note t le temps écoulé, exprimé en heure, depuis le départ de Claude.
Ainsi $t = 0$ correspond au moment du départ de Claude.

4. Expliquer pourquoi la distance en kilomètre parcourue par Camille en fonction de t peut s'écrire $4t + 3$.

5. Déterminer le temps que mettra Claude pour rattraper Camille.

Brevet — 2020 — Polynésie septembre — Série générale

Correction

Exercice n° 1 — Six question indépendantes

22 points

Programme de calcul — Calcul littéral — Thalès — Pourcentage — Médiane — Arithmétique

1. On obtient $-7+2=-5$ puis $(-5)^2=25$. Ainsi $\boxed{\text{1. On obtient 25.}}$

2. $(2x-3)(4x+1)=8x^2+2x-12x-3$. Donc $\boxed{\text{2. } (2x-3)(4x+1)=8x^2-10x-3}$

3. Comme les droites (AB) et (ED) sont parallèles et comme les droites (AD) et (BE) sont sécantes en C.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{CA}}{\text{CD}}=\frac{\text{CB}}{\text{CE}}=\frac{\text{AB}}{\text{DE}}$$
$$\frac{3,5\ cm}{1\ cm}=\frac{\text{CB}}{1,5\ cm}$$

Donc $\text{CB}=\dfrac{1,5\ cm\times 3,5\ cm}{1\ cm}=5,25\ cm$. $\boxed{\text{CB}=5,25\ cm}$

4. $22\ € \times \dfrac{15}{100}=3,3\ €$. Le nouveau prix vaut $22\ € -3,3\ € = 18,7\ €$.

On peut aussi effectuer directement $22\ € \times (1-\dfrac{15}{100}) = 22\ € \times 0,85 = 18,7\ €$.

$\boxed{\text{4. } 18,70\ € .}$

5. $11+6+5+3+3+1+1=30$: l'effectif total est de 30 employés.
La médiane correspond donc à une valeur comprise entre la quinzième et seizième de la série classée dans l'ordre croissant.
Or $11+6=17$ donc 17 employés gagnent 1 300 € ou 1 400 €.

$\boxed{\text{5. La médiane est 1 400 € .}}$

6. Décomposons 41 895 en facteurs premiers.

41 895	3
13 965	3
4 655	5
931	7
133	133
1	

$\boxed{\text{6. Le nombre premier cherché est 133.}}$

Exercice n° 2 — Une frise avec Scratch

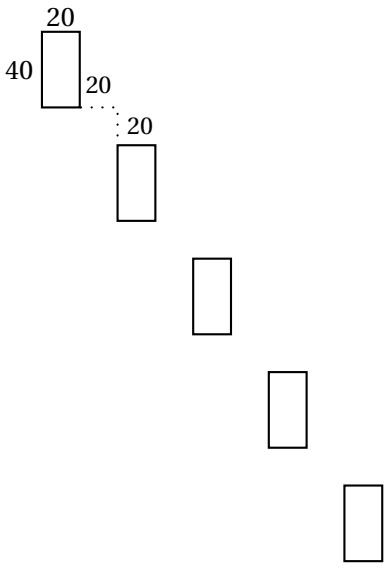
15 points

Scratch

1. Les coordonnées du point de départ sont $(0, 40)$

2. Le script principal dessine 5 rectangles.

3.



4.a Il faut terminer le rectangle en se positionnant au sommet en « haut à droite »du rectangle pour que le décalage de 40 horizontalement et 20 verticalement soit comme sur le dessin attendu. Dans le programme Rectangle, à la fin de la construction du rectangle le curseur est placé au somment en bas à gauche. Il faut donc « remonter »de 40 pixels pour obtenir le résultat.
Il faut donc ajouter à la fin du bloc « Répéter »et avant le bloc « relever le stylo », la commande suivante :

4.b Il semble que le premier rectangle soit un peu plus « épais »que sur le dessin précédent.
Il faut donc placer ce bloc dans la boucle « Répéter »juste avant le bloc « Rectangle ».

Exercice n° 3 — Les transformations d'une enveloppe

26 points

Théorème de Pythagore — Carré — Transformations — Agrandissement

Partie 1

1. Le triangle EDC est rectangle est isocèle en D. Cela signifie que l'angle $\widehat{EDC} = 90°$ et que $\widehat{DEC} = \widehat{ECD}$.
On sait que la somme des angles dans un triangle vaut 180°.
Ainsi $\widehat{EDC} + \widehat{DEC} + \widehat{DCE} = 180°$ d'où $90° + \widehat{DEC} + \widehat{DEC} = 180°$.
Donc $2 \times \widehat{DEC} = 90°$ et $\widehat{DEC} = 45°$.

$\boxed{\widehat{DEC} = 45° \text{ et } \widehat{CDE} = 45°}$

2. Dans le triangle DEC rectangle en D, on sait que DE = DC,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DE^2 + DC^2 = EC^2$$

$$DE^2 + DE^2 = 5^2$$

$$2 \times DE^2 = 25$$

$$DE^2 = 12,5$$

$$DE = \sqrt{12,5}$$

$$DE \approx 3,5$$

$\boxed{DE \approx 3,5\ cm \text{ au dixième de centimètre près.}}$

3. L'aire du motif est constituée de l'aire du carré et de l'aire du triangle rectangle.
L'aire du carré mesure : $5\ cm \times 5\ cm = 25\ cm^2$.

L'aire du triangle : $\dfrac{3,5\ cm \times 3,5\ cm}{2} \approx 6,1\ cm^2$

On peut aussi considérer que l'aire du triangle rectangle est exactement égale au quart de l'aire du carré soit $25\ cm^2 \div 4 = 6,25\ cm^2$

$\boxed{\text{L'aire du motif est donc } 25\ cm^2 + 6,25\ cm^2 = 31,25\ cm^2 \text{ soit } 31\ cm^2 \text{ à l'unité près.}}$

Partie 2

a. On passe du **Motif 1** au **Motif 2** par la rotation de centre B d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

b. On passe du **Motif 1** au **Motif 3** par la translation qui transforme D en H.

c. On passe du **Motif 1** au **Motif 4** par la symétrie centrale de centre B.

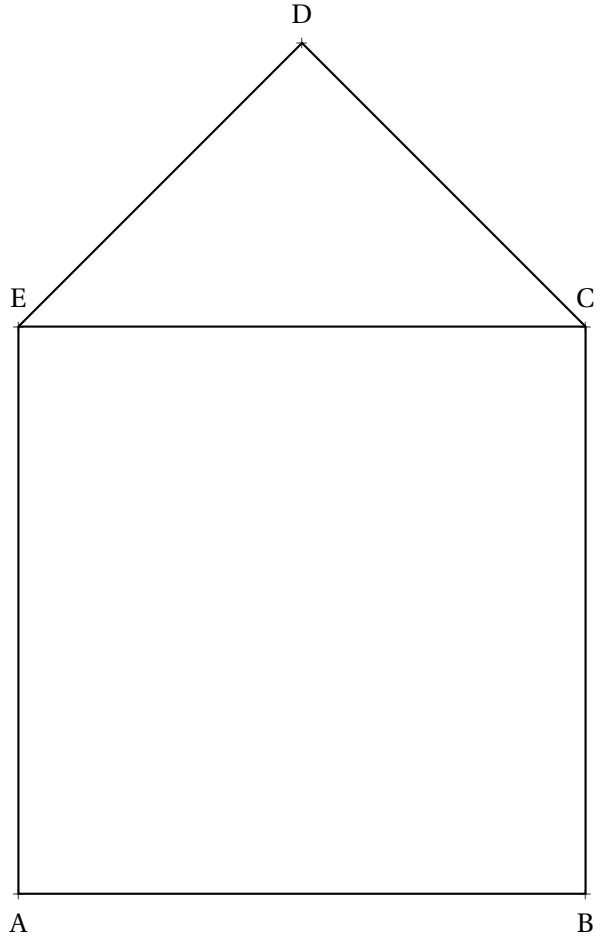
On peut aussi parler de la rotation de centre B et d'angle 180°.

d. On passe du **Motif 2** au **Motif 3** par la rotation de centre H d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Partie 3

1. On multiplie les mesures du motif par $\dfrac{3}{2} = 1,5$.

Comme $5\ cm \times 1,5 = 7,5\ cm$ il faut tracer un carré de $7,5\ cm$ de côté surmonté par un triangle rectangle isocèle.



2. On peut répondre en reprenant tous les calculs.
La figure agrandie est constituée d'un carré dont l'aire mesure $7,5\ cm \times 7,5\ cm = 56,25\ cm^2$ et d'un triangle rectangle dont l'aire correspond au quart de ce carré soit $56,25\ cm^2 \div 4 = 14,0625\ cm^2$.
La figure agrandie a donc une aire totale de $70,3125\ cm^2$.
La figure initiale a une aire de $31,25\ cm^2$.
Le coefficient multiplicateur est donc k tel que : $31,25\ cm^2 \times k = 70,3125\ cm^2$ soit $k = \dfrac{70,3125\ cm^2}{31,25\ cm^2} = 2,25$

On peut aussi utiliser le cours qui affirme que :
Si le longueur d'une figure sont multipliée par k alors sont aire est multipliée par k^2 et son volume par k^3.

Si les longueurs de la figure sont multipliées par $\dfrac{3}{2} = 1,5$ alors son aire est multipliée par $\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 = \dfrac{9}{4} = 2,25$

$\boxed{\text{Le coefficient cherché est } 2,25.}$

Exercice n° 4 — Les bandes dessinées *16 points*

Probabilités

On considère dans tout cet exercice que nous sommes dans **une situation d'équiprobabilité** où toutes les issues ont la même fréquence d'apparition.

Il y a 365 bandes dessinées dans la collection.

1.a Il y a 45 albums de « Lucky Luke ».

$$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{45}{365} = \frac{9}{73} \approx 0,123 \text{ soit environ } 12,3\ \%}$$

1.b Il y a $35 + 90 = 125$ comics dans la collection.

$$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{125}{365} = \frac{25}{73} \approx 0,342 \text{ soit environ } 34,2\ \%}$$

1.c Il y a $85 + 65 = 150$ mangas dans la collection et donc $365 - 150 = 215$ « non-mangas ».

$$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{215}{365} = \frac{43}{73} \approx 0,589 \text{ soit environ } 58,9\ \%}$$

On pouvait aussi calculer la probabilité de choisir un manga soit $\frac{150}{365} = \frac{30}{73}$.

On passe ensuite à la probabilité de l'événement contraire : $1 - \frac{30}{73} = \frac{43}{73}$

2.a Il y a 8 séries et donc 8 albums portant le numéro 1.

$$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{8}{365} \approx 0,022 \text{ soit environ } 2,2\ \%}.$$

2.b Parmi les 8 séries, 4 ont un numéro 40.

$$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{4}{365} \approx 0,011 \text{ soit environ } 1,1\ \%}.$$

Exercice n° 5 — Camille et Claude font une randonnée

21 points

Fonctions linéaires — Fonctions affines — Lecture graphique — Équation

1. La droite (d_1) passe par l'origine du repère. Elle représente donc une fonction linéaire : la fonction g.

(d_1) représente la fonction g et (d_2) la fonction f.

2. La résolution graphique de cette équation consiste à déterminer l'abscisse du point d'intersection des deux droites.
Cette méthode manque cependant de précision.
Les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes en un point dont l'abscisse est comprise entre $1,5$ et $1,6$.

Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned}
f(t) &= g(t) \\
4t+3 &= 6t \\
4t+3-3 &= 6t-3 \\
4t &= 6t-3 \\
4t-6t &= 6t-3-6t \\
-2t &= -3 \\
t &= \frac{-3}{-2} \\
t &= 1,5
\end{aligned}$$

$t = 1,5$ est la solution de l'équation $f(t) = g(t)$.

3. On se demande quelle distance a parcourue Camille en $45\ min$ à $4\ km/h$.
On sait que dans cette situation le temps et la distance sont des grandeurs proportionnelles.

Temps	$1\ h = 60\ min$	$45\ min$
Distance	$4\ km$	$\frac{4\ km \times 45\ min}{60\ min} = 3\ km$

Camille a parcouru $3\ km$ quand Claude commence la randonnée.

4. t le temps en heure depuis le départ de Claude.
Camille a déjà parcouru $3\ km$ quand Claude commence. Donc pour $t = 0$, la distance est égale à 3.
Camille parcoure $4\ km$ en $1\ h$ soit $4\ km$ toutes les heures.
Donc après t heures de marche, Claude a parcouru $4t$ kilomètres.
Il faut ajouter les $3\ km$ de décalage.

La distance parcourue par Camille est donc bien $4t+3$.

5. Ce temps correspond à l'égalité $f(t) = g(t)$. On a déjà résolu cette équation : $t = 1,5$.

Claude rattrape Camille en $1,5\ h = 1\ h\ 30\ min$.

Diplôme national du brevet
Session 2020

Mathématiques

Série générale

Amérique du Nord

9 septembre 2020

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

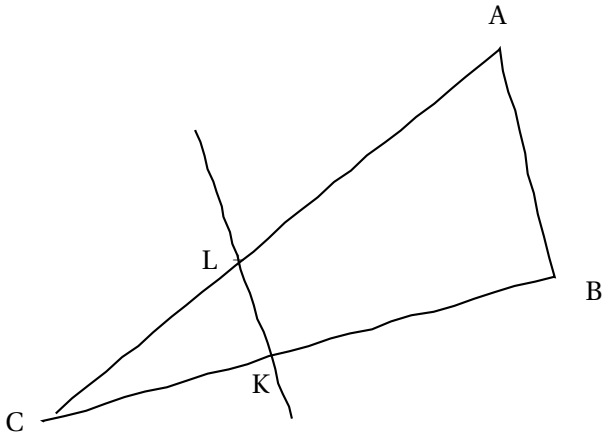
Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	15 points
Exercice n° 3	18 points
Exercice n° 4	24 points
Exercice n° 5	23 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Les bases de la géométrie *20 points*

La figure ci-contre est dessinées à main levée.
On donne les informations suivantes :



- ABC est un triangle tel que
  AC = $10,4\ cm$, AB = $4\ cm$ et BC = $9,6\ cm$;
- les points A, L et C sont alignés ;
- les points B, K et C sont alignés ;
- la droite (KL) est parallèle à la droite (AB) ;
- CK = $3\ cm$.

1. À l'aide des instruments de géométrie, construire la figure en vraie grandeur sur la copie en laissant les traits de construction apparents.

2. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

3. Calculer la longueur CL en cm.

4. À l'aide de la calculatrice, calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$, au degré près.

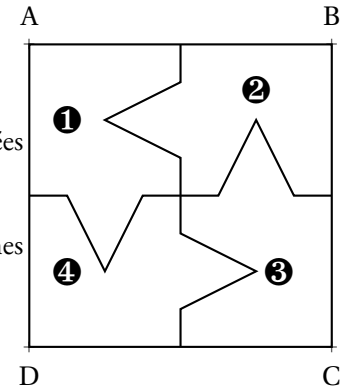
Exercice n° 2 — QCM à 5 questions *15 points*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chacune des cinq questions, quatre réponses sont proposées, une seule d'entre elle est exacte.
Pour chacune des cinq questions, indiquer la copie le numéro de la question et la réponse choisie.
On rappelle que toute réponse doit être justifiée.
Une réponse fausse ou une absence de réponse ne retire pas de point.

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1.	Si on multiplie la longueur de chaque arête d'un cube par 3, alors le volume du cube sera multiplié par :	3	9	12	27
2.	Lorsque $x = -4$ alors $x^2 + 3x + 4$ est égal à :	8	0	-24	-13
3.	$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$	$\frac{2}{7}$	0,583	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{7}$
4.	La notation scientifique de 1 500 000 000 est	15×10^{-8}	15×10^{8}	$1,5 \times 10^{-9}$	$1,5 \times 10^{9}$
5.	$(x-2) \times (x+2) =$	$x^2 - 4$	$x^2 + 4$	$2x - 4$	$2x$

Exercice n° 3 — La frise

18 points



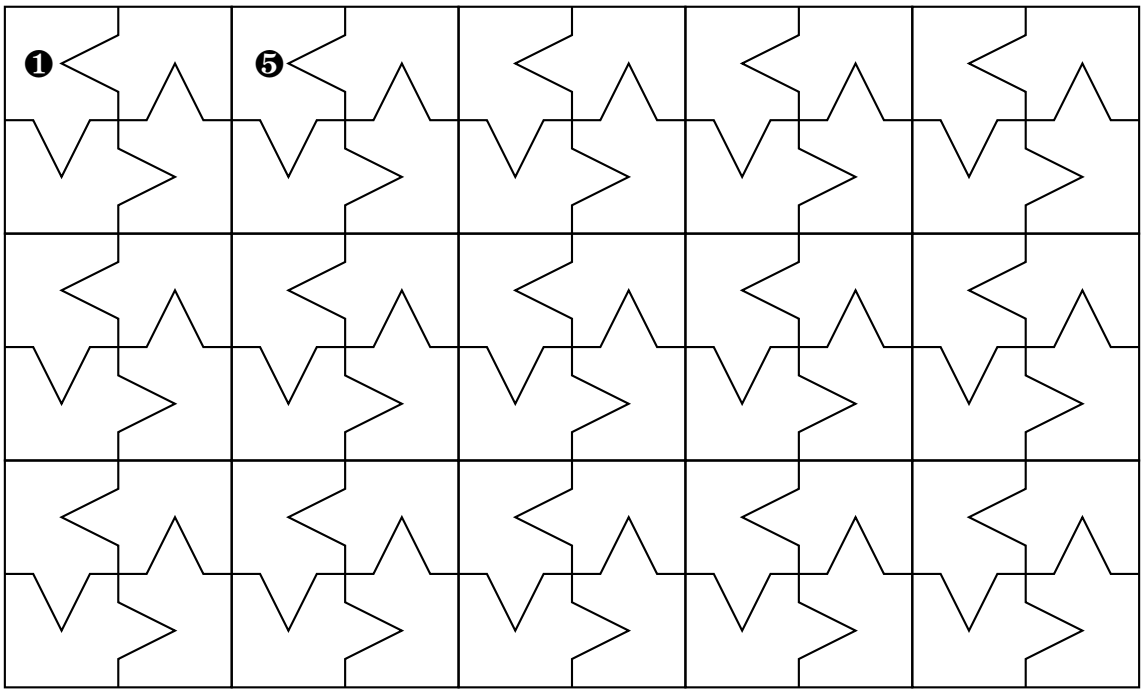
Dans cet exercice, le carré ABCD n'est pas représenté en vraie grandeur.
Aucune justification n'est attendue pour les questions **1.** et **2.**. On attend des réponses justifiées pour la question **3.**.

1. On considère le carré ABCD de centre O représenté ci-contre, partagé en quatre polygones superposables, numérotés ❶, ❷, ❸ et ❹.

1.a. Quelle est l'image du polygone ❶ par la symétrie centrale de centre O ?

1.b. Quelle est l'image du polygone ❹ par la rotation de centre O qui transforme le polygone ❶ en le polygone ❷ ?

2. La figure ci-dessous est une partie d'un pavage dont un motif de base est le carré ABCD de la question **1.**
Quelle transformation partant du polygone ❶ permet d'obtenir le polygone ❺ ?



3. On souhaite faire imprimer ces motifs sur un tissu rectangulaire de longueur 315 cm et de largeur 270 cm.
On souhaite que le tissu soit entièrement par les carrés identiques à ABCD, sans découpe et de sorte que les côtés du carré mesure un nombre entier de centimètres.

3.a. Montrer qu'on peut choisir des carrés de 9 cm de côté.

3.b. Dans ce cas, combien de carrés de 9 cm de côté seront imprimés sur le tissu ?

Exercice n° 4 — Médailles d'or en natation *24 points*

Voici la série des temps exprimés en secondes, et réalisé par des nageuses lors de la finale du 100 mètres féminin nage-libre lors des championnats d'Europe de natation en 2018 :

53,23	54,04	53,61	54,52	53,35	52,93	54,56	54,07

1. La nageuse française, Charlotte BONNET, est arrivée troisième à cette finale.
Quel est le temps exprimé en secondes, de cette nageuse ?

2. Quelle est la vitesse moyenne, exprimée en m/s, de la nageuse ayant parcouru les 100 mètres en $52,93\ s$?
Arrondir au dixième près.

3. Comparer moyenne et médiane des temps de cette série.

Sur une feuille de calcul, on a reporté le classement des dix premiers pays selon le nombre de médailles d'or lors de ces championnats d'Europe de natation, toutes disciplines confondues :

	A	B	C	D	E	F
1	Rang	Nation	Or	Argent	Bronze	Total
2	1	Russie	23	15	9	47
3	2	Grande-Bretagne	13	12	9	34
4	3	Italie	8	12	19	39
5	4	Hongrie	6	4	2	12
6	5	Ukraine	5	6	2	13
7	6	Pays-Bas	5	5	2	12
8	7	France	4	2	6	12
9	8	Suède	4	0	0	4
10	9	Allemagne	3	6	10	19
11	10	Suisse	1	0	1	2

4. Est-il vrai qu'à elle deux, la Grande-Bretagne et l'Italie ont obtenu autant de médailles d'or que la Russie ?

5. Est-il vrai que plus de 35 % des médailles remportées par la France sont des médailles d'or ?

6. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule **F2** de cete feuille de calcul, avant qu'elle soit étirée vers le bas jusqu'à la cellule **F11** ?

Exercice n° 5 — Les boules bleues et rouges *23 points*

On dispose de deux urnes :

— une urne bleue contenant trois boules bleues numérotées ②, ③ et ④ ;

— une urne rouge contenant quatre boules rouges numérotées ②, ③, ④ et ⑤.

Dans chaque urne, les boules sont indiscernables au toucher et ont la même probabilité d'être tirée.

On s'intéresse à l'expérience aléatoire suivante :

« On tire au hasard une boule bleue, on note son numéro, puis on tire au hasard une boule rouge et on note son numéro. »

Exemple : si on tire la boule bleue numérotée ③ puis la boule rouge numérotée ④, le tirage obtenu sera noté (3;4).

On précise que le tirage (3;4) est différent du tirage (4;3).

1. On définit les deux événements suivants :

« On obtient deux nombres premiers. »et « La somme des deux nombres est égale à 12. »

1.a. Pour chacun des deux événements précédents dire s'il est possible ou impossible lorsqu'on effectue l'expérience aléatoire.

1.b. Déterminer la probabilité de l'événement « On obtient deux nombres premiers. »

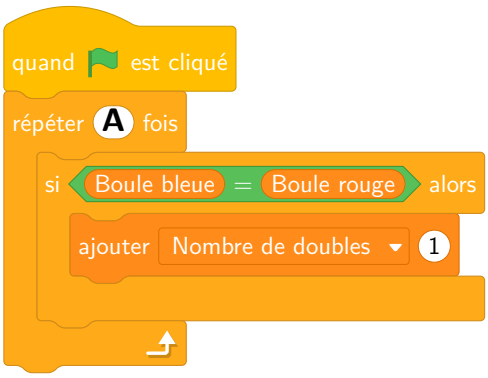
2. On obtient un « double »lorsque les deux boules tirées portent le même numéro.

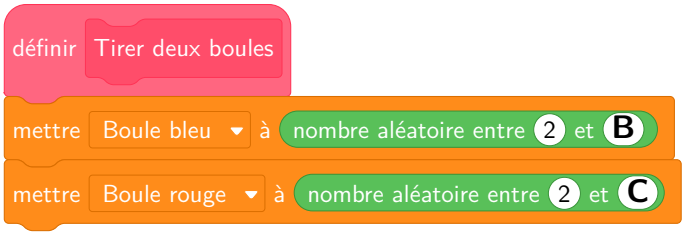
Justifier que la probabilité d'obtenir « un double »lors de cette expérience est $\frac{1}{4}$.

3. Dans cette question aucune justification n'est attendue.

On souhaite simuler cette expérience 1 000 fois.

Pour cela on a commencé à écrire un programme, à ce stade, encore incomplet. Voici des copies d'écran :





Dans le script ci-dessus, Boule bleue, Boule rouge et Nombre de doubles sont des variables.

Le block Tirer deux boules est à insérer dans le script principal.

3.a. Pour quels nombres faut-il remplacer les lettres **A**, **B** et **C**

3.b. Dans le script principal, indiquer où placer le block Tirer deux boules.

3.c. Dans le script principal , indiquer où placer l'élément mettre Nombre de doubles à 0.

3.d. On souhaite obtenir la fréquence d'apparition du nombre de « doubles »obtenus.

Parmi les instructions ci-dessous, laquelle faut-il placer à la fin du script principal après la boucle « répéter » ?

Proposition ①

Proposition ②

Proposition ③

Brevet — 2020 — Amérique du Nord — Série générale

Correction

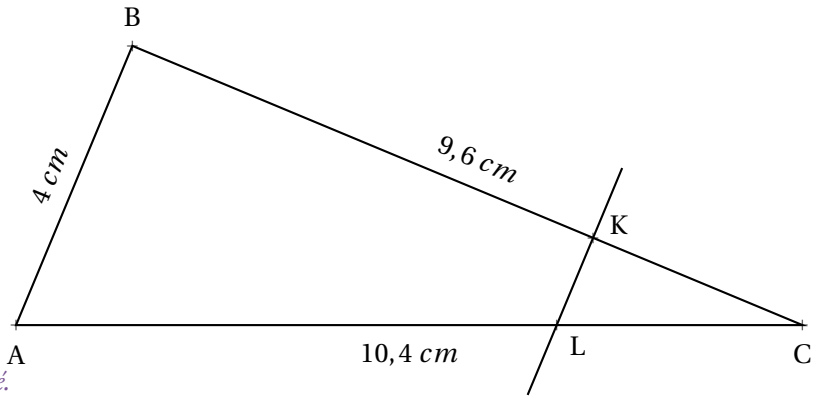
Un sujet avec seulement cinq exercices. Une frise impressionnante. Du tableur, un QCM et Scratch.

Exercice n° 1 — Les bases de la géométrie *20 points*

Construction — Réciproque du théorème de Pythagore — Thalès — Trigonométrie

Un exercice particulièrement classique.

1.



2. *Le côté AC est le plus long côté.*
Comparons $BC^2 + BA^2$ et AC^2 :

$BC^2 + BA^2$	AC^2
$9,6^2 + 4^2$	$10,4^2$
$92,16 + 16$	
$108,16$	$108,16$

Comme $BC^2 + BA^2 = AC^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle ABC est rectangle en B}}$.

3. Les droites (LA) et (KB) sont sécantes en C, les droites (LK) et (AB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{CK}{CB} = \frac{CL}{CA} = \frac{KL}{BA}$$

$$\frac{3\ cm}{9,6\ cm} = \frac{CL}{10,4\ cm} = \frac{KL}{4\ cm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$CL = \dfrac{10,4\ cm \times 3\ cm}{9,6\ cm}$ d'où $CL = \dfrac{31,2\ cm^2}{9,6\ cm}$ et $CL = 3,25\ cm$

$\boxed{CL = 3,25\ cm}$

4. Dans le triangle CAB rectangle en B,

$\cos\widehat{CAB} = \dfrac{BA}{AC}$ donc $\cos\widehat{CAB} = \dfrac{4\ cm}{10,4\ cm} = \dfrac{5}{13}$

À la calculatrice on arrive à $\boxed{\widehat{CAB} \approx 67° \text{ au degré près.}}$

On pouvait aussi utiliser le sinus de l'angle :

$$\sin\widehat{CAB} = \frac{BC}{AC} \; donc \; \sin\widehat{CAB} = \frac{9,6\ cm}{10,4\ cm} = \frac{12}{13}$$

Ou la tangente :

$$\tan\widehat{CAB} = \frac{BC}{BA} \; donc \; \cos\widehat{CAB} = \frac{9.6\ cm}{4\ cm} = 2,4$$

Exercice n° 2 — QCM à 5 questions *15 points*

Agrandissement — Calcul littéral — Substitution — Fractions — Écriture scientifique

Un QCM sans originalité particulière.

1. On sait que « quand on multiplie les longueurs d'une figure de géométrie par une nombre k, les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3 ».

Comme $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$, Réponse D.

2. Remplaçons x par -4 dans l'expression $x^2 + 3x + 4$, on obtient :
$(-4)^2 + 3 \times (-4) + 4 = 16 - 12 + 4 = 8$

Réponse A

Il ne faut pas se tromper sur le signe d'un carré, en particulier pour les nombres négatifs ! $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$.

3. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$.

Réponse C

4. La notation scientifique de 1 500 000 000 est $1,5 \times 10^9$.

Réponse D

5. Développons $(x-2)(x+2) = x^2 + 2x - 2x - 4 = x^2 - 4$.

Réponse A

Exercice n° 3 — La frise *18 points*

Transformations du plan — Rotation — Symétrie centrale — Translation — Arithmétique

Un exercice assez simple qui mélange transformations du plan et arithmétique.

1.a. L'image du polygone ❶ par la symétrie de centre O est le polygone ❸

1.b. L'image du polygone ❹ par la rotation ce centre O qui transforme ❶ en ❷ est ❶

2. C'est la translation qui transforme A en B

3.a. Comme $315\ cm = 9\ cm \times 35$ et que $270\ cm = 9\ cm \times 30\ cm$, On peut choisir des carrés de $9\ cm$ de côté.

3.b. On va pouvoir en imprimer 35 sur la longueur et 30 sur la largeur soit 35 colonnes et 30à lignes.

On va imprimer $35 \times 30 = 1\,050$ motifs.

Exercice n° 4 — Médailles d'or en natation

24 points

Statistiques — Vitesse — Tableur

Un exercice de statistiques avec un tableur. La médiane est sur un nombre pair de valeurs.

1. Il faut classer ces nageuses dans l'ordre croissant de leurs temps :

$$52,92\ s\ ;\quad 53,23\ s\ ;\quad 53,35\ s\ ;\quad 53,61\ s\ ;\quad 54,04\ s\ ;\quad 54,07\ s\ ;\quad 54,52\ s\ ;\quad 54,56\ s$$

Charlotte BONNET a nagé en $53,35\ s$

2. Cette nageuse a parcouru $100\ m$ en $52,93\ s$.
Comme $100\ m \div 52,93 \approx 1,9\ m$.

On peut aussi utiliser un tableau de proportionnalité :

Distance	$100\ m$	$\dfrac{1\ s \times 100\ m}{52,93\ s} \approx 1,9\ m$
Temps	$52,93\ s$	$1\ s$

La vitesse de cette nageuse est $1,9\ m/s$

3. Il y a 8 valeurs dans cette série. La médiane est donc la moyenne du quatrième et du cinquième temps.
La quatrième temps est $53,61\ s$, le cinquième temps est $54,04\ s$.

La moyenne des deux est : $\dfrac{53,61\ s + 54,04\ s}{2} = 53,825\ s$.

La médiane de cette série statistique est $53,825\ s$.

La moyenne de la série est : $\dfrac{52,92\ s + 53,23\ s + 53,35\ s + 53,61\ s + 54,04\ s + 54,07\ s + 54,52\ s + 54,56\ s}{8} = 53,7875\ s$

La moyenne, $53,7875\ s$ et la médiane $53,825\ s$ sont très proches ce qui indiquent que les valeurs sont bien réparties !

4. La Grande-Bretagne a gagné 13 médailles d'or. L'Italie en a gagné 8 et la Russie 23.

Comme $13 + 8 = 21$ l'affirmation est vraie.

5. La France a gagné 12 médailles dont 4 en or.

$\dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3} \approx 0,33$ et $0,33 = \dfrac{33}{100}$.

C'est faux ! Moins de 35 % des médailles françaises sont en or.

6. **=C2+D2+E2** ou **=SOMME(C2:E2)**

Exercice n° 5 — Les boules bleues et rouges *23 points*

Probabilités — Scratch

1.a. Pour les boules bleues, les numéro 2 et 3 correspondent à des nombres premiers.
Pour les boules rouges, les numéros 2, 3 et 5 sont aussi des nombres premiers.

L'événement « On obtient deux nombres premiers »est possible.

Les boules ayant les numéros les plus élévés, le 4 pour les bleues et le 5 pour les rouges donnent une somme de 9.

L'événement « la somme des deux nombres est égale à 12 »est impossible.

1.b. Il s'agit d'une expérience aléatoire à deux épreuves où les issues sont équiprobables. On peut les représenter dans un tableau.

Boules bleues \ Boules rouges	②	③	④	⑤
②	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)
③	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)
④	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)

Il y a 12 issues possibles. Parmi celles-ci seules 6 sont favorables.

La probabilité cherchée est $\frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0,5$ soit 50 %

2. En observant le tableau précédent on constate qu'il y a 3 doubles : (2,2), (3,3) et (4,4).

La probabilité cherchée est $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

3.a. A = 1 000, B = 4 et C = 5

3.b. Il faut placer le bloc au début de la boucle répéter.

3.c. Il faut placer le bloc juste après le bloc quand le drapeau vert est cliqué.

3.d. Proposition ②

Diplôme national du brevet
Session 2020

Mathématiques

Série générale

France septembre

14 septembre 2020

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	20 points
Exercice n° 3	23 points
Exercice n° 4	23 points
Exercice n° 5	14 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Un QCM à cinq questions *20 points*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Sur la copie, indiquer le numéro de la question et recopier, sans justifier, la réponse choisie.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. On donne la série de nombres suivante : 10 ; 6 ; 2 ; 14 ; 25 ; 12 ; 22. La médiane est :	12	13	14
2. Un sac opaque contient 50 billes bleues, 45 rouges, 45 vertes et 60 jaunes. Les billes sont indiscernables au toucher. On tire une bille au hasard dans ce sac La probabilité que cette bille soit jaune est :	60	0,3	$\frac{1}{60}$
3. La décomposition en facteurs premiers de 2 020 est :	$2 \times 10 \times 101$	$5 \times 5 \times 101$	$2 \times 2 \times 5 \times 101$
4. La formule qui permet de calculer le volume d'une boule de rayon R est :	$2\pi R$	πR^2	$\frac{4}{3}\pi R^3$
5. Une homothétie de centre A et de rapport -2 est une transformation qui :	agrandit les longueurs	réduit les longueurs	conserve les longueurs

Exercice n° 2 — Un programme de calcul *20 points*

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre ;
- Ajouter 7 à ce nombre ;
- Soustraire 7 au nombre choisi au départ ;
- Multiplier les deux résultats précédents ;
- Ajouter 50.

1. Montrer que si le nombre choisi au départ est 2, alors le résultat obtenu est 5.

2. Quel est le résultat obtenu avec ce programme si le nombre choisi au départ est -10 ?

3. Un élève s'aperçoit qu'en calculant le double de 2 et en ajoutant 1, il obtient 5, le même résultat que celui qu'il a obtenu à la question 1.
Il pense alors que le programme de calcul revient à calculer le double du nombre de départ et à ajouter 1.
A-t-il raison ?

4. Si x désigne le nombre choisi au départ, montrer que le résultat du programme de calcul est $x^2 + 1$.

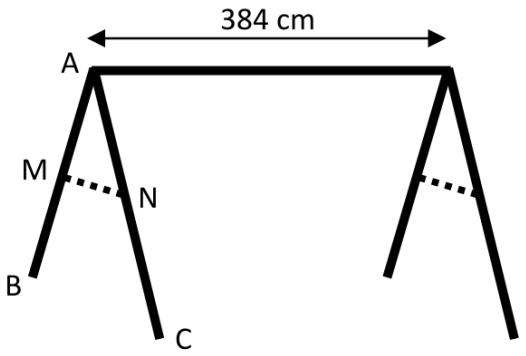
5.. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ du programme de calcul pour obtenir 17 comme résultat ?

Exercice n° 3 — Le portique de balançoires *23 points*

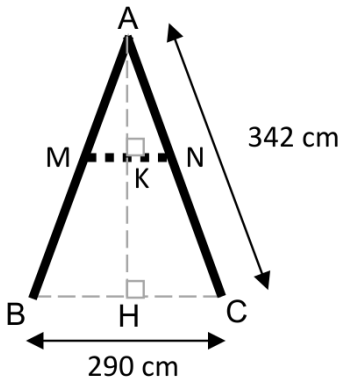
Une entreprise fabrique des portiques pour installer des balançoires sur des aires de jeux.

Document 1 : croquis d'un portique

Vue d'ensemble



Vue de côté



——— : poutres en bois de diamètre 100 mm

• • • • • • : barres de maintien latérales en bois.

ABC est un triangle isocèle en A.
H est le milieu de [BC]
(MN) est parallèle à (BC).

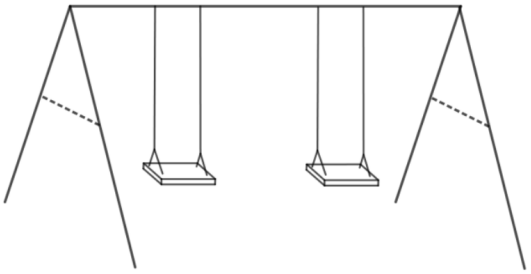
Document 2 : coût du matériel.

Poutres en bois de diamètre 100 mm :

- Longueur 4 m : 12,99 € l'unité;
- Longueur 3,5 m : 11,75 € l'unité;
- Longueur 3 m : 10,25 € l'unité.

Barres de maintien latérales en bois :

- Longueur 3 m : 6,99 € l'unité;
- Longueur 2 m : 4,75 € l'unité;
- Longueur 1,5 m : 3,89 € l'unité.



Ensemble des fixations nécessaires pour un portique : 80 €.
Ensemble de deux balançoires pour un portique : 50 €.

1. Déterminer la hauteur AH du portique, arrondie au cm près.

2. Les barres de maintien doivent être fixées à 165 cm du sommet (AN = 165 cm).
Montrer que la longueur MN de chaque barre de maintien est d'environ 140 cm.

3. Montrer que le coût minimal d'un tel portique équipé de balançoires s'élève à 196,98 €.

4. L'entreprise veut vendre ce portique équipé 20 % plus cher que son coût minimal.
Déterminer ce prix de vente arrondi au centime près.

5. Pour des raisons de sécurité, l'angle $\widehat{BAC}$ doit être compris entre 45° et 55°.
Ce portique respecte-t-il cette condition ?

Exercice n° 4 — Le centre de loisirs *23 points*

Une association propose diverses activités pour occuper les enfants pendant les vacances scolaires.

Plusieurs tarifs sont proposés :

— Tarif A : 8 € par demi-journée ;

— Tarif B : une adhésion de 30 € donnant droit à un tarif préférentiel de 5 € par demi-journée

Un fichier sur tableur a été préparé pour calculer le coût à payer en fonction du nombre de demi-journées d'activités pour chacun des tarifs proposés :

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de demi-journées 1	2	3	4	5	
2	Tarif A 8	16				
3	Tarif B 35	40				

Les questions 1, 2, 4 et 5 ne nécessitent pas de justification.

1. Compléter ce tableau sur l'annexe 1 (page 7/7).

2. Retrouver parmi les réponses suivantes la formule qui a été saisie dans la cellule B3 avant de l'étirer vers la droite :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D	Réponse E
=8*B1	=30*B1+5	=5*B1+30*B1	=30+5*B1	=35

3. On considère les fonctions f et g qui donnent les tarifs à payer en fonction du nombre x de demi-journées d'activités.

— Tarif A : $f(x) = 8x$

— Tarif B : $g(x) = 30 + 5x$

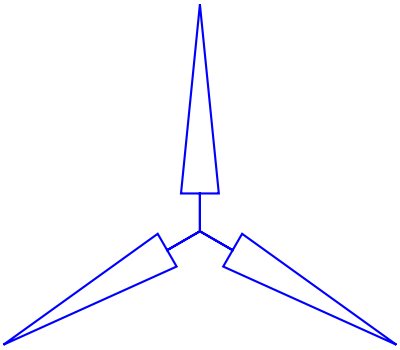
Parmi ces fonctions, quelle est celle qui traduit une situation de proportionnalité ?

4. Sur le graphique de l'annexe 2 (page 7/7), on a représenté la fonction g.
Représenter sur ce même graphique la fonction f .

5. Déterminer le nombre de demi-journées d'activités pour lequel le tarif A est égal au tarif B.

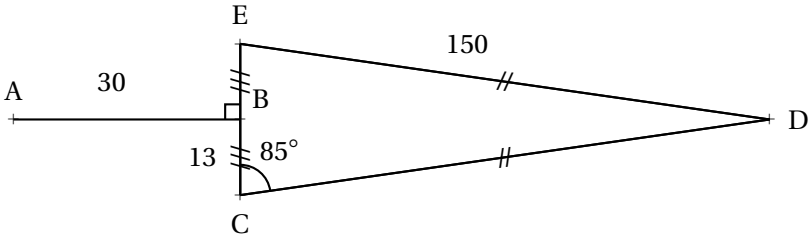
6. Avec un budget de 100 € , déterminer le nombre maximal de demi-journées auxquelles on peut participer. Décrire la méthode choisie.

On cherche à dessiner une éolienne avec le logiciel Scratch ; elle est formée de 3 pales qui tournent autour d'un axe central.



Éolienne modélisée avec Scratch

1. La figure ci-dessous représente une pale d'éolienne.



— DEC est un triangle isocèle en D ;
— B est le milieu de [EC] ;
— [AB] est perpendiculaire à [EC] ;
— $\widehat{ECD} = 85°$.

1.a Montrer que l'angle $\widehat{CDE} = 10°$

1.b Le script « pale »ci-contre permet de tracer une pale de l'éolienne avec le logiciel Scratch.

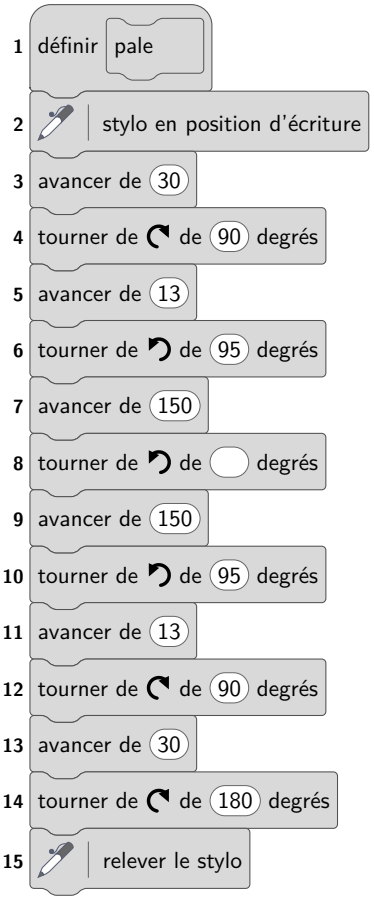
Pourquoi la valeur indiquée dans le bloc de la ligne n° 6 est-elle 95 ?

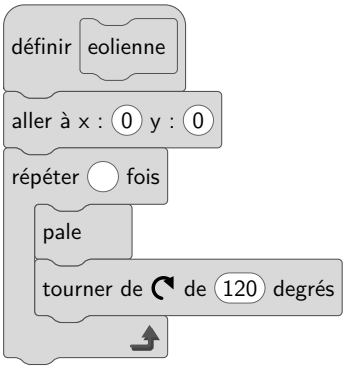
1.c Dans ce même script « pale », par quelle valeur doit-on compléter le bloc situé à la ligne n°8 ? Recopier cette valeur sur votre copie

2. Le script « eolienne »ci-contre permet de tracer l'éolienne avec le logiciel Scratch.

Par quelle valeur doit-on compléter la boucle « répéter » ?

Recopier cette valeur sur votre copie.



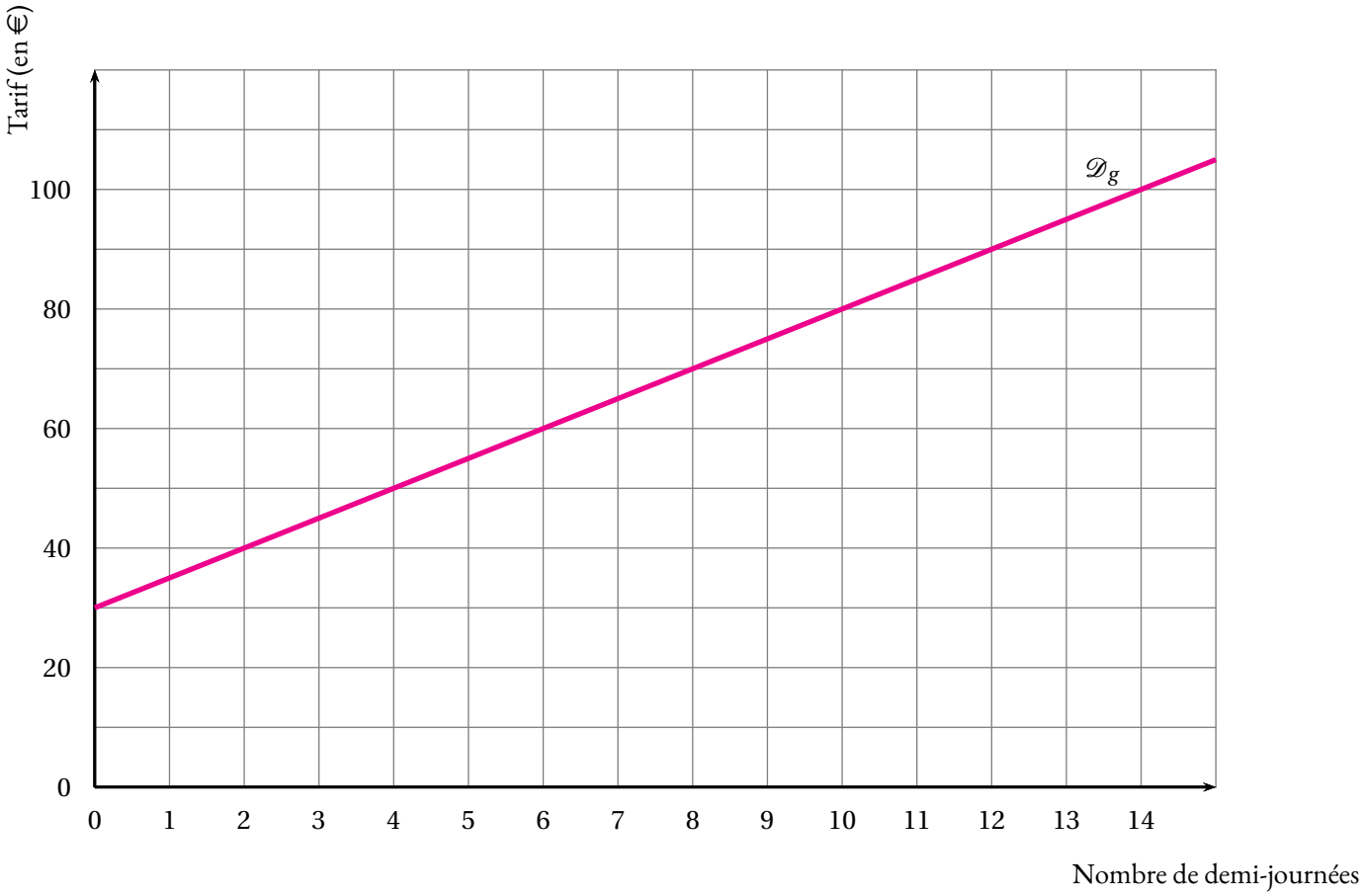


ANNEXES à rendre avec sa copie

Annexe 1 — Question 1

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de demi-journées 1	2	3	4	5	
2	Tarif A 8	16				
3	Tarif B 35	40				

Annexe 2 — Question 4



Brevet — 2020 — France septembre — Série générale

Correction

Un sujet relativement complet d'une difficulté moyenne. Il aborde la plupart des notions habituelles vues au brevet. En géométrie les grands classiques (Thalès, Pythagore et Trigonométrie) sont proposés. Les fonctions sont abordées de manière graphique et littérale. On trouve une question tableur et un exercice d'algorithmique.

Exercice n° 1 — Un QCM à cinq questions *20 points*

QCM — Médiane — Décomposition en facteurs premiers — Volume de la boule — Homothétie

Un QCM assez classique avec cinq questions portant sur des thèmes différents. À remarquer une question au sujet d'une homothétie de rapport négatif !

1. Cette série contient 7 nombres. Il faut classer ces nombres dans l'ordre croissant. La médiane est le quatrième nombre car $7 = 3 + 1 + 3$.
Voici le classement : 2 ; 6 ; 10 ; 12 ; 14 ; 22 ; 25

Question 1 — Réponse A

2. C'est une situation d'équiprobabilité. Il y a $50 + 45 + 45 + 60 = 200$ billes dans le sac. Parmi ces billes 60 sont jaunes.

La probabilité cherchée est $\dfrac{60}{200} = \dfrac{3}{10} = 0,3$

Question 2 — Réponse B

3.

2 020	2
1 010	2
505	5
101	101
1	

Donc $2\,020 = 2 \times 2 \times 5 \times 101$

Question 3 — Réponse C

4. D'après le cours Question 4 — Réponse C

$2\pi R$ *mesure le périmètre du cercle et* πR^2 *l'aire d'un disque !*

5. Les homothéties qui réduisent les grandeurs sont celles dont le coefficient est compris entre -1 et 1.

Question 5 — Réponse A

Exercice n° 2 — Un programme de calcul *20 points*

Programme de calcul — Calcul littéral — Conjecture — Équation

Un programme de calcul qui aboutit à la résolution d'une équation du type $x^2 = a$.

1. On obtient successivement : 2, $2 + 7 = 9$ puis $2 - 7 = -5$ et $9 \times (-5) = -45$ enfin $-45 + 50 = 5$

On obtient bien 5 en prenant 2 au départ.

2. On obtient successivement : -10, $-10 + 7 = -3$ puis $-10 - 7 = -17$ et $-3 \times (-17) = 51$ enfin $51 + 50 = 101$

On obtient 101 en partant de -10

3. Cette conjecture fonctionne bien pour le premier exemple.
Cependant en prenant -10 comme à la question **2.** on arrive à $-10 \times 2 = -20$ puis $-20 + 1 = -19$.
Cela ne fonctionne donc pas avec le second exemple !

La conjecture de l'élève est fausse.

4. Notons x le nombre de départ.
On obtient $x + 7$ puis $x - 7$. Il faut calculer $(x+7)(x-7) = x^2 - 49$.
On utilise ici l'identité remarquable $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.
On peut aussi développer : $(x+7)(x-7) = x^2 - 7x + 7x - 49 = x^2 - 49$.
Enfin on ajoute 50 soit $x^2 - 49 + 50 = x^2 + 1$.

En notant x le nombre de départ on obtient bien $x^2 + 1$

5. On peut tenter de « remonter »le programme :
Le résultat final est 17, donc avant d'ajouter 50 nous avions $17 - 50 = -33$.
Il faut maintenant décomposer -33 en facteurs, mais il y a trop de possibilités ! ($1 \times -33 = -1 \times 33 = 11 \times -3 = -11 \times 3 = -2 \times 16,5 = \ldots$)

La méthode experte consiste à résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} x^2 + 1 &= 17 \\ x^2 + 1 - 1 &= 17 - 1 \\ x^2 &= 16 \end{aligned}$$

On sait que cette équation admet deux solutions : $x = -4$ et $x = 4$.
On peut aussi redémontrer ce résultat :

$$\begin{aligned} x^2 &= 16 \\ x^2 - 16 &= 16 - 16 \\ x^2 - 16 &= 0 \\ x^2 - 4^2 &= 0 \\ (x+4)(x-4) &= 0 \end{aligned}$$

À la dernière ligne on reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.
Or on sait qu'un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul.

$$\begin{aligned} x + 4 &= 0 \\ x + 4 - 4 &= 0 - 4 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 4 &= 0 \\ x - 4 + 4 &= 0 + 4 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Vérifions :
$-4 + 7 = 3$ et $-4 - 7 = -11$ d'où $3 \times (-11) = -33$ et $-33 + 50 = 17$
$4 + 7 = 11$ et $4 - 7 = -3$ d'où $11 \times (-3) = -33$ et $-33 + 50 = 17$

En prenant 4 ou -4 au départ on obtient 17 à la fin !

Exercice n° 3 — Le portique de balançoires *23 points*

Tâche complexe — Théorème de Pythagore — Théorème de Thalès — Pourcentage — Trigonométrie

Un exercice très complet qui utilise de nombreuses compétences de géométrie. Les questions sont guidées et font que cet exercice n'est pas réelement une tâche complexe.

1. Le triangle ABH est rectangle en H.
Comme H est le milieu de [BC] on a HB = 290 $cm \div 2 = 145\ cm$
Comme ABC est isocèle en A, AB = AC = 342 cm.
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{HA}^2 + \mathrm{HB}^2 = \mathrm{AB}^2$$
$$\mathrm{HA}^2 + 145^2 = 342^2$$
$$\mathrm{HA}^2 + 21\,025 = 116\,964$$
$$\mathrm{HA}^2 = 116\,964 - 21\,025$$
$$\mathrm{HA}^2 = 95\,939$$
$$\mathrm{HA} = \sqrt{95\,939}$$
$$\mathrm{HA} \approx 310$$

La hauteur du portique est d'environ 310 cm

2. Dans le triangle ABC, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{AC}} = \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{BC}}$$
$$\frac{\mathrm{AM}}{342\ cm} = \frac{165}{342\ cm} = \frac{\mathrm{MN}}{290\ cm}$$

Ainsi $\mathrm{MN} = \dfrac{165\ cm \times 290\ cm}{342\ cm} \approx 140\ cm$

La longueur de la barre est bien d'environ 140 cm.

3. Pour construire ce portique, il faut :

- 1 poutre de longueur 4 m de diamètre 100 mm à 12,99 €;
- 4 poutres de longueur 3,5 m de diamètre 100 mm à 11,75 €;
- 2 barre latérale de maintien en bois de longueur 1,5 m à 3,89 €;
- 1 ensemble de fixations pour le portique à 80 €;
- 1 ensemble de balançoires à 50 €.

12,99 € +4 × 11,75 € +2 × 3,89 € +80 € +50 € = 197,77 € .
On n'obtient pas le montant de l'énoncé !
L'astuce consiste à remarquer qu'il est possible de prendre une seule barre latérale de 3 m à 6,99 € puis de couper les barres de maintiens qui font chacune 1,40 m.
On a alors :
12,99 € +4 × 11,75 € +6,99 € +80 € +50 € = 196,98 € .

Oui le montant minimal pour construire ce portique est bien 196,98 € .

4. Il faut ajouter 20 % au prix.
On sait qu'ajouter 20 % à un nombre revient à multiplier ce nombre par $1 + \dfrac{20}{100} = 1 + 0,20 = 1,20$.
1,20 × 196,98 € ≈ 236,38 € .
On peut aussi calculer les 20 % de 196,98 € : 196,98 € × $\dfrac{20}{100}$ ≈ 39,40 € .
Puis on ajoute : 196,98 € +39,40 € = 236,38 € .

Le prix augmenté est 236,38 € .

5. Comme ABC est isocèle en A, la droite (AH) est un axe de symétrie du triangle.
Ainsi l'angle $\widehat{BAC}$ vaut exactement le double de l'angle $\widehat{BAH}$.

Dans le triangle BAH rectangle en H nous avons :
$sin(\widehat{BAH}) = \dfrac{BH}{BA} = \dfrac{145\ cm}{342\ cm}$
À la calculatrice on trouve ainsi l'angle dont le sinus est égal à $\dfrac{145}{243}$.
$\widehat{ABH} \approx 25°$.
Finalement $\widehat{ABC} \approx 50°$.

Ce portique respecte les conditions de sécurité.

Exercice n° 4 — Le centre de loisirs

23 points

Tableur — Fonction affine — Proportionnalité — Fonction linéaire

La notion de fonction affine et linéaire est étudiée sous diverses formes : tableur, graphique, expressions littérale. Cet exercice termine par une résolution d'équation.

1.

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de demi-journées	1	2	3	4	5
2	Tarif A	8	16	24	32	40
3	Tarif B	35	40	40	45	50

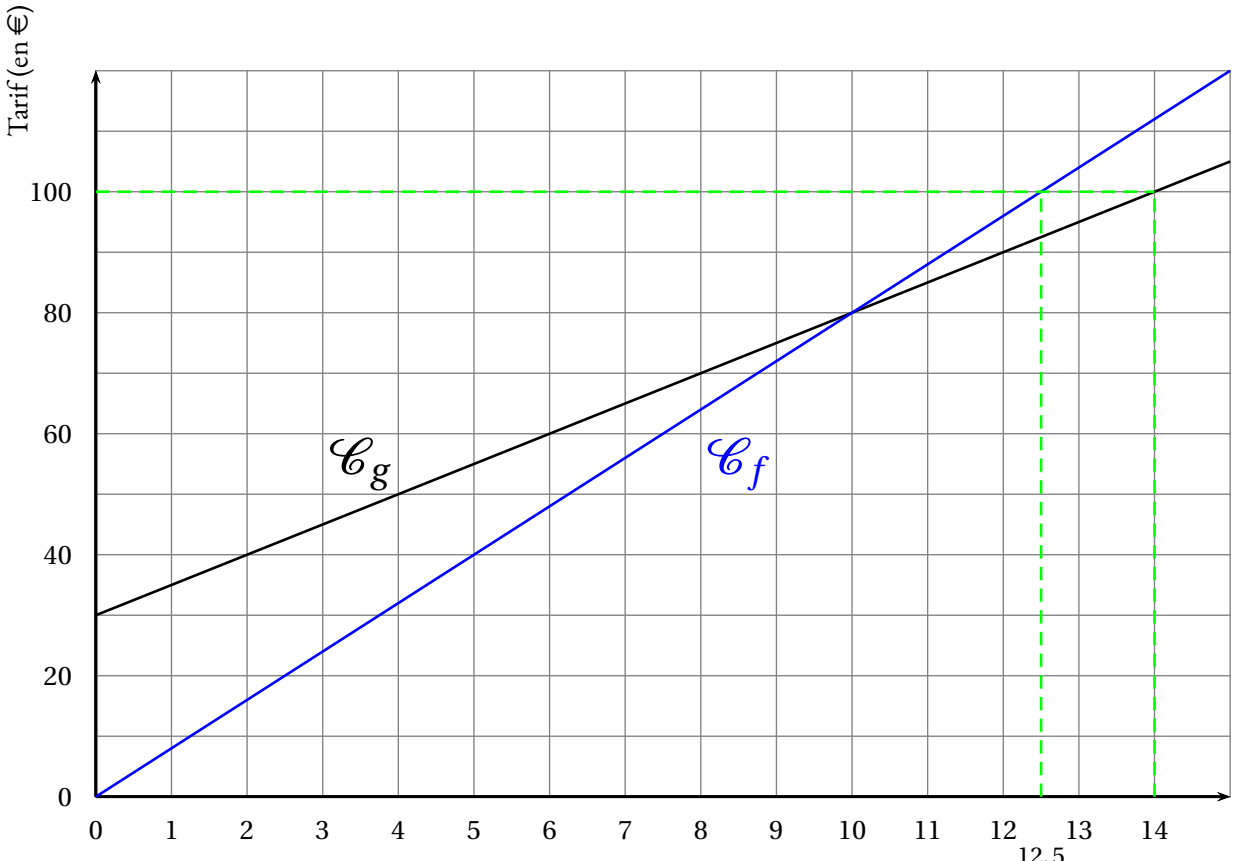
2. Dans la cellule B3 il faut indiquer qu'on multiplie le nombre de demi-journées par 5 et ajouter 30.

=30+5*B1 soit la réponse D

3. Les situations de proportionnalités sont modélisées par des fonctions linéaires de la forme $x :\rightarrow ax$.

Il s'agit de f.

4.



5. Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & g(x) \\ 8x & = & 30+5x \\ 8x-5x & = & 30+5x-5x \\ 3x & = & 30 \\ x & = & \dfrac{30}{3} \\ x & = & 10 \end{array}$$

Vérifions : $8 \times 10 = 80$ € et 30 € $+10 \times 5$ € $= 80$ € .

$\boxed{\text{Pour 10 demi-journées les tarifs A et B sont égaux.}}$

6. On peut faire une lecture graphique ou par le calcul.
Par lecture graphique (voir question **4.**) on constate que l'on peut au maximum faire 14 demi-journées.

Par le calcul il faut résoudre les équations :

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & 100 \\ 8x & = & 100 \\ x & = & \dfrac{100}{8} \\ x & = & 12,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} g(x) & = & 100 \\ 30+5x & = & 100 \\ 30+5x-30 & = & 100-30 \\ 5x & = & 70 \\ x & = & \dfrac{70}{5} \\ x & = & 14 \end{array}$$

$\boxed{\text{Pour 100 € on peut réserver jusque 14 demi-journées.}}$

Exercice n° 5 — L'éolienne *14 points*

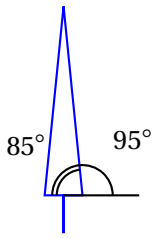
Angle — Scratch

*Un exercice qui mélange Scratch et géométrie. Une difficulté se trouve à la question **1.b** pour comprendre l'angle à 95°*

1.a Le triangle DEC est isocèle en D. Ainsi les angles $\widehat{DEC}$ et $\widehat{DCE}$ sont égaux.
Donc $\widehat{DEC} = 85°$.
On sait aussi que dans un triangle la somme des mesures des angles vaut exactement 180°.
Nous avons donc $85° + 85° + \widehat{CDE} = 180°$

$170° + \widehat{CDE} = 180°$ d'où $\boxed{\widehat{CDE} = 10°}$

1.b



Comme $85° + 95° = 180°$ c'est la raison pour laquelle il est écrit 95 à la ligne 6.

1.c Il faut écrire la mesure de l'angle $\widehat{CDE}$ soit $\boxed{10}$.

2. Il y a 3 pales. $\boxed{\text{Il faut donc écrire 3 dans la boucle répéter.}}$

Diplôme national du brevet
Session 2020

Mathématiques

Série générale

Nouvelle-Calédonie

14 décembre 2020

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	18 points
Exercice n° 2	8 points
Exercice n° 3	11 points
Exercice n° 4	16 points
Exercice n° 5	7 points
Exercice n° 6	14 points
Exercice n° 7	15 points
Exercice n° 8	11 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Un QCM à six questions *18 points*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Sur la copie, indiquer le numéro de la question et la réponse A, B ou C choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

	Propositions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	$\frac{5}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}$ est égal à :	$\frac{2}{3}$	2	$\frac{7}{6}$
2.	L'écriture scientifique de 245×10^{-5} est :	245×5	$2,45 \times 10^{-3}$	$2,45 \times 10^{-7}$
3.	Voici les durées en minutes entre différents arrêts d'une ligne de bus : 3 ; 2 ; 4 ; 3 ; 7 ; 9 ; 7 La durée moyenne en minutes entre les différents arrêts est :	$3\ min$	$4\ min$	$5\ min$
4.	En considérant à nouveau la série statistiques précédente : La durée médiane en minutes entre les différents arrêts est :	$3\ min$	$4\ min$	$5\ min$
5.	Un jeu de 32 cartes comporte 4 rois. On tire au hasard une carte du jeu. Quel est la probabilité d'obtenir un roi.	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{3}{32}$
6.	Une ville située sur l'équateur peut avoir pour coordonnées :	(45°N, 45°E)	(78°N, 0°E)	(0°N, 78°E)

Exercice n° 2 — La facture *8 points*

Un prix TTC (Toutes Taxes Comprises) s'obtient en ajoutant la taxe appelée TGC (Taxe Générale sur la Consommation) au prix HT (Hors Taxes).
En Nouvelle-Calédonie, il existe quatre taux de TGC selon les cas : 22 %, 11 %, 6 % et 3 %.

Alexis vient de faire réparer sa voiture chez un carrossier.
Voici un extrait de sa facture qui a été tâchée par de la peinture.
Les colonnes B, D et E désignent des prix en francs.

	A	B	C	D	E
1	Référence	Prix HT	TGC (en %)	Montant TGC	Prix TGC
2	Phare avant	64 000	22 %	14 080	78 080
3	Pare choc	18 000	22 %		21 960
4	Peinture	11 700	11 %	1 287	12 987
5	Main d'œuvre	24 000		1 440	25 440
6	TOTAL À RÉGLER				138 467

1. Quel est le Montant TGC pour le pare choc ?

2. Quel est le pourcentage de la TGC qui s'applique à la main d'œuvre ?

3. La facture a été faite à l'aide d'un tableur.
Quelle formule a été saisie dans la cellule E6 pour obtenir le total à payer ?

Exercice n° 3 — Programmes de calcul *11 points*

On donne les deux programmes de calcul suivants :

Programme A	**Programme B**
— Choisir un nombre ; — Soustraire 5 à ce nombre ; — Multiplier le résultat par le nombre de départ.	— Choisir un nombre ; — Mettre ce nombre au carré ; — Soustraire 4 au résultat.

1. Alice choisit le nombre 4 et applique le programme A.
Montrer qu'elle obtiendra -4.

2. Lucie choisit le nombre -3 et applique le programme B.
Quel résultat va-t-elle obtenir ?

Tom souhaite trouver un nombre pour lequel les deux programmes de calculs donneront le même résultat. Il choisit x comme nombre de départ pour les deux programmes.

3. Montrer que le résultat du programme A peut s'écrire $x^2 - 5x$.

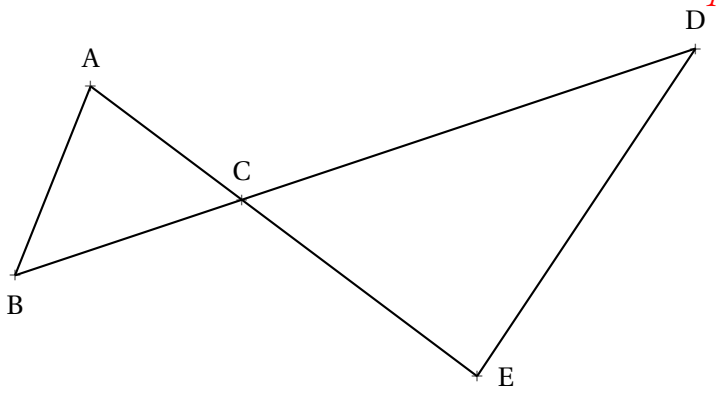
4. Exprimer en fonction de x le résultat obtenu avec le programme B.

5. Quel est le nombre que Tom cherche ?

Toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 4 — La régate

16 points



Sur la figure suivante, on donne les distances en mètres :
AB = 400 m, AC = 300 m, BC = 500 m et CD = 700 m.

Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.

Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

1. Calculer la longueur DE.

2. Montrer que le triangle ABC est rectangle.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. Arrondir au degré près.

Lors d'une course les concurrents doivent effectuer plusieurs tours du parcours représenté ci-dessus. Ils partent du point A puis passent par les points B, C, D et E dans cet ordre puis de nouveau par le point C pour ensuite revenir au point A.

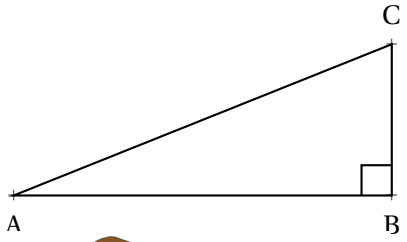
Mattéo, le vainqueur, a mis 1 h 48 min pour effectuer 5 tours du parcours. La distance parcourue pour faire un tour est 2 880 m.

4. Calculer la distance totale parcourue pour effectuer les 5 tours du parcours.

5. Calculer la vitesse moyenne de Mattéo. Arrondir à l'unité.

Exercice n° 5 — La corde

7 points



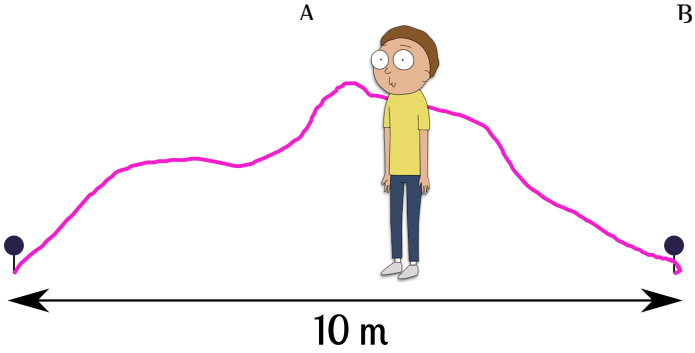
Le triangle ABC rectangle en B ci-après est tel que AB = 5 m et AC = 5,25 m.

1. Calculer en mètre la longueur de BC. Arrondir au dixième.

Une corde non élastique de 10,5 m de long est fixée au sol par ses extrémités entre deux poteaux distants de 10 m.

2. Melvin qui mesure 1,55 m pourrait-il passer sous cette corde sans se baisser en la soulevant par le milieu ?

Toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte dans la notation.



Exercice n° 6 — Les étiquettes

14 points

1. Justifier que le nombre 102 est divisible par 3.

2. On donne la décomposition en produit de facteurs premiers de 85 : 85 = 5 × 17.
Décomposer 102 en produit de facteurs premiers.

3. Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.

Un libraire dispose d'une feuille cartonnée de 85 cm × 102 cm. Il souhaite découper dans celle-ci, en utilisant toute la feuille, des étiquettes carrées. Les côtés de ces étiquettes ont tous la même mesure.

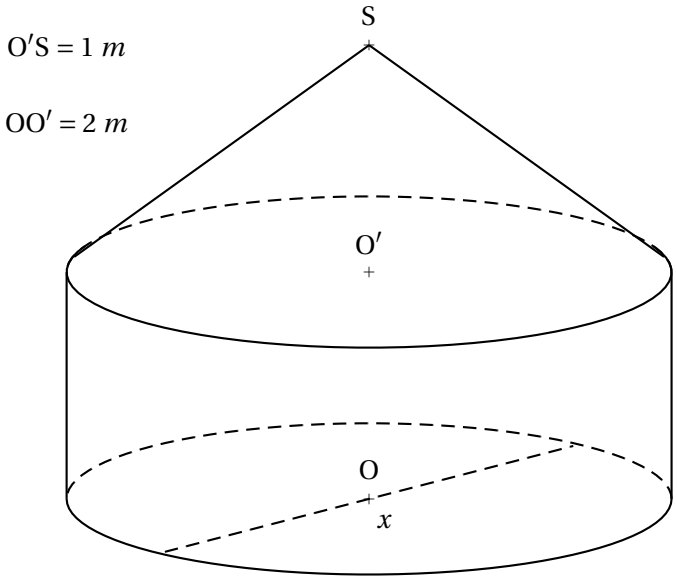
4. Les étiquettes peuvent-elles avoir 34 cm de côté ? Justifier votre réponse.

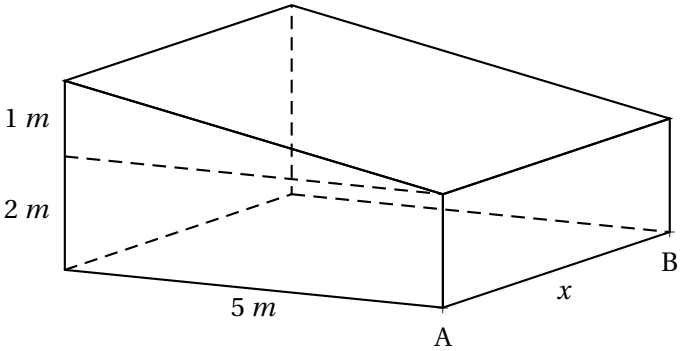
5. Le libraire découpe des étiquettes de 17 cm de côté. Combien d'étiquettes pourra-t-il découper dans ce cas ?

Exercice n° 7 — L'habitation *15 points*

Nolan souhaite construire une habitation.
Il hésite entre **une case** et **une maison** en forme de prisme droit.
La case est représentée par un cylindre droit d'axe (OO′) surmontée par un cône de révolution de sommet S.

Les dimensions sont données sur les figures suivantes.
x **représente à la fois le diamètre de la case et la longueur** AB **du prisme droit.**





Partie 1

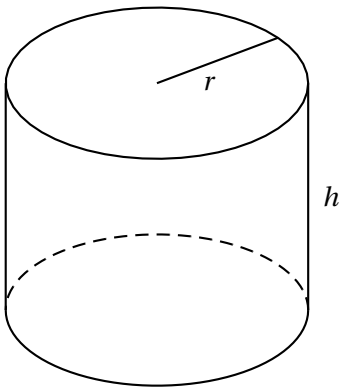
Dans cette partie, on considère que $x = 6\ m$.

1. Montrer que le volume exact de la partie cylindrique de la case est $18\pi\ m^3$.

2. Calculer le volume de la partie conique. Arrondir à l'unité.

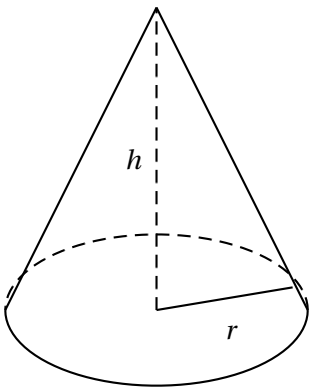
3. En déduire que le volume total de la case est environ 66 m^3.

Cylindre de rayon r et de hauteur h



Volume $= \pi \times r^2 \times h$

Cône de rayon r et de hauteur h



Volume $= \frac{1}{3}\pi \times r^2 \times h$

Partie 2

Dans cette partie, le diamètre est exprimé en mètres, le volume en m^3.
Sur l'**Annexe**, on a représenté la fonction qui donne le volume total de la case en fonction de son diamètre x.

1. Par lecture graphique, donner une valeur approchée du volume d'une case de 7 m de diamètre.
Tracer en pointillés permettant la lecture.

La fonction qui donne le volume de la maison en forme de prisme droit est définie par $V(x) = 12,5x$.

2. Calculer l'image de 8 par la fonction V.

3. Quel est la nature de la fonction V ?

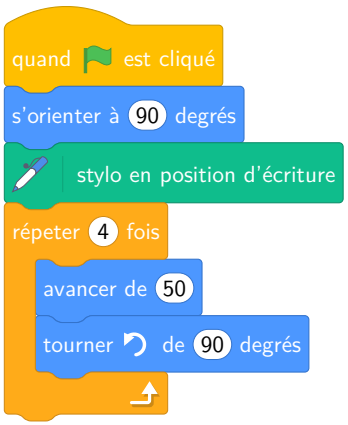
4. Sur l'**Annexe**, tracer la représentation graphique de la fonction V.
Pour des raisons pratiques, la valeur maximale de x est de 6 m. Nolan souhaite choisir la construction qui lui offrira le plus grand volume.

5. Quelle construction devra-t-il choisir ? Justifier.

Exercice n° 8 — Scratch

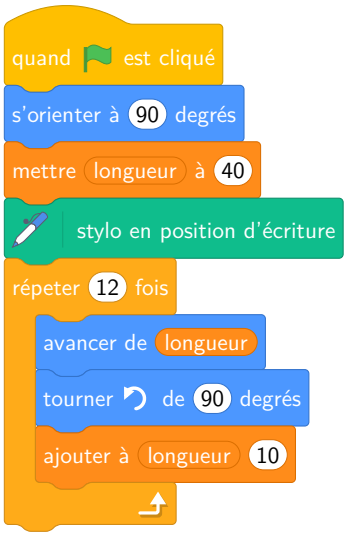
11 points

Le script suivant permet de tracer un carré de côté 50 unités.



1. Sur l'**Annexe**, compléter le script pour obtenir un triangle équilatéral de côté 80 unités.

On a lancé le script suivant :

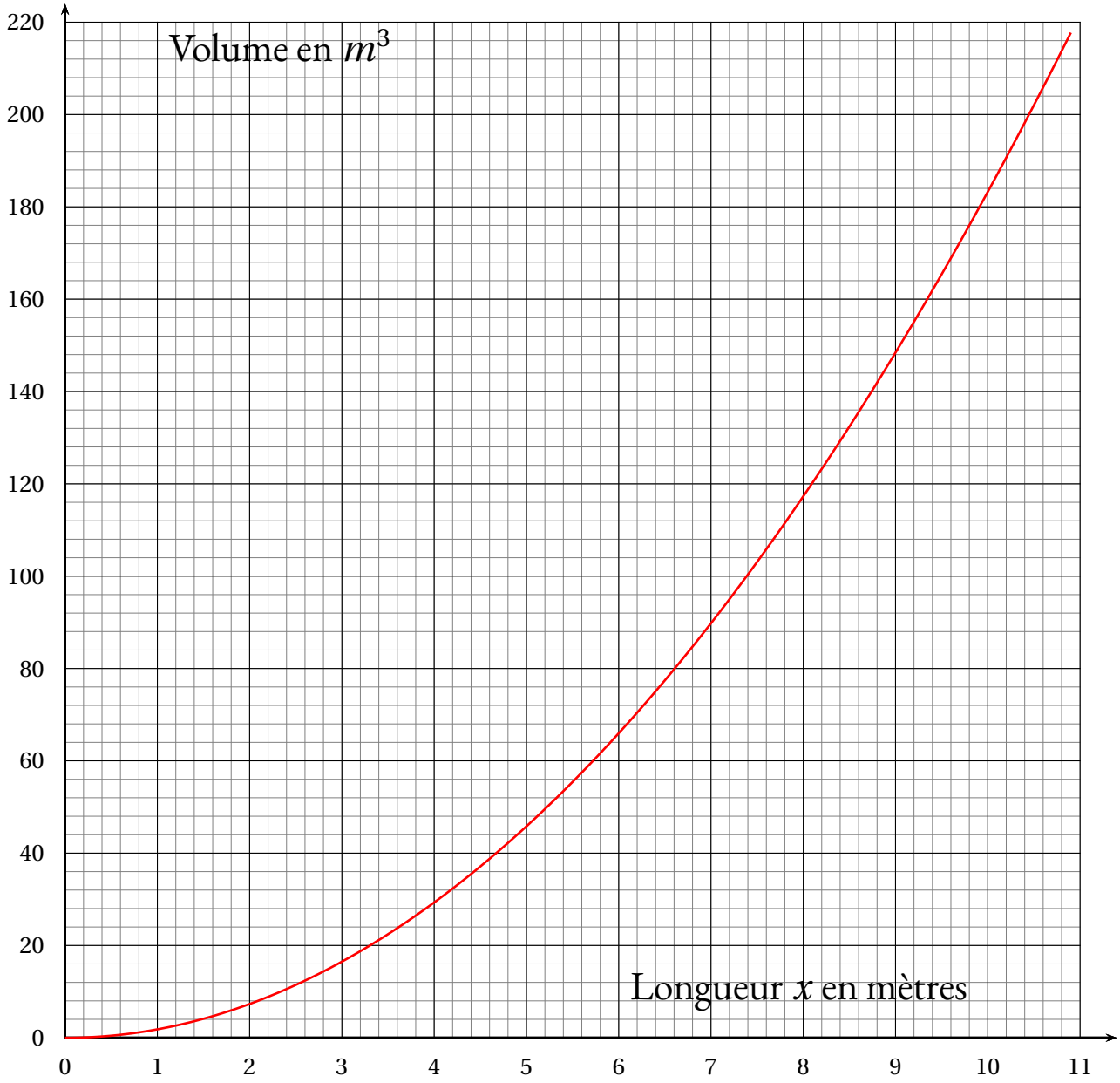


2. Entourer sur l'**Annexe** la figure obtenue avec ce script.

ANNEXES à rendre avec sa copie

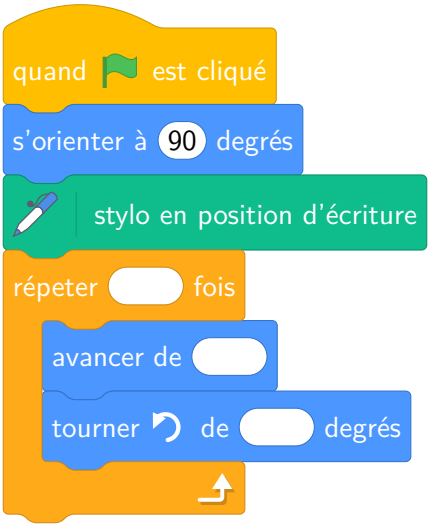
Exercice 7

Partie 2 : Questions 1 et 3.

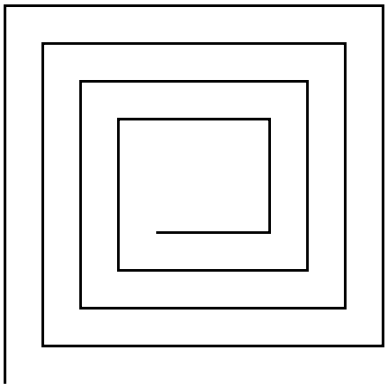


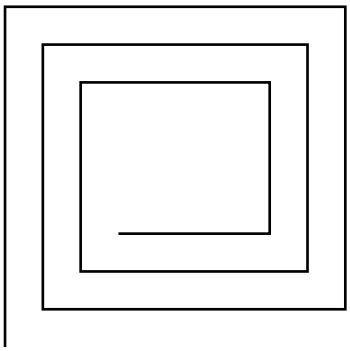
Exercice 8

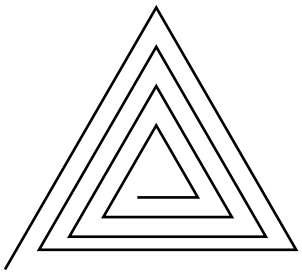
Question 1



Question 2







Brevet — 2020 — Nouvelle-Calédonie — Série générale

Correction

Un sujet assez complet qui mélange la plupart des thèmes de troisième.

Exercice n° 1 — Un QCM à six questions

18 points

Fractions — Écriture scientifique — Moyenne — Médiane — Probabilités — Coordonnées géographiques

Un exercice classique avec six questions à choix multiples. Une question assez rare sur les coordonnées géographiques.

1. $A = \frac{5}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}$ donc $A = \frac{5}{3} - \frac{1 \times 3}{3 \times 2}$

$A = \frac{5}{3} - \frac{1}{2}$ et $A = \frac{5 \times 2}{3 \times 2} - \frac{1 \times 3}{2 \times 3}$

$A = \frac{10}{6} - \frac{3}{6}$ d'où $A = \frac{7}{6}$ ainsi $\boxed{\textbf{1. Réponse C}}$.

2. $245 \times 10^{-5} = 2,45 \times 10^{2} \times 10^{-5}$ donc $245 \times 10^{-5} = 2,45 \times 10^{-3}$ ainsi $\boxed{\textbf{2. Réponse B}}$.

3. $\frac{3+2+4+3+7+9+7}{7} = \frac{35}{7} = 5$ donc $\boxed{\textbf{3. Réponse C}}$.

4. Il y a sept valeurs dans cette série statistiques. La médiane est donc la quatrième $(3+1+3=7)$ quand on les classe dans l'ordre croissant.

Voici le classement : 2 ; 3 ; 3 ; 4 ; 7 ; 7 ; 9 et ainsi $\boxed{\textbf{4. Réponse B}}$.

5. Nous sommes dans une situation **d'équiprobabilité** où chaque issue se réalise avec la même fréquence.
Il y a 32 cartes et 4 rois.

La probabilité cherchée est donc $\frac{4}{32} = \frac{1 \times 4}{8 \times 4} = \frac{1}{8}$ donc $\boxed{\textbf{5. Réponse A}}$.

6. La première coordonnée correspond à la **latitude** c'est à dire le décalage nord ou sud par rapport à l'équateur.
La seconde coordonnée correspond à la **longitude** c'est à dire le décalage est ou ouest par rapport au méridien de Greenwich.

Au niveau de l'équateur, la latitude est donc égale à 0 °. Ainsi $\boxed{\textbf{6. Réponse C}}$.

Exercice n° 2 — La facture

8 points

Pourcentage — Tableur

Un exercice très simple qui utilise les pourcentages et le tableur.

1. Il faut calculer les 22 % de 18 000. $18\,000 \times \frac{22}{100} = \frac{396\,000}{100} = 3\,960$.

$\boxed{\text{Le montant TGC pour le pare choc est } 3\,960.}$

2. Le montant TGC de la main d'œuvre est 1 440 pour un prix HT de 24 000.

On peut utiliser un tableau de proportionnalité :

Montant HT	24 000	100
Montant TGC	1 440	$100 \times 1\,440 \div 24\,000 = 6$

Ou encore $\dfrac{1\,440}{24\,000} = 0,06$

Le poucentage de TGC pour la main d' œuvre est de 6 %.

3. Dans la cellule E6 a été faite la somme des cellules E2, E3, E4 et E5.

On a saisi la formule : = E2 + E3 + E4 + E5 ou = SOMME(E2 : E5).

Exercice n° 3 — Programmes de calcul

11 points

Programmme de calcul — Calcul littéral — Équation

Deux programmes de calcul intéressants. L'équation finale contient un terme en x^2 dans chaque membre, c'est une difficulté rare dans un sujet de brevet.

1. En partant du nombre 4 dans le Programme A on obtient successivement :
4 puis $4 - 5 = -1$ et $-1 \times 4 = -4$.

On obtient bien -4 en partant de 4 avec le Programme A.

2. En partant du nombre -3 dans le Programme B on obtient successivement :
-3 puis $(-3)^2 = 9$ et enfin $9 - 4 = 5$.

On obtient 5 en partant de -3 avec le Programme B.

3. En partant d'un nombre générique x avec le Programme A on obtient successivement :
x puis $x - 5$ et $(x - 5) \times x$.
Or $(x - 5)\ times x = x^2 - 5x$.

Le Programme A peut donc s'écrire $x^2 - 5x$.

4. En partant d'un nombre générique x avec le Programme B on obtient successivement :
x puis x^2 et enfin $x^2 - 4$.

Le Programme B peu donc s'écrire $x^2 - 4$.

5. Pour trouver le nombre que Tom cherche il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}
x^2 - 5x &= x^2 - 4 \\
x^2 - 5x - x^2 &= x^2 - 4 - x^2 \\
-5x &= -4 \\
x &= \frac{-4}{-5} \\
x &= \frac{4}{5} \\
x &= 0,8
\end{aligned}$$

Vérifions :

Avec le Programme A on obtient :

$0,8 - 5 = -4,2$
$-4,2 \times 0,8 = -3,36$

$0,8^2 = 0,64$
$0,64 - 4 = -3,36$

$\boxed{\text{Le nombre cherché par Tom est } 0,8.}$

Exercice n° 4 — La régate

16 points

Théorème de Thalès — Réciproque du théorème de Pythagore — Vitesse

Un exercice qui mèle théorèmes de géométrie et vitesse. Pas de difficulté majeur, intéressant

1.
Les droites (AE) et (BD) sont sécantes en C, les droites (AB) et (DE) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{AB}{ED}$$

$$\frac{300\ m}{CE} = \frac{500\ m}{700\ m} = \frac{400\ m}{ED}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$ED = \dfrac{400\ m \times 700\ m}{500\ m}$ d'où $ED = \dfrac{280\,000\ m^2}{500\ m}$ et $ED = 560\ m$.

$\boxed{DE = 560\ m.}$

2. Comparons $AB^2 + AC^2$ et BC^2 :

$$AB^2 + AC^2$$
$$400^2 + 300^2$$
$$160\,000 + 90\,000$$
$$250\,000$$

$$BC^2$$
$$500^2$$
$$250\,000$$

Comme

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle ABC est rectangle en A}}$.

3. Dans le triangle ABC rectangle en A on a :

On peut calculer le cosinus, le sinus ou la tangente de l'angle $\widehat{ABC}$.

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} \qquad \sin\widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} \qquad \tan\widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos\widehat{ABC} = \frac{400\ m}{500\ m} \qquad \sin\widehat{ABC} = \frac{300\ m}{500\ m} \qquad \tan\widehat{ABC} = \frac{300\ m}{400\ m}$$

$$\cos\text{ă}\widehat{ABC} = \frac{4}{5} \qquad \sin\text{ă}\widehat{ABC} = \frac{3}{5} \qquad \tan\text{ă}\widehat{ABC} = \frac{3}{4}$$

$$\cos\widehat{ABC} = 0,8 \qquad \sin\widehat{ABC} = 0,6 \qquad \tan\widehat{ABC} = 0,75$$

Dans tous les cas, à la calculatrice on trouve $\boxed{\widehat{ABC} \approx 37° \text{ à } 1° \text{ près.}}$

4. Cinq tours de 2 880 m chacun. 2 880 $m \times 5 = 14\,400\ m$.

La distance totale parcourue mesure 14 400 m.

5. Mattéo a parcouru les 14 400 m en 1 h 48 min.
Calculons la vitesse moyenne en considérant que la distance parcourue et le temps sont proportionnels.

Distance	14 400 m	$\dfrac{60\ min \times 14\,400\ m}{108\ min} = 8\,000\ m$
Temps	1 h 48 $min = 108\ min$	1 $h = 60\ min$

Comme 8 000 $m = 8\ km$, Mattéo a effectué le parcours à la vitesse moyenne de 8 km/h.

Exercice n° 5 — La corde

7 points

Théorème de Pythagore

Un exercice original où on teste la capacité à modéliser une situation. Dans le sujet original, le personnage dessiné n'était pas Morty Smith Sr!!

1. Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$

$$5^2 + BC^2 = 5,25^2$$

$$25 + BC^2 = 27,5625$$

$$BC^2 = 275\,625 - 25$$

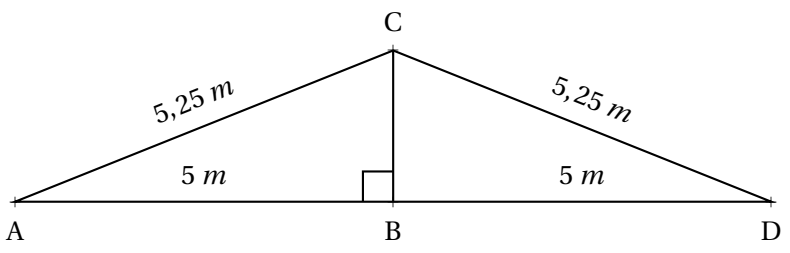
$$BC^2 = 2,5625$$

$$BC = \sqrt{2,5625}$$

$$BC \approx 1,6$$

Au dixième de mètre près, BC $\approx 1,60\ m$.

2. Les poteaux sont distants de 10 m. Melvin se place au milieu, donc à 5 m des extrémités.
Melvin se tient debout, donc son corps est perpendiculaire (vertical) au sol (horizontal).
La corde non élastique mesure 10,5 m de long, sa moitié mesure donc 10,5 $m \div 2 = 5,25\ m$.
La situation peut se modéliser de la manière suivante :



On constate qu'il s'agit de la situation géométrique de la question **1.**. Nous avons vu que BC $\approx 1,60\ m$.
Comme Melvin mesure $1,55\ m$, un peu moins que $1,60\ m$,

Il peut passer sous la corde sans se baisser.

Exercice n° 6 — Les étiquettes *14 points*

Arithmétique

Un exercice d'arithmétique classique qui vise à déterminer un plus grand diviseur commun en utilisant la décomposition en produit de facteurs premiers.

1. On constate que $102 = 3 \times 34$. 102 est donc divisible par 3 .

On peut aussi utiliser le critère de divisibilité par 3 : $1 + 0 + 2 = 3$ et 3 est un multiple de 3.

2.

102	2
51	3
17	17
1	

Ainsi $102 = 2 \times 3 \times 17$

3. Il faut combiner les produits de nombres premiers de la décomposition de 102.

$2 \times 3 = 6$; $2 \times 17 = 34$ et $3 \times 17 = 51$ sont des diviseurs non premier de 102 .

1 et 102 sont deux autres diviseurs non premiers de 102 !

4. Il faut vérifier si 34 est un diviseur commun de 102 et 85.
Comme $102 = 34 \times 3$, 34 est un diviseur de 102.
Par contre $85 = 34 \times 2 + 17$ donc 34 ne divise pas 85.

Les étiquettes ne peuvent pas avoir un côté qui mesure $34\ cm$.

5. 17 est un diviseur commun de 102 et 85.
On a $102 = 17 \times 6$ et $85 = 17 \times 5$.

On peut donc découper 6 étiquettes sur la longueur et 5 étiquettes sur la largeur. Soit $6 \times 5 = 30$ étiquettes.

Il pourra découper 30 étiquettes.

Exercice n° 7 — L'habitation *15 points*

Volume du cylindre — Volume du cône — Fonction linéaire — Lecture graphique

Un exercice un peu alambiqué qui mélange géométrie, volume et lecture graphique de fonctions.

Partie 1

1. Le volume du cylindre s'obtient en calculant : $\pi \times r^2 \times h$.
Ici comme $x = 6\ m$ on a $r = 3\ m$ et $h = OO' = 2\ m$.
Donc le volume mesure : $\pi \times (3\ m)^2 \times 2\ m = \pi \times 9\ m^2 \times 2\ m = 18\pi\ m^3$.

On a bien un volume de $18\pi\ m^3$.

2. Le volume d'un cône s'obtient en calculant : $\frac{1}{3}\pi \times r^2 \times h$.
Ici comme $x = 6\ m$ on a $r = 3\ m$ et $h = SO' = 1\ m$.
Donc le volume mesure : $\frac{1}{3}\pi \times (3\ m)^2 \times 1\ m = \frac{1}{3}\pi \times 9\ m^3 = \frac{9\pi}{3}\ m^3 = 3\pi\ m^3 \approx 9\ m^3$

Le volume du cône mesure environ $9\ m^3$ à l'unité près.

3. Le volume total de la case mesure donc : $18\pi\ m^3 + 3\pi\ m^3 = 21\pi\ m^3 \approx 66\ m^3$.

Le volume total de la case mesure environ $66\ m^3$ à l'unité près.

Partie 2

1. Pour $7\ m$ de diamètre le volume de la case mesure environ $90\ m^3$

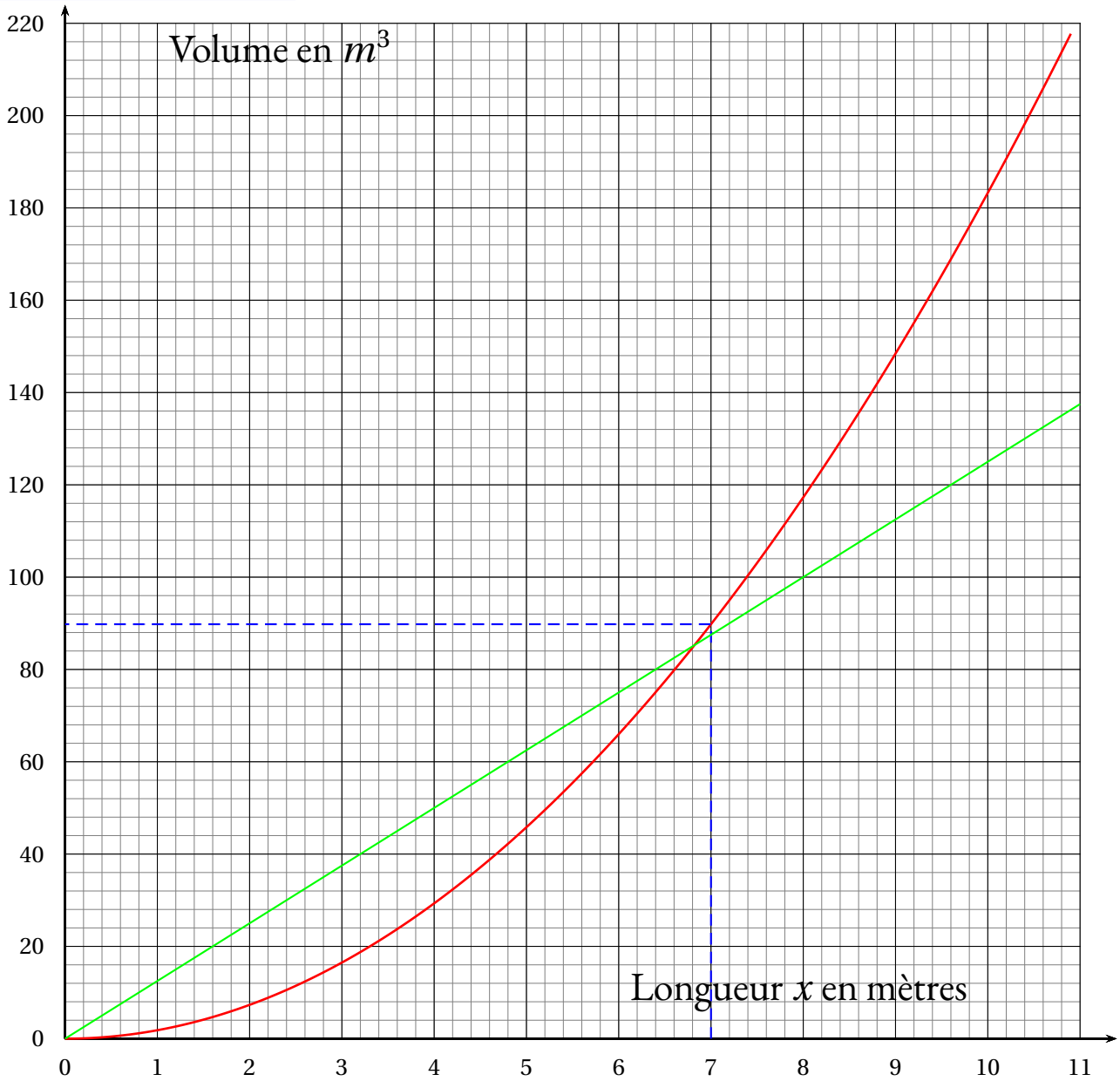
2. $V(8) = 12,5 \times 8 = 100$

3. V est une fonction linéaire de coefficient $12,5$.

4. La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.
Comme $V(0) = 0$ et que $V(8) = 100$, la droite qui représente V passe par les points de coordonnées $(0;0)$ et $(8;100)$.

5. Pour $x < 6\ m$ la courbe de la fonction V est au dessus de l'autre courbe.

Il devra choisir la maison et non pas la case.



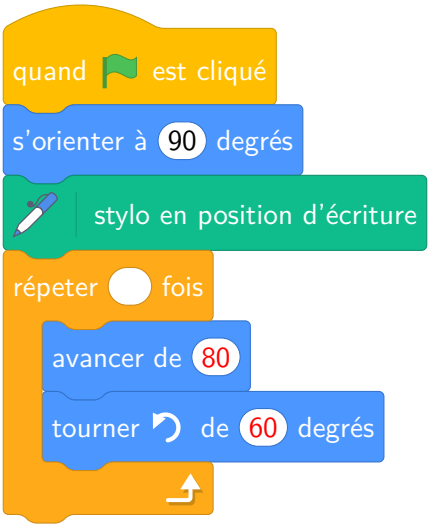
Exercice n° 8 — Scratch

11 points

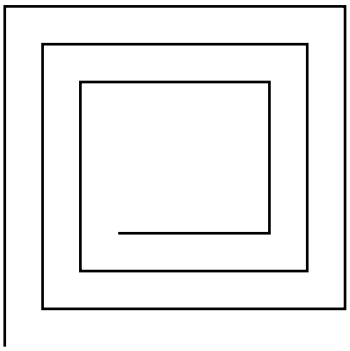
Scratch

Un exercice Scratch avec peu de réponses demandées aux élèves. Pas difficile.

1.



2. Il s'agit de la figure suivante constituée de douze segments.



Annales 2021

Diplôme national du brevet
Session 2021

Mathématiques

Série générale

Amérique du Nord

4 juin 2021

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	26 points
Exercice n° 2	21 points
Exercice n° 3	16 points
Exercice n° 4	16 points
Exercice n° 5	21 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Six affirmations *26 points*

Pour chacune des six affirmations suivantes, indiquer sur votre copie, si elle est vraie ou fausse.
On rappelle que chaque réponse doit être justifiée.

1. On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x - 7$.

Affirmation n° 1 : « L'image par f du nombre -1 est 2. »

2. On considère l'expression $\mathrm{E} = (x-5)(x+1)$.

Affirmation n° 2 : « L'expression E a pour forme développée et réduite $x^2 - 4x - 5$. »

3. n est un entier positif.

Affirmation n° 3 : « Lorsque n est égal à 5 , le nombre $2^n + 1$ est un nombre premier. »

4. On a lancé 15 fois un dé à six face numérotées de 1 à 6 et on a noté les fréquences d'apparition dans le tableau ci-dessous :

Numéro de la face apparente	1	2	3	4	5	6
Fréquence d'apparition	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	...

Affirmation n° 4 : « La fréquence d'apparition du 6 est 0. »

5. On considère un triangle RAS rectangle en S.
Le côté [AS] mesure 80 cm et l'angle $\widehat{ARS}$ mesure 26°.

Affirmation n° 5 : « Le segment [RS] mesure environ 164 cm.

6. Un rectangle ABCD a pour longueur 160 cm et pour largeur 95 cm.

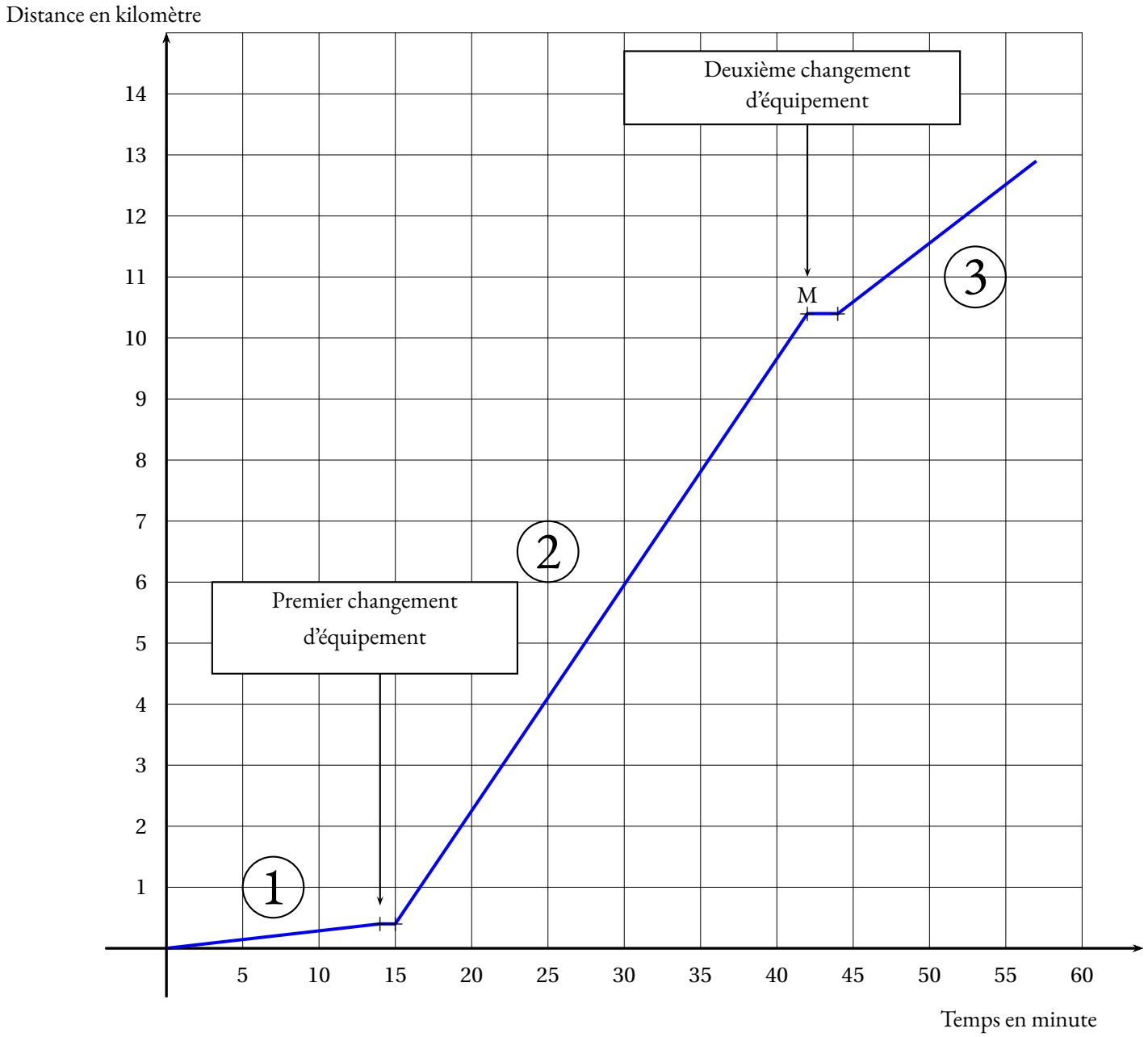
Affirmation n° 6 : « Les diagonales de ce rectangle mesurent exactement 186 cm.

Exercice n° 2 — Le triathlon *21 points*

Une athlète a réalisé un triathlon d'une longueur totale de 12,9 km. Les trois épreuves se déroulent dans l'ordre suivant :

— **Épreuve n° 1 :** Natation — Distance 400 m ;
— **Épreuve n° 2 :** Cyclisme ;
— **Épreuve n° 3 :** Course à pied — Distance 2,5 km.

Entre deux épreuves, l'athlète doit effectuer sur place un changement d'équipement.
Le graphique ci-dessous représente la distance parcourue (exprimée en kilomètre) par l'athlète, en fonction du temps de parcours (exprimé en minute) de l'athlète pendant son triathlon.



Le point M a pour coordonnées abscisse 42 et pour ordonnée 10, 4.
À l'aide des informations ci-dessus et du graphique avec la précision qu'il permet, répondre aux questions suivantes en justifiant la démarche.

1. Au bout de combien de temps l'athlète s'est-elle arrêtée pour effectuer son premier changement d'équipement ?

2. Quelle est la longueur, exprimée en kilomètre, du parcours de l'épreuve de cyclisme ?

3. En combien de temps l'athlète a-t-elle effectué l'épreuve de course à pied ?

4. Parmi les trois épreuves, pendant laquelle l'athlète a été la moins rapide ?

5. On considère que les changements d'équipement entre les épreuves font partie du triathlon.

La vitesse moyenne de l'athlète sur l'ensemble du triathlon est-elle supérieure à 14 km/h ?

Exercice n° 3 — Étoile et transformations géométriques *16 points*

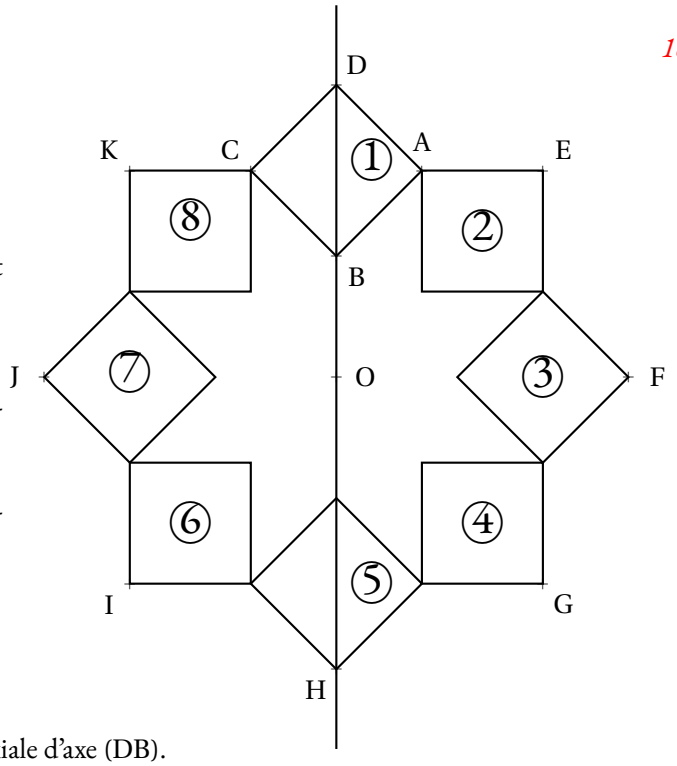
Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

On a construit un carrée ABCD.

On a construit le point O sur la droite (DB), à l'extérieur du segment [DB] et tel que OB = AB.
Le point H est le symétrique de D par rapport à O.

On a obtenu la figure ci-contre en utilisant plusieurs fois la même rotation de centre O et d'angle 45°.

La figure obtenue est symétrique par rapport à l'axe (DB) et par rapport au point O.



1. Citer deux carrés différents, image l'un de l'autre par la symétrie axiale d'axe (DB).

2. Le carré 3 est-il l'image du carré 8 par la symétrie de centre O ?

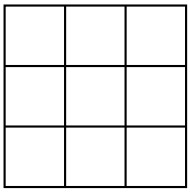
3. On considère la rotation de centre O qui transforme le carré 1 en le carré 2.
Quelle est l'image du carré 8 par cette rotation ?

4. On considère la rotation de centre O qui transforme le carré 2 en le carré 5.
Préciser l'image du segment [EF] par cette rotation.

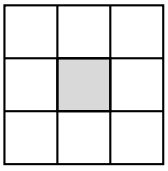
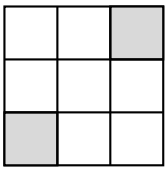
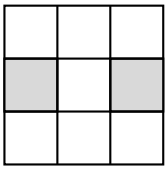
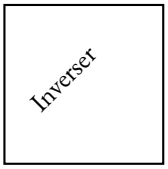
Exercice n° 4 — Le carré programmable

16 points

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

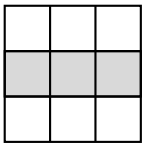


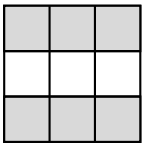
On dispose d'un tableau carré ci-contre partagé en neuf cases blanches de mêmes dimensions qui constituent un motif.
Quatre instructions A, B, C, et E permettent de changer l'aspect de certaines cases, lorsqu'on applique ces instructions. Ainsi :

Instruction	Descriptif	Effet de l'instruction
A	La case centrale du motif est noircie	
B	Dans le motif, la case en bas à gauche et la case en haut à droite sont noircies.	
C	Dans le motif, la case médiane à gauche et la case médiane à droite sont noircies.	
E	Les couleurs du motif sont inversées : les cases blanches deviennent noires et les cases noires deviennent blanches	

Remarque : si une case du motif est déjà noire et une instruction demande à la noircir, alors cette case ne change pas de couleur et reste noire à la suite de cette instruction.

Exemples : à partir d'un motif dont toutes les cases sont blanches :

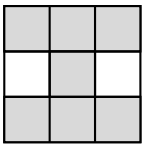
La suite d'instruction A C permet d'obtenir le motif 

La suite d'instruction A C E permet d'obtenir le motif 

Pour chacune des questions suivantes, on dispose au départ d'un motif dont toutes les cases sont blanches.

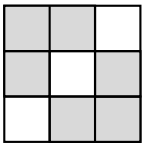
1. Représenter le motif obtenu avec la suite d'instruction A B

2. Parmi les quatre propositions suivantes, deux propositions permettent d'obtenir le motif ci-contre. Lesquelles ?



- **Proposition n° 1 :** A B C
- **Proposition n° 2 :** C E
- **Proposition n° 3 :** B C E C
- **Proposition n° 4 :** C A E A

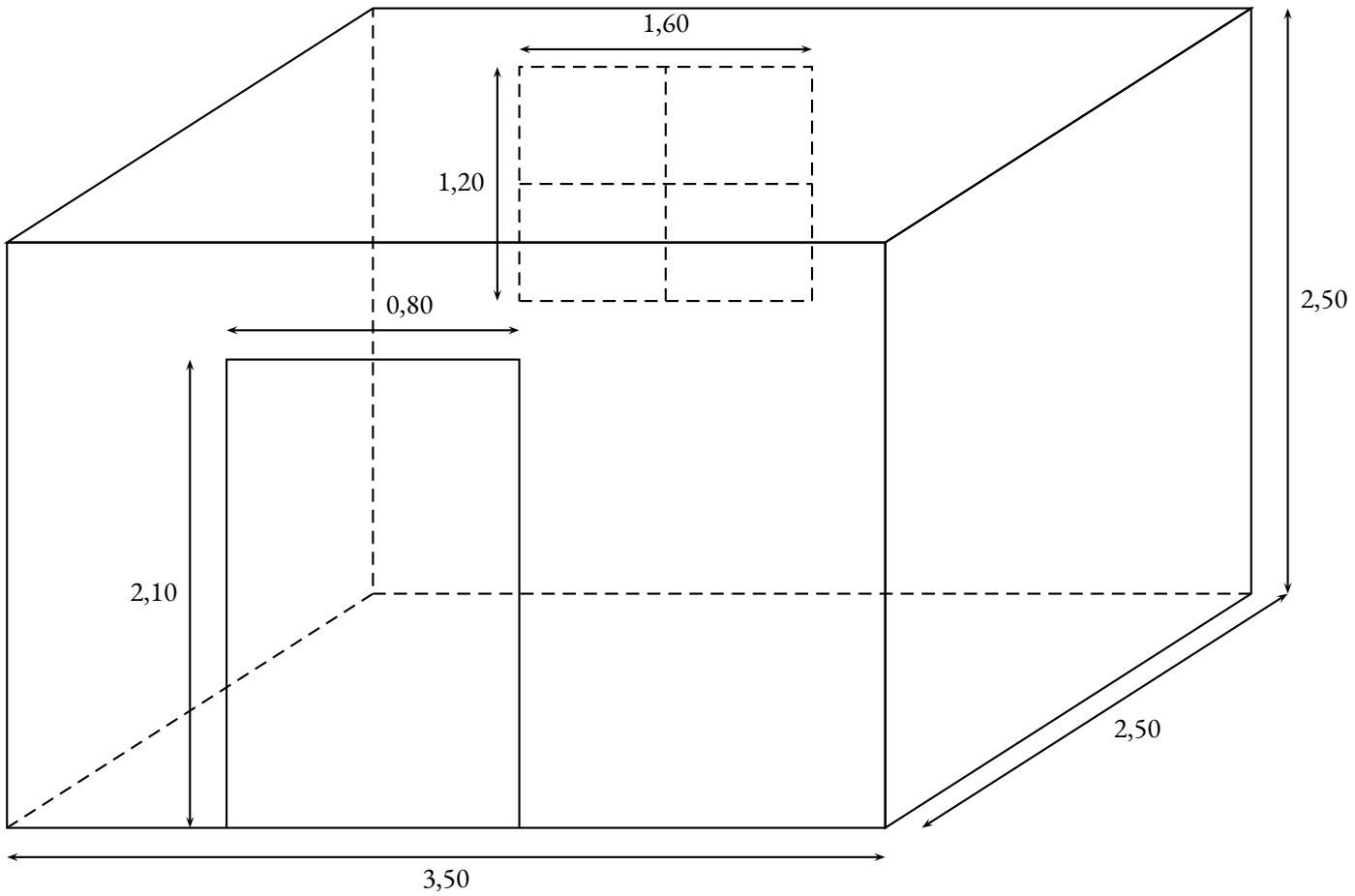
3. Donner la suite d'instructions qui permet d'obtenir le motif ci-contre.



Exercice n° 5 — La rénovation de la salle de bain *21 points*

On souhaite rénover une salle de bain qui à la forme d'un parallélépipède rectangle. Il faut coller du papier peint sur les quatre murs. On n'en colle pas sur les portes, ni sur la fenêtre.

Voici un schéma de la salle de bain, les dimensions sont exprimées en mètre :



On dispose des informations suivantes :

Prix du papier peint	**Prix de la colle**
— le papier peint est vendu en rouleau entier ; — un rouleau coûte 16,95 € ; — un rouleau permet de recouvrir 5,3 m^2.	— la colle est vendu en pot entier ; — un pot a une masse de 0,2 kg ; — un pot coûte 5,70 €.
Conseil du vendeur : Prévoir un rouleau de papier en plus afin de compenser les pertes liées aux découpes.	*Conseil du vendeur :* Compter un pot de colle pour quatre rouleaux de papier peint.

1. Montrer que la surface à recouvrir de papier peint est de 26,4 m^2.

2. Calculer le prix en euro d'un mètre carré de papier peint. Arrondir au centime d'euro.

3. Si on suit les conseils du vendeur, combien coûtera la rénovation de la salle de bain.

4. Le jour de l'achat, une remise de 8 % est accordée.
Quel est le prix à payer après remise ? Arrondir au centime d'euro.

Brevet — 2021 — Amérique du Nord — Série générale

Correction

Le premier sujet de brevet post COVID. Un sujet assez court avec deux exercices où aucune justification n'est demandée. L'exercice d'algorithmique est original.

Exercice n° 1 — Six affirmations

26 points

Fonctions — Calcul littéral — Arithmétique — Probabilités — Trigonométrie — Théorème de Pythagore

Un exercice varié qui ne présente pas de difficulté particulière. Seule la valeur approchée de l'affirmation n° 6 peut être une source d'erreur.

Il faut absolument justifier ses réponses dans ce genre d'exercice !

1. *La fonction f est affine mais cela ne joue pas de rôle dans cet exercice.*

$f(-1) = 3 \times (-1) - 7 = -3 - 7 = -10$

Affirmation n° 1 : Fausse

On remarque que $f(2) = 3 \times 2 - 7 = 6 - 7 = -1$
Ainsi l'image de 2 est -1 par la fonction f ou encore -1 est l'image de 2.

2. Développons E :
$E = (x-5)(x+1)$
$E = x^2 + x - 5x - 5$

Je déconseille d'écrire les détails de calculs comme $x \times x$ ou $-5 \times x$. Il faut faire ce travail de tête et écrire directement chaque terme. Cela évite les erreurs car les détails des produits rendent l'écriture confuse.

$E = x^2 - 4x - 5$

Affirmation n° 2 : Vraie

3. $2^5 + 1 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 1 = 32 + 1 = 33$.
Or $33 = 3 \times 11$ il n'est pas premier !

Affirmation n° 3 : Fausse

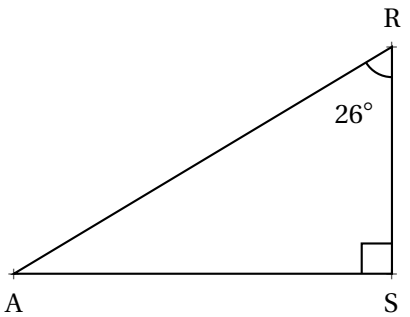
Cette affirmation me fait penser aux nombres de la forme $M_n = 2^n - 1$ sont des nombres de Mersenne (Marin Mersenne, moine et mathématicien français (1588-1648)). Quand un nombre de Mersenne est premier alors n est premier (la réciproque est fausse, $M_{11} = 2^{11} - 1 = 2047 = 23 \times 89$.
Celui de l'exercice est premier, il s'agit de M_5. On connaît à ce jour 51 nombre de Mersenne premier. Le plus grand est $M_{82589933}$.

4. La somme des fréquences d'apparition doit être égale à 1.
On a : $\frac{3}{15} + \frac{4}{15} + \frac{5}{15} + \frac{2}{15} + \frac{1}{15} = \frac{15}{15} = 1$.
Ainsi la fréquence d'apparition du 6 vaut 0.

Affirmation n° 4 : Vraie

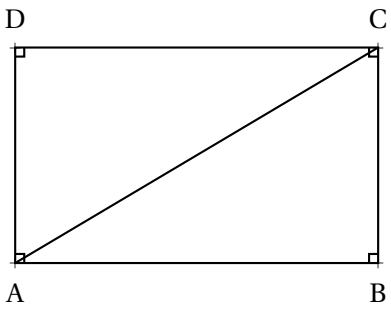
5.
Dans le triangle ARS rectangle en S.
[AS] est le côté opposé à l'angle $\widehat{ARS}$ et [RS] est le côté adjacent de cet angle. Nous allons donc utiliser la tangente de l'angle à 26°.

$\tan 26° = \frac{80\,\text{cm}}{RS}$ donc $RS = \frac{80\,\text{cm}}{\tan 26°} \approx 164\,\text{cm}$



Affirmation n° 5 : Vraie

6.



On sait que dans un rectangle les diagonales ont la même longueur.
Calculons la mesure de la diagonale [AC] dans le triangle ABC rectangle en B.
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$
$$160^2 + 95^2 = AC^2$$
$$25\,600 + 9\,025 = AC^2$$
$$AC^2 = 34\,625$$
$$AC = \sqrt{34\,625}$$
$$AC \approx 186,08$$

Or $186^2 = 34\,596$ donc $AC \neq 186$.

Afirmation nº 6 : Fausse

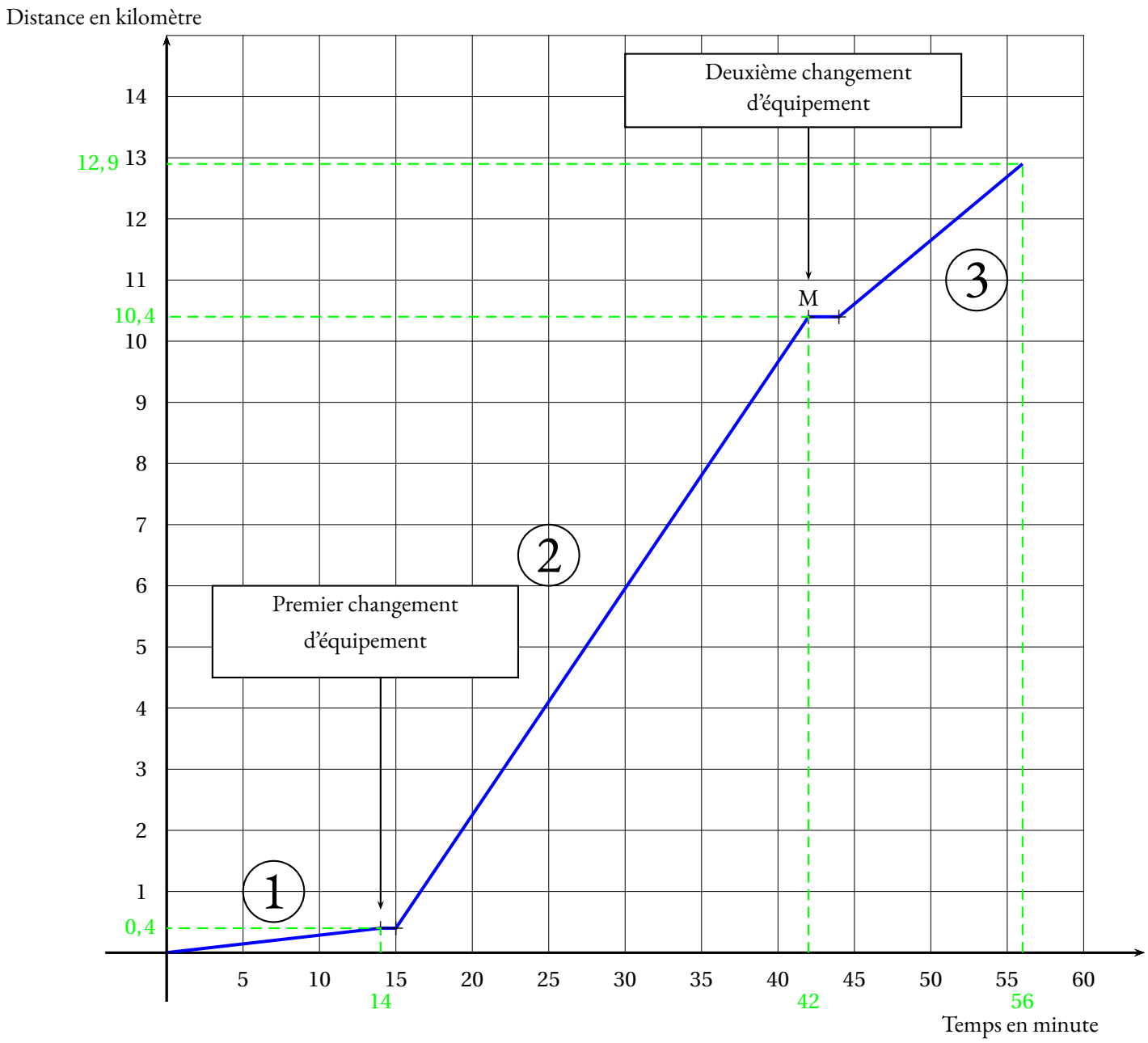
Attention à ne pas se laisser abuser par la valeur approchée de $\sqrt{34625}$!

Exercice nº 2 — Le triathlon

21 points

Lecture graphique — Vitesse

*Un exercice classique de lecture graphique. La question **4.** est délicate : entre interprétation graphique et calculs !*



1. D'après le graphique, le premier changement a eu lieu après environ 14 min

2. On sait que l'épreuve de natation se fait sur une distance de 400 m = 0,4 km.
Le point M a pour ordonnée 10,4 ce qui signifie que l'épreuve de course à pied débute après 10,4 km de course.

La distance de l'épreuve de cyclisme vaut 10,4 km − 0,4 km = 10 km

3. On sait que l'épreuve de course à pied débute après 42 min puisque le point M a pour abscisse 42. En tenant compte du changement d'équipement, on peut considérer que le début de la course à pied a lieu après 44 min.
D'après le graphique cette épreuve se termine après 56 min.

Elle a parcouru la dernière épreuve en 56 min − 44 min = 12 min.

4. *Cette question est difficile ! Pour justifier le résultat on peut utiliser un résultat sur le coefficient directeur des fonctions affines (mais ce n'est pas au programme) ou par le calcul... Dans ce cas il faut calculer trois vitesses !*

En observant les segments qui correspondent à la progression sur chaque étape, on constate que la pente est la plus faible pour la natation. Il s'agit certainement de l'épreuve pour laquelle la vitesse est la plus faible. Vérifions ce résultat :

Vitesse pour l'épreuve de natation :

Elle a parcouru 400 m en 14 min soit $\dfrac{400\,\text{m}}{14\,\text{min}} \approx 28{,}6\,\text{m/min}$

Vitesse pour l'épreuve de cyclisme :

Elle a parcouru $10\,\text{km} = 10\,000\,\text{m}$ en $42\,\text{min} - 15\,\text{min} = 27\,\text{min}$ soit $\dfrac{10\,000\,\text{m}}{27\,\text{min}} \approx 370{,}4\,\text{m/min}$

Vitesse pour l'épreuve de course à pied :

Elle a parcouru $2{,}5\,\text{km} = 2\,500\,\text{m}$ en $12\,\text{min}$ soit $\dfrac{2\,500\,\text{m}}{12\,\text{min}} \approx 208{,}3\,\text{m/min}$

Elle a été le moins rapide sur l'épreuve de natation.

4. Elle a parcouru l'ensemble du triathlon soit $12{,}9\,\text{km}$ en $56\,\text{min}$.
Pour calculer la vitesse moyenne on considère que la distance et le temps sont proportionnels.

Distance	$12{,}9\,\text{km}$	$\dfrac{60\,\text{min} \times 12{,}9\,\text{km}}{56\,\text{min}} \approx 13{,}82\,\text{km}$
Temps	$56\,\text{min}$	$1\,\text{h} = 60\,\text{min}$

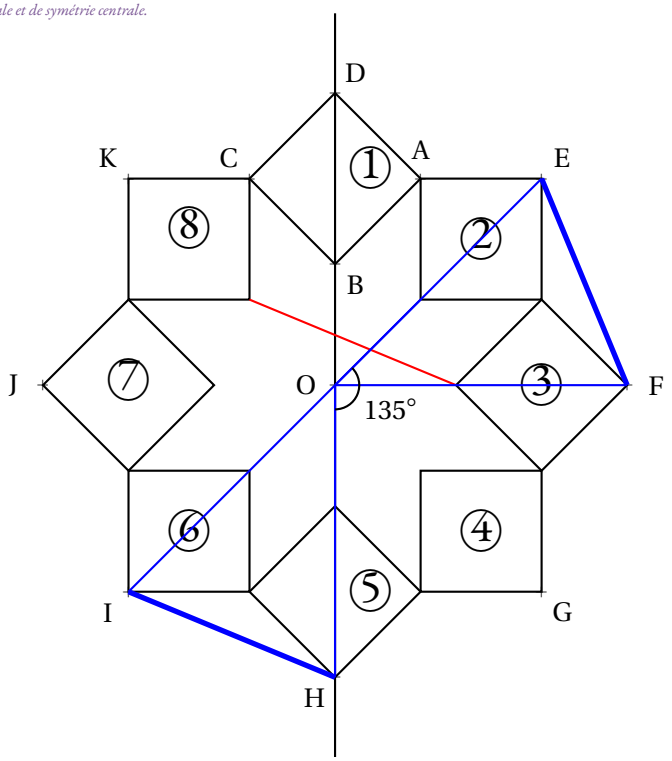
Cela représente une vitesse d'environ $13{,}82\,\text{km/h}$.

La vitesse moyenne de l'athlète n'est donc pas supérieure à $14\,\text{km/h}$!

Exercice n° 3 — Étoile et transformations géométriques *16 points*

Rotation — Symétrie axiale — Symétrie centrale

Un exercice intéressant pour illustrer les notions de rotation, de symétrie axiale et de symétrie centrale.



1. Le carré 2 et le carré 8

ou Le carré 3 et le carré 7

ou Le carré 4 et le carré 6

2. Non

On constate que l'orientation des carrés n'est pas la même. On remarque aussi que les points des deux carrés ne sont pas alignés avec le centre O. *(Voir segment rouge).*

3. Le carré ⑧ devient le carré ①

4. On constate que le point E devient H et que le point F devient I (voir segment bleu).

Le segment [EF] a pour image le segment [IH]

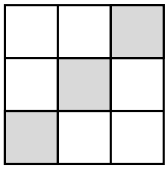
Exercice n° 4 — Le carré programmable

16 points

Algorithmique

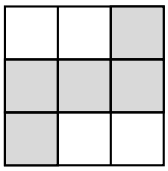
Un exercice original qui traite d'algorithmique : sans Scratch pour une fois !!

1. Avec l'instruction A B on obtient le motif suivant :

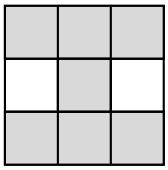


2.

Avec l'instruction A B C on obtient le motif suivant :

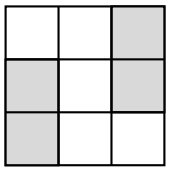


Avec l'instruction C E on obtient le motif suivant :

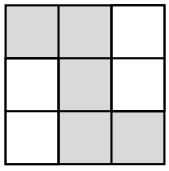


Déterminons le motif obtenu avec le code B C E C.

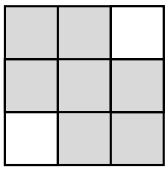
Avec B C on obtient :



Puis E :

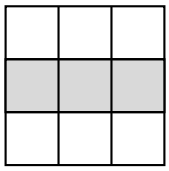


Enfin l'instruction B C E C on obtient le motif suivant :

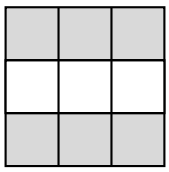


Déterminons le motif obtenu avec le code C A E A.

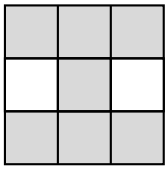
Avec C A on obtient :



Puis E :

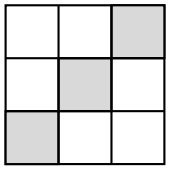


Enfin l'instruction C A E A on obtient le motif suivant :



Les deux propositions sont les **Proposition n° 2** et **Proposition n° 4**

3. En effectuant l'instruction A B ou B A on obtient :



Puis il faut inverser les couleurs.

L'instruction cherchée est A B E ou B A E

Exercice n° 5 — La rénovation de la salle de bain

21 points

Aire du rectangle — Tâche complexe — Pourcentage

Une tâche complexe assez classique.

1. Nous allons calculer l'aire des faces latérales de la pièce puis retirer l'aire de la porte et de la fenêtre.

Aire de la face avant : $3{,}50\,\text{m} \times 2{,}50\,\text{m} = 8{,}75\,\text{m}^2$

Aire de la face latérale gauche : $2{,}50\,\text{m} \times 2{,}50\,\text{m} = 6{,}25\,\text{m}^2$

Somme des faces latérales : $2 \times 8{,}75\,\text{m}^2 + 2 \times 6{,}25\,\text{m}^2 = 17{,}5\,\text{m}^2 + 12{,}5\,\text{m}^2 = 30\,\text{m}^2$

Aire de la porte : $0{,}80\,\text{m} \times 2{,}10\,\text{m} = 1{,}68\,\text{m}^2$

Aire de la fenêtre : $1{,}20\,\text{m} \times 1{,}60\,\text{m} = 1{,}92\,\text{m}^2$

La surface a recouvrir mesure $30\,\text{m}^2 - 1{,}68\,\text{m}^2 - 1{,}92\,\text{m}^2 = 26{,}4\,\text{m}^2$

2. On sait qu'un rouleau coûte 16,95 € et que un rouleau recouvre une surface de $5{,}3\,\text{m}^2$.

$$\frac{16{,}95\,€}{5{,}3} \approx 3{,}20\,€$$

Un mètre carré de papier peint coûte environ 3,20 €.

3. La surface totale à recouvrir mesure $26{,}4\,\mathrm{m}^2$ et un rouleau recouvre $5{,}3\,\mathrm{m}^2$.

$$\frac{26{,}4\,\mathrm{m}^2}{5{,}3\,\mathrm{m}^2} \approx 4,98$$

Il faut donc 5 rouleaux. En suivant les conseils du vendeur, nous en prendrons 6.

Pour 4 rouleaux il faut un pot de colle, nous allons donc en prendre deux.

Le prix à payer est donc : $6 \times 16{,}95€ + 2 \times 5{,}70€ = 101{,}70€ + 11{,}40€ = 113{,}10€$.

$\boxed{\text{En suivant les conseils du vendeur, le prix de la rénovation coûtera } 113{,}10€.}$

4. On peut utiliser le coefficient de réduction : $1 - \dfrac{8}{100} = \dfrac{92}{100}$.

Ainsi $\dfrac{92}{100} \times 113{,}10€ \approx 104{,}05€$

On pouvait aussi calculer la réduction puis la déduire.

$\boxed{\text{Après la réduction le prix payé sera environ } 104{,}05€}$

Diplôme national du brevet
Session 2021

Mathématiques

Série générale

Centres étrangers

15 juin 2021

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	24 points
Exercice n° 2	21 points
Exercice n° 3	16 points
Exercice n° 4	19 points
Exercice n° 5	20 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

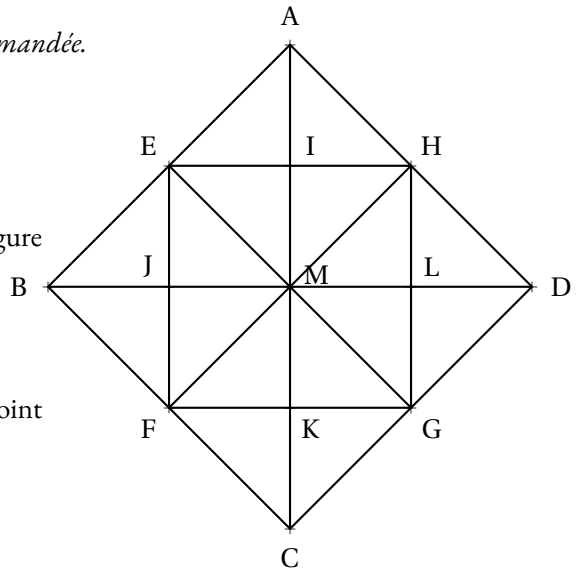
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Cinq questions indépendantes

24 points

Dans cet exercice, chaque question est indépendante. Aucune justification n'est demandée.

1. Décomposer 360 en produit de facteurs premiers.



2. À partir du triangle BEJ, rectangle isocèle en J, on a obtenu par pavage la figure ci-contre.

2.a. Quelle est l'image du triangle BEJ par la symétrie d'axe (BD) ?

2.b. Quelle est l'image du triangle AMH par la translation qui transforme le point E en B ?

2.c. Par quelle transformation passe-t-on du triangle AIH au triangle AMD ?

3. Calculer en détaillant les étapes : $\frac{7}{2} + \frac{15}{6} \times \frac{7}{25}$

On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

4. Pour cette question, on indiquera sur la copie l'unique bonne réponse.
Sachant que le diamètre de la Lune est d'environ 3 474 km, la valeur qui approche le mieux son volume est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$12{,}3 \times 10^{17}\,\text{km}^3$	$1\,456\,610\,\text{km}^3$	$1{,}8 \times 10^{11}\,\text{km}^3$	$2{,}2 \times 10^{10}\,\text{km}^3$

5. On considère un triangle RST rectangle en S. Compléter le tableau donné en ANNEXE à rendre avec la copie.
On arrondira la valeur des angles à l'unité.

Exercice n° 2 — Lancer de dés *21 points*

Partie 1

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

1. Donner sans justification les issues possibles.

2. Quelle est la probabilité de l'évènement **A** : « On obtient 2 » ?

3. Quelle est la probabilité de l'évènement **B** : « On obtient un nombre impair » ?

Partie 2

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert.
On appelle « score »la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

1. Quelle est la probabilité de l'évènement **C** : « le score est 13 » ?
Comment appelle-t-on un tel événement ?

2. Dans le tableau à double entrée donné en **ANNEXE**, on remplit chaque case avec la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

2.a. Compléter, sans justifier, le tableau donné en **ANNEXE** à rendre avec la copie.

2.b. Donner la liste des scores possibles.

3.a. Déterminer la probabilité de l'évènement **D** : « le score est 10 ».

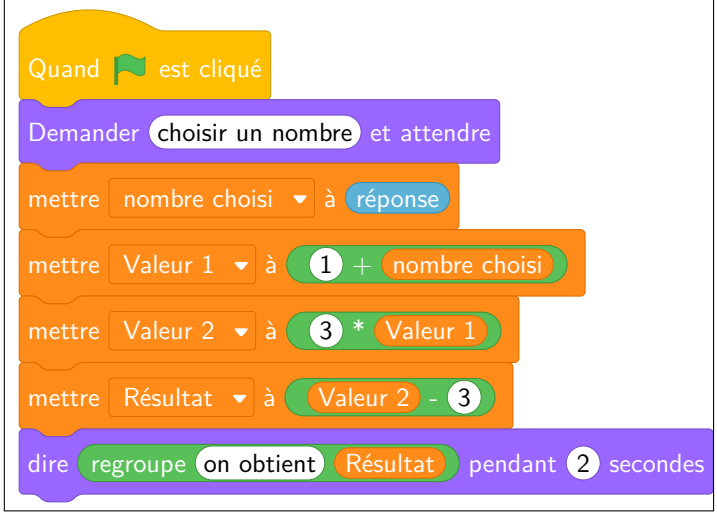
3.b. Déterminer la probabilité de l'évènement **E** : « le score est un multiple de 4 ».

3.c. Démontrer que le score obtenu a autant de chance d'être un nombre premier qu'un nombre strictement plus grand que 7.

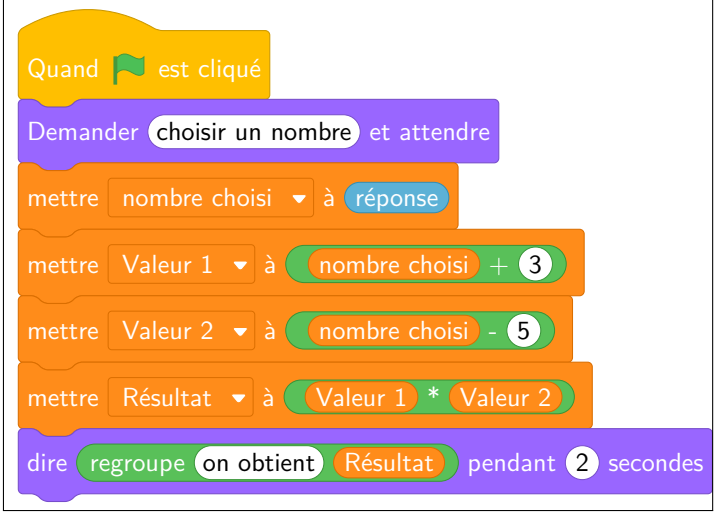
Exercice n° 3 — Les trois programmes de calcul *16 points*

Un professeur propose à ses élèves trois programmes de calculs, dont deux sont réalisés avec un logiciel de programmation.

Programme A



Programme B



Programme C

- Choisir un nombre ;
- Multiplier par 7 ;
- Ajouter 3 ;
- Soustraire le nombre de départ.

1.a. Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ alors le **Programme A** affiche pendant 2 secondes « On obtient 3 ».

1.b. Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ alors le **Programme B** affiche pendant 2 secondes « On obtient -15 ».

2. Soit x le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du **Programme C** ?

3. Un élève affirme qu'avec un des trois programmes on obtient toujours le triple du nombre choisi. A-t-il raison ?

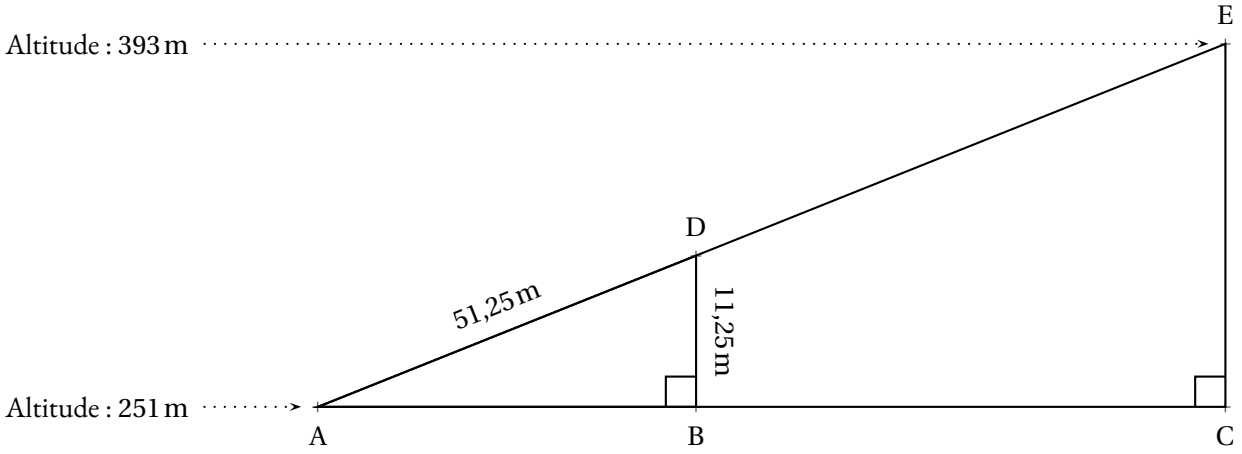
4.a. Résoudre l'équation $(x+3)(x-5)=0$.

4.b. Pour quelles valeurs de départ le **Programme B** affiche-t-il « On obtient 0 » ?

5. Pour quelle(s) valeur(s) de départ le **Programme C** affiche-t-il le même résultat que le **Programme A** ?

Exercice n° 4 — Le col de Hardknott *19 points*

Aurélie fait du vélo en Angleterre au col de Hardknott.
Elle est partie d'une altitude de 251 mètres et arrivera au sommet à une altitude de 393 m.
Sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le point de départ est représenté par le point A et le sommet par le point E. Aurélie est actuellement au point D.



Les droites (AB) et (DB) sont perpendiculaires. Les droites (AC) et (CE) sont perpendiculaires.
Les points A, D et E sont alignés. Les points A, B et C sont alignés.
AD = 51,25 m et DB = 11,25 m.

1. Justifier que le dénivelé qu'Aurélie aura parcouru, c'est-à-dire la hauteur EC, est égal à 142 m.

2.a. Prouver que les droites (DB) et (EC) sont parallèles.

2.b. Montrer que la distance qu'Aurélie doit encore parcourir, c'est-à-dire la longueur DE, est d'environ 596 m.

3. On utilisera pour la longueur DE la valeur 596 m.

Sachant qu'Aurélie roule à une vitesse moyenne de 8 km/h, si elle part à 9 h 55 min du point D, à quelle heure arrivera-t-elle au point E ? Arrondir à la minute près.

4. La pente d'une route est obtenue par le calcul suivant :

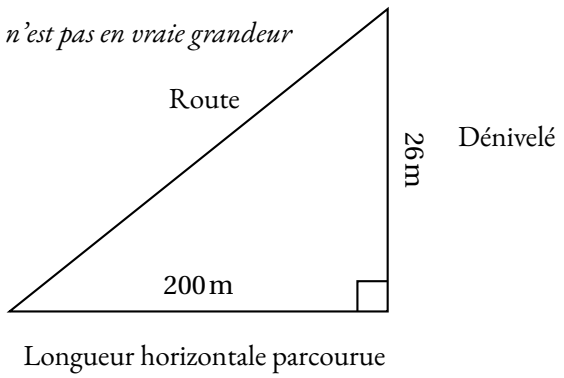
$$\text{pente} = \frac{\text{dénivelé}}{\text{longueur horizontale parcourue}}$$

La pente s'exprime en pourcentage.

Démontrer que la pente de la route parcourue par Aurélie est de 22,5 %.

Exemple d'une pente à 13 %

La figure n'est pas en vraie grandeur



Exercice n° 5 — Les forfait de la station de ski *20 points*

Une station de ski propose à ses clients trois formules pour la saison d'hiver :

- **Formule A :** on paie 36,50€ par journée de ski ;
- **Formule B :** on paie 90€ pour un abonnement « SkiPlus »pour la saison, puis 18,50€ par journée de ski ;
- **Formule C :** on paie 448,50€ pour un abonnement « SkiTotal »qui permet ensuite un accès gratuit à la station pendant toute la saison.

1. Marin se demande quelle formule choisir cet hiver. Il réalise un tableau pour calculer le montant à payer pour chacune des formules en fonction du nombre de journées de ski.

Compléter, sans justifier, le tableau fourni en **ANNEXE** à rendre avec la copie.

2. Dans cette question, x désigne le nombre de journées de ski.

On considère les trois fonctions f, g et h définies par :

$f(x) = 90 + 18,5x$ $\qquad$ $g(x) = 448,5$ $\qquad$ $h(x) = 36,5x$

2.a. Laquelle de ces trois fonctions représente une situation de proportionnalité ?

2.b. Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions à la formule A, B ou C correspondante.

2.c. Calculer le nombre de journées de ski pour lequel le montant à payer avec les formules A et B est identique.

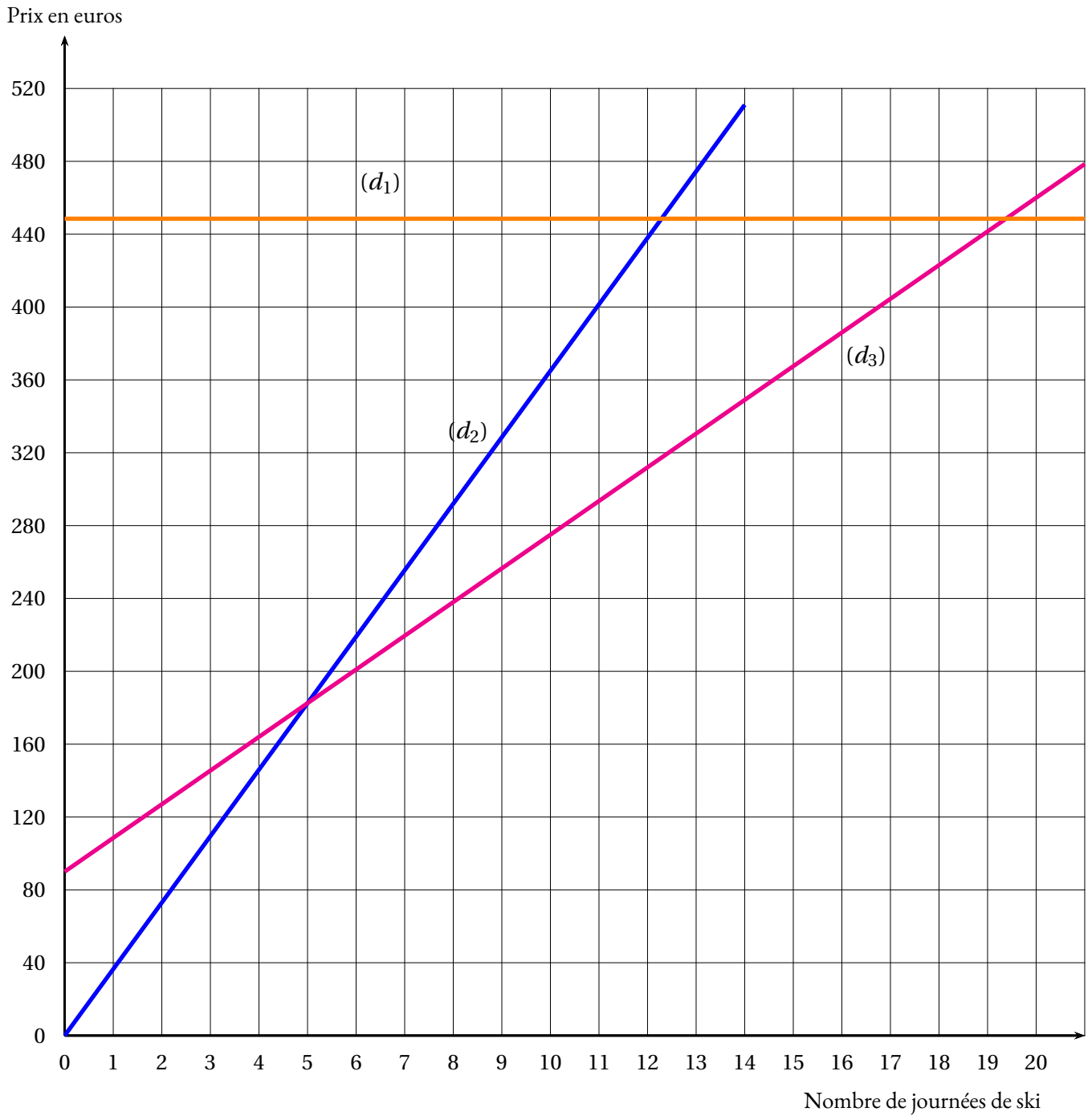
3. On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique page 7.

Sans justifier et à l'aide du graphique :

3.a. Associer chaque représentation graphique d_1, d_2 et d_3 à la fonction f, g ou h correspondante.

3.b. Déterminer le nombre maximum de journées pendant lesquelles Marin peut skier avec un budget de 320€, en choisissant la formule la plus avantageuse.

3.c. Déterminer à partir de combien de journées de ski il devient avantageux de choisir la formule C.


Prix en euros
520
480
440
400
360
320
280
240
200
160
120
80
40
0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
Nombre de journées de ski
(d_1)
(d_2)
(d_3)

ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice 1 — Question nº 5

Longueurs	**Angles**	**Périmètre du triangle** RST	**Aire du triangle** RST
RS = 10 mm	$\widehat{RST} = 90°$		
ST = 24 mm	$\widehat{STR} \approx$	$\mathscr{P} =$	$\mathscr{A} =$
RT = 26 mm	$\widehat{SRT} \approx$		

Exercice 2 — Partie 2 — Question nº 2.a.

Dé vert / Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4						
5		7				
6						

Exercice 1 — Question nº 1

Nombre de journées de ski	2	6	10
Formule A	73€		
Formule B	127€		
Formule C	448,50€		

Brevet — 2021 — Centres étrangers — Série générale

Correction

Un sujet assez exigeant qui parcoure de nombreuses compétences de fin de cycle 4. L'exercice de probabilité est un peu décevant : c'est une situation souvent abordée en classe. L'avant dernier exercice demande un calcul de pente. Il est assez complet en terme de géométrie. On termine avec un exercice de forfait avec une fonction affine, une linéaire et une fonction constante. C'est un bon sujet de préparation au brevet.

Exercice n° 1 — Cinq questions indépendantes

24 points

Arithmétique — Transformations — Fractions — Écriture scientifique — Volume — Trigonométrie — Aire

Un exercice assez simple qui mélange des notions disparates.

Aucune justification est demandée. J'ajouterai cependant quelques commentaires pour rendre la lecture de cette correction plus intéressante.

1.

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$\boxed{360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \text{ donc } 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5}$

2.a L'image du point B par la symétrie d'axe (BD) est le point B.
Comme le point J est sur la droite (BD) sont image est lui-même aussi J.
L'image du point E par rapport à la droite (BD) est le point F.

$\boxed{\text{L'image du triangle BEJ par la symétrie d'axe (BD) est donc le triangle BJF.}}$

2.b. La translation considérée transforme le point A en le point E.
Elle transforme le point M en le point F et le point H en le point M.
Dans chacun des cas précédent on a bien le parallélisme, l'égalité des longueurs et le sens de la translation.

$\boxed{\text{L'image du triangle AMH par la translation qui transforme E en B est le triangle EFM.}}$

2.c. On remarque que le triangle AMD est un agrandissement du triangle AIH. Il est précisement deux fois plus grands. De plus le point A est commun au deux triangles.

$\boxed{\text{Le triangle AMD est l'image du triangle AIH par l'homothétie de centre A et de coefficient 2.}}$

3. $A = \frac{7}{2} + \frac{15}{6} \times \frac{7}{25}$ donc $A = \frac{7}{2} + \frac{15 \times 7}{6 \times 25}$ d'où $A = \frac{7}{2} + \frac{5 \times 3 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 5}$ et $A = \frac{7}{2} + \frac{7}{10}$ puis $A = \frac{7 \times 5}{2 \times 5} + \frac{7}{10}$

$A = \frac{35}{10} + \frac{7}{10}$ et $A = \frac{42}{10}$ enfin $A = \frac{2 \times 21}{2 \times 5}$ ainsi $\boxed{A = \frac{21}{5}}$

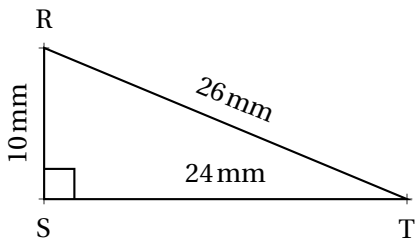
4. On modélise la Lune comme une boule de diamètre 3 474 km soit un rayon de 1 737 km.
On sait que le volume d'une boule de rayon R est donnée par la formule :

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Dans ce cas on obtient $V = \frac{4}{3} \times \pi \times (1\,737\,\text{km})^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 5\,240\,822\,553\,\text{km}^3 = 6\,987\,763\,404\pi\ km^3$

Une valeur approchée de ce résultat en écriture scientifique est $\boxed{V\breve{a} \approx 2{,}195 \times 10^{10}\,\text{km}^3 \approx 2{,}2 \times 10^{10}\,\text{km}^3}$

5. Voici ce triangle :



Juste par acquis de conscience on peut vérifier que ce triangle est bien rectangle puisque $10^2 + 24^2 = 100 + 576 = 676$ *et que* $26^2 = 676$.

Dans ce triangle rectangle on peut calculer le sinus, le cosinus ou la tangente de l'angle $\widehat{STR}$, au choix :

$\cos\widehat{STR} = \dfrac{ST}{RT} = \dfrac{24\,\text{mm}}{26\,\text{mm}} = \dfrac{12}{13}$ $\sin\widehat{STR} = \dfrac{RS}{RT} = \dfrac{10\,\text{mm}}{26\,\text{mm}} = \dfrac{5}{13}$ $\tan\widehat{STR} = \dfrac{RS}{RT} = \dfrac{10\,\text{mm}}{24\,\text{mm}} = \dfrac{5}{12}$

Dans les trois cas à la calculatrice on arrive à $\boxed{\widehat{STR} \approx 23°}$

Comme les angles $\widehat{STR}$ et $\widehat{SRT}$ sont complémentaires (leur somme vaut 90°) on a $\boxed{\widehat{SRT} \approx 90° - 23° \approx 67°.}$

Le périmètre du triangle $\boxed{\mathscr{P} = RS + ST + TR = 10\,\text{mm} + 24\,\text{mm} + 26\,\text{mm} = 60\,\text{mm}}$

L'aire du triangle $\boxed{\mathscr{A} = \dfrac{RS \times ST}{2} = \dfrac{24\,\text{mm} \times 10\,\text{mm}}{2} = \dfrac{240\,\text{mm}^2}{2} = 120\,\text{mm}^2}$

Longueurs	**Angles**	**Périmètre du triangle** RST	**Aire du triangle** RST
$RS = 10\,\text{mm}$	$\widehat{RST} = 90°$		
$ST = 24\,\text{mm}$	$\widehat{STR} \approx 23°$	$\mathscr{P} = 60\,\text{mm}$	$\mathscr{A} = 120\,\text{mm}^2$
$RT = 26\,\text{mm}$	$\widehat{SRT} \approx 67°$		

Exercice n° 2 — Lancer de dés

21 points

Probabilités

Un exercice très classique qui est d'ailleurs souvent présenté en classe pendant le cours de probabilités.

Partie 1

1. Il y a six issues possibles : « Obtenir 1 », « Obtenir 2 », « Obtenir 3 », « Obtenir 4 », « Obtenir 5 », « Obtenir 6 »

2. Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité puisque le dé est équilibré. Il y a donc une chance sur six pour chaque issue.

La probabilité d'obtenir 2 est $\dfrac{1}{6} \approx 0,167$ soit environ 16,7 %

3. L'événement **B** est constitué de trois issues : « Obtenir 1 », « Obtenir 3 »et « Obtenir 5 ».

La probabilité de l'événement **B** est $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$ soit 50 %.

Partie 2

1. Le plus grand « score »possible en faisant la somme de deux dés numérotés de 1 à 6 est 12.

La probabilité de l'événement **C** est 0 : c'est l'événement impossible.

2.a.

Dé rouge \ Dé vert	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

2.b. Les scores possibles sont : 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 7 — 8 — 9 — 10 — 11 — 12

3.a. On constate en regardant le tableau qu'il y a 36 issues équiprobables possibles.
L'événement **D** est constitué des trois issues suivantes : $6+4$, $5+5$ et $4+6$.

La probabilité de l'événement D est $\frac{3}{36} = \frac{1}{12} \approx 0,083$ soit environ 8,3 %

3.b. Le score est un multiple de 4 si il vaut 4, 8 ou 12.
L'événement **E** est constitué des neuf issues suivantes : $1+3=4$, $2+2=4$, $3+1=4$, $2+6=8$, $3+5=8$, $4+4=8$, $5+3=8$, $6+2=8$ et $6+6=12$.

La probabilité de l'événement E est $\frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0,25$ soit 25 %.

3.c. L'événement « le score est un nombre premier »est constitué des scores 2, 3, 5, 7 et 11.
Les issues pour obtenir ces scores sont : $1+1=2$, $1+2=3$, $2+1=3$, $1+4=5$, $2+3=5$, $3+2=5$, $4+1=5$, $1+6=7$, $2+5=7$, $3+4=7$, $4+3=7$, $5+2=7$, $6+1=7$, $5+6=11$ et $6+5=11$. Il y a 15 issues !

L'événement « le score est strictement plus grand que 7 »est constitué des scores 8, 9, 10, 11 et 12.
Les issues pour obtenir ces scores sont : $2+6=8$, $3+5=8$, $4+4=8$, $5+3=8$, $6+2=8$, $3+6=9$, $4+5=9$, $5+4=9$, $6+3=9$, $4+6=10$, $5+5=10$, $6+4=10$, $5+6=11$, $6+5=11$ et $6+6=12$. Il y a 15 issues !

15 issues favorables : les probabilités des deux événements sont égales à $\frac{15}{36} = \frac{5}{12} \approx 0,417$ soit environ 41,7 %

Exercice n° 3 — Les trois programmes de calcul

16 points

Scratch — Programme de calcul

Encore un exercice très classique qui mélange Scratch et programme de calcul. Une équation produit à résoudre et une équation du premier degré.

1.a. En prenant le nombre 1 avec le **Programme A** on obtient successivement :
1 — $1+1=2$ — $3\times 2=6$ puis $6-3=3$.

Ne prenant 1 avec le **Programme A** affiche « On obtient 3 »pendant 2 secondes.

1.b. En prenant le nombre 2 avec le **Programme B** on obtient successivement :

$2 \longrightarrow 2+3=5$ d'une part et $2-5=-3$ d'autre part puis $5\times(-3)=-15$.

Ne prenant 2 avec le **Programme B** affiche « On obtient -15 »pendant 2 secondes.

2. En prenant le nombre générique x pour nombre de départ dans le **Programme C** on obtient successivement :
$x \longrightarrow 7x \longrightarrow 7x+3 \longrightarrow 7x+3-x=6x+3$.

En prenant x comme nombre générique au départ du **Programme C** on obtient l'expression $6x+3$.

3. Prenons x comme nombre générique de départ dans le **Programme A** on obtient successivement :
$x \longrightarrow x+1$ puis $3\times(x+1)=3x+3$ et enfin $3x+3-3=3x$.

Prenons x comme nombre générique de départ dans le **Programme B** on obtient successivement :
$x \longrightarrow x+3$ d'une part et $x-5$ d'autre part et enfin $(x+3)(x-5)$.

En observant les trois expressions obtenues on constante que Le **Programme A** renvoit le triple du nombre de départ.

4.a.

$$(x+3)(x-5)=0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} x+3&=0\\ x+3-3&=0-3\\ x-3& \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-5&=0\\ x-5+5&=0+5\\ x&=5 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : -3 et 5

4.b. On constate en utilisant la question précédente que le **Programme B** correspond à l'expression littérale $(x+3)(x-5)$.

Le **Programme B** affiche 0 en prenant -3 ou 5 au départ.

5. Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 3x&=6x+3\\ 3x-6x&=6x+3-6x\\ -3x&=3\\ x&=\frac{3}{-3}\\ x&=-1 \end{aligned}$$

Vérifions :
En prenant -1 avec le **Programme A** on obtient successivement :
$-1 \longrightarrow -1+1=0 \longrightarrow 3\times 0=0$ et $0-3=-3$.
En prenant -1 avec le **Programme C** on obtient successivement :
$-1 \longrightarrow 7\times(-1)=-7 \longrightarrow -7+3=-4 \longrightarrow -4-(-1)=-4+1=-3$.

En prenant -1 au départ les **Programme A** et **Programme C** donnent le même résultat -3.

Exercice n° 4 — Le col de Hardknott *19 points*

Un exercice assez difficile qui mélange théorème de Thalès, théorème de Pythagore, vitesse et notion de pente

1. Il suffit de calculer l'écart entre les altitudes.

$\boxed{\text{EC} = 393\,\text{m} - 251\,\text{m} = 142\,\text{m}}$

2.a. Les droites (BD) et (EC) sont perpendiculaires à la droite (AC).
On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

$\boxed{\text{Les droites (BD) et (EC) sont donc parallèles.}}$

2.b.
Les droites (AE) et (AC) sont sécantes en A, les droites (BD) et (EC) sont parallèles,
D"après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{AB}}{\text{AC}} = \frac{\text{AD}}{\text{AE}} = \frac{\text{BD}}{\text{CE}}$$

$$\frac{\text{AB}}{\text{AC}} = \frac{51{,}25\,\text{m}}{\text{AE}} = \frac{11{,}25\,\text{m}}{142\,\text{m}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{AE} = \dfrac{51{,}25\,\text{m} \times 142\,\text{m}}{11{,}25\,\text{m}}$ d'où $\text{AE} = \dfrac{7\,277{,}5\,\text{m}^2}{11{,}25\,\text{m}}$ et $\text{AE} \approx 647\,\text{m}$

$\boxed{\text{Finalement DE} = \text{AE} - \text{AD} = 647\,\text{m} - 51{,}25\,\text{m} \approx 596\,\text{m}}$

3. Aurélie roule à la vitesse moyenne de $8\,\text{km/h}$, la distance et le temps sont proportionnels :

Distance	$8\,\text{km} = 8\,000\,\text{m}$	$596\,\text{m}$
Temps	$1\,\text{h} = 60\,\text{min}$	$\dfrac{596\,\text{m} \times 60\,\text{min}}{8\,000\,\text{m}} \approx 4{,}47\,\text{min}$

$\boxed{\text{Aurélie arrivera à environ 9 h 59 min.}}$

4. Il faut d'abord calculer la distance horizontale AC.
Dans le triangle ACE rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{CA}^2 + \text{CE}^2 = \text{AE}^2$$

$$\text{CA}^2 + 142^2 = (51{,}25 + 596)^2$$

$$\text{CA}^2 + 142^2 = 647{,}25^2$$

$$\text{CA}^2 = 647{,}25^2 - 142^2$$

$$\text{CA}^2 \approx 398\,769$$

$$\text{CA} \approx \sqrt{398\,769}$$

$$\text{CA} \approx 631$$

La distance horizontale mesure environ $631\,\text{m}$.

$\boxed{\text{La pente est égale à } \dfrac{142\,\text{m}}{631\,\text{m}} \approx 0{,}225 \text{ soit environ } 22{,}5\ \%.}$

Exercice n° 5 — Les forfait de la station de ski

20 points

Fonctions affines — Fonctions linéaires — Proportionnalité — Lecture graphique

Un exercice sur les fonctions affines, linéaires et constantes. Le fameux exercice avec les forfaits de ski ! Les professeurs de mathématiques sont des sportifs : après le vélo, le ski !

1.

Nombre de journées de ski	2	6	10
Formule A	73€	219€	365€
Formule B	127€	201€	275€
Formule C	448,50€	448,50€	448,50€

2.a. Une situation de proportionnalité correspond à une fonction linéaire, c'est à dire une fonction dont la forme algébrique est du type $k(x) = ax$ où a est un nombre.

$h(x) = 36,5x$ est une fonction linéaire de coefficient $36,5$: elle correspond à une situation de proportionnalité.

2.b. La **Formule A** correspond à la fonction h.

La **Formule B** correspond à la fonction f.

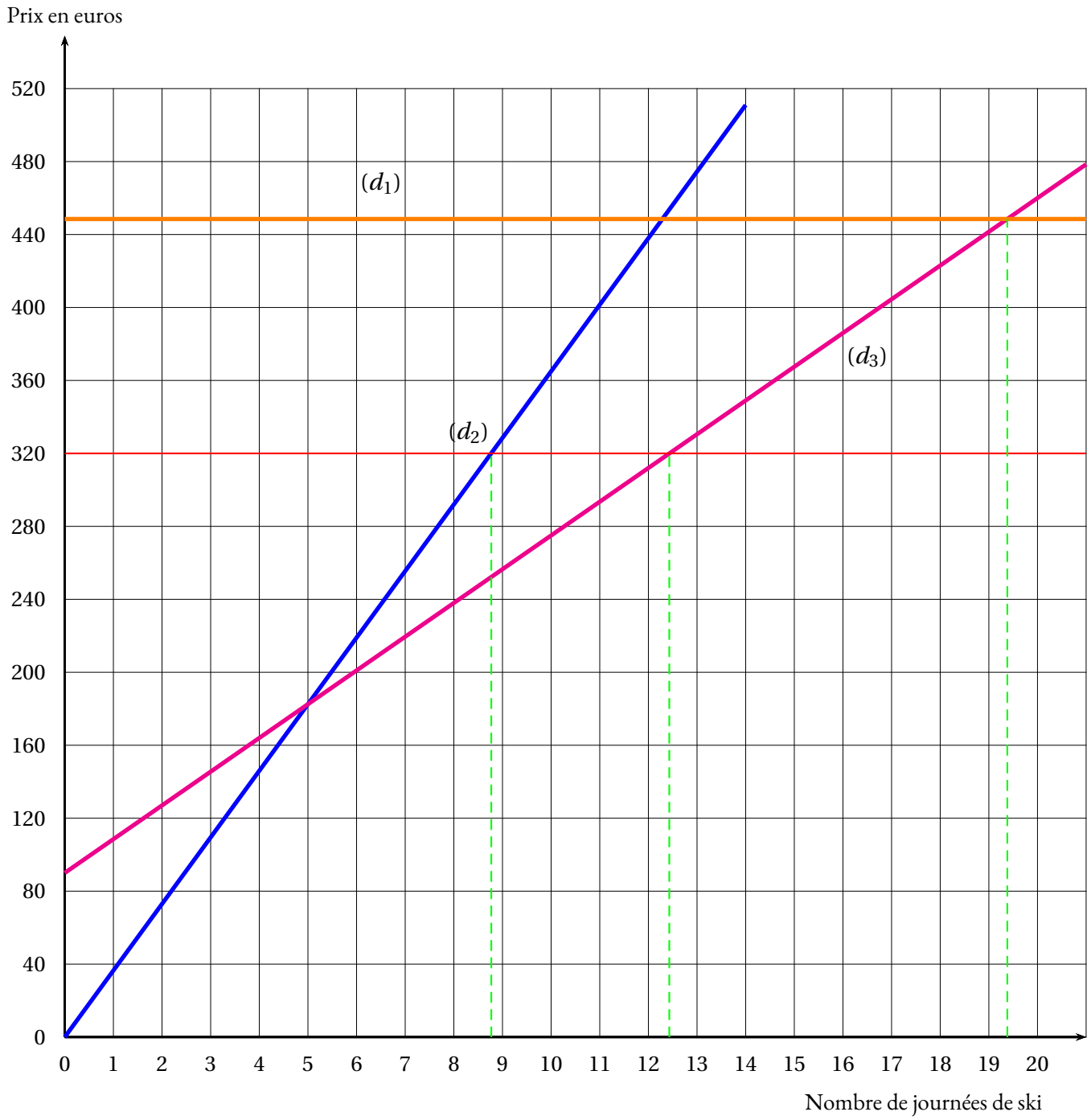
La **Formule C** correspond à la fonction g.

2.c. Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} h(x) &= f(x) \\ 36,5x &= 90 + 18,5x \\ 36,5x - 18,5x &= 90 + 18,5x - 18,5x \\ 18x &= 90 \\ x &= \frac{90}{18} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Pour 5 journées de ski les **Formule A** et **Formule B** correspondent au même prix.

3.a. On sait que la fonction h est linéaire : sa représentation graphique est une droite passant par l'origine. Il s'agit de la droite (d_2).
On sait que la fonction g est constante : sa représentation graphique est une droite horizontale. Il s'agit de la droite (d_1).
On sait que la fonction f est affine : sa représentation graphique est une droite passant par $(0;90)$. Il s'agit de la droite (d_3).



3.b. Avec 320 € il peut skier au maximum 12 jours avec la **Formule B**

3.c. À partir de 20 jours de ski la **Formule C** est la plus rentable.

Diplôme national du brevet
Session 2021

Mathématiques

Série générale

Asie

21 juin 2021

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	24 points
Exercice n° 2	21 points
Exercice n° 3	23 points
Exercice n° 4	16 points
Exercice n° 5	16 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Un QCM à six questions

24 points

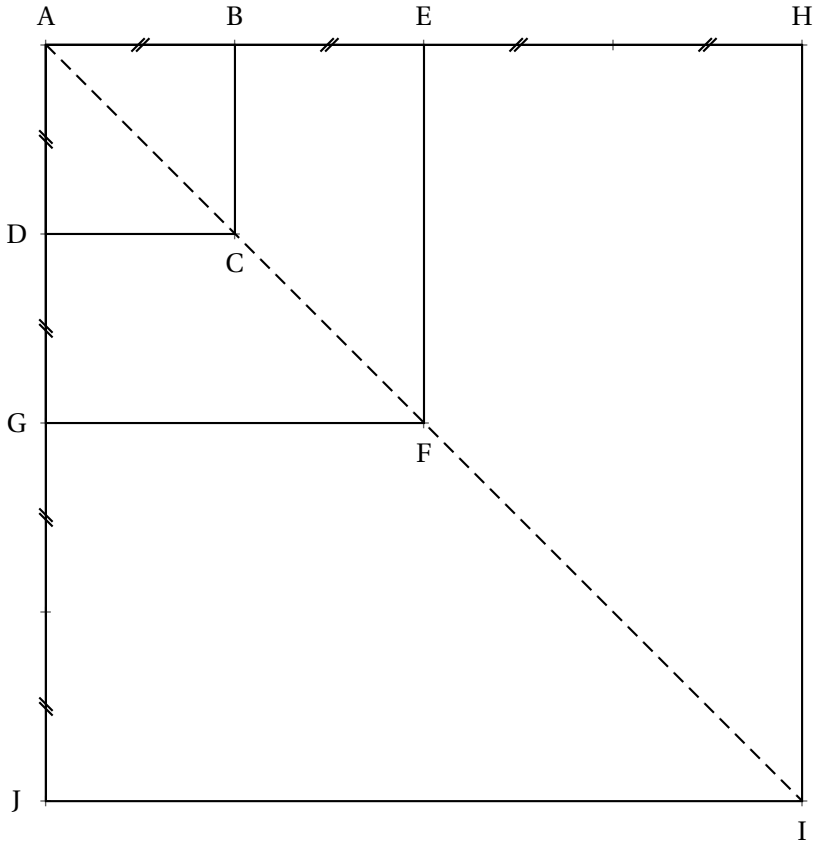
Pour chacun des six énoncés suivants, écrire sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie. Il y a une seule réponse correcte par énoncé.
On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

		Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**
1.	Le nombre 126 a pour diviseur	252	20	6
2.	On considère la fonction f définie par : $f(x) = x^2 - 2$	L'image de 2 par f est -2	$f(-2) = 0$	$f(0) = -2$
3.	Dans la cellule A2 du tableur ci-dessous, on a saisi la formule $= -5 * \text{A1} * \text{A1} + 2 * \text{A1} - 14$ puis on l'a étirée vers la droite. Quel nombre obtient-on dans la cellule B2 ? A: -4, B: -3 A2: -102	-65	205	25
4.	Les solutions de l'équation $x^2 = 16$ sont	-8 et 8	-4 et 4	-32 et 32
5.	2×2^{400} est égal à	2^{401}	4^{400}	2^{800}
6.	La largeur et la hauteur d'une télévision suivent le ratio 16 : 9. Sachant que la hauteur de cette télévision est de 54 cm, combien mesure sa largeur ?	94 cm	96 cm	30,375 cm

Exercice n° 2 — Une agrandissement de carré *21 points*

Le quadrilatère ABCD est un carré de côté 1 cm. Il est noté **Carré ❶**.
Les points A, B, E et H sont alignés, ainsi que les points A, D, G et J.
On construit ainsi une suite de carrés (**Carré ❶ — Carré ❷ — Carré ❸ — ...**) en doublant la longueur du côté du carré, comme illustré ci-dessous pour les trois premiers carrés.

La figure n'est pas en vraie grandeur.



Carré ❶ : ABCD

Carré ❷ : ABCD

Carré ❸ : ABCD

1. Calculer la longueur AC.

2. On choisit un carré de cette suite de carrés.
*Aucune justification n'est demandée pour les questions **2.a.** et **2.b.**.*

2.a. Quel coefficient d'agrandissement des longueurs permet de passer de ce carré au carré suivant ?
2.b. Quel type de transformation permet de passer de ce carré au carré suivant ?

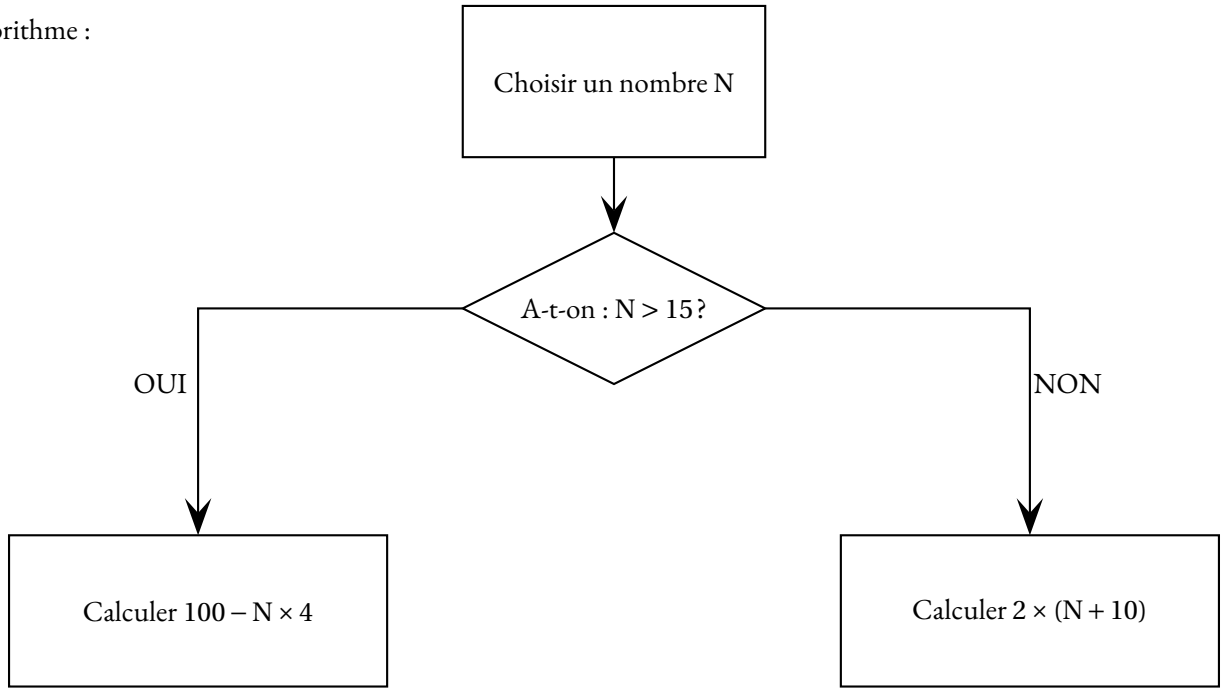
symétrie axiale — homothétie — rotation — symétrie centrale — translation

3. L'affirmation « la longueur de la diagonale du **Carré ❸** est trois fois plus grande que la longueur de la diagonale du **Carré ❶** »est-elle correcte ?

4. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{AJB}$ au degré près.

Exercice n° 3 — Deux algorithmes *23 points*

Voici un algorithme :

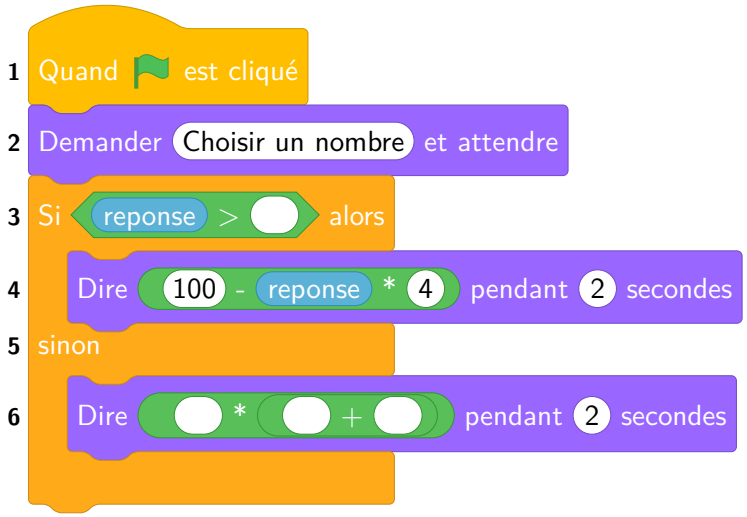


1. Justifier que si on choisit le nombre N de départ égal à 18, le résultat final de cet algorithme est 28.

2. Quel résultat final obtient-on si on choisit 14 comme nombre N de départ ?

3. En appliquant cet algorithme, deux nombres de départ différents permettent d'obtenir 32 comme résultat final. Quels sont ces deux nombres ?

4. On programme l'algorithme précédent :



4.a. Recopier la ligne 3 en complétant les pointillés. **Ligne 3 :** Si Réponse > ..... alors

4.b. Recopier la ligne 6 en complétant les pointillés. **Ligne 6 :** Dire ..... * (..... + ...) pendant 2 secondes

5. On choisit au hasard un nombre premier entre 10 et 25 comme nombre N de départ.
Quelle est la probabilité que l'algorithme renvoie un multiple de 4 comme résultat final ?

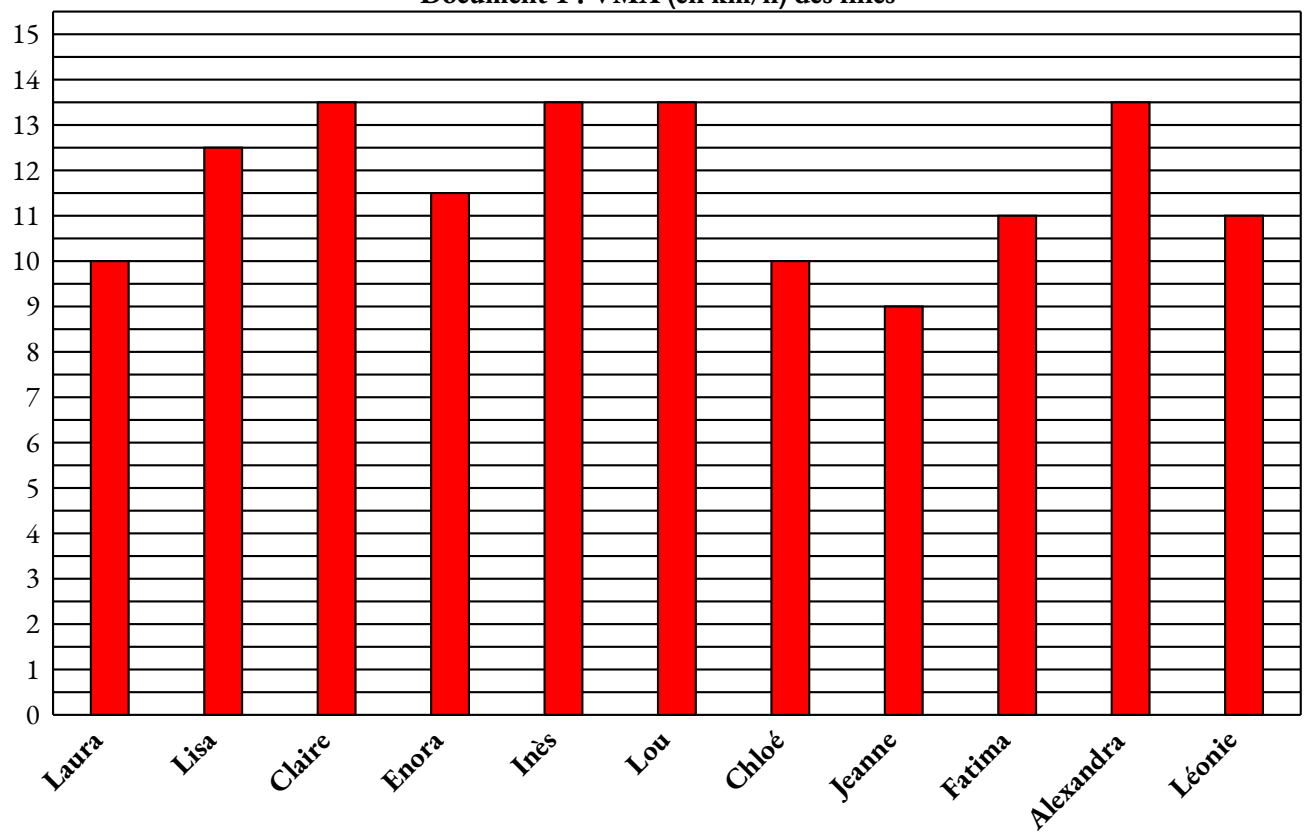
Exercice n° 4 — Le test de demi-Cooper *16 points*

En cours d'éducation physique et sportive (EPS), les 24 élèves d'une classe de troisième pratiquent la course de fond.
Les élèves réalisent le test de demi-Cooper : ils doivent parcourir la plus grande distance possible en six minutes. Chaque élève calcule ensuite sa vitesse moyenne sur cette course. Le résultat obtenu est appelé VMA (Vitesse Maximale Aérobie).

1. Après son échauffement, Chloé effectue ce test de demi-Cooper. Elle parcourt 1 000 m en 6 minutes.
Montrer que sa VMA est égale à 10 km/h.

2. L'enseignante a récolté les résultats et a obtenu les Documents 1 et 2 ci-dessous :

Document 1 : VMA (en km/h) des filles



Document 2 : VMA (en km/h) des garçons

Nathan : 12	Lucas : 11	Jules 14	Abdel : 13,5	Nicolas : 14
Thomas : 14,5	Martin : 11	Youssef : 14	Mathis : 13	Léo : 15
Simon : 12	José : 14	Ilan : 14		

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. On rappelle que *toutes les réponses doivent être justifiées.*

2.a. Affirmation n° 1 : l'étendue de la série statistique des VMA des filles de la classe est plus élevée que celle de la série statistique de VMA des garçons de la classe.

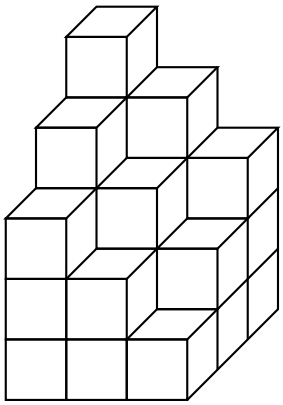
2.b. Affirmation n° 2 : plus de 25 % des ékèves de la classe a une VMA inférieure ou égale à 11,5 km/h.

2.c. L'enseignante souhaite que la moitié de la classe participe à une compétetion. Elle selectionne donc les douze élèves dont la VMA est la plus élevée.
Affirmation n° 3 : Lisa participe à la compétition.

Exercice n° 5 — Le pavé droit et les petits cubes *16 points*

Première partie

En plaçant plusieurs cubes unités, on construit ce solide :

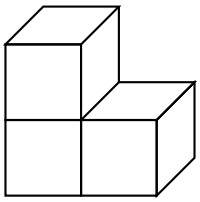


Question : Combien de cubes unités au minimum manque-t-il pour compléter ce solide et obtenir un pavé droit ?

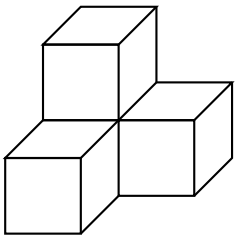
Deuxième partie

Un jeu en 3D contient les sept pièces représentées ci-dessous. Chaque pièce est constituée de cubes identiques d'arête 1 dm.

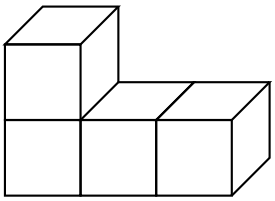
Pièce n° 1
3 cubes



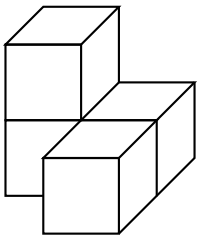
Pièce n° 2
4 cubes



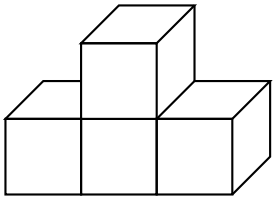
Pièce n° 3
4 cubes



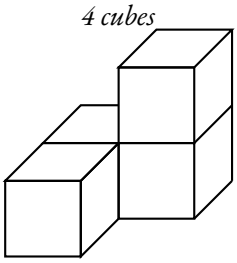
Pièce n° 4
4 cubes



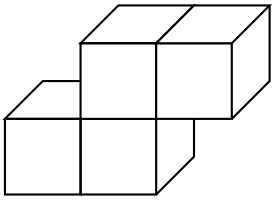
Pièce n° 5
4 cubes



Pièce n° 6
4 cubes



Pièce n° 7
4 cubes



1. Dessiner une vue de dessus de la **Pièce n° 4** (en prenant 2 cm sur le dessin pour représenter 1 dm dans la réalité.

2. À l'aide de la totalité des sept pièces, il est possible de construire un grand cube sans espace vide.

2.a. Quel sera alors le volume en decimètre cube de ce grand cube ?

2.b. Quelle est la longueur d'une arête en décimètre de ce grand cube ?

Brevet — 2021 — Asie — Série générale

Correction

Un sujet intéressant et assez original. Le QCM est constitué de six questions touchant des domaines différents dont le ratio et le tableur. Encore un exercice sur les transformations qui sont très à la mode en ce mois de juin 2021. L'exercice d'algorithmique utilise Scratch mais aussi une représentation plus schématique des algorithmes. Les statistiques sont aussi bien représentées. Le dernier exercice sur le cube et le puzzle 3D est très original même si on peut se demander ce qu'il vise comme objectifs pédagogiques !

Exercice n° 1 — Un QCM à six questions *24 points*

Arithmétique — Fonction — Tableur — Équation — Puissance — Ratio

Un QCM très complet qui mélange de nombreuses notions. On remarquera un ratio et un tableur.

1. $252 = 126 \times 2$, 252 est un multiple de 126.
$126 = 20 \times 6 + 6$ donc 20 n'est pas un diviseur de 126.
$126 = 6 \times 21$, 6 est un diviseur de 126. **1. — Réponse C**

2. $f(2) = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$ donc la **Réponse A** est fausse.
$f(-2) = (-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$ donc la **Réponse B** est fausse.
$f(0) = 0^2 - 2 = 0 - 2 = -2$, **2. — Réponse C**

3. L'expression écrite dans le cellule A2 correspond à la fonction $f(x) = -5x^2 + 2x - 14$.
Dans la cellule B2 le nombre utilisé pour le calcul est B1.
Il faut donc calculer $f(-3)$.
$f(-3) = -5 \times (-3)^2 + 2 \times (-3) - 14 = -5 \times 9 - 6 - 14 = -45 - 6 - 14 = -65$.

3. — Réponse A

4. On peut utiliser la leçon et affirmer que les solutions de $x^2 = 16$ sont $-\sqrt{16} = -4$ et $\sqrt{16} = 4$.
On peut aussi refaire la démonstration :

$$\begin{aligned} x^2 &= 16 \\ x^2 - 16 &= 16 - 16 \\ x^2 - 16 &= 0 \\ x^2 - 4^2 &= 0 \\ (x+4)(x-4) &= 0 \end{aligned}$$

On a factorisé en utilisant l'identité remarquable ($a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

$$(x-4)(x+4) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} x - 4 &= 0 \\ x - 4 + 4 &= 0 + 4 \\ x4 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 4 &= 0 \\ x + 4 - 4 &= 0 - 4 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

Il y a deux solutions : -4 et 4.

4. — Réponse B

5. $2 \times 2^{400} = 2^1 \times 2^{400} = 2^{1+400} = 2^{401}$. **5. — Réponse A** .

6. La largeur et la hauteur sont dans un ration 16 : 9, cela signifie que nous avons des grandeurs proportionnelles :

Largeur	16	$\dfrac{16 \times 54\,\text{cm}}{9} = 96\,\text{cm}$
Hauteur	9	54 cm

On pouvait aussi écrire que $\dfrac{\text{Largeur}}{\text{Hauteur}} = \dfrac{16}{9}$ et on arrive au même résultat.

6. — Réponse B

Exercice n° 2 — Une agrandissement de carré *21 points*

Théorème de Pythagore — Agrandissement/réduction — Homothétie — Trigonométrie

Un exercice assez simple et rapide au sujet de l'homothétie. On remarquera une question de trigonométrie pour conclure.

1.
Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned} BA^2 + BC^2 &= AC^2 \\ 1^2 + 1^2 &= AC^2 \\ 1 + 1 &= AC^2 \\ AC^2 &= 2 \\ AC &= \sqrt{2} \\ AC &\approx 1,41 \end{aligned}$$

Le segment [AC] mesure $\sqrt{2}$ cm $\approx$ 1,41 cm.

2.a. On double la longueur à chaque étape. Le coefficient d'agrandissement des longueurs vaut donc 2.

2.b. Il s'agit d'une homothétie de centre A et de rapport 2.

3. Le **Carré ❸** a des longueurs deux fois plus grandes que le **Carré ❷** qui lui même est deux fois plus grand que le **Carré ❶**.

Le **Carré ❸** est donc $2 \times 2 = 4$ fois plus grand que le **Carré ❸**.

Cette affirmation est fausse.

4. Le triangle AJB est rectangle en A.
On sait que le côté opposé à l'angle $\widehat{AJB}$ est [AB], il mesure AB = 1 cm.
On sait que le côté adjcent à l'angle $\widehat{AJB}$ est [AJ], il mesure AJ = 4 cm.

$\tan \widehat{AJB} = \dfrac{1\,\text{cm}}{4\,\text{cm}} = 0,25.$

À la calculatrice on trouve $\widehat{AJB} \approx 14°$.

Exercice n° 3 — Deux algorithmes *23 points*

Algorithmique — Scratch — Programme de calcul

*Un exercice d'algorithmique original qui mélange programme de calcul sous forme schématique et Scratch. L'exercice termine sur une question mêlant arithmétique et probabilité : ambitieux ! La question **3.** qui demande de résoudre deux équations en fonction de la position de la solution est également délicat.*

1. En prenant $N = 18$ comme nombre de départ. Comme $18 > 15$ il faut calculer $100 - 18 \times 4 = 100 - 72 = 28$

En prenant 18 au départ on obtient bien 28 à la fin.

2. En prenant $N = 14$ comme nombre de départ. Comme $14 < 15$ il faut calculer $2 \times (14 + 10 = 2 \times 24 = 48_{=}$.

En prenant 14 au départ on obtient 48 à la fin.

3. Nous allons résoudre deux équations suivant si $N > 15$ ou pas :

Si $N \leqslant 15$

$$\begin{aligned} 2 \times (N + 10) &= 32 \\ 2N + 20 &= 32 \\ 2N + 20 - 20 &= 32 - 20 \\ 2N &= 12 \\ N &= \frac{12}{2} \\ N &= 6 \end{aligned}$$

On constate que $6 < 15$

Si $N > 15$

$$\begin{aligned} 100 - N \times 4 &= 32 \\ 100 - 4N &= 32 \\ 100 - 4N - 100 &= 32 - 100 \\ -4N &= -68 \\ N &= \frac{-68}{-4} \\ N &= 17 \end{aligned}$$

On constate que $17 > 15$

6 et 17 sont les deux seuls nombres qui permettent d'obtenir 32 avec ce programme.

4.a. Si Réponse > 15 alors

4.b. Dire 2 * (Réponse + 10) pendant 2 secondes

5. Voici la liste des nombres premiers compris entre 10 et 25 : 11 − − − 13 − − − 17 − − − 19 − − − 23.
Il faut calculer le résultat du programme pour chacun d'entre eux.
Pour $N = 11$, comme $11 < 15$ on obtient $2 \times (11 + 10) = 2 \times 21 = 42$
Pour $N = 13$, comme $13 < 15$ on obtient $2 \times (13 + 10) = 2 \times 23 = 46$
Pour $N = 17$, comme $17 > 15$ on obtient $100 - 17 \times 4 = 100 - 68 = 32$
Pour $N = 19$, comme $19 > 15$ on obtient $100 - 19 \times 4 = 100 - 76 = 24$
Pour $N = 23$, comme $23 > 15$ on obtient $100 - 23 \times 4 = 100 - 92 = 8$

Sur les cinq nombres premiers il y en a trois, 17, 19 et 23 qui donnent un multiple de 4.

La probabilité cherchée est $\frac{3}{5} = 0,6$ soit 60 %.

Exercice n° 4 — Le test de demi-Cooper *16 points*

Statistiques — Pourcentages

Un exercice de statistiques assez complet qui mélange lecture graphique de données et données exhaustives.

1. On sait que dans le calcul d'une vitesse moyenne on considère que la distance et le temps sont proportionnels.

Distance	$1\,000\,\text{m}$	$\dfrac{60\,\text{min} \times 1\,000\,\text{m}}{6\,\text{min}} = 10\,000\,\text{m}$
Temps	$6\,\text{min}$	$1\,\text{h} = 60\,\text{min}$

On pouvait aussi remarquer que $6\,\text{min} \times 10 = 60\,\text{min}$, Chloé va donc parcourir une distance dix fois plus grande en un temps dix fois supérieur.

Elle parcourt $10\,000\,\text{m}$ en $1\,\text{h}$ ce qui correspond à une VMA de $10\,\text{km/h}$.

2.a. Affirmation n° 1

La VMA maximale des filles vaut $13{,}5\,\text{km/h}$. La VMA minimale $9\,\text{km/h}$. L'étendue pour les filles vaut $13{,}5\,\text{km/h} - 9\,\text{km/h} = 4{,}5\,\text{km/h}$.
La VMA maximale des garçons vaut $15\,\text{km/h}$. La VMA minimale $11\,\text{km/h}$. L'étendue pour les garçons vaut $15\,\text{km/h} - 11\,\text{km/h} = 4\,\text{km/h}$.

Affirmation n° 1 : Vraie

2.b. Affirmation n° 2

Dans cette classe il y a 13 garçons et 11 filles. Chez les filles 5 ont une VMA inférieure à $11{,}5\,\text{km/h}$. Chez les garçons il y en a 2.
Il y a donc 7 élèves sur 24 qui ont une VMA inférieure à $11{,}5\,\text{km/h}$.

Or $\dfrac{7}{24} \approx 0{,}29$ soit 29 %.

Affirmation n° 2 : Vraie

2.c. Affirmation n° 3

Lisa a une VMA de $12{,}5\,\text{km/h}$. Il y a 4 filles qui ont une VMA supérieure à la sienne et 8 garçons soit 12 élèves en tout. Elle a donc la treizième VMA.

Affirmation n° 3 : Fausse

Exercice n° 5 — Le pavé droit et les petits cubes *16 points*

Volume — Cube —

Un exercice très original au sujet du cube. Un puzzle en 3D !

Première partie

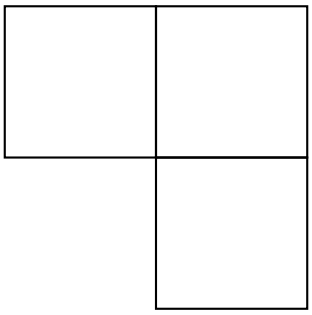
Question :
Le pavé que l'on cherche à construire mesure 3 unités sur 3 unités sur 5 unités.
Son volume en unité cube vaut donc exactement $3 \times 3 \times 5 = 45$ unités cube.

On peut compter le nombre de cubes unités présents dans le solide. On peut compter les lignes de la face de devant vers la face de derrière.
$6 + (6 + 3) + (6 + 3) + 3 = 27$ cubes unités. Il en manque donc $45 - 27 = 18$.

Il manque 18 cubes unités à ce solide pour faire un pavé.

Deuxième partie

1. Voici le dessin de la **Pièce n° 4** en vue de dessus :



2.a. Il suffit de compter le nombre de cubes unités pour les sept pièces.

Il y a $3 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 27$ cubes unités, soit un volume de $27\,\text{dm}^3$

2.b. En notant x la mesure du côté du cube en décimètre. Il faut trouver un nombre x tel que $x^3 = 27$.

On ne sait pas résoudre une telle équation en troisième.

On peut supposer que le côté de ce cube est un nombre entier. Testons quelques nombres entiers :
$1^3 = 1$ — $2^3 = 8$ — $3^3 = 27$ — $4^3 = 64$

Le côté du cube mesure $3\,\text{dm}$.

Diplôme national du brevet
Session 2021

Mathématiques

Série générale

Polynésie Française

25 juin 2021

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	22 points
Exercice n° 2	16 points
Exercice n° 3	21 points
Exercice n° 4	19 points
Exercice n° 5	22 points

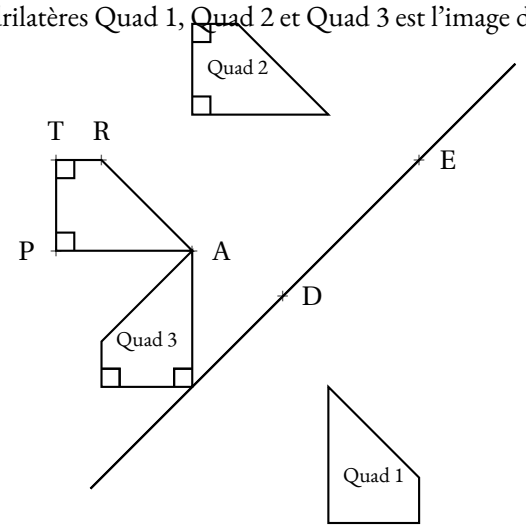
Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Cinq questions indépendantes *22 points*

Cet exercice est constitué de 5 questions indépendantes.

1. Sur la figure ci-dessous, chacun des quadrilatères Quad 1, Quad 2 et Quad 3 est l'image du quadrilatère TRAP par une transformation.



Recopier les trois phrases ci-dessous sur la copie et compléter, sans justifier, chacune d'elles par le numéro de l'une des transformations proposées dans la liste qui suit :
1.a. Le quadrilatère **Quad 1** est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro .....
1.b. Le quadrilatère **Quad 2** est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro .....
1.c. Le quadrilatère **Quad 3** est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro .....

- **Transformation n° 1 :** translation qui transforme le point D en le point E ;
- **Transformation n° 2 :** rotation de centre A et d'angle 90° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre ;
- **Transformation n° 3 :** symétrie centrale de centre D ;
- **Transformation n° 4 :** translation qui transforme le point E en le point D ;
- **Transformation n° 5 :** rotation de centre A et d'angle 120° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre ;
- **Transformation n° 6 :** symétrie axiale d'axe (DE).

2. Développer et réduire l'expression suivante : $(2x-3)(-5+2x)-4+6x$

3. Résoudre l'équation suivante : $(x+6)(5x-2)=0$

4.a. Décomposer, sans justifier, en produit de facteurs premiers les nombres 1386 et 1716.
4.b. En déduire la forme irréductible de la fraction $\dfrac{1386}{1716}$

5. Les coordonnées géographiques de la ville appelée Jokkmokk sont environ : 67° Nord et 19° Est.
Placer approximativement la ville de Jokkmokk sur la planisphère en ANNEXE à rendre avec la copie.

Exercice n° 2 — Le professeur joue avec ses élèves *16 points*

Un professeur propose un jeu à ses élèves.
Ils doivent tirer un jeton dans la boîte de leur choix et gagnent lorsqu'ils tombent sur un jeton noir. Le professeur précise que :

— La boîte A contient 10 jetons dont 1 jeton noir ;
— La boîte B contient 15 % de jetons noirs ;
— La boîte C contient exactement 350 jetons blancs et 50 jetons noirs.

Les jetons sont indiscernables au toucher. Une fois que l'élève a choisi sa boîte, le tirage se fait au hasard.

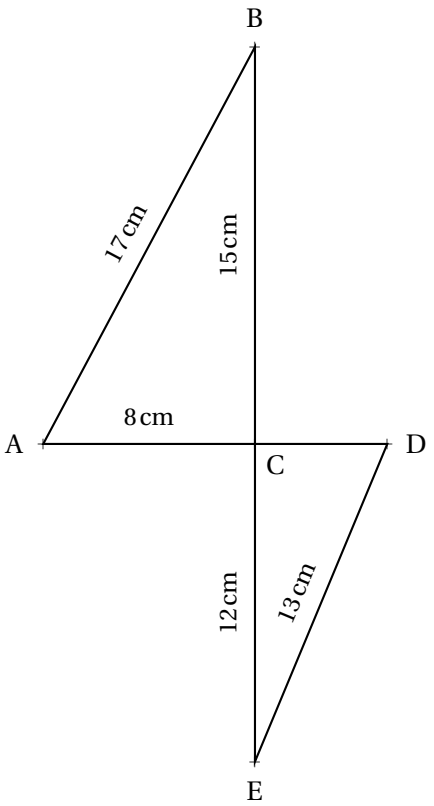
1. Montrer que, dans la boîte C, la probabilité de tirer un jeton noir est $\frac{1}{8}$.

2. C'est le tour de Maxime. Dans quelle boîte a-t-il intérêt à tenter sa chance ? Justifier la réponse.

3. La boîte B contient 18 jetons noirs. Combien y-a-t-il de jetons dans cette boîte ?

4. On ajoute 10 jetons noirs dans la boîte C. Déterminer le nombre de jetons blancs à ajouter dans la boîte C pour que la probabilité de tirer un jeton noir reste égale à $\frac{1}{8}$.

Exercice n° 3 — Thalès, Pythagore et un peu de trigonométrie *21 points*



Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le point C est le point d'intersection des droites (BE) et (AD).

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.

2. Calculer l'aire du triangle ABC.

3. Calculer une valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.

4. Calculer le périmètre du triangle CDE.

5. Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?

Exercice n° 4 — Des hexagones avec Scratch *19 points*

1. On donne le programme suivant :

```
1  Quand [drapeau] est cliqué
2  Aller à x : -190 y : 0
3  S'orienter à 90 degrés
4  Mettre Longueur à 30
5  Répéter 4 fois
6      Motif
7      Relever le stylo
8      Avancer de (Longueur × 2 + 10)
9      Ajouter à Longueur 10
10 Définir Motif
11 Stylo en position d'écriture
12 Répeter 6 fois
13     Avancer de Longueur
14     Tourner de ↻ de 60 degrés
```

On rappelle que « s'orienter à 90 »signifie que l'on est orienté vers la droite.

1. On prendra dans cette question 1 mm pour un pixel.
Représenter en vraie grandeur sur votre copie la figure que trace le bloc **Motif** lorsque **Longueur** vaut 30 pixels.

2. Ce programme utilise une variable, quel est son nom ?
À quoi correspond-elle sur la figure réalisée par le bloc **Motif** ?

3. Laquelle de ces trois figures obtient-on lorsqu'on exécute ce programme ?
Indiquer sur votre copie le numéro de la bonne proposition parmi les trois suivantes. On expliquera son choix.

Figure n° 1

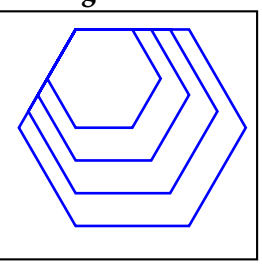


Figure n° 2

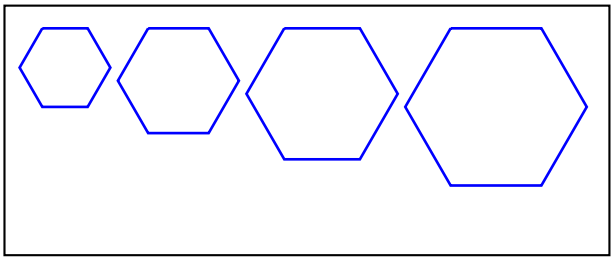
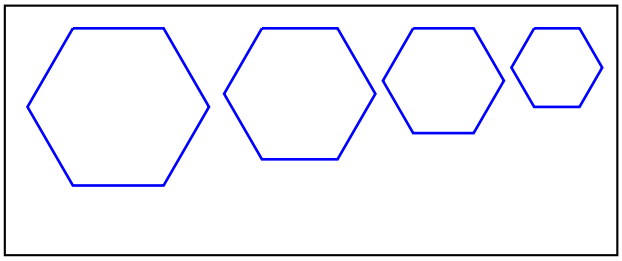
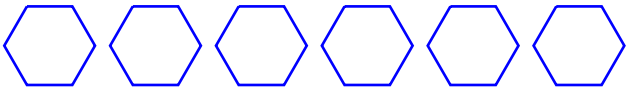


Figure n° 3



4. Modifier le programme précédent pour obtenir la figure ci-dessous. Pour cela indiquer les numéros des instructions à supprimer ou à modifier, et préciser les modifications à apporter :

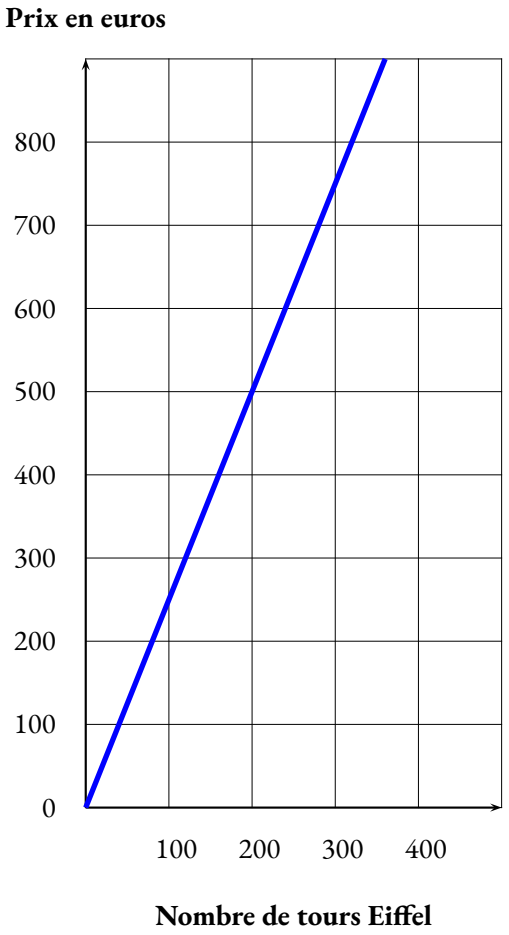


5. On souhaite modifier le bloc **Motif** afin qu'il permette de tracer un carré. Pour cela, indiquer les numéros des instructions à supprimer ou à modifier, et préciser les modifications à apporter.

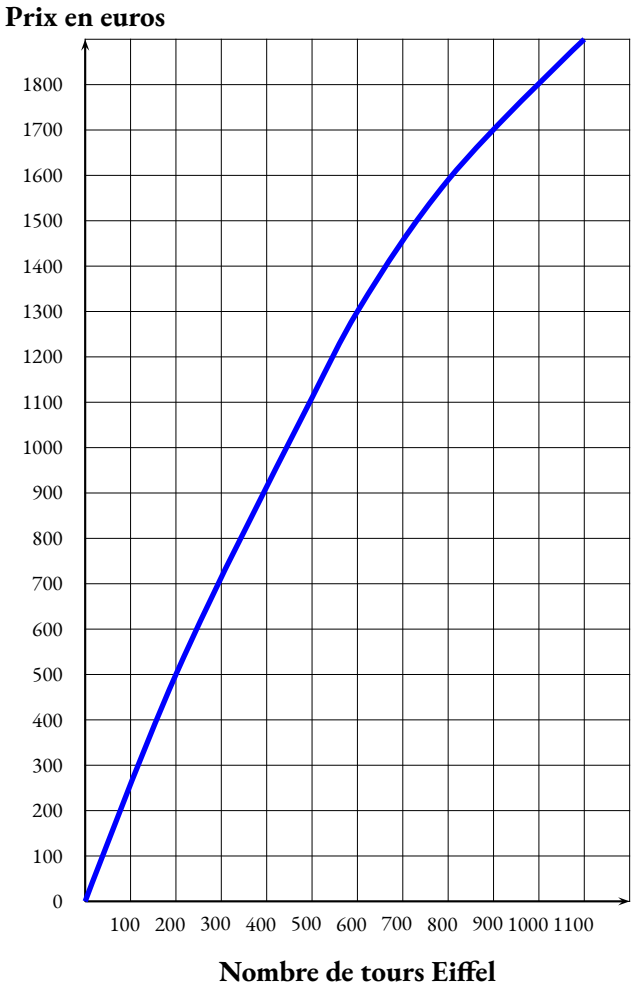
Exercice n° 5 — Les Tours Eiffel miniatures *22 points*

Nora veut ouvrir un magazin de souvenirs à Paris et proposer à la vente des tours Eiffel miniatures. Elle contacte deux fournisseurs qui lui envoient chacun sous forme de graphiques le prix à leur payer en fonction du nombre de tours Eiffel achetées.

Fournisseur A



Fournisseur B



1. Par lecture graphique, avec la précision qu'elle permet, et sans justification.
1.a. Déterminer le prix à payer pour acheter 200 tours Eiffel chez le fournisseur A.
1.b. Nora a dépensé 1 300 € chez le fournisseur B. Combien de tours Eiffel lui a-t-elle achetées ?

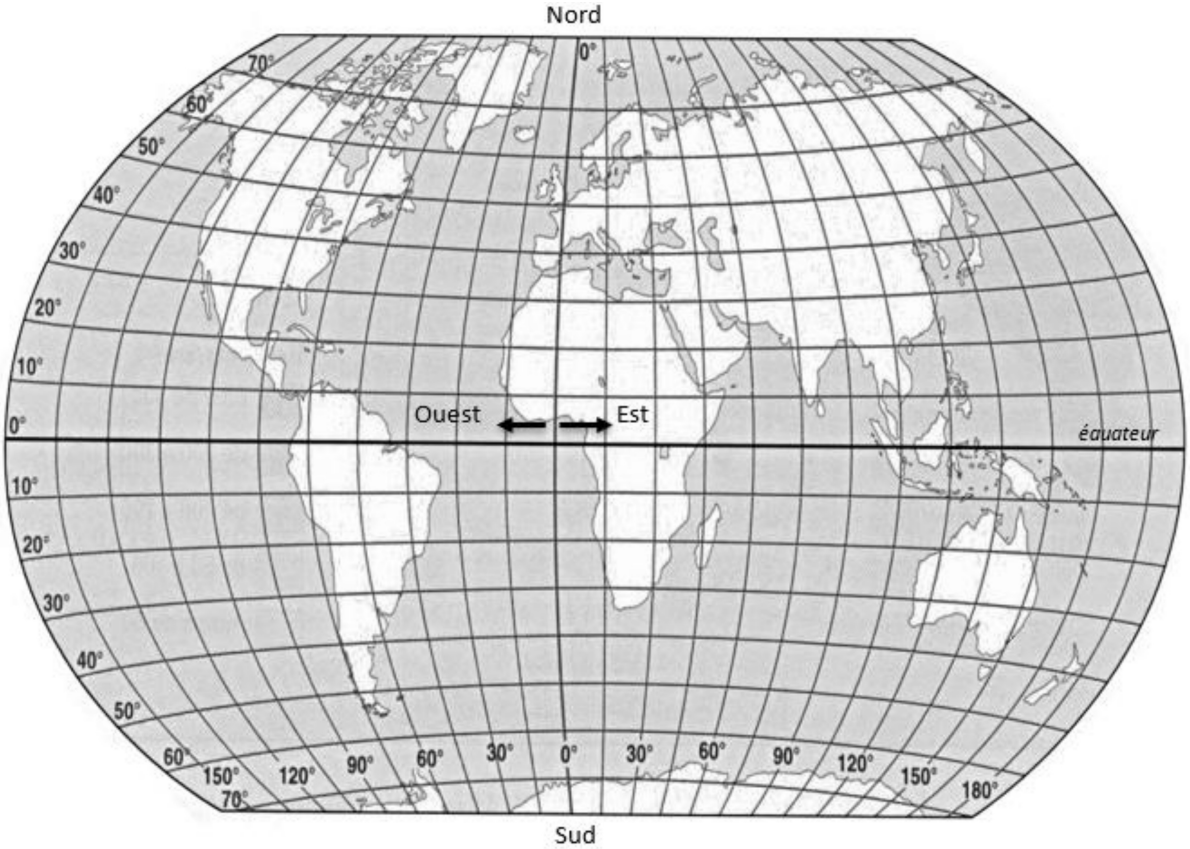
2. Ces fournisseurs proposent-ils des prix proportionnels au nombre de tours Eiffel achetées ?

3.a. Pour le fournisseur A, on admet que le prix des tours Eiffel est donné par la fonction linéaire f représentée ci-dessus. En particulier, $f(100) = 250$. Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x.
3.b. Calculer $f(1\,000)$.
3.c. Nora veut acheter 1 000 tours Eiffel. Quel est le fournisseur le moins cher dans ce cas-là ?

4. Nora contacte un troisième fournisseur, le fournisseur C, qui lui demande un paiement initial de 150 € pour avoir accès à ses articles, en plus d'un prix unitaire de 2 € par tour Eiffel.
4.a. Remplir le tableau des tarifs sur l'ANNEXE à rendre avec la copie.
4.b. Avec 580 € , combien de tour Eiffel peut acheter Nora chez le fournisseur C ?
4.c. Résoudre l'équation suivante : $2,5x = 150 + 2x$. Expliquer à quoi correspond la solution trouvée.

ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice 1 — 5.



Exercice 5 — 4.a

Nombre de tours Eiffel	1	100	200	1 000	x
Prix payés avec le fournisseur C	152 €	350 €			

Brevet — 2021 — Polynésie Française — Série générale

Correction

Un sujet très complet. Le premier exercice fait travailler les transformations. Le troisième exercice de géométrie permet de réviser efficacement les grands classiques de troisième. Le Scratch n'est pas si facile avec la construction d'un hexagone régulier. Le dernier exercice permet de lire deux fonctions et de travailler les fonctions linéaires et les équations.

Exercice n° 1 — Cinq questions indépendantes *22 points*

Transformations — Développer — Équation-produit — Arithmétique — Coordonnées géographiques

Une compilation de cinq exercices très variés. La dernière question est originale, il faut placer une ville connaissant ses coordonnées géographiques.

1.a. Le quadrilatère **Quad 1** est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro **6**

1.b. Le quadrilatère **Quad 2** est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro **1**

1.c. Le quadrilatère **Quad 3** est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro **2**

2. $(2x-3)(-5+2x)-4+6x=-10x+4x^2+15-6x-4+6x=\boxed{4x^2-10x+9}$

$$(x+6)(5x-2)=0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} x-6&=0\\ x-6+6&=0+6\\ x6& \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x-2&=0\\ 5x-2+2&=0+2\\ 5x&=2\\ x&=\frac{2}{5}\\ x&=0,4 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $\boxed{x=6 \text{ et } x=0,4}$

4.a.

1386	2
693	3
231	3
77	7
11	11
1	

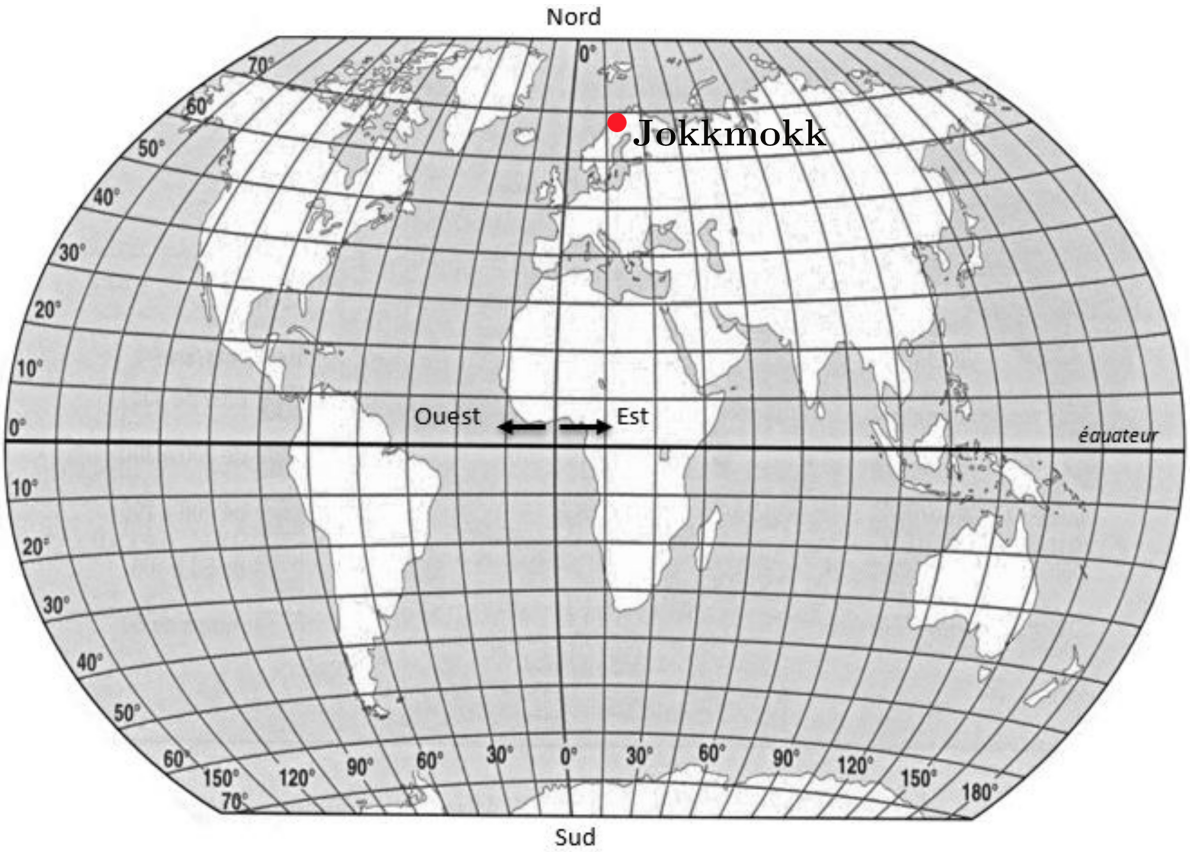
$\boxed{1386=2\times3\times3\times3\times7\times11}$

1716	2
858	2
429	3
143	11
13	13
1	

$\boxed{1716=2\times2\times3\times11\times13}$

4.b. $\dfrac{1386}{1716}=\dfrac{2\times3\times3\times3\times7\times11}{2\times2\times3\times11\times13}=\dfrac{3\times3\times7}{2\times13}=\boxed{\dfrac{63}{26}}$

5.



Exercice n° 2 — Le professeur joue avec ses élèves

16 points

Probabilités

Un exercice de probabilités assez classique. La dernière question est assez difficile.

1. Nous supposerons que nous sommes **dans une situation d'équiprobabilité** c'est-à-dire une expérience aléatoire où toutes les issues élémentaires sont équiprobables.
Dans la boîte C il y a $350 + 50 = 400$ jetons dont 50 jetons noirs.
La probabilité d'obtenir un jeton noir est donc $\frac{50}{400} = \frac{1 \times 50}{8 \times 50} = \frac{1}{8}$.

La probabilité cherchée est donc bien $\frac{1}{8}$.

2. Nous supposons à nouveau que chacune des expériences aléatoires qui consistent à piocher un jeton dans une boule sont des **situations d'équiprobabilité**.

Dans la Boite A, il y a 10 jetons dont 1 noirs et la probabilité d'obtenir un jeton noir est $\frac{1}{10} = 0,10$ soit 10 %.

Dans la Boîte B, la probabilité d'obtenir un jeton noir est 15 %.

Dans la Boîte C, la probabilité est de $\frac{1}{8} = 0,125$ soit 12,5 %.

Maxime a intérêt à choisir le Boite B

3. Il y a 18 jetons noirs dans la Boîte B ce qui représente 15 % du total.
On peut uiliser un tableau pour écrire ces grandeurs proportionnelles :

Jetons	18	$\dfrac{100 \times 18}{15} = 120$
Pourcentage	15	100

Il y a 120 jetons dans cette boîte.

4. Dans la Boîte C il y a 50 jetons noirs et 350 jetons blancs. En ajoutant 10 jetons noirs dans la boîte, il y a 60 jetons noirs et 410 jetons au total.

On peut raisonner de deux manières différentes :
Il faut qu'un huitième des jetons de cette boîte soient noirs. Il y a 60 jetons noirs, il faut qu'il y ait huit fois plus de jetons en tout, c'est-à-dire $8 \times 60 = 480$ jetons.
Il y a 410 jetons pour l'instant, il faut donc ajouter 70 jetons blancs.

On peut aussi raisonner à l'aide d'une équation :
On pose x le nombre de jetons blanc à rajouter. Il y aura ainsi $410 + x$ jetons dont 60 noirs. On veut que $\dfrac{60}{410+x} = \dfrac{1}{8}$.

Résolvons cette équation, nous allons utiliser la propriété des produits en croix, elle affirme que **deux fractions sont égales si et seulement si les produits en croix sont égaux.**

$$\begin{aligned}
\frac{60}{410+x} &= \frac{1}{8} \\
(410+x) \times 1 &= 60 \times 8 \quad \text{Égalité des produits en croix} \\
410 + x &= 480 \\
410 + x - 410 &= 480 - 410 \\
x &= 70
\end{aligned}$$

Vérifions :
En ajoutant 70 jetons blanc, il y aura 480 jetons dont 60 noirs et $\dfrac{60}{480} = \dfrac{1 \times 60}{8 \times 60} = \dfrac{1}{8}$.

Il faut ajouter 70 jetons blancs.

Exercice n° 3 — Thalès, Pythagore et un peu de trigonométrie *21 points*

Pythagore — Thalès — Trigonométrie

Un exercice très complet qui mélange de nombreuses notions de géométrie. Parfait pour les révisions.

1. Comparons $CA^2 + CB^2$ et AB^2 :

$CA^2 + CB^2$	AB^2
$8^2 + 15^2$	17^2
$64 + 225$	
289	289

Comme

$$CA^2 + CB^2 = AB^2$$

, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle ABC est rectangle en C}}$.

2. Pour calculer l'aire d'un triangle il faut appliquer la formule Aire du triangle $= \dfrac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$.

Comme ABC est rectangle en C, Aire $= \dfrac{\text{CA} \times \text{CB}}{2} = \dfrac{8\,\text{cm} \times 15\,\text{cm}}{2} = \boxed{60\,\text{cm}^2}$

3. Dans le triangle BAC rectangle en C, on connaît l'hypoténuse, le côté adjacent et le côté opposé à l'angle $\widehat{\text{BAC}}$.
On peut calculer au choix :

$\cos\widehat{\text{BAC}} = \dfrac{8\,\text{cm}}{17\,\text{cm}}$ $\sin\widehat{\text{BAC}} = \dfrac{15\,\text{cm}}{17\,\text{cm}}$ $\tan\widehat{\text{BAC}} = \dfrac{15\,\text{cm}}{8\,\text{cm}}$

Dans les trois cas précédents, à la calculatrice on arrive à $\boxed{\widehat{\text{BAC}} \approx 62°}$

4. Il manque la longueur CD.
Comme le triangle ABC est rectangle en C, les droites (BE) et (AD) sont perpendiculaires.
Ainsi CDE est un triangle rectangle en C.

Dans le triangle CDE rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{CD}^2 + \text{CE}^2 = \text{DE}^2$$

$$\text{CD}^2 + 12^2 = 13^2$$

$$\text{CD}^2 + 144 = 169$$

$$\text{CD}^2 = 169 - 144$$

$$\text{CD}^2 = 25$$

$$\text{CD} = \sqrt{25}$$

$$\text{CD} = 5$$

$\boxed{\text{Le périmètre de CDE vaut } 5\,\text{cm} + 12\,\text{cm} + 13\,\text{cm} = 30\,\text{cm}}$

5. Comparons les quotients $\dfrac{\text{CA}}{\text{CD}}$ et $\dfrac{\text{CB}}{\text{CE}}$.

$\dfrac{\text{CA}}{\text{CD}} = \dfrac{8\,\text{cm}}{5\,\text{cm}} = 1,4$ $\dfrac{\text{CB}}{\text{CE}} = \dfrac{15\,\text{cm}}{12\,\text{cm}} = 1,25$

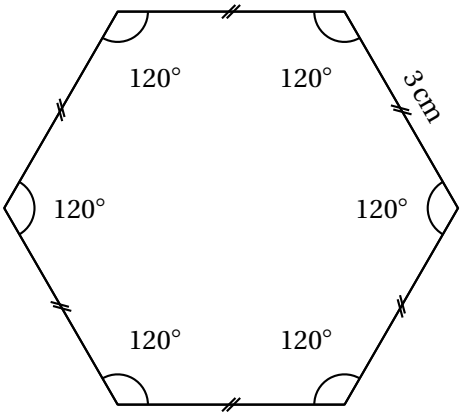
Comme $\dfrac{\text{CA}}{\text{CD}}$ ă $\neq \dfrac{\text{CB}}{\text{CE}}$, d'après **le théorème de Thalès** (contraposé), $\boxed{\text{les droites (AB) et (ED) ne sont pas parallèles.}}$

Exercice n° 4 — Des hexagones avec Scratch *19 points*

Scratch

Un Scratch assez difficile avec un hexagone régulier dont la construction n'est pas si simple.

1. Ce **Motif** trace un hexagone de 30 pixels de côté. Comme 1 mm correspond à 1 pixel, il faut tracer un hexagone de 3 cm de côté.



On peut tracer cet hexagone en traçant un cercle de rayon 3 cm et en reportant le rayon 6 fois sur le cercle (comme une rosace !).
On peut aussi utiliser l'angle à 120°.

2. Ce programme utilise la variable **Longueur**.

Cette variable correspond à la longueur en pixel du côté de l'hexagone.

3. Dans le programme principal, on relève le stylo entre chaque motif. Il ne peut pas s'agir de la **Figure n° 1**.
Dans le programme principal, la variable **Longueur** augmente de 10 pixels entre chaque **Motif**. Donc le **Motif** devient de plus en plus grand.

Il s'agit de la **Figure n° 2**.

4. Il s'agit de 6 fois le premier **Motif**. Il ne faut pas modifier la longueur et donc supprimer la ligne 9.
Il faut aussi répéter 6 fois et non pas 4 en modifiant la ligne 5.

Supprimer la ligne 9 et modifier la ligne 5 en remplaçant 4 par 6.

5. Il faut modifier la ligne 12 en remplaçant 6 par 4.
Il faut modifier la ligne 14 en remplaçant 60 par 90.

Exercice n° 5 — Les Tours Eiffel miniatures *22 points*

Lecture graphique — Fonction linéaire — Équations du premier degré

Un exercice complet sur la fonction linéaire et la lecture graphique. La fin permet de résoudre deux équations

1.a. Pour l'achat de 200 tours Eiffel, le fournisseur A demande 500 € .
1.b. Pour 1 600 € , Nora peut acheter 600 tours Eiffel chez le fournisseur B.

2. On sait que **la représentation graphique de deux grandeurs proportionnelles est caractérisée par une droite qui passe par l'origine du repère.**

Seul le fournisseur A propose un prix proportionnel au nombre de tours Eiffel achetées.

3.a. On veut déterminer le coefficient de la fonction linéaire.
Plus précisément, on cherche le nombre a tel que $f(x) = ax$ donc comme $f(100) = 250$, tel que $a \times 100 = 250$ c'est-à-dire $a = \dfrac{250}{100} = 2,5$.

Ainsi $f(x) = 2,5x$.

3.b. On peut calculer $f(1\,000 = 2,5 \times 1\,000 = 2\,500$

On peut aussi la linéarité de la fonction linéaire, c'est-à-dire le fait que l'image est proportionnelle à l'antécédent.
Plus précisément, $f(100) = 250$ et comme $1\,000 = 10 \times 100$ ainsi $f(1\,000 = 10 \times f(100) = 10 \times 250 = 2\,500$.

$\boxed{f(1\,000 = 250}$

3.c. Pour le fournisseur A, Nora va payer 2 500 € .
Par lecture graphique, pour le fournisseur B, Nora va payer environ 1 800 € .

Pour 1 000 tours Eiffel, le fournisseur le moins cher est le fournisseur B.

4.a.
Pour 200 tours Eiffel, il faut calculer : 150 € +2 € ×200 = 150 € +400 € = 550 € .
Pour 1 000 tours Eiffel, il faut calculer : 150 € +2 € ×1 000 = 150 € +2 000 € = 2 150 € .
Pour x tours Eiffel, il faut calculer : $150 + 2 \times x = 150 + 2x$.

Nombre de tours Eiffel	1	100	200	1 000	x
Prix payés avec le fournisseur C	152 €	350 €	550 €	2 150 €	$150 + 2x$

4.b. Il faut déterminer le nombre de tours Eiffel x tel que $150 + 2x = 580$.

$$\begin{aligned} 150 + 2x &= 580 \\ 150 + 2x - 150 &= 580 - 150 \\ 2x &= 430 \\ x &= \frac{430}{2} \\ x &= 215 \end{aligned}$$

Vérifions : pour 215 tours Eiffel on paye : 150 € +2 € ×215 = 150 € 430 € = 580 € .

Avec 580 € , Nora peut acheter 215 tours Eiffel chez le fournisseur C.

4.c. Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned} 2,5x &= 150 + 2x \\ 2,5x - 2x &= 150 + 2x - 2x \\ 0,5x &= 150 \\ x &= \frac{150}{0,5} \\ x &= 300 \end{aligned}$$

L'expression $150 + 2x$ correspond au prix du fournisseur C pour un nombre x de tours Eiffel achetées.
L'expression $2,5x$ correspond au prix du fournisseur A pour un nombre x de tours Eiffel achetées.

Ce nombre 300 correspond au nombre de tour Eiffel pour lequel le tarif du fournisseur A fait payer le même prix que le fournisseur C.

Pour 300 tour Eiffel, les prix de fournisseurs A et du fournisseur C sont égaux.

On ne peut pas préciser lequel des deux fournisseurs est le plus intéressant à partir de 300 tours Eiffel. Il faudrait résoudre une inéquation, ce qui ne fait plus partie des attendus de troisième. On peut cependant signaler qu'à partir de 300, la fonction affine qui représente le prix du fournisseur C devient plus intéressant que celui de la fonction linéaire qui représente le fournisseur A.

Diplôme national du brevet
Session 2021

Mathématiques

Série générale

France

28 juin 2021

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	20 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	20 points
Exercice n° 5	20 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Les températures à Tours

20 points

Cette feuille de calcul présente les températures moyennes mensuelles à Tours en 2019.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Mois J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D		Moyenne annuelle
2	Température 4,4	7,8	9,6	11,2	13,4	19,4	22,6	20,5	17,9	14,4	8,2	7,8		

1. D'après le tableau ci-dessus, quelle a été la température moyenne à Tours en novembre 2019 ?

2. Déterminer l'étendue de cette série.

3. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule N2 pour calculer la température moyenne annuelle ?

4. Vérifier que la température moyenne annuelle est $13,1°C$.

5. La température moyenne annuelle à Tours en 2009 était de $11,9°C$.
Le pourcentage d'augmentation entre 2009 et 2019, arrondi à l'unité, est-il : 7 %, 10 % ou 13 % ?
Justifier la réponse.

Exercice n° 2 — Visite au Futuroscope *20 points*

Le Futuroscope est un parc de loisirs situé dans la Vienne. L'année 2019 a enregistré 1,9 million de visiteurs.

1. Combien aurait-il fallu de visiteurs en plus en 2019 pour atteindre 2 millions de visiteurs ?

2. L'affirmation « Il y a eu environ 5 200 visiteurs par jour en 2019 »est-elle vraie ? Justifier la réponse.

3. Un professeur organise une sortie pédagogique au Futuroscope pour ses élèves de troisième. Il veut répartir les 126 garçons et les 90 filles par groupes. Il souhaite que chaque groupe comporte le même nombre de filles et le même nombre de garçons.

3.a. Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 126 et 90.

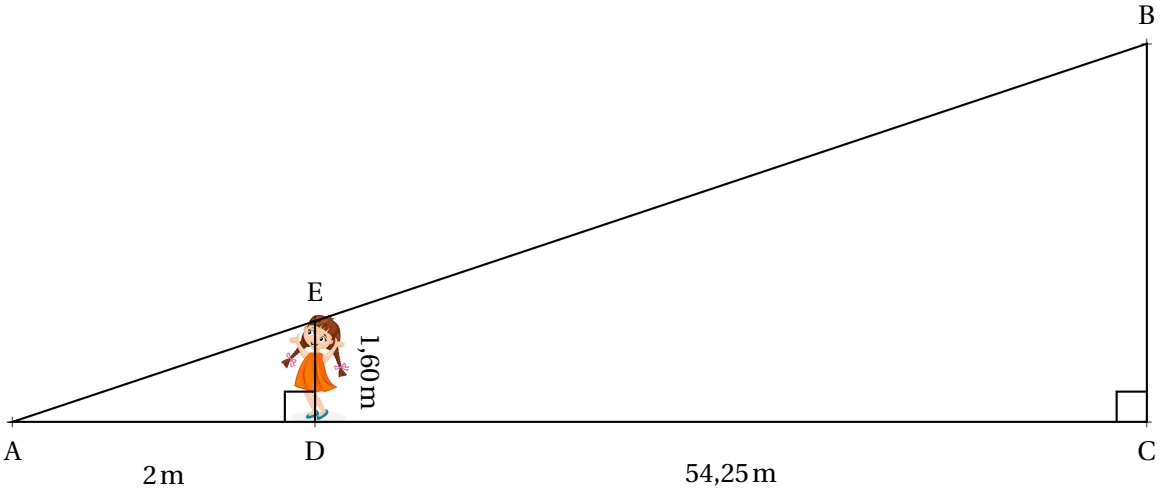
3.b. Trouver tous les entiers qui divisent à la fois les nombres 126 et 90.

3.c. En déduire le plus grand nombre de groupes que le professeur pourra constituer. Combien de filles et de garçons y aura-t-il dans chaque groupe ?

4. Deux élèves de troisième, Marie et Adrien, se souviennent avoir vu en mathématiques que les hauteurs inaccessibles pouvaient être détermnées avec l'ombre. Ils souhaitent calculer la hauteur de la Gyrotour du Futuroscope.

Marie se place comme indiquée sur la figure ci-dessous, de telle sorte que son ombre coincide avec celle de la tour. Après avoir effectué plusieurs mesures, Adrien effectue le schéma ci-dessous (le schéma n'est pas à l'échelle), sur lequel les points A, E et B ainsi que les points A, D et C sont alignés.

Calculer la hauteur BC de la Gyrotour.



Exercice n° 3 — Un QCM en deux parties et cinq questions *20 points*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, trois réponses (A, B et C) sont proposées. **Une seule réponse est exacte.**
Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse.

Partie A :

Une urne contient 7 jetons verts, 4 jetons rouges, 3 jetons bleus et 2 jetons jaunes. Les jetons sont indiscernables au toucher. On pioche un jeton au hasard dans cette urne.

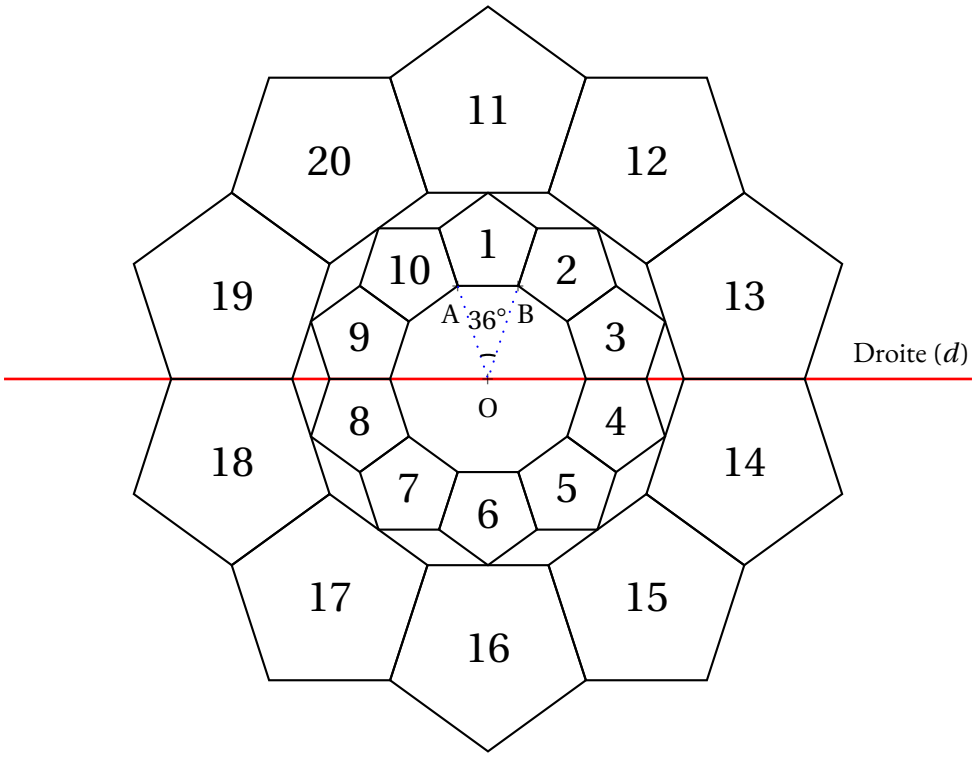
Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. À quel événement correspond une probabilité de $\frac{7}{16}$?	Obtenir un jeton de couleur rouge ou jaune.	Obtenir un jeton qui n'est pas vert.	Obtenir un jeton vert.
2. Quelle est la probabilité de ne pas tirer un jeton bleu ?	$\frac{13}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{4}$

Partie B :

On considère la figure suivante, composée de vingt motifs numérotés de 1 à 20, dans laquelle :

— $\widehat{AOB} = 36°$;

— le motif 11 est l'image du motif 1 par l'homothétie de centre O et de rapport 2.



Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
3. Quel est l'image du motif 20 par la symétrie d'axe la droite (d) ?	Le motif 17.	Le motif 15.	Le motif 12.
4. Par quelle rotation le motif 3 est-il du motif 1	Une rotation de centre O et d'angle 36°.	Une rotation de centre O et d'angle 72°.	Une rotation de centre O et d'angle 90°.

Exercice n° 4 — Un programme de calcul avec Scratch *20 points*

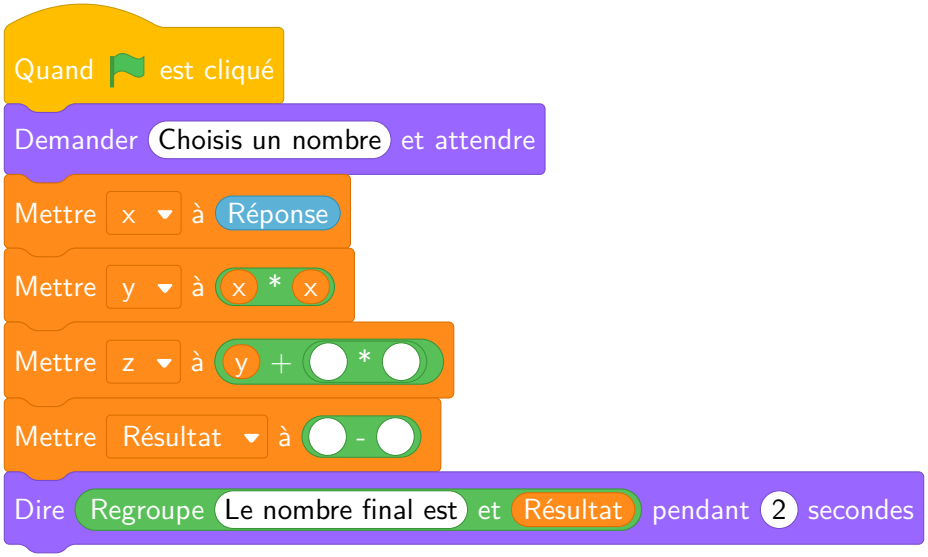
Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- Prendre le carré du nombre de départ ;
- Ajouter le triple du nombre de départ ;
- Soustraire 10 au résultat.

1. Vérifier que si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient 18.

2. Appliquer ce programme de calcul au nombre -3.

3. Vous trouverez ci-dessous un script, écrit avec scratch.



Compléter sur **l'ANNEXE page 8** les lignes 5 et 6 pour que ce script corresponde au programme de calcul.

4. On veut déterminer le nombre à choisir au départ pour obtenir zéro comme résultat.

4.a. On appelle x le nombre de départ. Exprimer en fonction de x le résultat final.

4.b. Vérifier que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x+5)(x2)$.

4.c. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ pour obtenir le nombre 0 à l'arrivée ?

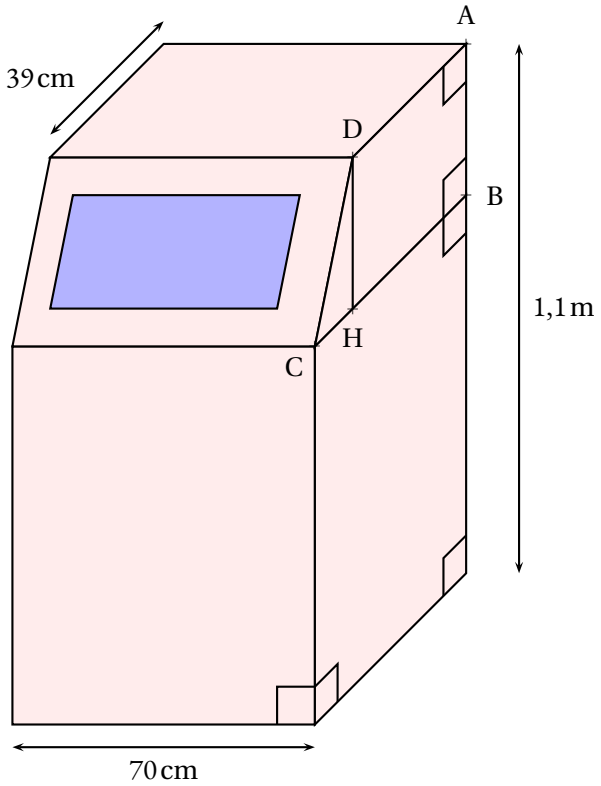
Exercice n° 5 — Le composteur *20 points*

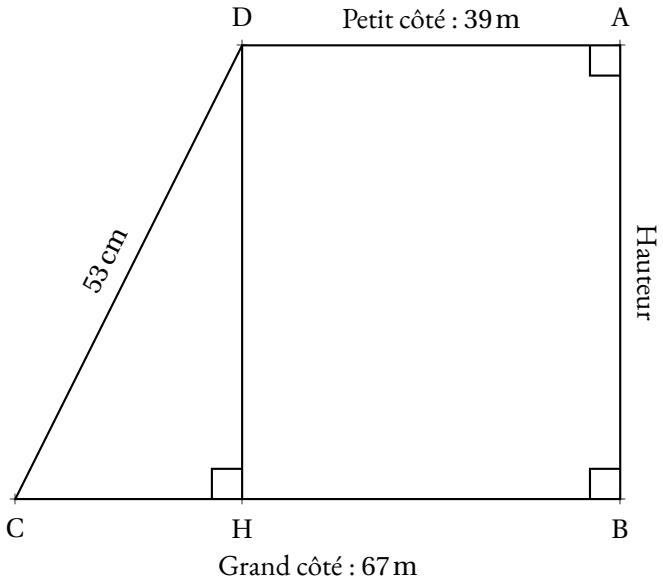
La production annuelle de déchets par Français était de 5,2 tonnes par habitant en 2007.
Entre 2007 et 2017, elle a diminué de 6,5 %.

1. De combien de tonnes la production annuelle de déchets par Français en 2017 a-t-elle diminué par rapport à l'année 2007 ?

2. Pour continuer à diminuer leur production de déchets, de nombreuses familles utilisent désormais un composteur.

Une de ces familles a choisi le modèle ci-dessous, composé d'un pavé droit et d'un prisme droit (la figure du composteur n'est pas à l'échelle).
Le descriptif indique qu'il a une contenance d'environ $0{,}5\,\text{m}^3$.
On souhaite vérifier cette information.





2.a. Dans le trapèze ABCD, calculer la longueur CH.
2.b. Montrer que la longueur DH est égale à 45 cm.
2.d. Calculer le volume du composteur.
L'affirmation « il a une contenance d'environ $0{,}5\,\text{m}^3$ »est-elle vraie ? Justifier.

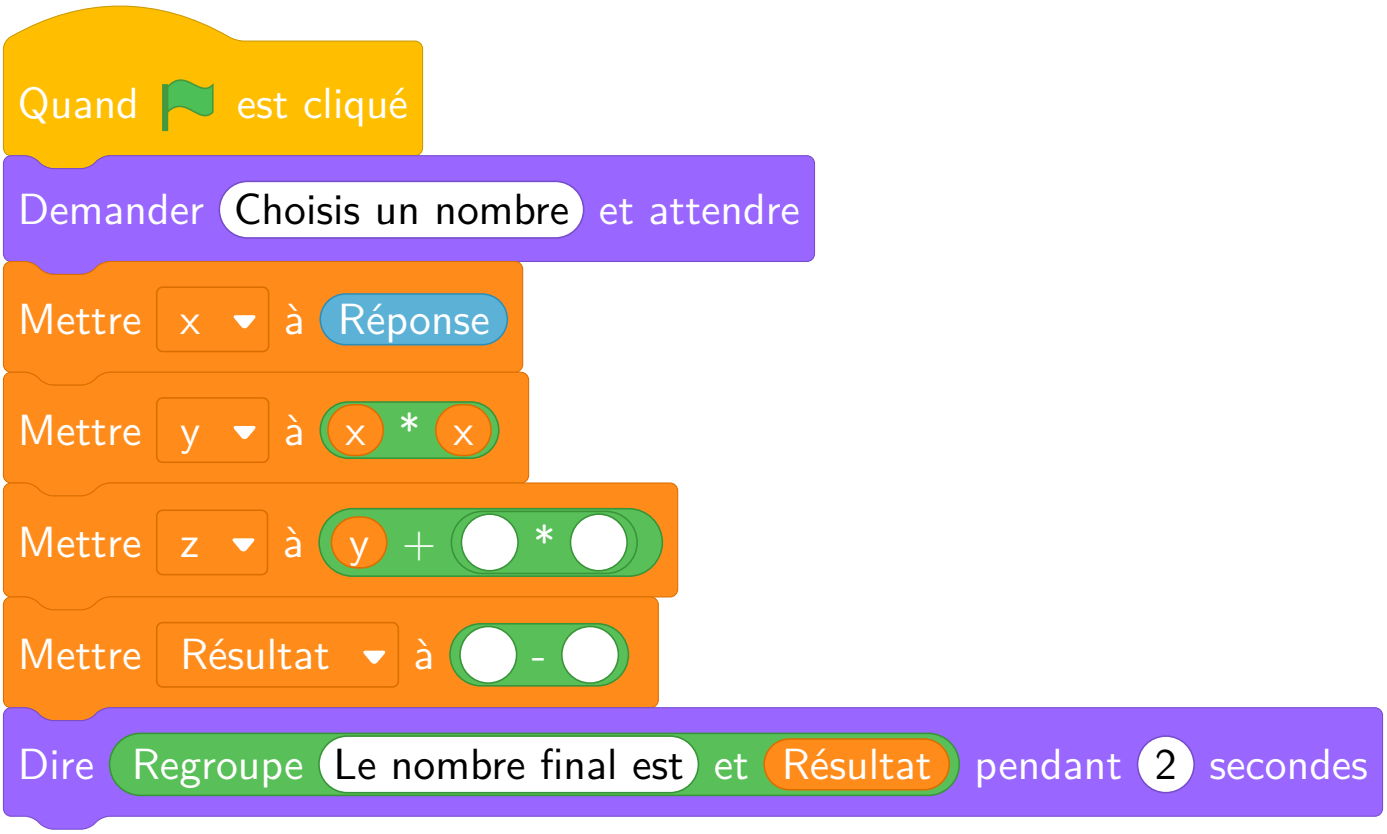
Rappels

$$\text{Aire du trapèze} = \frac{(\text{Petit côté} + \text{Grand côté}) \times \text{Hauteur}}{2}$$

Volume du prisme droit = Aire de la base × Hauteur

Volume du pavé droit = Longueur × Largeur × Hauteur

ANNEXES à rendre avec sa copie



Brevet — 2021 — France — Série générale

Correction

Il s'agit du premier sujet de brevet post-Covid. Il s'agit d'un sujet relativement court avec seulement cinq exercices dont un QCM sans justification. Les thèmes sont classiques : Thalès, Pythagore, Aire, Volume, Transformations... Un sujet rassurant pour des élèves ayant manqués de mathématiques ces dernières années !

Exercice n° 1 — Les températures à Tours

20 points

Tableur — Statistiques

Un exercice relativement simple qui mèle tableur et statistiques.

1. La température moyenne à Tours en novembre 2019 était de $8,2°\text{C}$.

2. La température moyenne minimale est en janvier, elle vaut $4,4°\text{C}$.
La température moyenne maximale est en juillet, elle vaut $22,6°\text{C}$.

L'étendue de cette série statistique vaut $22,6°\text{C} - 4,4°\text{C} = 18,2°\text{C}$.

3. Il faut saisir en N2 la formule : = (B1 + C1 + D1 + E1 + F1 + G1 + H1 + I1 + J1 + K1 + L1 + M1)/12.

On pouvait aussi saisir = SOMME(B1 : M1)/12.

4. Calculons $\dfrac{4,4°\text{C}+7,8°\text{C}+9,6°\text{C}+11,2°\text{C}+13,4°\text{C}+19,4°\text{C}+22,6°\text{C}+20,5°\text{C}+17,9°\text{C}+8,2°\text{C}+7,8}{12} = \dfrac{157,2°\text{C}}{12} = 13,1°\text{C}$.

La moyenne annuelle vaut bien $13,1°\text{C}$.

5. En 2009 la température moyenne annuelle valait $11,9°\text{C}$. Elle vaut $13,1°\text{C}$ en 2019.
Nous cherchons le coefficient d'augmentation k tel que $11,9°\text{C} \times k = 13,1°\text{C}$.

$k = \dfrac{13,1°\text{C}}{11,9°\text{C}} \approx 1,10$.

Comme $1,10 = 1 + 0,10 = 1 + \dfrac{10}{100}$, cela représente une augmentation de 10 %.

On pouvait bien sûr tester chacun des cas.

On pouvait aussi calculer l'écart de température : $13,1°C - 11,9°C = 1,2°C$ *puis calculer* $\dfrac{1,2°C}{11,9°C} \approx 0,10 = \dfrac{10}{100}$.

Exercice n° 2 — Visite au Futuroscope

20 points

Arithmétique — Thalès

Cet exercice mélange de l'arithmétique et de la géométrie. En arithmétique on cherche le plus grand diviseur commun en utilisant la décomposition en facteurs premiers. En géométrie, c'est un théorème de Thalès avec deux triangles rectangle, il faut justifier le parallélisme et penser à ajouter les longueurs. Classique !

1. Calculons $2 - 1,9 = 0,1$.

Il aurait fallu $0,1$ millions de visiteurs en plus soit $0,1 \times 1\,000\,000 = 100\,000$ visiteurs.

2. 2019 n'est pas une année bissextile puisque $2\,019 = 4 \times 504 + 3$ (elle n'est pas multiple de 4). Il y avait donc 365 jours en 2019.

Comme $\dfrac{1\,900\,000}{365} \approx 5\,205$.

L'affirmation est vraie : « il y a avait bien environ 5 200 visiteurs par jour en 2019 ».

3.a.

126	2
63	3
21	3
7	7
1	

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$ donc $126 = 2 \times 3^2 \times 7$

$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ donc $90 = 2 \times 3^2 \times 5$

3.b. Dans la décomposition en facteurs premiers on constate que $2 \times 3 \times 3$ est en commun. On peut constituer toutes les combinaisons de ces facteurs pour obtenir les diviseurs communs supérieurs à 1.

Les diviseurs communs de 126 et 90 sont : 1 — 2 — 3 — $6 = 2 \times 3$ — $9 = 3 \times 3$ et $18 = 2 \times 3 \times 3$.

3.c. 18 est le plus grand diviseur commun à 126 et 90.
Comme $126 = 18 \times 7$ et $90 = 18 \times 5$.

Le professeur pourra faire 18 groupes comprenant 12 élèves soit 7 garçons et 5 filles.

4. Marie et la Gyrotour sont positionnées de manière verticale. Les droites (ED) et (BC) sont donc perpendiculaires à la droite (AC).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Les droites (EB) et (DC) sont sécantes en A, les droites (ED) et (BC) sont parallèles,
i 'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{CB}$$

$$\frac{2\,m}{2\,m + 54{,}25\,m} = \frac{AE}{AB} = \frac{1{,}60\,m}{BC}$$

$$\frac{2\,m}{56{,}25\,m} = \frac{1{,}60\,m}{BC}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$BC = \dfrac{1{,}60\,m \times 56{,}25\,m}{2\,m}$ d'où $BC = \dfrac{90\,m^2}{2\,m}$ et $BC = 2\,m$

La Gyrotour mesure environ 45 m .

Exercice n° 3 — Un QCM en deux parties et cinq questions *20 points*

Probabilités — Symétrie axiale — Rotation — Agrandissement

Un QCM sans justification au sujet des probabilités et des transformations. La question 4 manque de précision sur le sens de rotation.

Aucune justification n'était demandé dans cet exercice. Je me permettrai malgré tout quelques commentaires...

1. Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité puisque les jetons sont indiscernables au toucher. Il y a $7 + 4 + 3 + 2 = 16$ jetons.

Comme 7 jetons sont verts, la probabilité d'obtenir un jeton vert est $\dfrac{7}{16}$.

Il y a 4 jetons rouges et 2 jetons jaunes soit 6 jetons rouges ou jaunes. La probabilité d'obtenir un jeton rouge ou jaune vaut $\dfrac{6}{16} = \dfrac{3}{8}$.

Il y a $16 - 7 = 9$ jetons qui ne sont pas verts. La probabilité d'obtenir un jeton qui n'est pas vert est $\dfrac{9}{16}$.

1. Réponse C

2. Il y a 3 jetons bleus donc $16 - 3 = 13$ jetons qui ne sont pas bleus. La probabilité de ne pas tirer un jeton bleu vaut $\frac{13}{16}$.

2. Réponse A

3. Le motif 17. Réponse A.

4. Il s'agit d'une rotation du double de l'angle à 36° soit $2 \times 36° = 72°$ et de centre O.
Il manque cependant le sens de la rotation ce qui est quand même très gênant sur une épreuve de brevet.

Malgré cela, la moins mauvaise réponse est Réponse B.

5. Le motif 11 est l'image du motif 1 par l'homothétie de centre O et de rapport 2. Les longueurs de la figure 11 sont donc deux fois plus grandes que les longueurs du motif 1.

Or on sait que **si les longueurs d'une figure sont multipliées par un coefficient k alors les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3.**

Finalement comme $2^2 = 4$, Réponse B.

Exercice n° 4 — Un programme de calcul avec Scratch *20 points*

Programme de calcul — Scratch — Calcul littéral — Équation produit

Un exercice assez simple qui mélange algorithmique et programme de calcul.

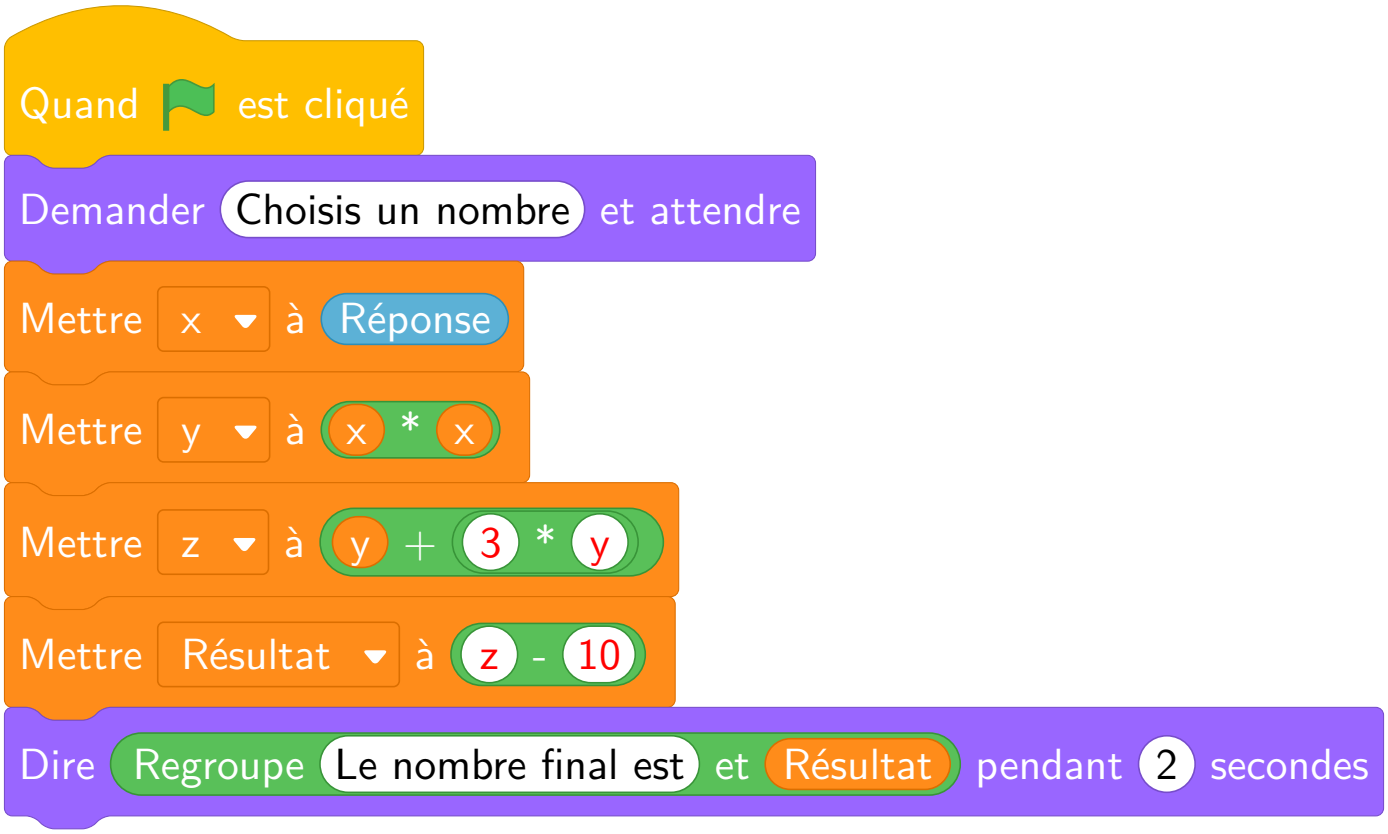
1. En prenant 4 comme nombre de départ, on obtient successivement :
4 puis $4^2 = 16$, $16 + 3 \times 4 = 16 + 12 = 28$ et enfin $28 - 10 = 18$.

En prenant 4 au départ on obtient bien 18 à la fin.

2. En prenant -3 comme nombre de départ, on obtient successivement :
-3 puis $(-3)^2 = 9$, $9 + 3 \times (-3) = 9 - 9 = 0$ et enfin $0 - 10 = -10$.

En prenant -3 au départ on obtient -10 à la fin.

3.



4.a. Notons x le nombre de départ.
On obtient successivement :

- x ;
- x^2 ;
- x^2+3x ;
- $x^2+3x-10$.

Le programme de calcul en prenant x pour nombre de départ donne $x^2+3x-10$.

4.b. Développons $A=(x+5)(x-2)$.

$A=(x+5)(x-2)$
$A=x^2-2x+5x-10$
$A=x^2+3x-10$.

Ce résultat peut donc bien s'écrire sous la forme de $(x+5)(x-2)$.

4.c.
Il faut résoudre :

$$x^2+3x-10=0$$
$$(x+5)(x-2)=0$$

On ne sait pas résoudre en troisième une équation du second degré, c'est à dire une équation avec un x^2. On sait cependant résoudre les équations produit. En factorisant l'epxession, on peut résoudre cette équation !

$$(x+5)(x-2)=0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} x+5&=0 \\ x+5-5&=0-5 \\ x-5& \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-2&=0 \\ x-2+2&=0+2 \\ x&=2 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : -5 et 2

4.c. Les nombres -5 et 2 permettent d'obtenir 0 à la fin.
Vérifions :

En prenant -5 au départ, on obtient successivement :
-5, $(-5)^2=25$ puis $25+3\times(-5)=25-15=10$ et enfin $10-10=0$.

En prenant 2 au départ, on obtient successivement :
2, $2^2=4$ puis $4+3\times 2=4+6=10$ et enfin $10-10=0$.

En prenant -5 ou 2 on obtient 0 à la fin.

Exercice n° 5 — Le composteur *20 points*

Aire — Volume — Prisme droit — Pavé droit — Trapèze — Théorème de Pythagore

Un exercice relativement intéressant. Il est rare de rencontrer un trapèze au brevet. La dernière question demande une certaine expertise !

1. La masse de déchet en 2007 était de 5,2 t et elle a diminué de 6,5 %.

Comme $1 - \frac{6,5}{100} = 1 - 0,065 = 0,935$, il faut calculer $0,935 \times 5,2\,\text{t} = 4,862\,\text{t}$.

Or $5,2\,\text{t} - 4,862\,\text{t} = 0,338\,\text{t}$.

$\boxed{\text{La production de déchet par habitant a diminué de } 0,338\,\text{t}.}$

On pouvait aussi effectuer $5,2\,\text{t} \times \frac{6,5}{100} = 0,338\,\text{t}$.

2.a. $\boxed{\text{CH} = 67\,\text{cm} - 39\,\text{cm} = 28\,\text{cm}}$

2.b. Dans le triangle CHD rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{HC}^2 + \text{HD}^2 = \text{CD}^2$$
$$28^2 + \text{HD}^2 = 53^2$$
$$784 + \text{HD}^2 = 2\,809$$
$$\text{HD}^2 = 2\,809 - 784$$
$$\text{HD}^2 = 2025$$
$$\text{HD} = \sqrt{2\,025}$$
$$\text{HD} = 45$$

$\boxed{\text{La longueur CH vaut exactement } 45\,\text{cm}.}$

2.c. Il suffit d'appliquer la formule fournie en rappel.

$$\boxed{\text{Aire du trapèze} = \frac{(39\,\text{cm} + 67\,\text{cm}) \times 45\,\text{cm}}{2} = \frac{106\,\text{cm} \times \text{ă}45\,\text{cm}}{2} = \frac{4\,770\,\text{cm}^2}{2} = 2\,385\,\text{cm}^2}$$

2.d. Il faut calculer le volume du pavé droit et le volume du prisme en utilisant le formulaire.

Aire du pavé droit $= 70\,\text{cm} \times 67\,\text{cm} \times (1,1\,\text{m} - 45\,\text{cm}) = 4\,690\,\text{cm}^2 \times (110\,\text{cm} - 45\,\text{cm}) = 4\,690\,\text{cm}^2 \times 65\,\text{cm} = 304\,850\,\text{cm}^3$

Attention, les bases parallèles pour le prisme droit sont les trapèzes. La hauteur de ce prisme mesure donc 70 cm. *Une hauteur n'est pas systématiquement verticale !*

Aire du prisme = Aire de la base × Hauteur $= 2\,385\,\text{cm}^2 \times 70\,\text{cm} = 166\,950\,\text{cm}^3$.

Le volume total du composteur vaut donc $304\,850\,\text{cm}^3 + 166\,950\,\text{cm}^3 = 471\,800\,\text{cm}^3$.

On sait que $1\,\text{m}^3 = 1\,000\,\text{dm}^3 = 1\,000\,000\,\text{cm}^3$ donc $471\,800\,\text{cm}^3 = 0,471\,8\,\text{m}^3$.

$\boxed{\text{L'affirmation est vraie, le composteur a bien un volume d'environ } 0,5\,\text{m}^3.}$

Diplôme national du brevet
Session 2021

Mathématiques

Série générale

France Septembre

13 septembre 2021

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	22 points
Exercice n° 2	16 points
Exercice n° 3	21 points
Exercice n° 4	19 points
Exercice n° 5	22 points

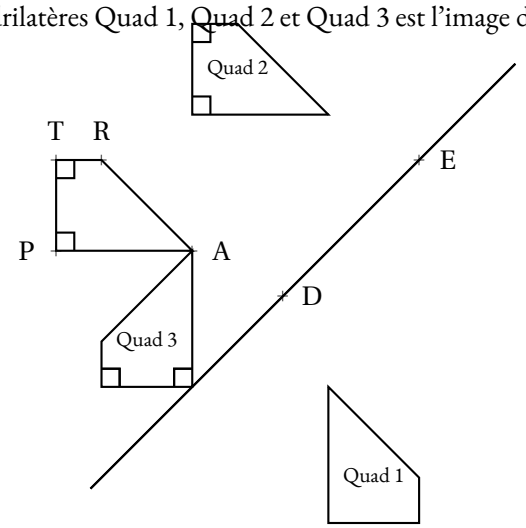
Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Cinq questions indépendantes *22 points*

Cet exercice est constitué de 5 questions indépendantes.

1. Sur la figure ci-dessous, chacun des quadrilatères Quad 1, Quad 2 et Quad 3 est l'image du quadrilatère TRAP par une transformation.



Recopier les trois phrases ci-dessous sur la copie et compléter, sans justifier, chacune d'elles par le numéro de l'une des transformations proposées dans la liste qui suit :
1.a. Le quadrilatère **Quad 1** est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro .....
1.b. Le quadrilatère **Quad 2** est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro .....
1.c. Le quadrilatère **Quad 3** est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro .....

- **Transformation n° 1 :** translation qui transforme le point D en le point E ;
- **Transformation n° 2 :** rotation de centre A et d'angle 90° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre ;
- **Transformation n° 3 :** symétrie centrale de centre D ;
- **Transformation n° 4 :** translation qui transforme le point E en le point D ;
- **Transformation n° 5 :** rotation de centre A et d'angle 120° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre ;
- **Transformation n° 6 :** symétrie axiale d'axe (DE).

2. Développer et réduire l'expression suivante : $(2x-3)(-5+2x)-4+6x$

3. Résoudre l'équation suivante : $(x+6)(5x-2)=0$

4.a. Décomposer, sans justifier, en produit de facteurs premiers les nombres 1386 et 1716.
4.b. En déduire la forme irréductible de la fraction $\dfrac{1386}{1716}$

5. Les coordonnées géographiques de la ville appelée Jokkmokk sont environ : 67° Nord et 19° Est.
Placer approximativement la ville de Jokkmokk sur la planisphère en ANNEXE à rendre avec la copie.

Exercice n° 2 — Le professeur joue avec ses élèves *16 points*

Un professeur propose un jeu à ses élèves.
Ils doivent tirer un jeton dans la boîte de leur choix et gagnent lorsqu'ils tombent sur un jeton noir. Le professeur précise que :

— La boîte A contient 10 jetons dont 1 jeton noir ;
— La boîte B contient 15 % de jetons noirs ;
— La boîte C contient exactement 350 jetons blancs et 50 jetons noirs.

Les jetons sont indiscernables au toucher. Une fois que l'élève a choisi sa boîte, le tirage se fait au hasard.

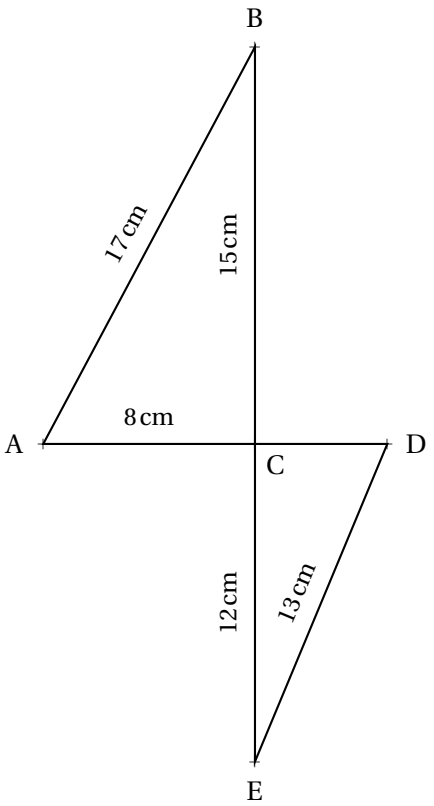
1. Montrer que, dans la boîte C, la probabilité de tirer un jeton noir est $\frac{1}{8}$.

2. C'est le tour de Maxime. Dans quelle boîte a-t-il intérêt à tenter sa chance ? Justifier la réponse.

3. La boîte B contient 18 jetons noirs. Combien y-a-t-il de jetons dans cette boîte ?

4. On ajoute 10 jetons noirs dans la boîte C. Déterminer le nombre de jetons blancs à ajouter dans la boîte C pour que la probabilité de tirer un jeton noir reste égale à $\frac{1}{8}$.

Exercice n° 3 — Thalès, Pythagore et un peu de trigonométrie *21 points*



Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le point C est le point d'intersection des droites (BE) et (AD).

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.

2. Calculer l'aire du triangle ABC.

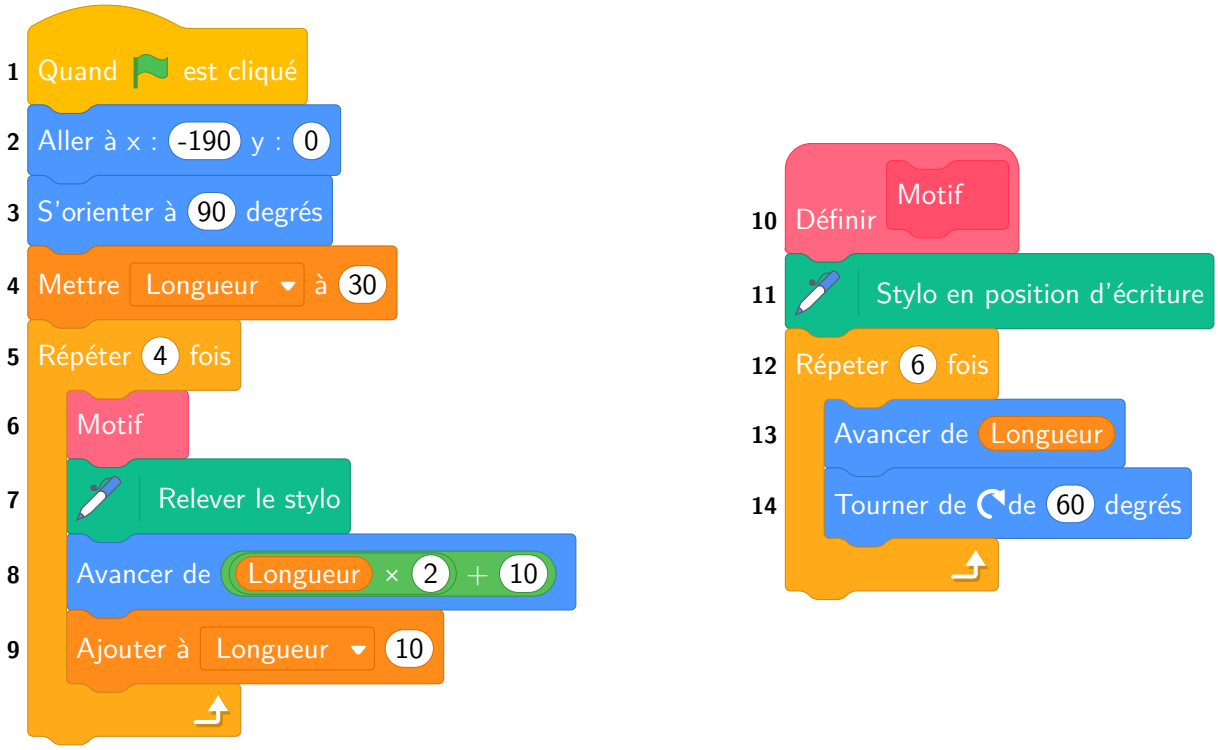
3. Calculer une valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.

4. Calculer le périmètre du triangle CDE.

5. Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?

Exercice n° 4 — Des hexagones avec Scratch *19 points*

1. On donne le programme suivant :



On rappelle que « s'orienter à 90 »signifie que l'on est orienté vers la droite.

1. On prendra dans cette question 1 mm pour un pixel.
Représenter en vraie grandeur sur votre copie la figure que trace le bloc **Motif** lorsque **Longueur** vaut 30 pixels.

2. Ce programme utilise une variable, quel est son nom ?
À quoi correspond-elle sur la figure réalisée par le bloc **Motif** ?

3. Laquelle de ces trois figures obtient-on lorsqu'on exécute ce programme ?
Indiquer sur votre copie le numéro de la bonne proposition parmi les trois suivantes. On expliquera son choix.

Figure n° 1

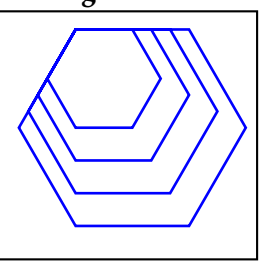


Figure n° 2

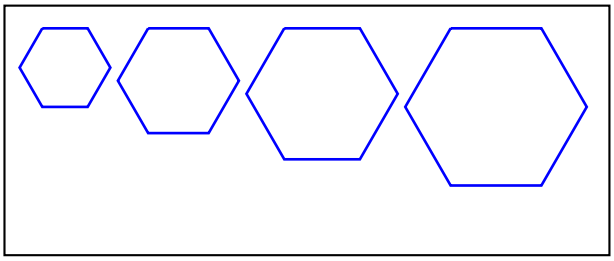
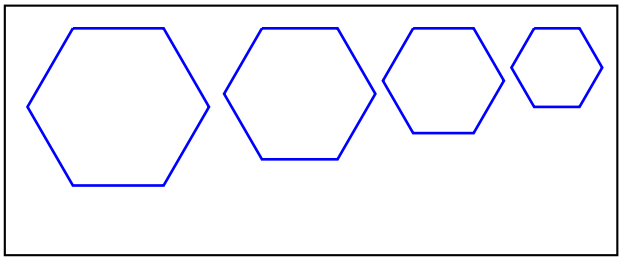
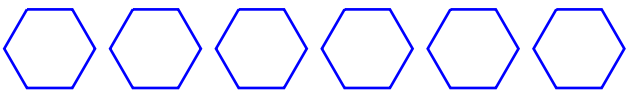


Figure n° 3



4. Modifier le programme précédent pour obtenir la figure ci-dessous. Pour cela indiquer les numéros des instructions à supprimer ou à modifier, et préciser les modifications à apporter :

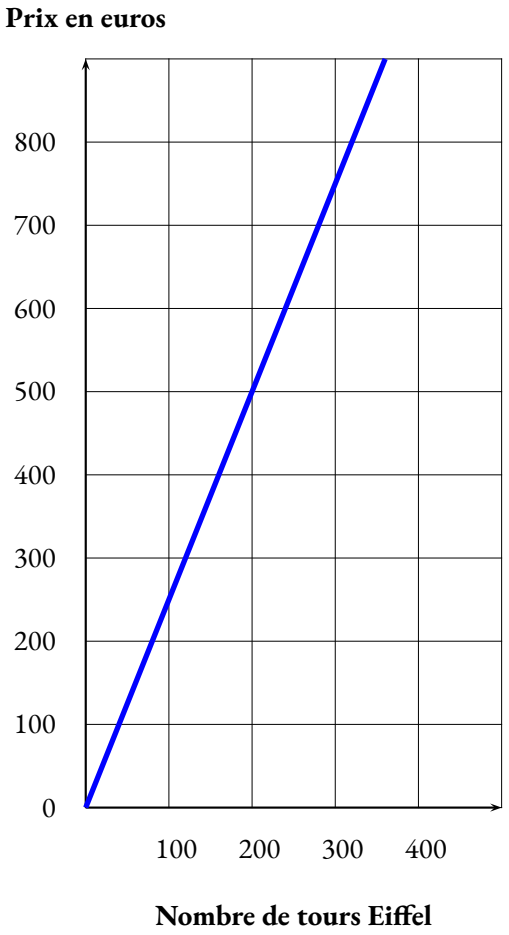


5. On souhaite modifier le bloc **Motif** afin qu'il permette de tracer un carré. Pour cela, indiquer les numéros des instructions à supprimer ou à modifier, et préciser les modifications à apporter.

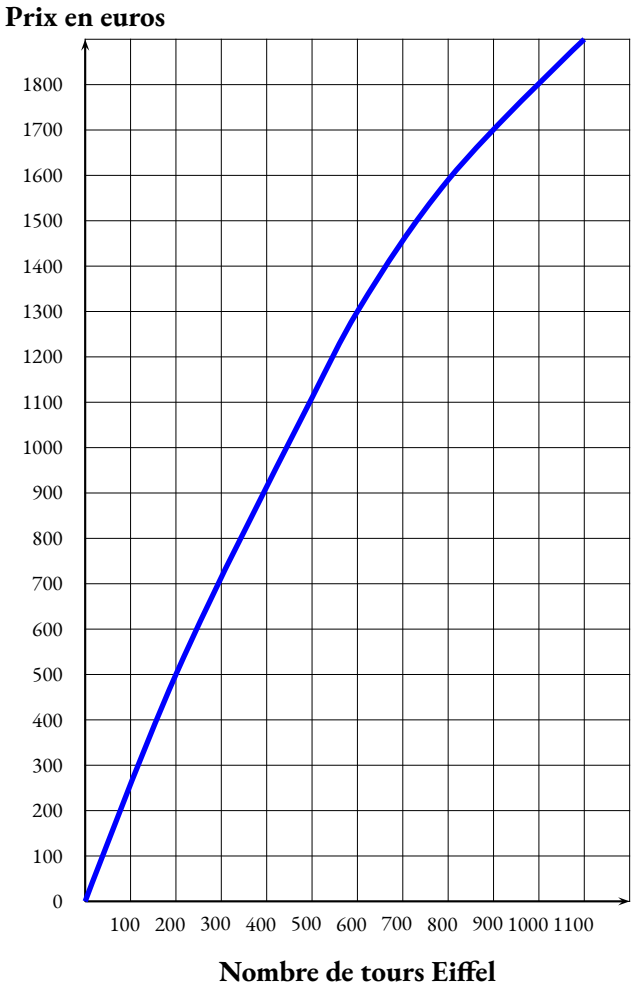
Exercice n° 5 — Les Tours Eiffel miniatures *22 points*

Nora veut ouvrir un magazin de souvenirs à Paris et proposer à la vente des tours Eiffel miniatures. Elle contacte deux fournisseurs qui lui envoient chacun sous forme de graphiques le prix à leur payer en fonction du nombre de tours Eiffel achetées.

Fournisseur A



Fournisseur B



1. Par lecture graphique, avec la précision qu'elle permet, et sans justification.
1.a. Déterminer le prix à payer pour acheter 200 tours Eiffel chez le fournisseur A.
1.b. Nora a dépensé 1 300 € chez le fournisseur B. Combien de tours Eiffel lui a-t-elle achetées ?

2. Ces fournisseurs proposent-ils des prix proportionnels au nombre de tours Eiffel achetées ?

3.a. Pour le fournisseur A, on admet que le prix des tours Eiffel est donné par la fonction linéaire f représentée ci-dessus. En particulier, $f(100) = 250$. Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x.
3.b. Calculer $f(1\,000)$.
3.c. Nora veut acheter 1 000 tours Eiffel. Quel est le fournisseur le moins cher dans ce cas-là ?

4. Nora contacte un troisième fournisseur, le fournisseur C, qui lui demande un paiement initial de 150 € pour avoir accès à ses articles, en plus d'un prix unitaire de 2 € par tour Eiffel.
4.a. Remplir le tableau des tarifs sur l'ANNEXE à rendre avec la copie.
4.b. Avec 580 € , combien de tour Eiffel peut acheter Nora chez le fournisseur C ?
4.c. Résoudre l'équation suivante : $2,5x = 150 + 2x$. Expliquer à quoi correspond la solution trouvée.

ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice 1 — 5.
Exercice 5 — 4.a

Nombre de tours Eiffel	1	100	200	1 000	x
Prix payés avec le fournisseur C	152 €	350 €			

Brevet — 2021 — France Septembre — Série générale

Correction

Exercice n° 1 — Cinq questions indépendantes

22 points

Transformations — Développer — Équation-produit — Arithmétique — Coordonnées géographiques

Une compilation de cinq exercices très variés. La dernière question est originale, il faut placer une ville connaissant ses coordonnées géographiques.

1.a. Le quadrilatère **Quad 1** est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro **6**

1.b. Le quadrilatère **Quad 2** est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro **1**

1.c. Le quadrilatère **Quad 3** est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro **2**

2. $(2x-3)(-5+2x)-4+6x=-10x+4x^2+15-6x-4+6x=\boxed{4x^2-10x+9}$

$$(x+6)(5x-2)=0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} x-6&=0\\ x-6+6&=0+6\\ x6& \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x-2&=0\\ 5x-2+2&=0+2\\ 5x&=2\\ x&=\frac{2}{5}\\ x&=0,4 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $\boxed{x=6 \text{ et } x=0,4}$

4.a.

1386	2
693	3
231	3
77	7
11	11
1	

$\boxed{1386=2\times3\times3\times3\times7\times11}$

1716	2
858	2
429	3
143	11
13	13
1	

$\boxed{1716=2\times2\times3\times11\times13}$

4.b. $\dfrac{1386}{1716}=\dfrac{2\times3\times3\times3\times7\times11}{2\times2\times3\times11\times13}=\dfrac{3\times3\times7}{2\times13}=\boxed{\dfrac{63}{26}}$

5.

Exercice n° 2 — Le professeur joue avec ses élèves

16 points

Un exercice de probabilités assez classique. La dernière question est assez difficile.

1. Nous supposerons que nous sommes **dans une situation d'équiprobabilité** c'est-à-dire une expérience aléatoire où toutes les issues élémentaires sont équiprobables.
Dans la boîte C il y a $350 + 50 = 400$ jetons dont 50 jetons noirs.
La probabilité d'obtenir un jeton noir est donc $\frac{50}{400} = \frac{1 \times 50}{8 \times 50} = \frac{1}{8}$.

La probabilité cherchée est donc bien $\frac{1}{8}$.

2. Nous supposons à nouveau que chacune des expériences aléatoires qui consistent à piocher un jeton dans une boule sont des **situations d'équiprobabilité**.

Dans la Boite A, il y a 10 jetons dont 1 noirs et la probabilité d'obtenir un jeton noir est $\frac{1}{10} = 0,10$ soit 10 %.

Dans la Boîte B, la probabilité d'obtenir un jeton noir est 15 %.

Dans la Boîte C, la probabilité est de $\frac{1}{8} = 0,125$ soit 12,5 %.

Maxime a intérêt à choisir le Boite B

3. Il y a 18 jetons noirs dans la Boîte B ce qui représente 15 % du total.
On peut uiliser un tableau pour écrire ces grandeurs proportionnelles :

Jetons	18	$\frac{100 \times 18}{15} = 120$
Pourcentage	15	100

Il y a 120 jetons dans cette boîte.

4. Dans la Boîte C il y a 50 jetons noirs et 350 jetons blancs. En ajoutant 10 jetons noirs dans la boîte, il y a 60 jetons noirs et 410 jetons au total.

On peut raisonner de deux manières différentes :
Il faut qu'un huitième des jetons de cette boîte soient noirs. Il y a 60 jetons noirs, il faut qu'il y ait huit fois plus de jetons en tout, c'est-à-dire $8 \times 60 = 480$ jetons.
Il y a 410 jetons pour l'instant, il faut donc ajouter 70 jetons blancs.

On peut aussi raisonner à l'aide d'une équation :
On pose x le nombre de jetons blanc à rajouter. Il y aura ainsi $410 + x$ jetons dont 60 noirs. On veut que $\frac{60}{410 + x} = \frac{1}{8}$.

Résolvons cette équation, nous allons utiliser la propriété des produits en croix, elle affirme que **deux fractions sont égales si et seulement si les produits en croix sont égaux.**

$$\begin{aligned}
\frac{60}{410 + x} &= \frac{1}{8} \\
(410 + x) \times 1 &= 60 \times 8 \quad \text{Égalité des produits en croix} \\
410 + x &= 480 \\
410 + x - 410 &= 480 - 410 \\
x &= 70
\end{aligned}$$

Vérifions :
En ajoutant 70 jetons blanc, il y aura 480 jetons dont 60 noirs et $\frac{60}{480} = \frac{1 \times 60}{8 \times 60} = \frac{1}{8}$.

$\boxed{\text{Il faut ajouter 70 jetons blancs.}}$

Exercice n° 3 — Thalès, Pythagore et un peu de trigonométrie *21 points*

Pythagore — Thalès — Trigonométrie

Un exercice très complet qui mélange de nombreuses notions de géométrie. Parfait pour les révisions.

1. Comparons $CA^2 + CB^2$ et AB^2 :

$CA^2 + CB^2$	AB^2
$8^2 + 15^2$	17^2
$64 + 225$	
289	289

Comme

$$CA^2 + CB^2 = AB^2$$

, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle ABC est rectangle en C}}$.

2. Pour calculer l'aire d'un triangle il faut appliquer la formule Aire du triangle $= \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$.

Comme ABC est rectangle en C, Aire $= \frac{CA \times CB}{2} = \frac{8\,\text{cm} \times 15\,\text{cm}}{2} = \boxed{60\,\text{cm}^2}$

3. Dans le triangle BAC rectangle en C, on connaît l'hypoténuse, le côté adjacent et le côté opposé à l'angle $\widehat{BAC}$.
On peut calculer au choix :

$\cos \widehat{BAC} = \frac{8\,\text{cm}}{17\,\text{cm}}$ $\sin \widehat{BAC} = \frac{15\,\text{cm}}{17\,\text{cm}}$ $\tan \widehat{BAC} = \frac{15\,\text{cm}}{8\,\text{cm}}$

Dans les trois cas précédents, à la calculatrice on arrive à $\boxed{\widehat{BAC} \approx 62°}$

4. Il manque la longueur CD.
Comme le triangle ABC est rectangle en C, les droites (BE) et (AD) sont perpendiculaires.
Ainsi CDE est un triangle rectangle en C.

Dans le triangle CDE rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CD^2 + CE^2 = DE^2$$
$$CD^2 + 12^2 = 13^2$$
$$CD^2 + 144 = 169$$
$$CD^2 = 169 - 144$$
$$CD^2 = 25$$
$$CD = \sqrt{25}$$
$$CD = 5$$

$\boxed{\text{Le périmètre de CDE vaut } 5\,\text{cm} + 12\,\text{cm} + 13\,\text{cm} = 30\,\text{cm}}$

5. Comparons les quotients $\frac{CA}{CD}$ et $\frac{CB}{CE}$.

$\frac{CA}{CD} = \frac{8\,cm}{5\,cm} = 1,4$ $\frac{CB}{CE} = \frac{15\,cm}{12\,cm} = 1,25$

Comme $\frac{CA}{CD}$ ă $\neq \frac{CB}{CE}$, d'après **le théorème de Thalès** (contraposé), les droites (AB) et (ED) ne sont pas parallèles.

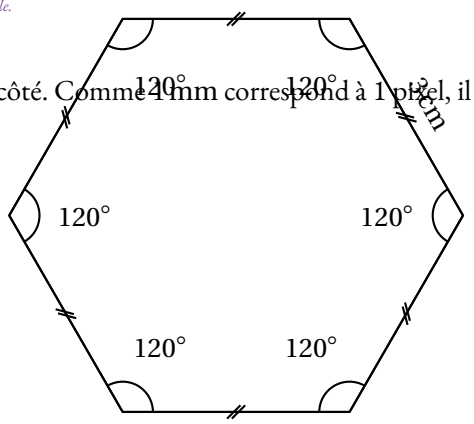
Exercice n° 4 — Des hexagones avec Scratch

19 points

Scratch

Un Scratch assez difficile avec un hexagone régulier dont la construction n'est pas si simple.

1. Ce **Motif** trace un hexagone de 30 pixels de côté. Comme 1 mm correspond à 1 pixel, il faut tracer un hexagone de 3 cm de côté.



On peut tracer cet hexagone en traçant un cercle de rayon 3 cm et en reportant le rayon 6 fois sur le cercle (comme une rosace !).
On peut aussi utiliser l'angle à 120°.

2. Ce programme utilise la variable **Longueur**.

Cette variable correspond à la longueur en pixel du côté de l'hexagone.

3. Dans le programme principal, on relève le stylo entre chaque motif. Il ne peut pas s'agir de la **Figure n° 1**.
Dans le programme principal, la variable **Longueur** augmente de 10 pixels entre chaque **Motif**. Donc le **Motif** devient de plus en plus grand.

Il s'agit de la **Figure n° 2**.

4. Il s'agit de 6 fois le premier **Motif**. Il ne faut pas modifier la longueur et donc supprimer la ligne 9.
Il faut aussi répéter 6 fois et non pas 4 en modifiant la ligne 5.

Supprimer la ligne 9 et modifier la ligne 5 en remplaçant 4 par 6.

5. Il faut modifier la ligne 12 en remplaçant 6 par 4.
Il faut modifier la ligne 14 en remplaçant 60 par 90.

Exercice n° 5 — Les Tours Eiffel miniatures

22 points

Lecture graphique — Fonction linéaire — Équations du premier degré

Un exercice complet sur la fonction linéaire et la lecture graphique. La fin permet de résoudre deux équations

1.a. Pour l'achat de 200 tours Eiffel, le fournisseur A demande 500 € .
1.b. Pour 1 600 € , Nora peut acheter 600 tours Eiffel chez le fournisseur B.

2. On sait que **la représentation graphique de deux grandeurs proportionnelles est caractérisée par une droite qui passe par l'origine du repère.**

$\boxed{\text{Seul le fournisseur A propose un prix proportionnel au nombre de tours Eiffel achetées.}}$

3.a. On veut déterminer le coefficient de la fonction linéaire.
Plus précisément, on cherche le nombre a tel que $f(x) = ax$ donc comme $f(100) = 250$, tel que $a \times 100 = 250$ c'est-à-dire $a = \dfrac{250}{100} = 2,5$.

Ainsi $\boxed{f(x) = 2,5x}$.

3.b. On peut calculer $f(1\,000 = 2,5 \times 1\,000 = 2\,500$

On peut aussi la linéarité de la fonction linéaire, c'est-à-dire le fait que l'image est proportionnelle à l'antécédent.
Plus précisément, $f(100) = 250$ et comme $1\,000 = 10 \times 100$ ainsi $f(1\,000 = 10 \times f(100) = 10 \times 250 = 2\,500$.

$\boxed{f(1\,000 = 250}$

3.c. Pour le fournisseur A, Nora va payer 2 500 € .
Par lecture graphique, pour le fournisseur B, Nora va payer environ 1 800 € .

$\boxed{\text{Pour 1 000 tours Eiffel, le fournisseur le moins cher est le fournisseur B.}}$

4.a.
Pour 200 tours Eiffel, il faut calculer : 150 € +2 € ×200 = 150 € +400 € = 550 € .
Pour 1 000 tours Eiffel, il faut calculer : 150 € +2 € ×1 000 = 150 € +2 000 € = 2 150 € .
Pour x tours Eiffel, il faut calculer : $150 + 2 \times x = 150 + 2x$.

Nombre de tours Eiffel	1	100	200	1 000	x
Prix payés avec le fournisseur C	152 €	350 €	550 €	2 150 €	$150 + 2x$

4.b. Il faut déterminer le nombre de tours Eiffel x tel que $150 + 2x = 580$.

$$\begin{aligned} 150 + 2x &= 580 \\ 150 + 2x - 150 &= 580 - 150 \\ 2x &= 430 \\ x &= \frac{430}{2} \\ x &= 215 \end{aligned}$$

Vérifions : pour 215 tours Eiffel on paye : 150 € +2 € ×215 = 150 € 430 € = 580 € .

$\boxed{\text{Avec 580 € , Nora peut acheter 215 tours Eiffel chez le fournisseur C.}}$

4.c. Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned} 2,5x &= 150 + 2x \\ 2,5x - 2x &= 150 + 2x - 2x \\ 0,5x &= 150 \\ x &= \frac{150}{0,5} \\ x &= 300 \end{aligned}$$

L'expression $150 + 2x$ correspond au prix du fournisseur C pour un nombre x de tours Eiffel achetées.

L'expression $2,5x$ correspond au prix du fournisseur A pour un nombre x de tours Eiffel achetées.

Ce nombre 300 correspond au nombre de tour Eiffel pour lequel le tarif du fournisseur A fait payer le même prix que le fournisseur C.

Pour 300 tour Eiffel, les prix de fournisseurs A et du fournisseur C sont égaux.

On ne peut pas préciser lequel des deux fournisseurs est le plus intéressant à partir de 300 *tours Eiffel. Il faudrait résoudre une inéquation, ce qui ne fait plus partie des attendus de troisième. On peut cependant signaler qu'à partir de* 300*, la fonction affine qui représente le prix du fournisseur C devient plus intéressant que celui de la fonction linéaire qui représente le fournisseur A.*

Diplôme national du brevet
Session 2021

Mathématiques

Série générale

Amérique du Sud

23 novembre 2021

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	24 points
Exercice n° 2	19 points
Exercice n° 3	23 points
Exercice n° 4	14 points
Exercice n° 5	20 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Six affirmations *24 points*

Affirmation n° 1 : 72 est un multiple commun des nombres 12 et 18

Affirmation n° 2 : Pour tout nombre entier n, on a l'égalité $(n-5)^2 = n^2 - 5^2$.

On considère la fonction f définie par $f(x) = 2x + 5$.

Affirmation n° 3 : L'antécédent de 6 par la fonction f est égal à $\frac{1}{2}$

Voici les températures relevées en degré Celsius (noté °C) pendant six jours dans une même ville :

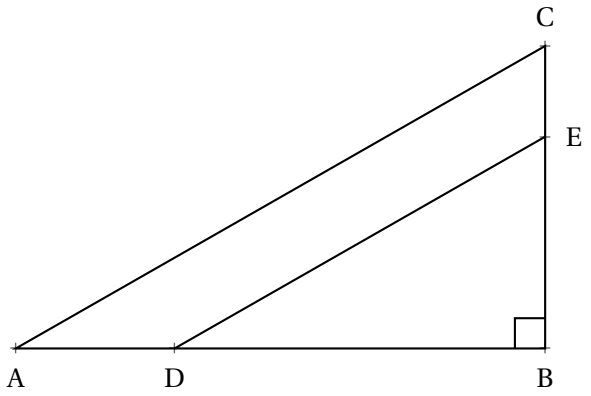
5 °C — 7 °C — 11 °C — 8 °C — 5 °C — 6 °C.

Affirmation n° 4 : La moyenne de ces six températures est égale à 6,5 °C.

Les points B, D et A sont alignés.
Les points B, E et C sont alignés.
Le triangle ABC est rectangle en B.

BA = 12 cm ; BC = 9 cm ;
BD = 8 cm et BE = 6 cm.

La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.

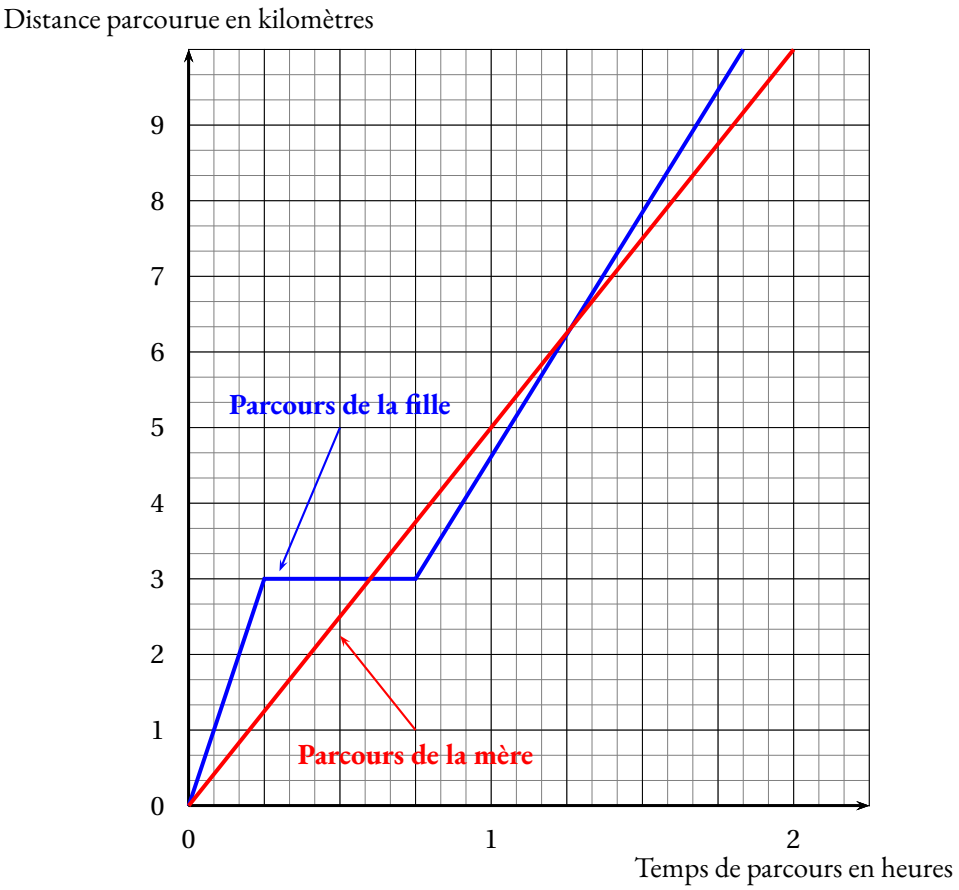


Affirmation n° 5 : la longueur AC est égale à 15 cm.

Affirmation n° 6 : les droites (AC) et (DE) sont parallèles.

Exercice n° 2 — Marcher ou courir ? *19 points*

Une mère et sa fille rentrent chez elles à pied en empruntant le même trajet de 10 kilomètres. La mère décide de s'y rendre en marchant et sa fille en courant.
Le graphique ci-dessous modélise les parcours de la mère et de la fille depuis leur départ.



1.a. Indiquer le temps mis par la mère pour rentrer chez elle, avec la précision que permet la lecture du graphique.

1.b. Déterminer la vitesse moyenne en km/h de la mère sur l'ensemble de son parcours.

1.c. La distance parcourue par la mère est-elle proportionnelle au temps ?

2. La fille est partie à 16 h et est arrivée chez elle à 17 h 50. Elle a fait une pause durant sa course.

2.a. Indiquer la durée de la pause de la fille, avec la précision que permet la lecture graphique.

2.b. Quand a-t-elle couru le plus vite : avant ou après sa pause ?

3. Combien de fois la mère et la fille se sont retrouvées au même endroit et au même moment, au cours de leur trajet ?

4. Dans cette question, on note f la fonction qui, au temps de parcours x (exprimé en heure) de la mère depuis le départ, associe la distance parcourue (exprimée en kilomètre) par la mère depuis le départ.
Parmi les propositions suivantes, recopier sans justification l'expression de $f(x)$:

$$f(x) = \frac{1}{5}x \qquad — \qquad f(x) = 5x \qquad — \qquad f(x) = x + 5$$

Exercice n° 3 — Le club de handball et les maillots *23 points*

Un club de handball souhaite commander des maillots avec le nom du club inscrit dessus. À l'issue de sa commande, le club veut recevoir exactement 350 maillots.

Après quelques recherches, deux sites internet ont été sélectionnés :

— Sur le **site A** : les maillots sont vendus à 12 (l'unité);

— Sur le **site B** : les maillots sont vendus à 13 (l'unité, avec la promotion : « 10 maillots offerts pour 100 achetés ».

1. Déterminer le montant, exprimé en euro, de la commande du club envisagée sur le **site A**.

2. Un tableur ci-dessous présente des exemples de dépenses en fonction du nombre de maillots payés sur le **site B**.
Voici une copie d'écran de ce tableur.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Nombre de maillots payés 50	100	150	200	250	300	350	400	
2	Nombre de maillots offerts 0	10	10	20	20	30	30	40	
3	Nombre total de maillots reçus 50	110	160	220	270	330	380	440	
4	Coût total en euros 650	1300	1950	2600	3250	3900	4550	5200	

2.a. À la lecture de ce tableur, le trésorier du club affirme que le montant de la commande sera compris entre 3900 € et 4550 € .
Son affirmation est-elle vraie ?

2.b. Sachant que les lignes 1 et 2 du tableur ont été complétées auparavant, quelle formule a-t-on pu saisir ensuite dans la cellule **B3** avant de l'étirer jusqu'à la cellule **I3**, pour remplir la ligne 3 du tableur ?

2.c. Le coût total exprimé en euro est-il proportionnel au nombre de maillots reçus ?

3. Sur quel site le club doit-il passer sa commande pour recevoir exactement 350 maillots, tout en payant le moins cher ?

4. Le club souhaite que ces 350 maillots soient répartis entre des maillots noirs et des maillots rouges dans le ratio 5 : 2.

Combien faut-il commander de maillots noirs et de maillots rouges ?

5. Le club a aussi commandé des gourdes. Les cartons reçus sont indiscernables tant par leurs dimensions que par leur forme. Il y a 4 cartons de gourdes blanches et 3 cartons de gourdes bleues.
On ouvre un carton au hasard.

Quelle est la probabilité qu'il contienne des gourdes bleues ?

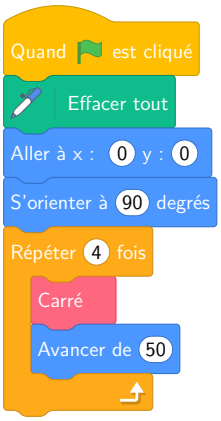
Exercice n° 4 — Des figures avec Scratch

14 points

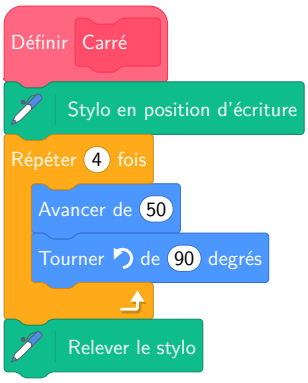
Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

On donne le programme ci-contre :

Script principal



Le bloc Carré



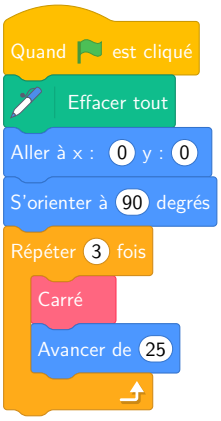
On rappelle que l'instruction 

signifie que l'on s'oriente vers la droite.

1. On lance le programme. Construire la figure obtenue en prenant 1 cm pour 25 unités de longueur.

On modifie le Script principal et on obtient les deux scripts ci-contre :

Script principal A



Script principal B

2. Parmi les trois figures ci-dessous, associer sur votre copie chacun des deux scripts principaux A et B à la figure qu'il permet de réaliser :

Figure n° 1

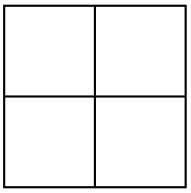


Figure n° 2

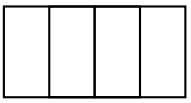
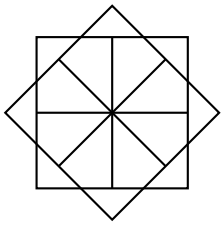


Figure n° 3

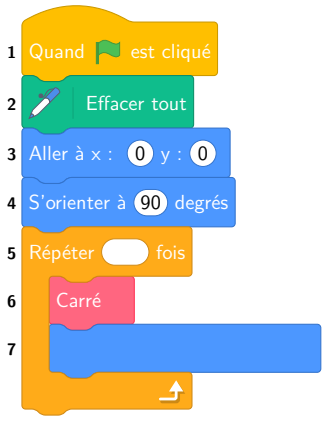
On souhaite réaliser la figure ci-dessous :



Le point de départ se situe au centre de la figure.

3. Compléter le nouveau script principal ci-contre en recopiant sur la copie uniquement les lignes 5 et 7.
Pour mémoire, l'énoncé rappelle ci-contre à droite le descriptif du bloc Carré.

Script principal



Le bloc Carré

Exercice n° 5 — Les bougies à la cire d'abeille *20 points*

Une usine de fabrication de bougies reçoit des cubes de cire d'abeille d'arête 6 cm.
Ils sont disposés dans des cartons remplis (sans espace vide).

Informations sur les cartons :

- Forme : pavé droit ;
- Dimensions :
  - Largeur : 60 cm ;
  - Longueur : 36 cm ;
  - Hauteur : 36 cm.

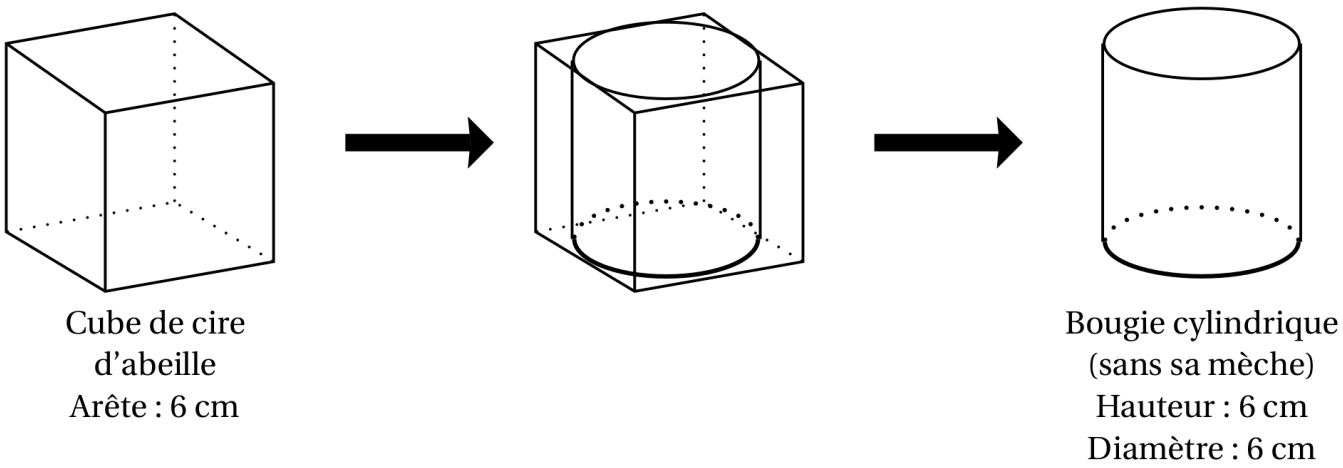
On ne tient pas compte de l'épaisseur du carton.

Information sur la cire d'abeille : Masse volumique : 0,95 g/cm^3

1.a. Montrer que chaque carton contient 360 cubes de cire d'abeille.

1.b. Quelle est la masse de cire d'abeille contenue dans un carton rempli de cubes ?
On donnera la réponse en kg, arrondie à l'unité près, en ne tenant pas compte de la masse du carton.

2. À l'usine, on découpe les cubes de cire d'abeille afin d'obtenir des cylindres de hauteur 6 cm et de diamètre 6 cm avec lesquels on fera des bougies en installant une mèche.



On ne tiendra pas compte de la masse, du volume et du prix de Ja mèche dans la suite de l'exercice.

1.a. Montrer que le volume-d'une bougie est d'environ 170 cm^3 .
On rappelle que le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donné par la formule :

$$2V = \pi \times r \times h$$

1.b. En découpant les cubes de cire d'abeille d'arête 6 cm pour former des bougies cylindriques, la cire perdue est réutilisée pour former à nouveau d'autres cubes de cire d'abeille d'arête 6 cm.
Combien de cubes au départ doit-on découper pour pouvoir reconstituer un cube de cire d'abeille d'arête 6 cm, avec la cire perdue ?

3. Un commerçant vend les bougies de cette usine au prix de 9,60 € l'unité.
Il les vend 20 % plus chères qu'il ne les achète à l'usine.
Combien paie-t-il à l'usine pour l'achat d'une bougie ?

Brevet — 2021 — Amérique du Sud — Série générale

Correction

Un sujet assez complet et très utile pour réviser.

Exercice n° 1 — Six affirmations *24 points*

Arithmétique — Développer — Antécédent — Moyenne — Thalès — Pythagore

Cinq affirmations de bonnes factures et très complètes.

Affirmation n° 1 : Comme $72 = 6 \times 12$ et que $72 = 4 \times 18$, **Affirmation n° 1 :** Vraie

Affirmation n° 2 : Développons $A = (n-5)^2$
$A = (n-5)^2$
$A = (n-5)(n-5)$
$A = n^2 - 5n - 5n + 25$
$A = n^2 - 10n + 25$

Ainsi, pour tout n, $(n-5)^2 \neq n^2 - 5^2$, **Affirmation n° 2 :** Fausse

En utilisant les identités remarquables, ce qui doit être l'objectif de cette affirmation, on a immédiatement :
$(n-5)^2 = n^2 - 10n + 5^2$ *et* $n^2 - 5^2 = (n+5)(n-5)$.

Affirmation n° 3 : Calculons $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \frac{1}{2} + 5 = 1 + 5 = 6$, **Affirmation n° 3 :** Vraie

Affirmation n° 4 : Calculons $\frac{5\,°C + 7\,°C + 11\,°C + 8\,°C + 5\,°C + 6\,°C}{6} = \frac{42\,°C}{6} = 7\,°C$, **Affirmation n° 4 :** Fausse

Affirmation n° 5 : Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$
$$12^2 + 9^2 = AC^2$$
$$144 + 81 = AC^2$$
$$AC^2 = 225$$
$$AC = \sqrt{225}$$
$$AC = 15$$

Affirmation n° 5 : Vraie

Affirmation n° 6 : Comparons $\frac{BD}{BA}$ et $\frac{BE}{BC}$.
$\frac{BD}{BA} = \frac{8\,cm}{12\,cm} = \frac{2}{3}$

$\frac{BE}{BC} = \frac{6\,cm}{9\,cm} = \frac{2}{3}$

Comme $\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC}$ et que les points B, D et A sont alignés et dans le même ordre que B, E et C, d'après **la réciproque du théorème de Thalès**, les droites (DE) et (AC) sont parallèles.

Affirmation n° 6 : Vraie

Exercice n° 2 — Marcher ou courir ? *19 points*

Lecture graphique — Fonctions — Fonction linéaire

Un exercice de lecture graphique assez intéressant. On aurait aimé un calcul de vitesse un peu plus complexe.

1.a. On lit graphiquement, que la mère à mit environ 2 h pour effectuer ce parcours.

1.b. Elle a mit 2 h pour faire 10 km, soit une vitesse moyenne de 5 km/h.

On pouvait aussi utiliser un tableau de proportionnalité et une règle de trois :

Distance	10 km	$\dfrac{10\,\text{km} \times 1\,\text{h}}{2\,\text{h}} = 5\,\text{km}$
Temps	2 h	1 h

Ou encore, la formule $v = \dfrac{10\,\text{km}}{2\,\text{h}} = 5\,\text{km/h}$.

1.c. La représentation graphique suggère que la distance en fonction du temps forme une droite passant par l'origine. C'est caractéristique d'une situation de proportionnalité.

La distance parcourue par la mère est bien proportionnelle au temps.

*Dans la question **1.b.**, pour calculer la vitesse moyenne, on a fait l'hypothèse que la distance parcourue était proportionnelle au temps. J'aurai bien inversé l'ordre de ces deux questions.*

2.a. Sur le graphique, la pause s'étend sur deux carreaux. Il faut quatre carreaux pour une heure. Un carreau correspond donc à un quart d'heure soit quinze minutes.

La pause a duré 30 min.

2.b. La pente des segments de droite permet d'indiquer la vitesse de la fille (ce sont des dérivées... :-) blague pour les élèves de première !).
On peut simplement remarquer que durant le premier quart d'heure elle a parcouru 3 km.
Après la pause de 30 min, on voit que pendant un quart d'heure, soit un carreau horizontal, elle parcours un peu plus d'un kilomètre et demi.

Elle a couru le plus vite avant la pause.

3. Les courbes représentatives des parcours de la mère et de la fille se rencontrent deux fois, au troisième kilomètre après environ 35 min, et une seconde fois après une heure et quart un peu après le sixième kilomètre.

Elles se sont retrouvées au même endroit et au même moment deux fois.

4. Pour la mère, nous avons vu que la distance et le temps étaient des grandeurs proportionnelles. C'est caractéristique d'une fonction linéaire.

La fonction qui donne la distance en fonction du temps x pour la mère est $f(x) = 5x$.

5 est bien la vitesse en kilomètre heure.

Exercice n° 3 — Le club de handball et les maillots *23 points*

Tableur — Ratio — Proportionnalité — Probabilités

1. Comme 350×12 € $= 4200$ € . Sur le **Site A**, la commande coûte 4200 € .

2.a. On voit que pour 300 maillots payés, on en reçoit 330 pour 3900 € .
Pour 350 maillots payés, on en reçoit 380 pour 4550 € .

Le trésorier du club a raison. Son affirmation est vraie.

2.b. Il faut saisir la somme des lignes 1 et 2 soit **=B1+B2**.

2.c. Attention à cette question, il y a quelques pièges.
Si on compare par exemple, le prix pour 110 maillots et celui pour 220 maillots, 330 maillots ou 440 maillots, on peut penser que les prix sont proportionnels à la quantité puisque $220 = 2 \times 110$, $330 = 3 \times 110$ et $440 = 4 \times 110$ et les prix $2600 = 2 \times 1300$, $3900 = 3 \times 1300$ et $5200 = 4 \times 1300$.
En revanche, quand on calcule les quotients suivants : $\dfrac{650}{50} = 13$ et $\dfrac{1300}{110} \approx 11,82$, on constate qu'il n'existe pas un coefficient constant, le prix à l'unité, qui permet de calculer le prix à partir de la quantité.

Pour le **Site B**, le prix n'est pas proportionnel à la quantité.

3. Sur le **Site A**, on a vu à la question **1.** qu'il faut payer 4200 € .
Sur le **Site B**, en consultant le tableau, on constate qu'on va payer 3900 € pour 330 maillots livrés. Il reste donc $350 - 330 - 20$ maillots à acheter à 13 € l'unité.
20×13 € $= 260$ € , avec le **Site B**, il vont payer 3900 € +260 € = 4160 € .

Il faut donc commander sur le **Site B**.

4. Dire que la répartition des maillots suit le ration 5 : 2 signifie que le nombre de maillots noirs et de mallots rouges sont proportionnels aux nombres 5 et 2.

Maillots noirs	5	$\dfrac{5 \times 350}{7} = 250$
Mallots rouges	2	$\dfrac{2 \times 350}{7} = 100$
Total	7	350

Ce qui revient à dire que l'on a partagé les maillots en $5 + 2 = 7$ parts et qu'il faut déterminer les $\dfrac{2}{7}$ et les $\dfrac{5}{7}$ de 350.

On a bien $\dfrac{2}{7} \times 350 = \dfrac{700}{7} = 100$ et $\dfrac{5}{7} \times 350 = \dfrac{1750}{7} = 250$.

Il faut commander 250 maillots noirs et 100 maillots noirs.

5. Nous sommes dans une expérience aléatoire à une épreuve ayant 7 issues équiprobables.

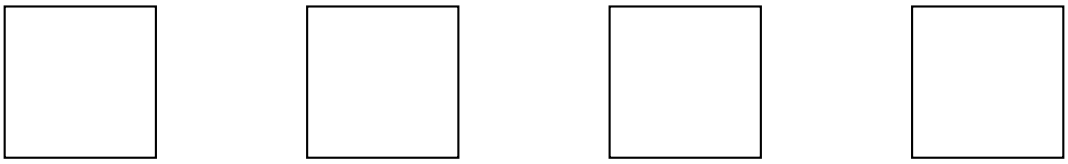
Comme il y a 3 cartons contenant des gourdes bleues, la probabilité cherchée vaut $\dfrac{3}{7} \approx 0,43 \approx 43$ %.

Exercice n° 4 — Des figures avec Scratch *14 points*

Scratch

Un Scratch géométrique très intéressant dans le cadre de la préparation au DNB.

1. Comme 1 cm correspond à 25 pixels, il faut tracer quatre carrés de 2 cm espacés de 2 cm.



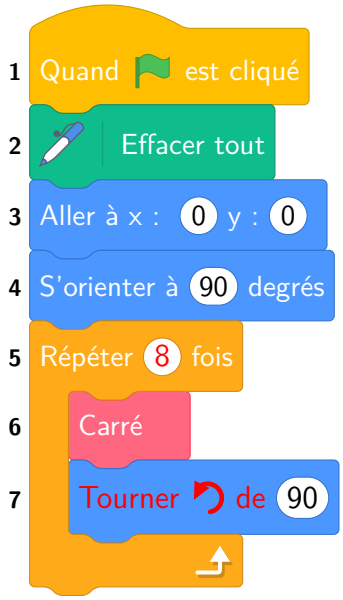
2. Le Script A trace un carré de 50 de côté puis avance de 25. Comme après avoir tracé un carré le lutin retourne au point de départ, et comme le carré mesure 50, le deuxième carré va être tracé à partir du milieu du premier. Puis le troisième commence à la fin du premier et au milieur du deuxième. Il s'agit donc de la Figure n° 2.

Script A : Figure n° 2

Le Script B trace un carré de 50 puis retourne au point de départ. Il tourne alors de 90° et recommence ainsi quatre fois.

Script B : Figure n° 1

3. Cette figure est constituée de huit carrés, avec un rotation de 45° entre chacun.
Voici le script attendu :



Exercice n° 5 — Les bougies à la cire d'abeille

20 points

Arithmétique — Volume — Cube — Cylindre — Pourcentage

Un exercice utile pour travailler les volumes.

1.a. 60 cm = 10 × 6 cm, 36 cm = 6 × 6 cm.
Dans un carton, on pourra placer 10 cubes en long, 6 en large et 6 en hauteur soit 10 × 6 × 6 = 360 cubes.

On peut placer 360 cubes dans ce carton.

1.b. Ainsi le carton est plein de cubes en cire d'abeille sans aucun espace.
Le volume du carton et donc de cire d'abeille vaut : V = 60 cm × 36 cm × 36 cm = 77 760 cm^3.
La masse volumique de la cire est de 0,95 g par cm^3.

La masse de cire contenue dans le carton est donc de $0{,}95\,\text{g} \times 77\,760 = 73\,872\,\text{g} = 73{,}872\,\text{kg}$

2.a. C'est une bougie cylindrique, de hauteur 6 cm et de rayon $6\,\text{cm} \div 2 = 3\,\text{cm}$.

Le volume d'une bougie vaut $V = \pi \times (3\,\text{cm})^2 \times 6\,\text{cm} = 54\,\pi\,\text{cm}^3 \approx 170\,\text{cm}^3$

2.b. La cube de cire à une arête de 6 cm, son volume vaut $(6\,\text{cm})^3 = 216\,\text{cm}^3$.
Le volume restant après avoir produit la bougie vaut environ : $216\,\text{cm}^3 - 170\,\text{cm}^3 = 56\,\text{cm}^3$.

Comme $216\,\text{cm}^3 \div 56\,\text{cm}^3 \approx 3{,}9$, avec 4 cubes de départ on peut reconstituer un cube complet.

3. On peut utiliser un tableau de proportionnalité :

Prix avant augmentation	$\dfrac{9{,}60 \times 100}{120} = 8$	100
Prix après augmentation	9,60	120

On peut aussi raisonner avec le coefficient multiplicateur.
Augmenter de 20 % revient à multiplier par $1 + \dfrac{20}{100} = 1 + 0{,}20 = 1{,}20$.
Le prix de départ p vérifie l'équation :

$$\begin{aligned} 1{,}20p &= 9{,}60 \\ p &= \frac{9{,}60}{1{,}20} \\ p &= 8 \end{aligned}$$

Le prix payé à l'usine est de 8 €.

Annales 2022

Diplôme national du brevet
Session 2022

Mathématiques

Série générale

Nouvelle-Calédonie

2 février 2022

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 10 pages numérotées de la page 1 sur 10 à la page 10 sur 10.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	18 points
Exercice n° 2	10 points
Exercice n° 3	10 points
Exercice n° 4	14 points
Exercice n° 5	12 points
Exercice n° 6	14 points
Exercice n° 7	9 points
Exercice n° 8	13 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Six affirmations *18 points*

Pour chaque affirmation répondre par vrai ou faux. Justifier chaque réponse.

Affirmation n° 1 : 50 % de 10 350 c'est 10 300.

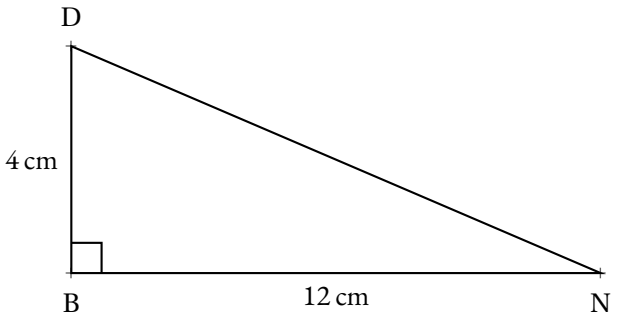
Affirmation n° 2 : $\frac{7}{3}$ est la forme irréductible de $\frac{42}{18}$.

Affirmation n° 3 : L'équation $2x - 4 = -x + 5$ a pour solution 3.

Affirmation n° 4 L'arrondi à l'unité près du volume d'une boule de diamètre 21,6 cm est 42 213 cm^3.

Rappel : le volume d'une boule de rayon R : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Affirmation n° 5 : Dans la figure codée ci-contre, la mesure de l'angle $\widehat{DNB}$, arrondie à l'unité près, est 18°.



Affirmation n° 6 : On peut composer 6 codes différents avec un cadenas à 3 chiffres qui respecte les conditions suivantes :

- les deux premiers chiffres sont choisis parmi 1 ; 2 et 3 ;
- un chiffre peut apparaître deux fois ;
- le dernier chiffre est le 6.

Exercice n° 2 — Les précipitation à Nouméa

10 points

On étudie les précipitations (hauteurs de pluies) sur la ville de Nouméa entre avril et décembre 2020. On obtient le tableau suivant :

Mois	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
Précipitations	147 mm	199 mm	40 mm	67 mm	47 mm	54 mm	104 mm	45 mm	63 mm

Source : https://www.historique-meteo.net/oceanie/nouvelle-caledonie/noumea/2020/

1. Calculer la moyenne des précipitations. Arrondir le résultat au mm près.

2. Quelle est l'étendue des précipitations ?

3. Déterminer la médiane des précipitations.

4. Calculer le pourcentage de mois pour lesquels les précipitations sont supérieures à 100 mm.
Arrondir le résultat à l'unité près.

Exercice n° 3 — Les vitres de l'immeuble

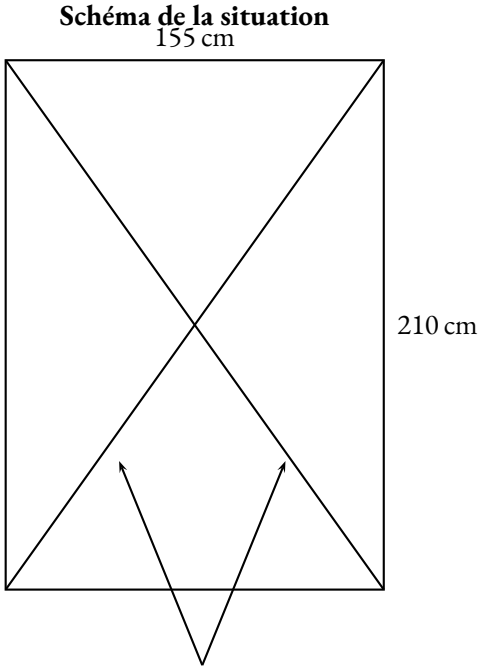
10 points

BAI est un triangle rectangle en A tel que BA = 210 cm et AI = 155 cm.

1. Déterminer la longueur BI au centimètre près. Rédiger la réponse en faisant apparaître les différentes étapes.

L'immeuble de Joanne possède 15 vitres rectangulaires.
Chaque vitre a pour longueur 210 cm et pour largeur 155 cm.
Lors d'une préalerte cyclonique Joanne pose de l'adhésif sur les deux diagonales de chaque vitre de l'immeuble.

Schéma de la situation



Une bande adhésif est assimilée
à une diagonale du rectangle

2. Justifier que Joanne a besoin d'environ 5,22 m d'adhésif pour une vitre.

Joanne a 7 rouleaux d'adhésif de 10 m chacun.

3. A-t-elle assez d'adhésif pour toutes les vitres ? Justifier la réponse.

Exercice n° 4 — Biscuits aux noix ou au chocolat *14 points*

1.a. Justifier que 330 n'est pas un nombre premier.

La décomposition en produit de facteurs premiers de 500 est : $500 = 22 \times 53$

1.b. Décomposer 330 en produit de facteurs premiers.

1.c. Justifier que 165 divise 330.

1.d. Justifier que 165 ne divise pas 500.

La pâtisserie Délices a préparé 330 biscuits aux noix et 500 biscuits au chocolat.
La pâtisserie souhaite répartir le plus de biscuits possible dans 165 boites.
La pâtisserie met le même nombre de biscuits aux noix dans chaque boîte.

2. Combien de biscuits aux noix y a-t-il dans chaque boîte ?

La pâtisserie met aussi le même nombre de biscuits au chocolat dans chaque boîte.

3.a. Combien de biscuits au chocolat y a-t-il dans chaque boîte ?

3.b. Combien de biscuits au chocolat reste-t-il ?

Une boîte de biscuits coûte 3650 francs.

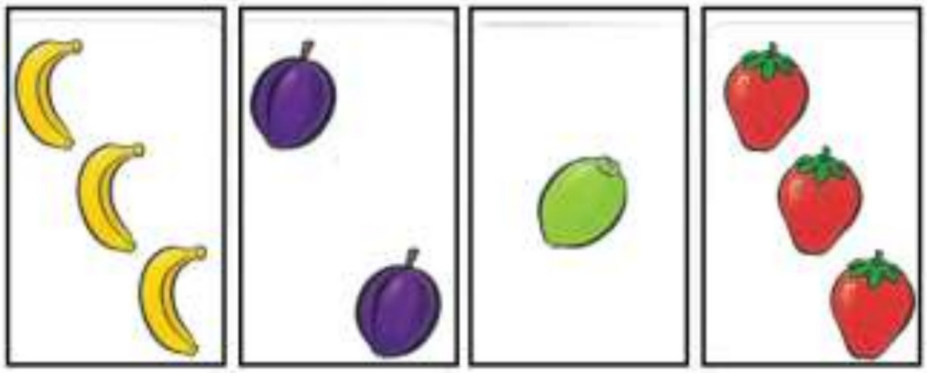
À partir de 10 boîtes achetées, la pâtisserie Délices offre une réduction de 5 % sur le montant total.

4. Combien va-t-on payer pour l'achat de 12 boîtes ?
Faire apparaître les calculs effectués.

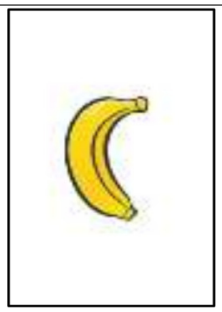
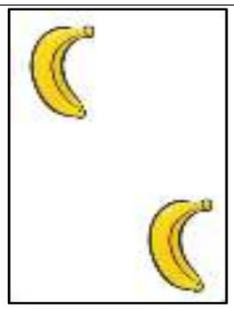
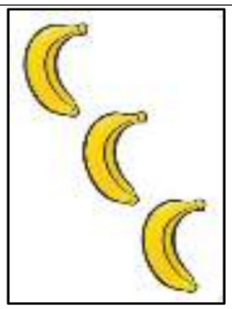
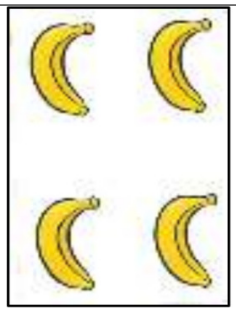
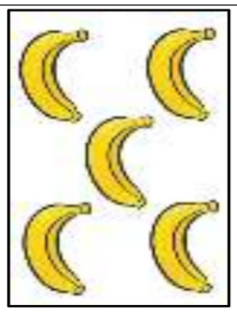
Exercice n° 5 — Le jeu de carte et les fruits *12 points*

Un jeu est constitué de quatre familles de cartes :

- banane ;
- prune ;
- citron ;
- fraise.



Voici la répartition des cartes de la famille banane :

					
Nombre de cartes	5	3	3	2	1

La répartition est la même pour les cartes avec les autres fruits.

1. Montrer que ce jeu a 56 cartes.

Joanne mélange toutes les cartes. Son frère Jack prend une carte au hasard.
On admet que chaque carte a la même chance d'être choisie.
Soit P l'événement : « Jack obtient une carte de la famille prune ».

2. Quelle est la probabilité de l'événement P ?

3.a. Quel est l'événement contraire de P ?

3.b. Quelle est la probabilité de l'événement contraire de P ?

4. Quelle est la probabilité d'obtenir une carte avec quatre fruits ?

Exercice n° 6 — Distance de réaction, de freinage et d'arrêt *14 points*

Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Partie 1 : Distance de réaction

La distance de réaction d'un véhicule est la distance parcourue par ce véhicule entre l'instant où le conducteur voit un obstacle et l'instant où il appuie sur la pédale de frein. On considère un conducteur en bonne santé. La distance de réaction, en mètre, en fonction de la vitesse du véhicule est représentée par le graphique de l'**Annexe**.

1. Cette représentation graphique traduit-elle une situation de proportionnalité ? Justifier la réponse.

2. Compléter, par lecture graphique, le tableau de l'**Annexe**.

Partie 2 : Distance de freinage sur route sèche

La distance de freinage d'un véhicule est la distance parcourue par ce véhicule entre l'instant où le conducteur appuie sur la pédale de frein et l'instant où la voiture s'arrête complètement. La distance de freinage en mètre, pour un véhicule en bon état, est déterminée en fonction de la vitesse du véhicule par la formule :

$$d = \frac{v^2}{203,2} \text{ où } v \text{ est la vitesse exprimée en km/h.}$$

On utilise le tableur suivant pour calculer les distances de freinage en fonction de la vitesse :

	A	B	C	D
1	Vitesse (km/h)	10	20	30
2	Distance de freinage (m)			

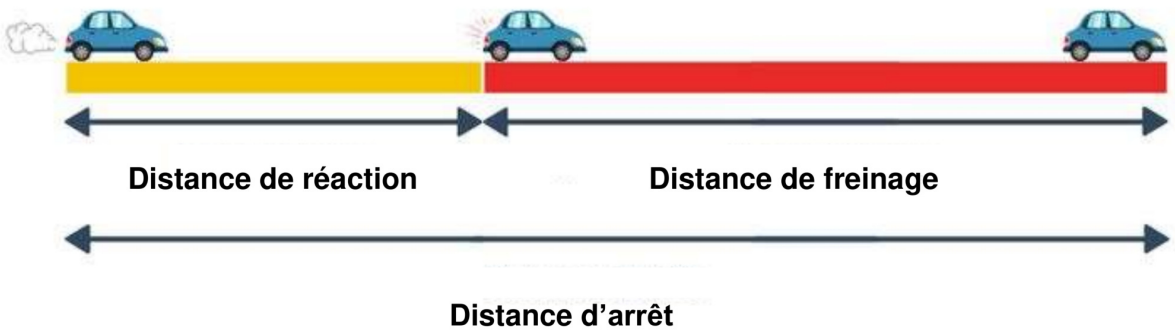
1. Recopier parmi les formules trois suivantes, celle qu'il faut saisir dans la cellule **B2** puis étirer vers la droite :

=2*B1/203,2	**=B1*B1/203,2**	**=B1+B1/203,2**

2. Un véhicule roule à 90 km/h. Montrer que sa distance de freinage est environ 40 m.

Partie 3 : Distance d'arrêt sur route sèche

La distance d'arrêt d'un véhicule est la distance parcourue par ce véhicule entre l'instant où le conducteur voit un obstacle et l'instant où la voiture s'arrête complètement.



Calculer la distance d'arrêt d'une véhicule roulant à 90 km/h.

Exercice n° 7 — La peinture dans la piscine *9 points*

On doit appliquer deux couches de peinture sur le sol et les parois intérieures d'une piscine rectangulaire dont les dimensions sont données dans le **Document 2**.

À l'aide des documents ci-dessous, calculer le budget que l'on doit prévoir pour les travaux de peinture.

Document n° 1 : pot de peinture Surface pouvant être peinte : 35 m^2 Prix : 12 000 F 	**Document n° 2 :** piscine de base rectangulaire Longueur : 8 m — Largeur : 4 m — Profondeur : 1,70 m 

Toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 8 — Le phare Amédée *13 points*

La photo ci-dessous montre le phare Amédée, une balise et une bouée :

On dispose des informations suivantes :

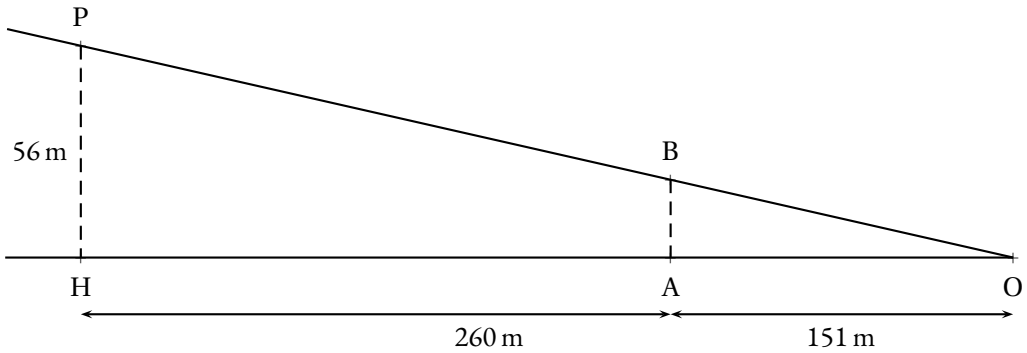
— la hauteur du phare est de 56 m ;

— la balise est située à 260 m du phare ;

— la balise et la bouée sont distantes de 151 m ;

— la bouée O, le sommet B de la balise et le sommet P du phare sont considérés comme trois points alignés.

Schéma de la situation :



Les droites (PH) et (BA) sont parallèles.

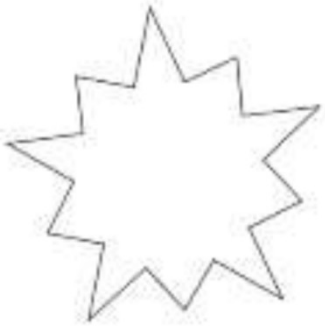
1. Quelle est la distance OH en mètres ?

2. Déterminer la hauteur AB de la balise. Arrondir au dixième de mètre près.
Rédiger la réponse en faisant apparaître les différentes étapes.

Le haut du phare est protégé par une barrière composée de sculptures.

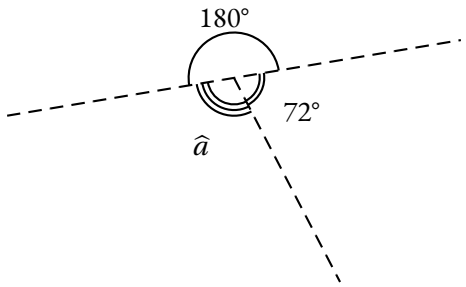
Sculpture

Sculpture

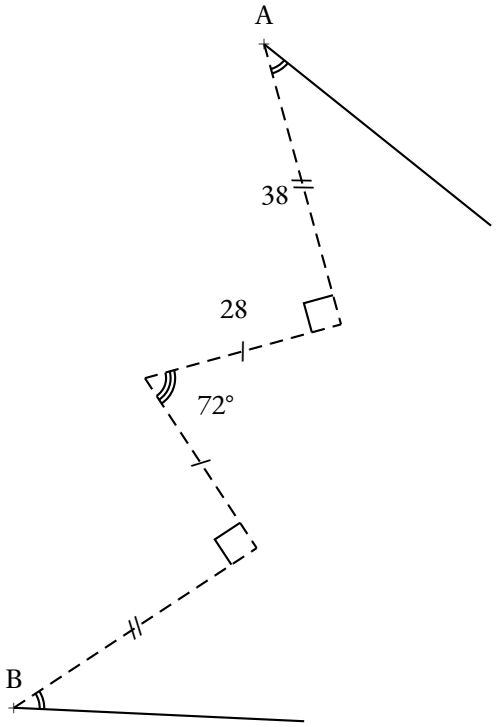


On souhaite réaliser un programme Scratch pour reproduire le contour de cette sculpture.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{a}$ en degré dans la figure ci-dessous :



Le script 1 permet de tracer le motif en pointillé ci-dessous (on part du point A et on s'arrête au point B).



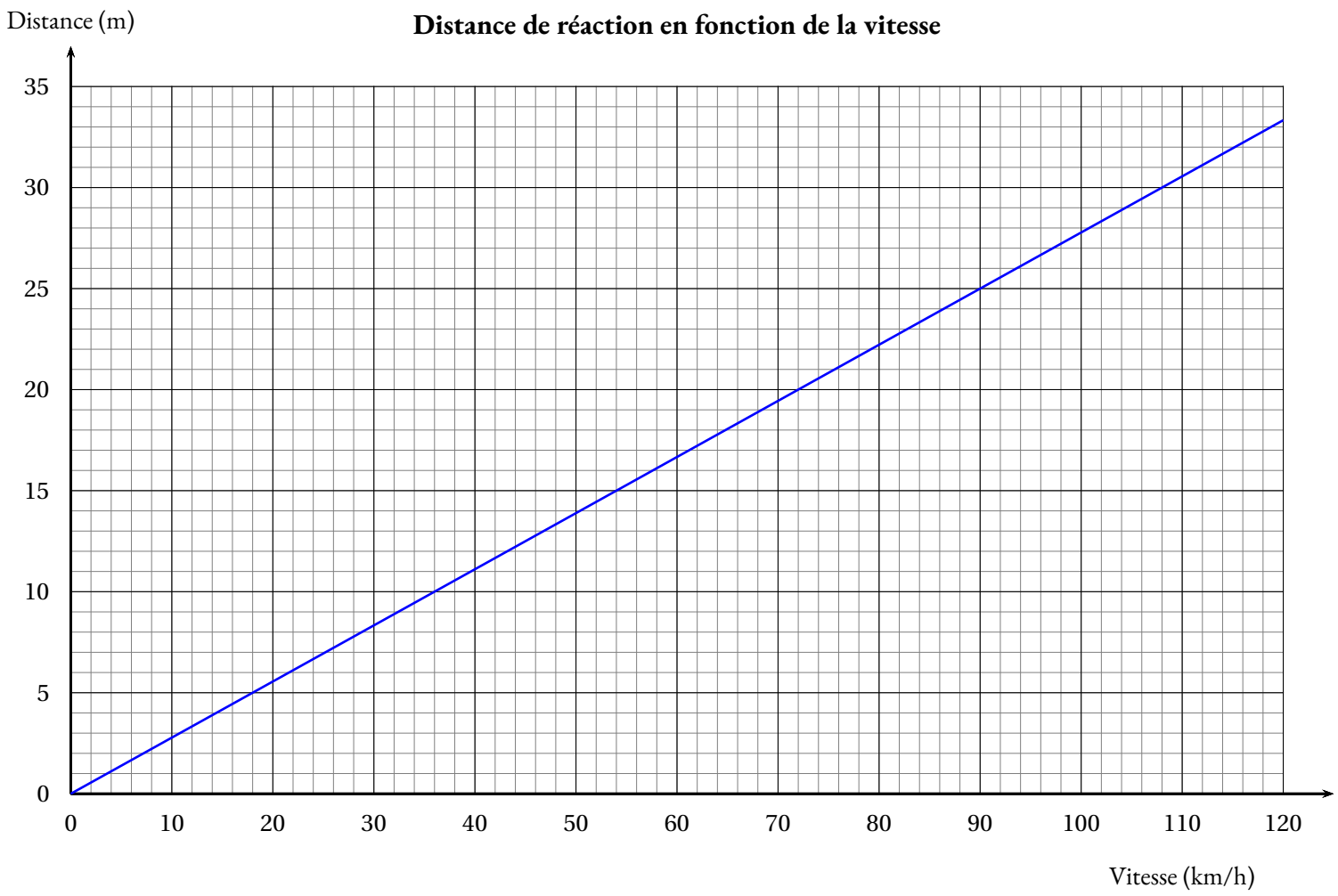
4. Compléter le **Script 1** de l'**Annexe**.

Le script final permet de réaliser le contour de la sculpture.

5. Compléter le script final de l'**Annexe**.

ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice 6

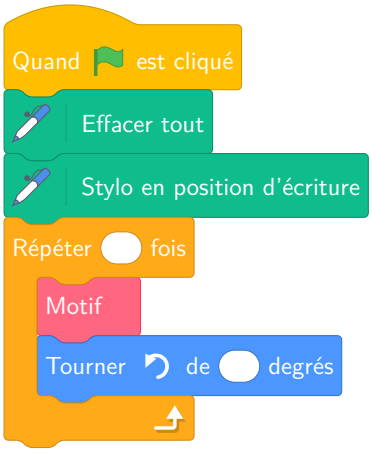


Vitesse (km/h)	0		90
Distance de réaction (m)		15	

Exercice 8

Script nº 1

Script final



Brevet — 2022 — Nouvelle-Calédonie — Série générale

Correction

Exercice n° 1 — Six affirmations

18 points

Pourcentages — Fractions — Volume de la boule — Trigonométrie — Arithmétique

Six affirmations assez variées. La dernière est originale.

Affirmation n° 1 :
Calculer 50 % de 10 350 revient à effectuer $10\,350 \times \dfrac{50}{100} = 10\,350 \times 0,50$ ou encore $10\,350 \div 2 = 5175$.

Affirmation n° 1 : fausse

Affirmation n° 2 :

$\dfrac{42}{18} = \dfrac{6 \times 7}{6 \times 3} = \dfrac{7}{3}$, $\dfrac{7}{3}$ est bien irréductible.

Affirmation n° 2 : vraie

Affirmation n° 3 :
Résolvons :

$$\begin{aligned}
2x - 4 &= -x + 5 \\
2x - 1 + 1 &= -x + 5 + 1 \\
2x &= -x + 6 \\
2x + x &= -x + 6 + x \\
3x &= 6 \\
x &= \frac{6}{3} \\
x &= 2
\end{aligned}$$

On pouvait aussi vérifier :
Pour $x = 3$, $2x - 4 = 2 \times 3 - 4 = 6 - 4 = 2$.
Pour $x = 3$, $-x + 5 = -3 + 5 = 2$.

Affirmation n° 3 : vraie

Affirmation n° 4 :
Le diamètre de cette boule mesure 21,6 cm, donc son rayon vaut $21{,}6\,\text{cm} \div 2 = 10{,}8\,\text{cm}$.
Appliquons la formule :

$\text{V} = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 10{,}8\,\text{cm}^3$
$\text{V} = \dfrac{4}{3} \times 1259{,}712\,\pi\,\text{cm}^3$
$\text{V} = 1679{,}616\,\pi\,\text{cm}^3 \approx 5277\,\text{cm}^3$

Affirmation n° 4 : fausse

Affirmation n° 5 :

Dans le triangle DBN rectangle en B.
On connaît le côté adjacent à l'angle $\widehat{DNB}$, le côté [BN], et on connaît le côté opposé à $\widehat{DNB}$, le côté [BD].

$$\tan\widehat{DNB} = \frac{4\,\text{cm}}{12\,\text{cm}}$$
$$\tan\widehat{DNB} = \frac{1}{3}$$

À la calculatrice, on trouve $\widehat{DNB} \approx 18{,}43°$.

Affirmation n° 5 : vraie

Affirmation n° 6 :
Il faut faire la liste exhaustive de toutes les possibilités.

- 1 ; 1 ; 6
- 1 ; 2 ; 6
- 1 ; 3 ; 6
- 2 ; 1 ; 6
- 2 ; 2 ; 6
- 2 ; 3 ; 6
- 3 ; 1 ; 6
- 3 ; 2 ; 6
- 3 ; 3 ; 6

On pouvait aussi dire qu'il y avait 3 possibilités pour le premier chiffre, 3 pour le deuxième et 1 pour le troisième. Le nombre de possibilités est donc $3 \times 3 \times 1 = 9$

Affirmation n° 6 : fausse

Exercice n° 2 — Les précipitation à Nouméa

10 points

Statistiques — Pourcentage

Un joli mélange entre les grands classiques de géométrie et un calcul de vitesse. Très utile pour réviser.

1. Calculons $\dfrac{147\,\text{mm} + 199\,\text{mm} + 40\,\text{mm} + 67\,\text{mm} + 47\,\text{mm} + 54\,\text{mm} + 104\,\text{mm} + 45\,\text{mm} + 63\,\text{mm}}{9} = \dfrac{766\,\text{mm}}{9} \approx 85{,}11\,\text{mm}$

Au millimètre près la moyenne des précipitations est 85 mm.

2. Le maximum des précipitations au lieu au mois de mai avec 199 mm. Le minimum au mois de juin avec 40 mm.

L'étendue de cette série statistiques est $199\,\text{mm} - 40\,\text{mm} = 159\,\text{mm}$.

3. Il faut classer ces hauteurs de précipitations dans l'ordre croissant. Il y a 9 mesures. Comme $9 = 4 + 1 + 4$, la médiane est la cinquième valeur.

$$\underbrace{40\,\text{mm} < 45\,\text{mm} < 47\,\text{mm} < 54\,\text{mm}}_{\text{Les quatre mesures les plus petites}} < \underbrace{63\,\text{mm}}_{\text{La médiane}} < \underbrace{67\,\text{mm} < 104\,\text{mm} < 147\,\text{mm} < 199\,\text{mm}}_{\text{Les quatre mesures les plus grandes.}}$$

La médiane de cette série vaut 63 mm.

4. Sur les 9 valeurs, 3 sont supérieures à 100. Or $\dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3} \approx 0{,}33 \approx 33\,\%$.

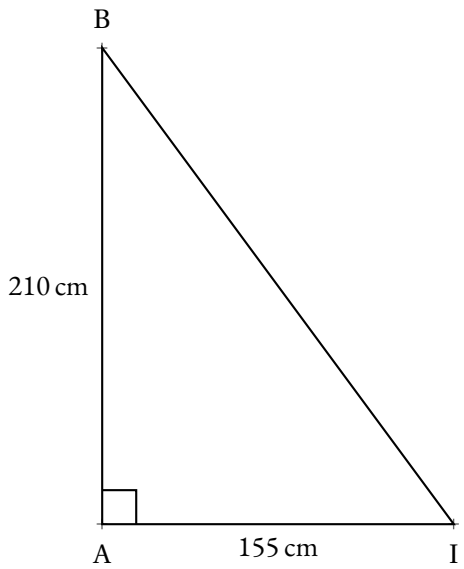
Pour environ 33 % des mois, les précipitations sont supérieures à 100 mm.

Exercice n° 3 — Les vitres de l'immeuble *10 points*

Pythagore

Un exercice assez facile.

1.



Dans le triangle ABI rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AB^2 + AI^2 = BI^2$$
$$210^2 + 155^2 = BC^2$$
$$44\,100 + 24\,025 = BI^2$$
$$BI^2 = 68\,125$$
$$BI = \sqrt{68\,125}$$
$$BI \approx 261$$

BI = 261 cm au centimètre près.

2. Il faut deux diagonales pour protéger la fenêtre.

Comme 2 × 261 cm = 522 cm = 5,22 m, il faut bien 5,22 m d'adhésif pour une vitre.

3. Il y a quinze vitres. Comme 15 × 5,22 m = 78,3 m
Or, un rouleau mesure 10 m. Comme 10 m × 7 = 70 m.

Elle n'aura pas assez de 7 rouleaux d'adhésif.

Exercice n° 4 — Biscuits aux noix ou au chocolat *14 points*

Arithmétique

Un exercice un peu étrange, beaucoup trop guidé et sans intérêt !

1.a. Évidement, 330 = 33 × 10, 330 n'est pas un nombre premier.

1.b.

330	2
165	3
55	5
11	11
1	

$\boxed{330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11}$

1.c. $\boxed{\text{Comme } 330 = 2 \times 165, 165 \text{ divise } 330.}$

1.d. On effectue la division euclidienne de 500 par 165 : $500 = 165 \times 3 + 5$.

$\boxed{165 \text{ ne divise pas } 500.}$

2. Comme $330 = 2 \times 165$, $\boxed{\text{il faut mettre 2 gateaux aux noix dans chaque boîte.}}$

3.a.b. Comme $500 = 3 \times 165 + 5$, $\boxed{\text{il faut mettre 3 gateaux au chocolat dans chaque boîte et il en restera 5 à la fin.}}$

4. Calculons $12 \times 3650 = 43\,800$
Il faut retirer 5 % sur le montant total.

Retirer 5 % revient à multiplier par $1 - \dfrac{5}{100} = 0,95$. On a alors $43\,800 \times 0,95 = 41\,610$.

On peut aussi calculer les 5 % de 43 800 soit $\dfrac{5}{100} \times 43\,800 = 0,05 \times 43\,800 = 2190$.
Puis $43\,800 - 2190 = 41\,610$.

$\boxed{\text{On va payer 41 610 francs pour les 12 boîtes.}}$

Exercice n° 5 — Le jeu de carte et les fruits *12 points*

Probabilités

Un exercice de probabilité très simple

1. Pour la famille « Banane », il y a $5 + 3 + 3 + 2 + 1 = 14$ cartes. Il y a quatre familles de fruits.

$\boxed{\text{Ce jeu contient } 4 \times 14 = 56 \text{ cartes.}}$

2. Nous sommes dans une expérience aléatoire à une épreuve ayant 56 issues équiprobables.

L'événement P est constitué des 14 cartes montrant un prune.

$\boxed{\text{La probabilité de l'événement P est donc } \dfrac{14}{56} = \dfrac{1}{4} = 0,25 = 25\ \%.}$

On pouvait aussi penser que comme chaque famille contient le même nombre de cartes, il y a bien une chance sur quatre d'obtenir des prunes.

3.a. $\boxed{\text{Le contraire de l'événement P consiste à obtenir des bananes, des citrons ou des fraises.}}$

3.b. Comme la probabilité de l'événement P est $\dfrac{1}{4}$, $\boxed{\text{la probabilité de l'événement contraire est } 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4} = 0,75 = 75\ \%.}$

4. Dans chaque famille, il y a 2 cartes avec quatre fruits, soit 8 cartes en tout.

La probabilité cherchée est donc $\frac{8}{56} = \frac{1}{7} \approx 0,14 \approx 14\ \%$.

Exercice n° 6 — Distance de réaction, de freinage et d'arrêt

14 points

Lecture graphique — Fonction — Tableur

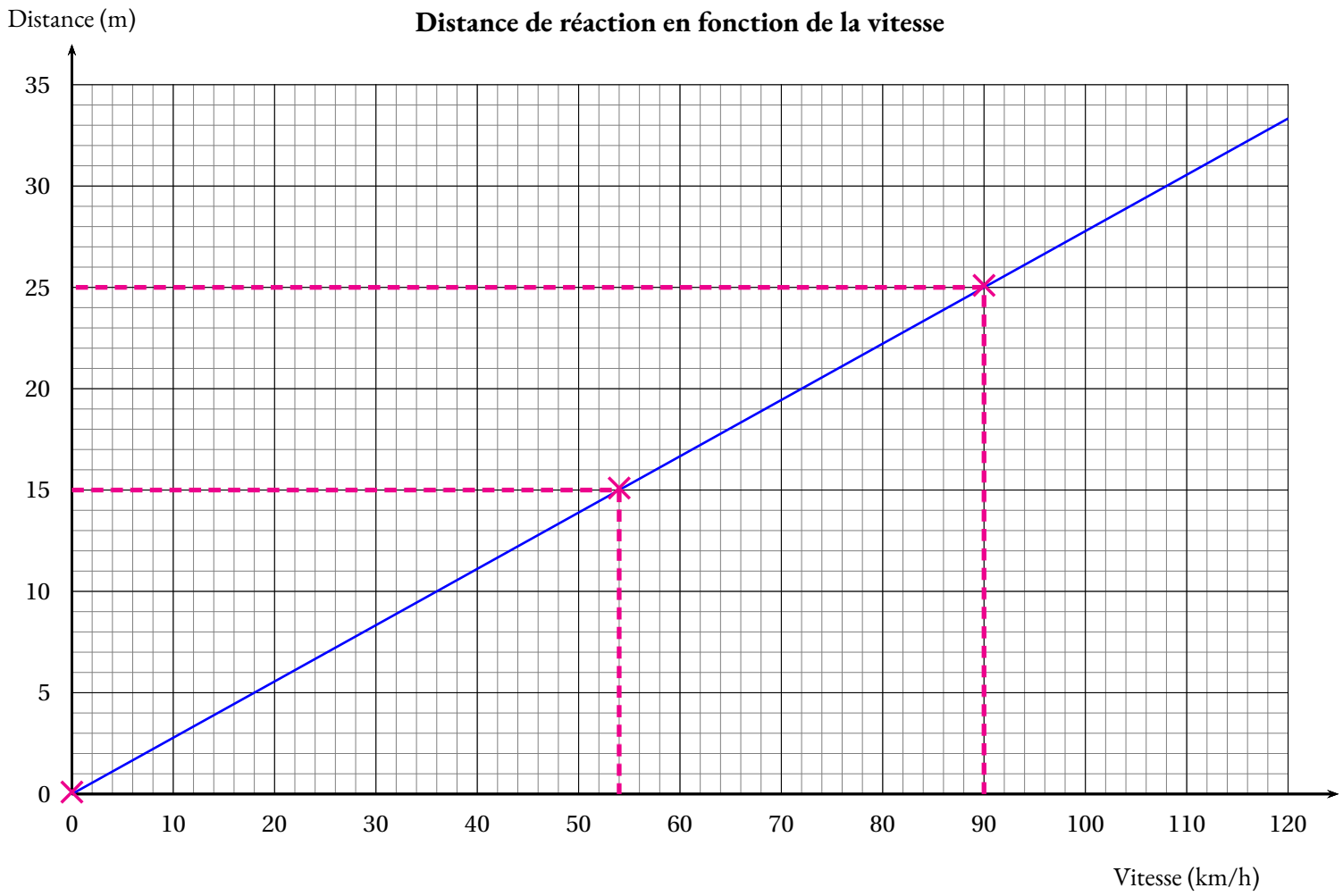
Un exercice assez complet qui propose une situation intéressante, une lecture graphique, un tableur et l'équivalent d'une tâche complexe. Il n'y a cependant pas grand chose à faire !

Partie 1

1. Cette représentation graphique est une droite passant par l'origine.

La distance de réaction est proportionnelle à la vitesse.

2.



Vitesse (km/h)	0	54	90
Distance de réaction (m)	0	15	25

Partie 2

1. Il faut saisir **=B1*B1/203,2**

2. Pour $v = 90$ on a : $d = \dfrac{90^2}{203,2} = \dfrac{8100}{203,2} \approx 39,86$

À 90 km/h, la distance de freinage est d'environ 40 m.

Partie 3

On a vu dans le tableau, qu'à 90 km/h, la distance de réaction est de 25 m.
On vient de calculer la distance de freinage qui est d'environ 40 m.

La distance d'arrêt à 90 km/h est $25\,\text{m} + 40\,\text{m} = 65\,\text{m}$.

Exercice n° 7 — La peinture dans la piscine

9 points

Aire — Tâche complexe

Une tâche complexe classique qui demande pas mal de prise d'initiative.

Cette piscine en forme de pavé droit est constituée :

- un sol rectangulaire, de 8 m de long sur 4 m de large,
  soit une aire de $8\,\text{m} \times 4\,\text{m} = 32\,\text{m}^2$;
- deux parois latérales rectangulaire, de 8 m de long sur 1,70 m de large,
  soit une aire de $2 \times 8\,\text{m} \times 1{,}70\,\text{m} = 27{,}2\,\text{m}^2$;
- deux parois latérales rectangulaire, de 4 m de long sur 1,70 m de large,
  soit une aire de $2 \times 4\,\text{m} \times 1{,}70\,\text{m} = 13{,}6\,\text{m}^2$.

L'aire totale à peindre est donc de $32\,\text{m}^2 + 27{,}2\,\text{m}^2 + 13{,}6\,\text{m}^2 = 72{,}8\,\text{m}^2$.

Comme il faut deux couches, il faut peindre $72{,}8\,\text{m}^2 \times 2 = 145{,}6\,\text{m}^2$.

Avec un pot, on peut peindre 35 m^2.

Comme $145,6 = 35 \times 4 + 5,6$, il faut 5 pots de peinture.

Il faut prévoir un budget de $5 \times 12\,000\,\text{F} = 60\,000\,\text{F}$.

Il s'agit de francs pacifiques. À cette date, 1000 XPF=8,38 €. Il faut donc prévoir un budget d'environ 502,80 €.

Exercice n° 8 — Le phare Amédée

13 points

Trigonométrie — Scratch

Une tâche complexe classique qui demande pas mal de prise d'initiative.

1. $\text{OH} = \text{OA} + \text{AH} = 151\,\text{m} + 260\,\text{m} = 411\,\text{m}$

2.
Les droites (BP) et (AH) sont sécantes en O, les droites (PH) et (AB) sont parallèles,
i 'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{OA}}{\text{OH}} = \frac{\text{OB}}{\text{OP}} = \frac{\text{AB}}{\text{HP}}$$

$$\frac{151\,\text{m}}{411\,\text{m}} = \frac{\text{OB}}{\text{OP}} = \frac{\text{AB}}{56\,\text{m}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$\text{AB} = \frac{56\,\text{m} \times 151\,\text{m}}{411\,\text{m}} \text{ d'où AB} = \frac{8456\,\text{m}^2}{411\,\text{m}} \text{ et AB} \approx 20{,}57\,\text{m}$$

AB mesure environ 20,6 m au dixième près.

3. La somme des trois angles fait 360°. Donc $180° + 72° + \widehat{a} = 360°$.

Il faut résoudre l'équation d'inconnue $\widehat{a}$:

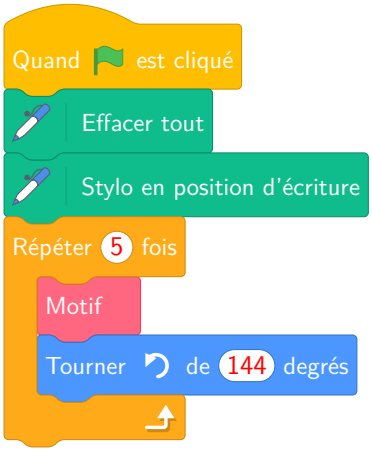
$$\begin{aligned} 180° + 72° + \widehat{a} &= 360° \\ 252° + \widehat{a} &= 360° \\ 252° + \widehat{a} - 252° &= 360° - 252° \\ \widehat{a} &= 108° \end{aligned}$$

L'angle $\widehat{a}$ mesure 108°.

4. 5.

Script nº 1

Script final



Attention à l'angle pour passer d'un motif à l'autre. En s'inspirant de la question **3.**, on comprend que l'angle n'est pas 36° mais $360° - 180° - 36° = 144°$

Diplôme national du brevet
Session 2022

Mathématiques

Série générale

Amérique du Nord

Mardi 31 mai 2022

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	22 points
Exercice n° 2	15 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	21 points
Exercice n° 5	22 points

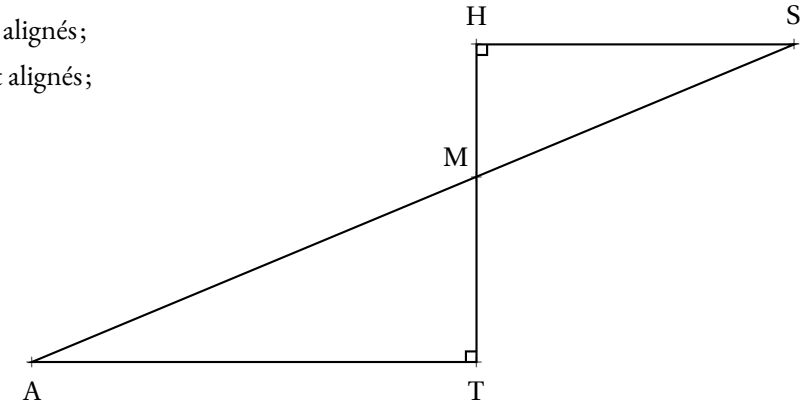
Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Une figure de géométrie *22 points*

La figure ci-dessous n'est pas à l'échelle.

- les points M, A et S sont alignés ;
- les points M, T et H sont alignés ;
- MH = 5 cm ;
- MS = 13 cm ;
- MT = 7 cm.



1. Démontrer que la longueur HS est égale à 12 cm.

2. Calculer la longueur AT.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{HMS}$. On arrondira le résultat au degré près.

4. Parmi les transformations suivantes, quelle est celle qui permet d'obtenir le triangle MAT à partir du triangle MHS ?
Dans cette question, aucune justification n'est attendue. Recopier la réponse sur la copie.

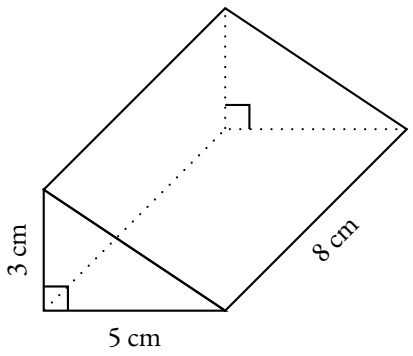
Une symétrie centrale	Une symétrie axiale	Une rotation	Une translation	Une homothétie

5. Sachant que la longueur MT est 1,4 fois plus grande que la longueur HM, un élève affirme :

« *L'aire du triangle* MAT *est* 1,4 *fois plus grande que l'aire du triangle* MHS. »

Cette affirmation est-elle vraie ? *On rappelle que la réponse doit être justifiée.*

Exercice n° 2 — Un QCM de cinq questions *15 points*

		Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1	On lance un dé équilibré à 20 faces numérotées de 1 à 20. La probabilité pour que le numéro tiré soit inférieur ou égal à 5 est ...	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{5}{6}$
2	Une boisson est composée de sirop et d'eau dans la proportion d'un volume de sirop pour sept volumes d'eau (c'est-à-dire dans le ratio 1:7). La quantité d'eau nécessaire pour préparer 560 mL de cette boisson est ...	70 mL	80 mL	400 mL	490 mL
3	La fonction linéaire f telle que $f\left(\frac{4}{5}\right) = 1$ est...	$f(x) = x + \frac{1}{5}$	$f(x) = \frac{4}{5}x$	$f(x) = \frac{5}{4}x$	$f(x) = x - \frac{1}{5}$
4	La décomposition en produit de facteurs premiers de 195 est ...	5×39	$3 \times 5 \times 13$	$1 \times 100 + 9 \times 10 + 5$	3×65
5	 Le volume de ce prisme droit est ...	$40\,\text{cm}^3$	$60\,\text{cm}^3$	$64\,\text{cm}^3$	$120\,\text{cm}^3$

Exercice n° 3 — La pratique d'exercices physique des adolescents *20 points*

> Pour être en bonne santé, il est recommandé d'avoir régulièrement une pratique physique. Une recommandation serait de faire au moins une heure de pratique physique par jour en moyenne. Sur 1,6 millions d'adolescents de 11 à 17 ans, 81% d'entre eux ne respectent pas cette recommandation.
>
> *D'après un communiqué de presse sur la santé.*

1. Sur les 1,6 millions d'adolescents de 11 à 17 ans interrogés, combien ne respectent pas cette recommandation ?

Après la lecture de ce communiqué, un adolescent se donne un objectif :

« Faire au moins une heure de pratique physique par jour en moyenne. »

Pendant 14 jours consécutifs, il note dans le calendrier suivant, la durée quotidienne qu'il consacre à sa pratique physique :

Jour n° 1	**Jour n° 2**	**Jour n° 3**	**Jour n° 4**	**Jour n° 5**	**Jour n° 6**	**Jour n° 7**
50 min	15 min	1 h	1 h 40 min	30 min	1 h 30 min	40 min
Jour n° 8	**Jour n° 9**	**Jour n° 10**	**Jour n° 11**	**Jour n° 12**	**Jour n° 13**	**Jour n° 14**
15 min	1 h	1 h 30 min	30 min	1 h	1 h	0 min

2.a. Quelle est l'étendue des 14 durées quotidiennes notées dans le calendrier ?

2.b. Donner une médiane de ces 14 durées quotidiennes.

3.a. Montrer que, sur les 14 premiers jours, cet adolescent n'a pas atteint son objectif.

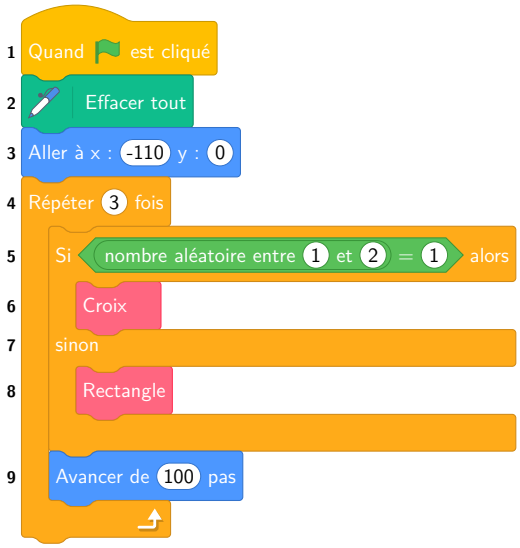
3.b. Pendant les 7 jours suivants, cet adolescent décide alors de consacrer plus de temps au sport pour atteindre son objectif sur l'ensemble des 21 jours.
Sur ces 7 derniers jours, quelle est la durée totale de pratique physique qu'il doit au minimum prévoir pour atteindre son objectif ?

Exercice n° 4 — Trois rectangles et des croix pour gagner avec Scratch *21 points*

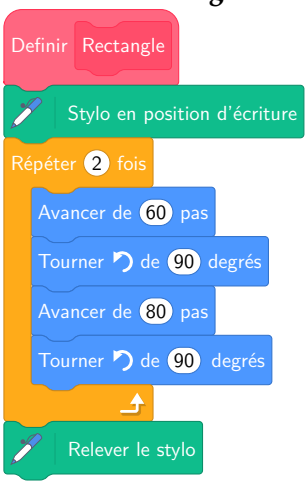
Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue.

On a crée un jeu de hasard à l'aide d'un logiciel de programmation.
Lorsqu'on appuie sur le drapeau, le lutin dessine trois motifs côte à côte.
Chaque motif est dessiné aléatoirement : soit c'est une croix, soit c'est un rectangle.
Le joueur gagne si l'affichage obtenu comporte trois motifs identiques.
Au lancement du programme, le lutin est orienté horizontalement vers la droite.

Programme principal



Bloc « Rectangle »

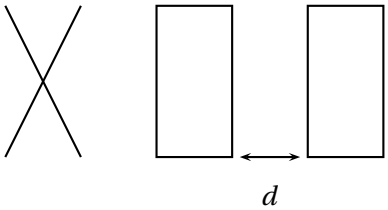


On ne fournit pas le code du bloc « Croix ».

Exemple : l'instruction nombre aléatoire entre 1 et 4 renvoie un nombre au hasard parmi 1, 2, 3 ou 4.

1. En prenant pour échelle 1 cm pour 20 pas, représenter le motif obtenu par le bloc « Rectangle ».

2. Voici un exemple d'affichage obtenu en exécutant le programme principal.
Quelle est la distance d entre les deux rectangles sur l'affichage, exprimé en pas ?



3. Quelle est la probabilité que le premier motif dessiné par le lutin soit une croix ?

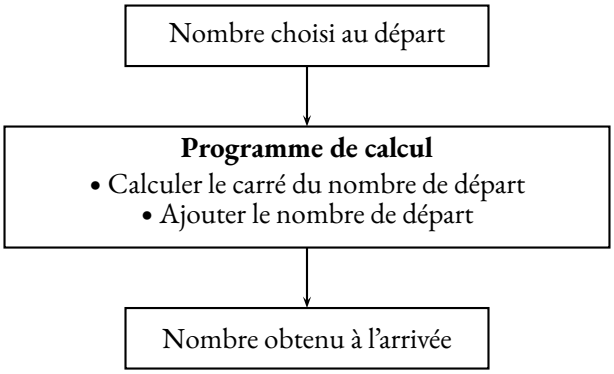
4. Dessiner à main levée les 8 affichages différents que l'on pourrait obtenir avec le programme principal.

5. On admettra que les 8 affichages ont la même probabilité d'apparaître.
Quelle est la probabilité que le joueur gagne ?

6. On souhaite désormais que, pour chaque motif, il y ait deux fois plus de chances d'obtenir un rectangle qu'une croix. Pour cela, il faut modifier l'instruction de la ligne 5.
Sur la copie, recopier l'instruction suivante en complétant les cases :

Exercice n° 5 — Un programme de calcul dans un tableur *22 points*

On considère le programme de calcul suivant, appliqué à des nombres entiers :



Partie A

1. Vérifier que si le nombre de départ est 15, alors le nombre obtenu à l'arrivée est 240.

2. Voici un tableau de valeurs réalisé à l'aide d'un tableur :
Il donne les résultats obtenus par le programme de calcul en fonction de quelques valeurs du nombre choisi au départ.

Quelle formule a pu être saisie dans la cellule **B2** avant d'être étirée vers le bas ?
Aucune justification n'est attendue.

3. On note x le nombre de départ.
Écrire en fonction de x, une expression du résultat obtenu avec ce programme de calcul.

	A	B
1	Nombre de départ	Nombre à l'arrivée
2	0	0
3	1	2
4	2	6
5	3	12
6	4	20
7	5	30
8	6	42
9	7	56
10	8	72
11	9	90
12	10	110

Partie B

On considère l'affirmation suivante :

« Pour obtenir le résultat du programme de calcul, il suffit de multiplier le nombre de départ par le nombre entier qui suit. »

4. Vérifier que cette affirmation est vraie lorsque le nombre entier choisi au départ est 9.

5. Démontrer que cette affirmation est vraie quel que soit le nombre entier choisi au départ.

6. Démontrer que le nombre obtenu à l'arrivée par le programme de calcul est un nombre pair quel que soit le nombre entier choisi au départ.

Brevet — 2022 — Amérique du Nord — Série générale

Correction

Un sujet difficile. On trouve une homothétie de rapport négatif, un ratio, un exercice mélangeant Scratch et les probabilités. Cerise sur le gâteau, la situation de probabilité est une expérience aléatoire à trois épreuves !! (même si on se débrouille sans cela !). Ce sujet termine sur des conjectures d'arithmétique dont les démonstrations sont difficiles.

Exercice n° 1 — Une figure de géométrie

22 points

Thalès — Pythagore — Transformations

Un exercice classique de géométrie. Fait surprenant, on demande de parler d'homothétie dans le cas d'un rapport négatif !

1. Dans le triangle MHS rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned}
HM^2 + HS^2 &= MS^2 \\
5^2 + HS^2 &= 13^2 \\
25 + HS^2 &= 169 \\
HS^2 &= 169 - 25 \\
HS^2 &= 144 \\
HS &= \sqrt{144} \\
HS &= 12
\end{aligned}$$

$\boxed{\text{Le côté [HS] mesure bien } 12\,\text{cm.}}$

2. *Attention, il faut justifier le parallélisme des droites !*

Comme les triangles MHS et ATM sont respectivement rectangles en H et en T, les droites (HS) et (AT) sont perpendiculaires à la droite (HT).
Or on sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**.
Ainsi (SH)//(AT).

Les droites (AS) et (TH) sont sécantes en M, les droites (SH) et (AT) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{MH}{MT} = \frac{MS}{MA} = \frac{HS}{TA}$$

$$\frac{5\,\text{cm}}{7\,\text{cm}} = \frac{13\,\text{cm}}{MA} = \frac{12\,\text{cm}}{AT}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$AT = \dfrac{12\,\text{cm} \times 7\,\text{cm}}{5\,\text{cm}}$ d'où $AT = \dfrac{84\,\text{cm}^2}{5\,\text{cm}}$ et $AT = 16{,}8\,\text{cm}$

$\boxed{\text{AT mesure } 16{,}8\,\text{cm.}}$

3. Dans le triangle HMS rectangle en H, on peut utiliser une des méthodes suivantes :

$$\cos\widehat{HMS} = \frac{HM}{MS} = \frac{5}{13} \qquad \sin\widehat{HMS} = \frac{HS}{MS} = \frac{12}{13} \qquad \tan\widehat{HMS} = \frac{HS}{HM} = \frac{5}{12}$$

Dans tous ces cas, à la calculatrice on trouve $\boxed{\widehat{HMS} \approx 67°}$.

4. En observant la figure, on constate que le triangle MAT est un agrandissement du triangle MHS.
La symétrie axiale, la symétrie centrale, la rotation et la translation ne changent pas les longueurs des figures.

Par élimination, il s'agit d'une homothétie .

Conformément au programme, on ne peut que traiter cette question par élimination puisque l'homothétie de rapport négatif n'est pas au programme ! En tout cas, elle doit être seulement observée avec un logiciel de géométrie dynamique. Ici il s'agit d'une homothétie de centre M *et de rapport* $-1,4$.

5. On sait que **Si les longueurs d'une figure sont multipliées par k alors son aire est multipliée par k^2 et son volume par k^3.**

C'est faux, puisque $1,4^2 = 1,96$, l'aire de MAT est $1,96$ fois plus grande que celle de MHS.

Exercice n° 2 — Un QCM de cinq questions *15 points*

Probabilités — Ratio — Fonction linéaire — Décomposition en facteurs premiers — Prisme droit

Un QCM classique et varié. La formule pour calculer le volume du prisme droit n'est pas rappelé. La fonction linéaire cherchée à un coefficient rationnel ce qui ne simplifie par la vie des élèves. La notion de ratio est également proposée. Pas si simple !

Aucune justification n'est demandée dans cet exercice. Dans cette correction, nous allons cependant fournir quelques explications.

1. Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité. Il y a 20 issues équiprobables.
Il y a 5 issues qui sont inférieures ou égales à 5 (il s'agit de 1, 2, 3, 4 et 5).

La probabilité cherchée est donc $\frac{5}{20} = \frac{5 \times 1}{5 \times 4} = \frac{1}{4}$.

Affirmation n° 1 : Réponse B

2. Les quantité de sirop et d'eau sont dans un ratio 1:7.

On peut utiliser l'une des méthodes suivantes :

Avec une équation :
Notons x le volume de sirop en mL.
Il faut ainsi $7x$ volume d'eau et le volume de boisson total est alors $x + 7x = 8x$.
Reste à résoudre :

$$\begin{aligned} 8x &= 560 \\ x &= \frac{560}{8} \\ x &= 70 \end{aligned}$$

Il faut 70 mL de sirop et 7×70 mL $= 490$ mL d'eau.

En utilisant la proportionnalité :
Les grandeurs suivantes sont proportionnelles :

	Volume de sirop	Volume d'eau	Volume total
Ratio	1	7	8
Boisson	$\frac{1 \times 560\,\text{mL}}{8} = 70\,\text{mL}$	$\frac{7 \times 560\,\text{mL}}{8} = 490\,\text{mL}$	560 mL

Affirmation n° 2 : Réponse D

3. On peut éliminer les réponses **A** et **D** qui ne sont pas linéaires mais seulement affines.

On peut tout simplement calculer l'image de $\frac{4}{5}$ par les deux fonctions restantes.

Réponse B : $f\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{25} \neq 1$.

Réponse C : $f\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{20}{20} = 1$.

On peut aussi faire une recherche directe du coefficient de la fonction linéaire.
On cherche le nombre a tel que $f\left(\frac{4}{5}\right) = a \times \frac{4}{5} = 1$.
Le nombre a est donc par définition l'inverse du nombre $\frac{4}{5}$ soit $\frac{5}{4}$.

Affirmation n° 3 : Réponse C

4.

195	3
65	5
13	13
1	

$195 = 3 \times 5 \times 13$ donc Affirmation n° 4 : Réponse B

5. On obtient le volume d'un prisme droit en appliquant la formule suivante : Volume = Aire de la base × hauteur.

La base de ce prisme est un triangle rectangle, son aire vaut donc : Aire de la base $= \frac{3\,\text{cm} \times 5\,\text{cm}}{2} = 7{,}5\,\text{cm}^2$.
Finalement : Volume $= 7{,}5\,\text{cm}^2 \times 8\,\text{cm} = 60\,\text{cm}^3$.

Affirmation n° 5 : Réponse B

Exercice n° 3 — La pratique d'exercices physique des adolescents *20 points*

Statistiques

*Un exercice de statistiques classique avec un effectif pair. Pour la première fois, à ma connaissance, on ne parle plus de **la** médiane, mais d'**une** médiane.*

1. Calculons les 81% de 1,6 millions soit 1 600 000.
$1\,600\,000 \times \frac{81}{100} = 1\,600\,000 \times 0{,}81 = 1\,296\,000$

1 296 000 adolescents respectent cette recommandation.

2.a. La durée la plus courte est 0 min, la plus longue 1 h 40 min.

L'étendue de cette série vaut 1 h 40 min − 0 min = 1 h 40 min.

2.b. Pour calculer la médiane de la série, nous allons la classer dans l'ordre croissant. Il y a 14 valeurs, la médiane est une durée comprise entre la septième et la huitième valeur.
Voici le classement :
0 min — 15 min — 15 min — 30 min — 30 min — 40 min — 50 min — 1 h — 1 h — 1 h — 1 h — 1 h 30 min — 1 h 30 min — 1 h 40 min

La septième durée vaut 50 min, la huitième 1 h.

Traditionnelement, on calcule la moyenne de ces deux valeurs, soit 55 min qui est une médiane. Notons cependant que toute durée comprise entre 50 min et 1 h est une médiane de cette série.

Une médiane de cette série est 55 min.

3.a. Il ne suffit pas de dire que certains jours il pratique moins d'une heure de sport. L'objectif parle d'une durée **moyenne** de sport par jour. Il faut calculer la moyenne de cette série.

$$\text{Moyenne de la série} = \frac{50\,\text{min} + 15\,\text{min} + 1\,\text{h} + 1\,\text{h}40\,\text{min} + 30\,\text{min} + 1\,\text{h}30\,\text{min} + 40\,\text{min} + 15\,\text{min} + 1\,\text{h} + 1\,\text{h}30\,\text{min} + 30\,\text{min} + 1\,\text{h} + 1\,\text{h} + 0\,\text{min}}{14}$$

$$\text{Moyenne de la série} = \frac{50\,\text{min} + 15\,\text{min} + 60\,\text{min} + 100\,\text{min} + 30\,\text{min} + 90\,\text{min} + 40\,\text{min} + 15\,\text{min} + 60\,\text{min} + 90\,\text{min} + 30\,\text{min} + 60\,\text{min} + 60\,\text{min} + 0\,\text{min}}{14}$$

$$\text{Moyenne de la série} = \frac{700\,\text{min}}{14} = 50\,\text{min}$$

En moyenne, cet adolescent a effectué 50 min de pratique sportive par jour, ce qui est en dessous de son objectif !

3.b. Cet adolescent souhaite atteindre 1 h de sport par jour en moyenne sur l'ensemble des 21 j.
Cela signifie que la somme de la durée de sport sur cette période doit être : $21 \times 1\,\text{h} = 21\,\text{h} = 21 \times 60\,\text{min} = 1\,260\,\text{min}$.

Sur les quatorze premiers jours, il a fait 700 min de sport. Il reste donc $1\,260\,\text{min} - 700\,\text{min} = 560\,\text{min}$ sur les 7 derniers jours.
Comme $560\,\text{min} = 9 \times 60\,\text{min} + 20\,\text{min}$.

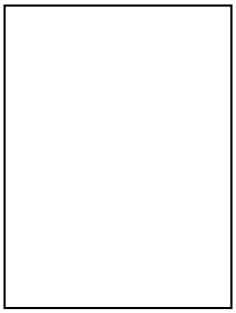
Sur les 7 derniers jours, il doit faire 560 min = 9 h 20 min de sport.

Exercice n° 4 — Trois rectangles et des croix pour gagner avec Scratch *21 points*

Scratch — Probabilités

Un exercice originale qui mélange Scratch géométrique et probabilités. Nous sommes clairement sur une expérience aléatoire à trois épreuves. La question 4 puis la 5 permettent néanmoins à des élèves de troisième de traiter le sujet. J'aime beaucoup ! La dernière question est difficile.

1. Le rectangle tracé par le block « **Rectangle** »mesure 60 pas de large sur 80 pas de long.
Comme 20 pas correspondent à 1 cm, 60 pas = 3 × 20 pas, 80 pas = 4 × 20 pas, il faut tracer un rectangle de 3 cm de large et de 4 cm de long.

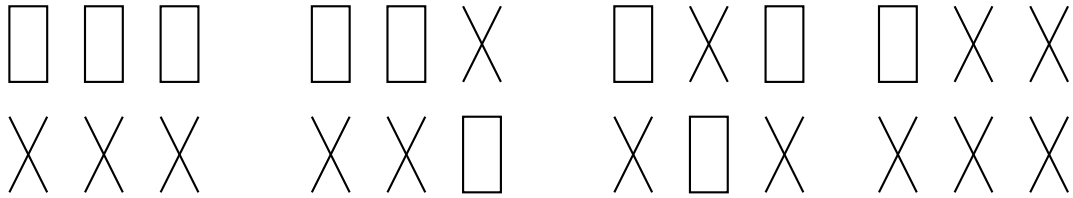


2. La distance entre deux objets vaut 100 pas.

3. Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité. Il y a deux issues équiprobables. Une des deux est une croix.

La probabilité cherchée vaut $\frac{1}{2} = 0,5$ soit 50 % ou encore une chance sur deux.

4. Nous dessinons à main levée, sans tenir compte des mesures réelles des objets.



Il y a bien 8 possibilités !

5. Nous sommes dans **une situation d'équiprobabilité** avec 8 issues possibles équiprobables.
Il y a deux issues (trois rectangles ou trois croix) qui permettent au joueur de gagner.

La probabilité cherchée est $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25$ soit 25 % ou encore 1 chance sur 4.

6. *Ce n'est pas une question intuitive !*

Nous souhaitons qu'il y ait deux fois plus de chance d'obtenir un rectangle qu'une croix. Cela signifie que pour une croix obtenue, on doit obtenir deux rectangles.
Plus clairement, sur trois tracés, il faut deux rectangles et une croix.
Nous pouvons donc modéliser cette situation sous la forme d'un tirage aléatoire d'un nombre entier parmi 1, 2 ou 3. Le nombre 1 pourrait correspondre à la croix et les nombres 2 et 3 au rectangle.

Dans cette situation où 3 issues sont équiprobables, la probabilité d'obtenir 1 est de $\frac{1}{3}$ et celle pour 2 ou 3 est $\frac{2}{3}$.

Comme $\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$, il s'agit bien du double !

Voici donc comment modifier le programme :

Exercice n° 5 — Un programme de calcul dans un tableur

22 points

Programme de calcul — Tableur — Calcul littéral — Arithmétique

Cet exercice mélange programme de calcul, tableur et arithmétique. On passe par une expression littérale. La fin de l'exercice est difficile. Les deux conjectures finales demandent une très bonne maîtrise du calcul littéral et de l'arithmétique.

Partie A

1. En partant du nombre 15 on obtient successivement : 15 puis $15^2 = 225$ et $225 + 15 = 240$.

En partant du nombre 15 on obtient bien 240 à la fin.

2. Dans la cellule **B2** a été saisie la formule $= A2^2 + A2$ ou $= A2 * A2 + A2$

3. En posant x comme nombre de départ on obtient successivement : x puis x^2 et enfin $x^2 + x$.

En posant x comme nombre de départ, l'expression du résultat final est $x^2 + x$.

Partie B

4. On peut lire le résultat dans le tableau. Pour 9 on obtient 90 (en effet $9^2 + 9 = 81 + 9$.).

Le nombre qui suit 9 est 10. On a bien $9 \times 10 = 90$.

L'affirmation est vraie en prenant 9 comme nombre de départ.

5. Notons x le nombre entier de départ. Le nombre entier qui suit x est $x+1$.

Multiplions x par $x+1$: $x(x+1) = x^2 + x$. Cela correspond bien à l'expression de la question **3.**.

Cette affirmation est vraie quel que soit le nombre entier de départ.

6. *Il faut justifier soigneusement cette réponse.*

En considérant un nombre entier et son successeur, on peut affirmer que l'un des deux est forcément pair et l'autre impair.
Le produit de ces deux nombres est donc celui d'un nombre pair par un nombre impair.
Il s'agit donc d'un nombre pair !

Plus précisément,
Un nombre entier pair est un nombre dont le reste de la division par 2 vaut 0.
Ainsi un nombre entier pair peut toujours s'écrire sous la forme $2k$ où k est un nombre entier.

Un nombre entier impair est un nombre dont le reste de la division par 2 vaut 1.
Ainsi un nombre entier impair peut toujours s'écrire sous la forme $2k+1$ où k est un nombre entier.

Prenons un nombre entier quelconque x. Il y a deux cas possibles :

— x est pair. Ainsi $x = 2k$ et son successeur $x+1 = 2k+1$ est impair.
Dans ce cas $x(x+1) = 2k(2k+1) = 2 \times k(2k+1)$.
Cela prouve que $x(x+1)$ est pair ;

— x est impair. Ainsi $x = 2k+1$ et son successeur $x+1 = 2k+2 = 2 \times (k+1)$ est pair.
Dans ce cas $x(x+1) = (2k+1)(2k+2) = (2k+1) \times 2 \times (k+1)$.
Cela prouve que $x(x+1)$ est pair.

Quel que soit le nombre entier choisi au départ, le résultat est pair.

La partie algébrique du raisonnement précédent dépasse les compétences attendues en fin de troisième. Le raisonnement ci-dessus devrait suffire. Il est partiel puisqu'il ne démontre pas que le successeur d'un nombre pair est impair ou que le successeur d'un nombre impair est pair. Il ne démontre pas non plus que le produit d'un nombre pair par un nombre impair est pair. On retrouve ce genre de raisonnement dans la démonstration de l'irrationnalité du nombre $\sqrt{2}$ qui est un attendu du programme de seconde !

Diplôme national du brevet
Session 2022

Mathématiques

Série générale

Centres étrangers

14 juin 2022

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 5 pages numérotées de la page 1 sur 5 à la page 5 sur 5.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	19 points
Exercice n° 2	20 points
Exercice n° 3	21 points
Exercice n° 4	15 points
Exercice n° 5	25 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

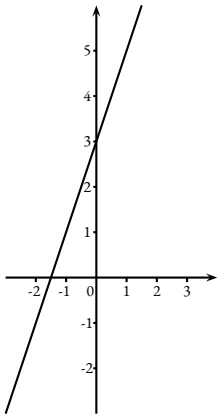
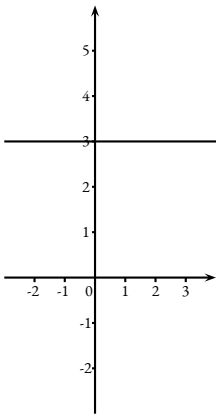
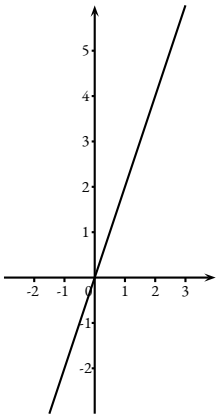
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — QCM et exercices rapides *19 points*

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Cette partie est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, trois réponses sont proposées, une seule est exacte. Recopier le numéro de la question et indiquer, **sans justifier dans cette partie seulement**, la réponse choisie.
Dans toute cette partie, on considère la fonction définie par : $f(x) = 2x + 3$

	Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**
1. La représentation graphique de cette fonction est :			
2. L'image de -2 par la fonction f est :	-7	-1	3
3. Dans cette feuille de calcul extraite d'un tableur, la formule à saisir dans la cellule **B2** avant de l'étirer vers la droite est :	=2*A1+3	=2*B1+3	=2*(-2)+3

	A	B	C
1	x	-2	-1
2	f(x)		

Partie B

1. Montrer que : $(2x-1)(3x+4) - 2x = 6x^2 + 3x - 4$

2. On considère le triangle CDE tel que CD = 3,6 cm ; CE = 4,2 cm et DE = 5,5 cm.
Le triangle CDE est-il rectangle ?

Exercice n° 2 — La Paris-Nice *20 points*

La Paris-Nice est une course cycliste qui se déroule chaque année et qui mène les coureurs de la région parisienne à la région niçoise. L'édition 2021 s'est déroulée en 7 étapes décrites ci-dessous :

Étape	Date	Profil	Parcours	Distance
1	Dimanche 7 mars	Accidenté	Saint-Cyr-l'École → Saint-Cyr-l'École	166 km
2	Lundi 8 mars	Plat	Oinville-sur-Moncient → Amilly	188 km
3	Mercredi 10 mars	Accidenté	Chalon-sur-Saône → Chiroubles	187,5 km
4	Jeudi 11 mars	Plat	Vienne → Bollène	200 km
5	Vendredi 12 mars	Accidenté	Brignoles → Blot	202,5 km
6	Samedi 13 mars	Montagneux	Le Broc → Valdeblore La Colmiane	119,5 km
7	Dimanche 14 mars	Accidenté	le Plan-du-Var → Levens	93 km

1. On étudie la série des distances parcourue par étapes.
1.a. Calculer la distance moyenne parcourue par étape, arrondie au dixième de kilomètre.
1.b. Calculer la médiane des distances parcourues par étape.
1.c. Calculer l'étendue de la série formée par les distances parcourues par étape.

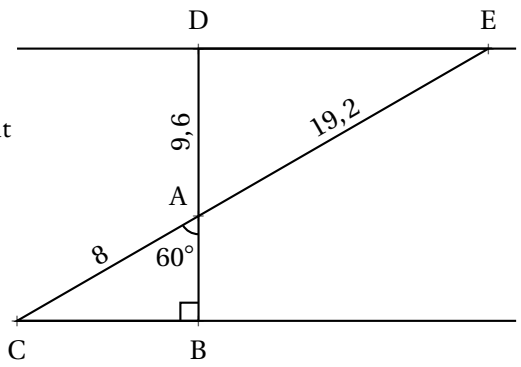
2. Un journaliste affirme : « Environ 57 % du nombre total d'étapes de cette édition se sont déroulées sur un parcours accidenté. »A-t-il raison ? Expliquer votre réponse.

3. L'allemand Maximillian SCHACHMANN a remporté la course en 28 h 50 min.
Le dernier au classement général a effectué l'ensemble du parcours en 30 h 12 min.
Combien de retard le dernier du classement a-t-il accumulé par rapport au vainqueur ?

4. L'irlandais Sam BENNET a remporté la première étape en 3 h 51 min.
Déterminer sa vitesse moyenne en km/h, arrondie à l'unité, lors de cette étape.

Exercice n° 3 — Thalès et trigonométrie *21 points*

On considère la figure suivante, où toutes les longueurs sont données en centimètre. Les points C, A et E sont alignés et les points B, A et D sont alignés.
La figure n'est pas représentée en vraie grandeur.



1. Prouver que le segment [AB] mesure 4 cm.

2. En utilisant la question précédente, démontrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

3. En déduire que la droite (DB) est perpendiculaire à la droite (DE).

4. Calculer l'aire du triangle ADE arrondie à l'unité.

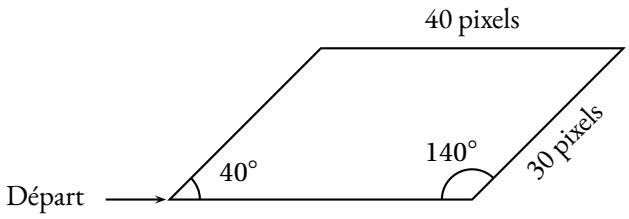
Exercice n° 4 — Un frise en Scratch avec des parallèlogrammes *15 points*

Dans cet exercice, toutes les longueurs sont exprimées en pixel.

Partie A

Un professeur donne a ses élèves un motif en forme de parallélogramme et le script en partie rédigé, qui permet de tracer ce motif. On précise que le lutin est au point de départ, comme indiqué sur la figure ci-desous, et qu'il est orienté vers la droite :

Parallèlogramme obtenu

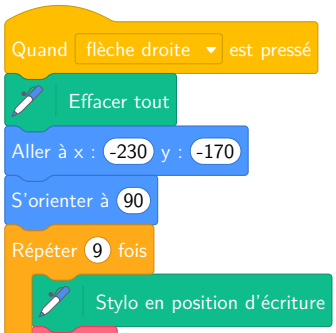


Recopier dans le bon ordre, sur votre copie, les instructions suivantes à insérer dans le script du motif permettant de tracer le parallèlogramme ci-dessus :

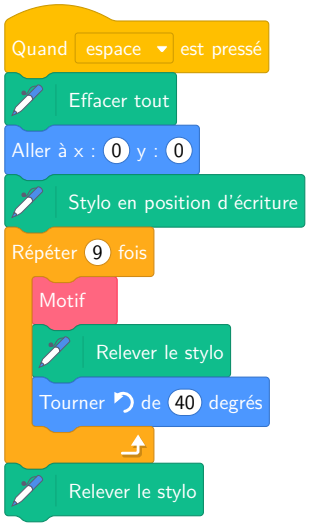
Partie B

Le professeur demande ensuite à ses élèves d'intégrer ce script dans un programme de leur choix permettant de tracer des figures composées de plusieurs de ces motifs.
Voici les programmes écrits par deux élèves.

Programme de l'élève A



Programme de l'élève B



On rappelle que « s'orienter à 90 degrés »signifie que l'on est orienté vers la droite.

1. Quelle action au clavier permet de lancer le programme de l'élève B ?

2. Parmi les figures suivantes, indiquer **sans justifier** :

2.a. Laquelle est obtenue avec le programme de l'élève A ?
2.b. Laquelle est obtenue avec le programme de l'élève B ?

Figure 1

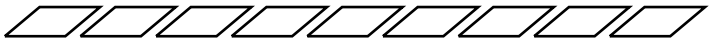


Figure 2

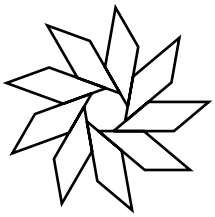


Figure 3

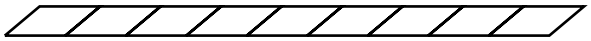
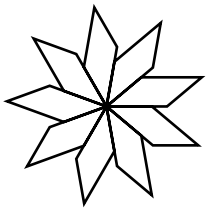


Figure 4



Exercice n° 5 — La boite de truffes au chocolat *25 points*

Pour fêter les 25 ans de sa boutique, un chocolatier souhaite offrir aux premiers clients de la journée une boîte contenant des truffes au chocolat.

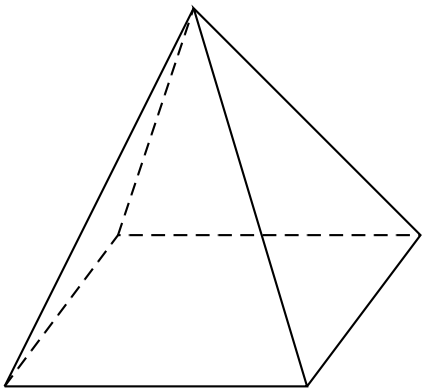
1. Il a confectionné 300 truffes : 125 truffes parfumées au café et 175 truffes enrobées de noix de coco.
Il souhaite fabriquer des boîtes de sorte que :

— Le nombre de truffes parfumées au café soit le même dans chaque boîte ;
— Le nombre de truffes enrobées de noix de coco soit le même dans chaque boîte ;
— Toutes les truffes soient utilisées.

1.a. Décomposer 125 et 175 en produit de facteurs premiers.
1.b. En déduire la liste des diviseurs communs à 125 et 175.
1.c. Quel nombre maximal de boîtes pourra-t-il réaliser ?
1.d. Dans ce cas, combien y aura-t-il de truffes de chaque sorte dans chaque boîte ?

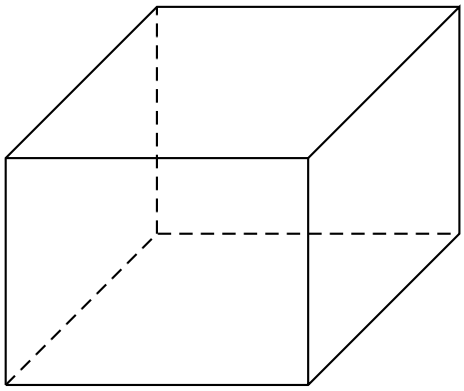
2. Le chocolatier souhaite fabriquer des boîtes contenant 12 truffes. Pour cela, il a le choix entre deux types de boîtes qui peuvent contenir les 12 truffes, et dont les caractéristiques sont données ci-dessous :

Type A



Pyramide à base carrée de côté 4,8 cm
et de hauteur 5 cm

Type B



Pavé droit de longueur 5 cm
de largeur 3,5 cm et de hauteur 3,5 cm

Dans cette question, chacune des 12 truffes est assimilée à une boule de diamètre 1,5 cm.
À l'intérieur d'une boîte, pour que les truffes ne s'abîment pas pendant le transport, le volume occupé par les truffes doit être supérieur au volume non occupé par les truffes.
Quel(s) type(s) de boîtes le chocolatier doit-il choisir pour que cette condition soit respectée ?

Rappels :

Le volume d'une boule de rayon r est : $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

Le volume d'une pyramide est : $\frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$

Le volume d'un pavé droit est : Longueur × Largeur × Hauteur

Brevet — 2022 — Centres étrangers — Série générale

Correction

Un sujet complet d'un niveau tout à fait intéressant dans le cadre d'une préparation au brevet. De nombreux thèmes sont abordés. Il termine même par une tâche complexe mettant en jeu des volumes.

Exercice n° 1 — QCM et exercices rapides *19 points*

Fonctions affines — Généralités sur les fonctions — Tableur — Développement — Réciproque de Pythagore

Un QCM assez simple et original. Trois questions sans justification et deux exercices indépendants.

1. Les trois représentations graphiques sont celles de fonctions affines. La deuxième est une fonction constante égale à 3. La troisième est une fonction linéaire puisque c'est une droite qui passe par l'origine du repère.
Par élimination, la fonction $f(x) = 2x + 3$ qui n'est ni linéaire, ni constante correspond à la première représentation graphique.

1. : Réponse A

2. $f(-2) = 2 \times (-2) + 3 = -4 + 3 = -1$.

2. : Réponse B

3. La valeur du nombre de départ se trouve dans la cellule **B1** et non pas dans la cellule **A1**.

3. : Réponse B

Partie B

1. Développons :
$A = (2x - 1)(3x + 4) - 2x$
$A = 6x^2 + 8x - 3x - 4 - 2x$
$A = 6x^2 + 3x - 4$

Finalement $(2x - 1)(3x + 4) - 2x = 6x^2 + 3x - 4$.

2.
Comparons $CD^2 + CE^2$ et DE^2 :

$CD^2 + CE^2$	DE^2
$3,6^2 + 4,2^2$	$5,5^2$
$12,96 + 17,64$	
$30,6$	$30,25$

Comme

$$CD^2 + CE^2 \neq DE^2$$

d'après **le théorème de Pythagore** (contraposé) le triangle CDE n'est pas rectangle .

Exercice n° 2 — La Paris-Nice *20 points*

Statistiques

Un exercice de statistiques réaliste et assez facile. Une médiane sur une série d'effectif impair.

1.a. Distance moyenne $= \dfrac{166\,\text{km} + 188\,\text{km} + 187{,}5\,\text{km} + 200\,\text{km} + 202{,}5\,\text{km} + 119{,}5\,\text{km} + 93\,\text{km}}{7} = \dfrac{1\,156{,}5\,\text{km}}{7} \approx 165{,}2\,\text{km}$

La moyenne de cette série vaut environ 165,2 km.

1.b. Il faut classer les sept distances dans l'ordre croissant. La médiane est la quatrième valeur de cette série ($7 = 3 + 1 + 3$).
93 km — 119 km — 166 km — 187,5 km — 188 km — 200 km — 202,5 km

La médiane de cette série statistiques vaut 187,5 km.

1.c. La distance la plus courte vaut 93 km, la distance la plus longue 202,5 km.

L'étendue de cette série vaut 202,5 km − 93 km = 109,5 km.

2. Quatre étapes sur sept se sont déroulées sur un parcours accidenté.

$\dfrac{4}{7} \approx 0{,}57$ soit environ 57 % puisque $0{,}57 = \dfrac{57}{100}$.

Il a raison, environ 57 % des étapes a eu lieu sur un parcours accidenté.

3. Il faut calculer 30 h 12 min − 28 h 50 min.

L'écart entre le premier et le dernier est de 1 h 22 min.

4. Sam BENNET a parcouru 166 km en 3 h 51 min.

On peut utiliser la formule $v = \dfrac{d}{t}$:

Vitesse $= \dfrac{166\,\text{km}}{3\,\text{h}\,51\,\text{min}} = \dfrac{166\,\text{km}}{180\,\text{min} + 51\,\text{min}} = \dfrac{166\,\text{km}}{331\,\text{min}} \approx 0{,}501\,\text{km/min}$

Comme 1 h = 60 min, 0,501 km × 60 = 30,06 km soit une vitesse d'environ 30 km/h

On peut aussi utiliser la proportionnalité de la distance et du temps :

Distance	166 km	$\dfrac{60\,\text{min} \times 166\,\text{km}}{331\,\text{min}} \approx 30{,}09$
Temps	3 h 51 min = 331 min	1 h = 60 min

Sa vitesse moyenne est d'environ 30 km/h.

Exercice n° 3 — Thalès et trigonométrie

21 points

Trigonométrie — Réciproque du théorème de Thalès — Aire du triangle

Un exercice basique de géométrie qui demande une bonne maîtrise.

1. Dans le triangle ABC rectangle en B.
On connaît l'hypoténuse et on cherche le côté adjacent à l'angle à 60°.

$\cos 60° = \dfrac{\text{AB}}{8\,\text{cm}}$ donc $\text{AB} = 8\,\text{cm} \times \cos 60° = 4\,\text{cm}$

Le côté [AB] mesure bien 4 cm.

2. Comparons $\frac{AD}{AB}$ et $\frac{AE}{AC}$.

$\frac{AD}{AB} = \frac{9{,}6\,\text{cm}}{4\,\text{cm}} = 2,4$ et $\frac{AE}{AC} = \frac{19{,}2\,\text{cm}}{8\,\text{cm}} = 2,4$.

Comme $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ et comme les points A, D et B sont alignés et dans le même ordre que les points alignés A, C et E, d'après **la réciproque du théorème de Thalès**, les droites (CB) et (DE) sont parallèles.

Les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

3. Les droites (BC) et (DE) sont parallèles. On sait que ABC est un triangle rectangle en B, les doites (BC) et (DB) sont perpendiculaires.
On sait que **Si deux droites sont parallèles alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.**

Les droites (DB) et (DE) sont perpendiculaires.

4. Pour calculer l'aire du triangle ADE on utilise la formule Aire du triangle $= \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$.
Ici il faut calculer $\frac{DE \times DA}{2}$. Il manque la longueur DE.

On peut utiliser le théorème de Pythagore :
Dans le triangle ADE rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DE^2 + DA^2 = AE^2$$
$$DE^2 + 9,6^2 = 19,2^2$$
$$DE^2 + 92,16 = 368,04$$
$$DE^2 = 368,04 - 92,16$$
$$DE^2 = 276,48$$
$$DE = \sqrt{276,48}$$
$$DE \approx 16,63$$

On pouvait aussi utiliser la trigonométrie.
Les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{DAE}$ sont **opposés par le sommet** : ils sont égaux.
Dans le triangle ADE rectangle en E.
On connait l'hypoténuse et on cherche le côté opposé.

$\sin 60° = \frac{DE}{19{,}2\,\text{cm}}$ et $DE = 19{,}2\,\text{cm} \times \sin 60° \approx 16{,}63\,\text{cm}$.

Finalement Aire du triangle ADE $= \frac{16{,}63\,\text{cm} \times 9{,}6\,\text{cm}}{2} \approx 80\,\text{cm}^2$

L'aire du triangle ADE mesure environ $80\,\text{cm}^2$

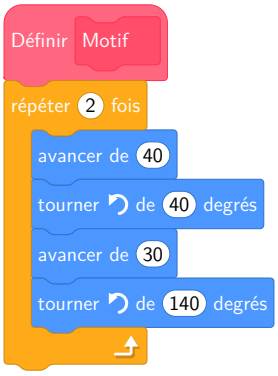
Exercice n° 4 — Un frise en Scratch avec des parallèlogrammes *15 points*

Parallélogramme — Scratch

Un exercice d'algorithmique où l'activité de l'élève est plutôt minimale. Seulement trois réponses sans justification !

Partie A

Attention, les angles dans Scratch sont relatifs au personnage. Cela rend le programme contre-intuitif !



Partie B

1. Il s'agit de la touche Espace

2.a. Dans le **Programme de l'élève A**, l'algorithme avance de 50 pixels après avoir tracé le parallèlogramme. Il n'y a aucune rotation supplémentaire.

La **Figure 1** correspond au **Programme de l'élève A**

2.b. Dans le **Programme de l'élève B**, l'algorithme tourne de 40 degrés après avoir tracé le parallèlogramme. Il n'y a pas de déplacement supplémentaire.

La **Figure 4** correspond au **Programme de l'élève B**

Exercice n° 5 — La boite de truffes au chocolat *25 points*

Arithmétique — Volume de la pyramide — Volume du pavé — Volume de la boule

Un exercice intéressant mélangeant volume et arithémétique. La fin de l'exercice s'apparente à une tâche complexe.

1.a.

125	5
25	5
5	5
1	

175	5
35	5
7	7
1	

$125 = 5 \times 5 \times 5$ donc $125 = 5^3$

$175 = 5 \times 5 \times 7$

1.b.
Les diviseurs de 125 sont : 1 — 5 — 25 et 125.

Les diviseurs de 175 sont : 1 — 5 — 7 — 25 — 35 et 175.

1.c. Le nombre de boîte est un diviseur commun à 125 et 175. Le nombre maximal est le plus grand diviseur commun à ces deux nombres. Le plus grand diviseur commun à 125 et 175 est 25.

Il peut faire au maximum 25 boîtes.

1.d. Comme $125 = 25 \times 5$ et $175 = 25 \times 7$.

Il pourra faire au maximum 25 boîtes contenant chacune 5 truffes au café et 7 truffes à la noix de coco.

2. Il faut calculer le volume des deux types de boîtes, puis le volume des douzes truffes.

Volume de la boîte de Type A

Volume de la boîte de type A $= \dfrac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3} = \dfrac{(4{,}8\,\text{cm})^2 \times 5\,\text{cm}}{3} = \dfrac{23{,}04\,\text{cm}^2 \times 5\,\text{cm}}{3} = \dfrac{115{,}2\,\text{cm}^3}{3} = 38{,}4\,\text{cm}^3$

Volume de la boîte de type B = Longueur × Largeur × Hauteur $= 5\,\text{cm} \times 3{,}5\,\text{cm} \times 3{,}5\,\text{cm} = 61{,}25\,\text{cm}^3$

Volume des douze truffes

Le diamètre d'une truffe mesure $1{,}5\,\text{cm}$ donc le rayon mesure la moitié soit $0{,}75\,\text{cm}$.

Volume d'une truffe $= \dfrac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times (0{,}75\,\text{cm})^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 0{,}421\,875\,\text{cm}^3 = 0{,}562\,5\,\pi\text{cm}^3 \approx 1{,}767\,\text{cm}^3$

Volume des 12 truffes $= 12 \times 0{,}562\,5\,\pi\text{cm}^3 = 6{,}75\,\pi\text{cm}^3 \approx 21{,}21\,\text{cm}^3$

Volume restant dans chaque boîte

Volume restant dans la boîte de type A $= 38{,}4\,\text{cm}^3 - 21{,}21\,\text{cm}^3 = 17{,}19\,\text{cm}^3$

Volume restant dans la boîte de type B $= 61{,}25\,\text{cm}^3 - 21{,}21\,\text{cm}^3 = 40{,}04\,\text{cm}^3$

Seul dans le cas de la boîte de type A, le volume de truffes est supérieur au volume restant.

Diplôme national du brevet
Session 2022

Mathématiques

Série générale

Asie Pacifique

20 juin 2022

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	20 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	25 points
Exercice n° 5	15 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

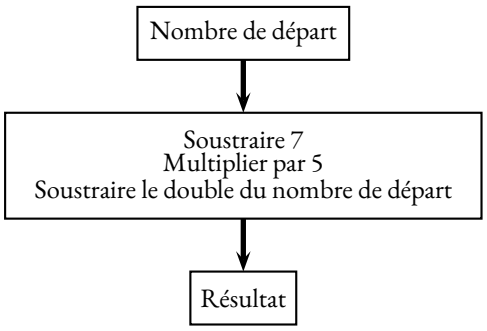
Exercice n° 1 — Trois situations

20 points

Cet exercice est composé de trois situations qui n'ont pas de lien entre elles.

Situation n° 1

On considère le programme de calcul ci-contre :

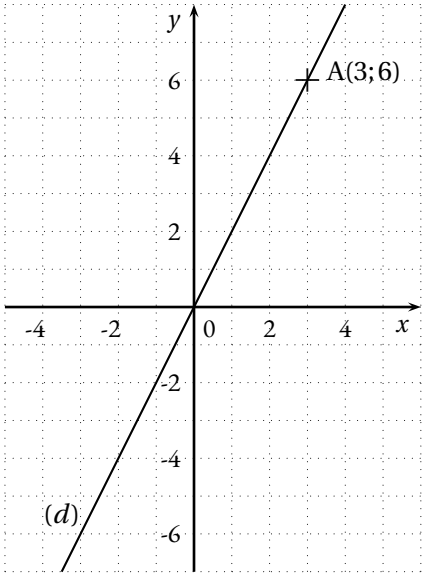


1. Montrer que si le nombre de départ est 10, le résultat obtenu est -5.

2. On note x le nombre de départ auquel on applique ce programme de calcul. Parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui correspond au programme de calcul ?
Aucune justification n'est attendue pour cette question.

Expression A : $x - 7 \times 5 - 2x$ **Expression C :** $5(x-7) - 2x$
Expression B : $5(x-7) - x^2$ **Expression D :** $5x - 7 - 2x$

Situation n° 2



Dans le repère ci-contre, la droite (d) représente une fonction linéaire f.

Le point A appartient à la droite (d).

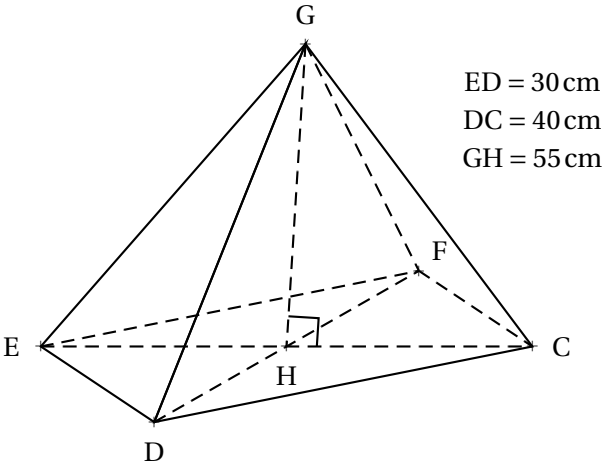
1. À l'aide du graphique, déterminer l'image de -2 par la fonction f.

2. Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x.

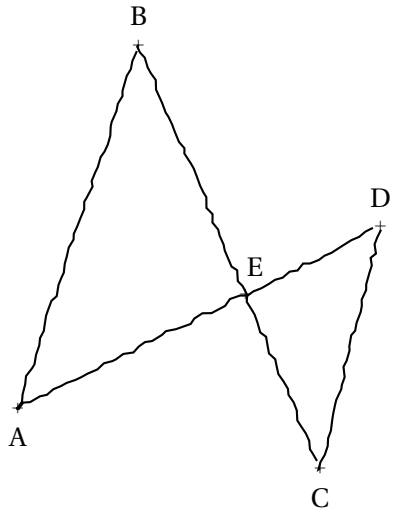
Situation n° 3

Le dessin ci-contre représente une pyramide de sommet G dont la base CDEF est un rectangle.

Le volume de la pyramide est-il supérieur à 20 L ?



Exercice n° 2 — Une figure à main levée *20 points*



La figure ci-contre est réalisée à main levée.

Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Les droites (AD) (BC) sont sécantes en E.
On sait que :

— ED = 3,6 cm, CD = 6 cm
— EB = 7,2 cm, AB = 9 cm

1. Démontrer que le segment [EC] mesure 4,8 cm.

2. Le triangle ECD est-il rectangle ?

3. Parmi les transformations ci-dessous, quelle est celle qui permet d'obtenir le triangle ABE à partir du triangle ECD ?
Recopier la réponse sur la copie. Aucune justification n'est attendue.

Symétrie axiale	Homothétie	Rotation	Symétrie centrale	Translation

4. On sait que la longueur BE est 1,5 fois plus grande que la longueur EC.
L'affirmation suivante est-elle vraie.
On rappelle que la réponse doit être justifiée.

Affirmation : « L'aire du triangle ABE est 1,5 fois plus grande que l'aire du triangle ECD. »

Exercice n° 3 — Les jeux paralympiques de 2021 *20 points*

Lors des jeux paralymiques de 2021, les médias ont proposé un classement des pays en fonction de la répartition des médailles obtenues. Voici le classement pour les 15 premiers pays :

	A	B	C	D	E	F
1	Nations	Classement	Or	Argent	Bronze	Total
2	Chine	1	96	60	51	207
3	Grande-Bretagne	2	41	38	45	124
4	États-Unis	3	37	36	31	104
5	Comité paralympique Russe	4	36	33	49	118
6	Pays-Bas	5	25	17	17	59
7	Ukraine	6	24	47	27	98
8	Brésil	7	22	20	30	72
9	Australie	8	21	29	30	80
10	Italie	9	14	29		69
11	Azerbaïdjan	10	14	1	4	19
12	Japon	11	13	15	23	51
13	Allemagne	12	13	12	18	43
14	Iran	13	12	11	1	24
15	France	14	11	15	28	54
16	Espagne	15	9	15	12	36

Source : paralympic.org

1. Combien de médailles d'argent l'Australie a-t-elle obtenues ?

2. Calculer le nombre de médailles de bronze obtenues par l'Italie ?

3. Quelle formule a pu être saisie en **F2** avant d'être étirée vers le bas ?

4. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

Affirmation n° 1 : « 20 % *des médailles obtenues par l'équipe de France sont en or.* »

Affirmation n° 2 : « *La médiane du nombre de médailles d'argent obtenues par ces* 15 *pays est* 29. »

5. Aux jeux paralympiques de Rio en 2016, la prime pour une médaille d'or française était de 50 000 € . Pour ceux de Tokyo en 2021, cette prime était de 65 000 € .
Quel est le pourcentage d'augmentation de cette prime entre 2016 et 2021 ?

Exercice n° 4 — La boutique en ligne

25 points

1. Une boutique en ligne vend des photos et affiche les tarifs suivants :

Nombre de photos commandées	Prix à payer
De 1 à 100 photos	0,17 € par photo
Plus de 100 photos	17 € pour l'ensemble des 100 premières photos et 0,13 € par photo supplémentaire.

1.a. Quel est le prix à payer pour 35 photos ?
1.b. Vérifier que le prix à payer pour 150 photos est de 23,50 € .
1.c. On dispose d'un budget de 10 € . Combien de photos peut-on commander au maximum.

On a commencé à construire un programme qui doit permettre de calculer le prix à payer en fonction du nombre de photos commandées :

```
1 Quand [drapeau] est cliqué
2 Demander Nombre de photos à commander ? et attendre
3 Mettre Nb photos à réponse
4 Si Nb photos < [ ] alors
5     Mettre Prix à Nb photos * [ ]
6 sinon
7     Mettre Nb de photos supplémentaires à Nb photos - 100
8     Mettre Prix à [ ] + Nb photos supplémentaires * 0,13
9 Dire Regrouper Prix à payer en euros : et Prix
```

Informations

Le programme comporte trois variables :

— Nb photos
Nombre de photos commandées ;

— Nb de photos supplémentaires
Nombre de photos commandées au-delà des 100 premières photos ;

— Prix

2. *Dans cette question, aucune justification n'est attendue.*
Par quelles valeurs peut-on compléter les instructions des lignes 4, 5 et 8 pour que le programme permette de calculer le prix à payer en fonction du nombre de photos commandées ?
Sur la copie, écrire le numéro de chaque ligne à compléter et la valeur correspondante.

3. Pendant les soldes, il y a une réduction de 30 % sur le prix à payer, pour toute commande supérieure à 20 € .

3.a. Calculer le prix à payer pour 150 photos en période de solde.

3.b. *Dans cette question, aucune justification n'est attendue.*
On modifie le programme pour qu'il donne le prix à payer en période de soldes en insérant le bloc ci-contre entre les lignes 8 et 9.

```
Prix > 20 alors
    Mettre Prix à [ ]
```

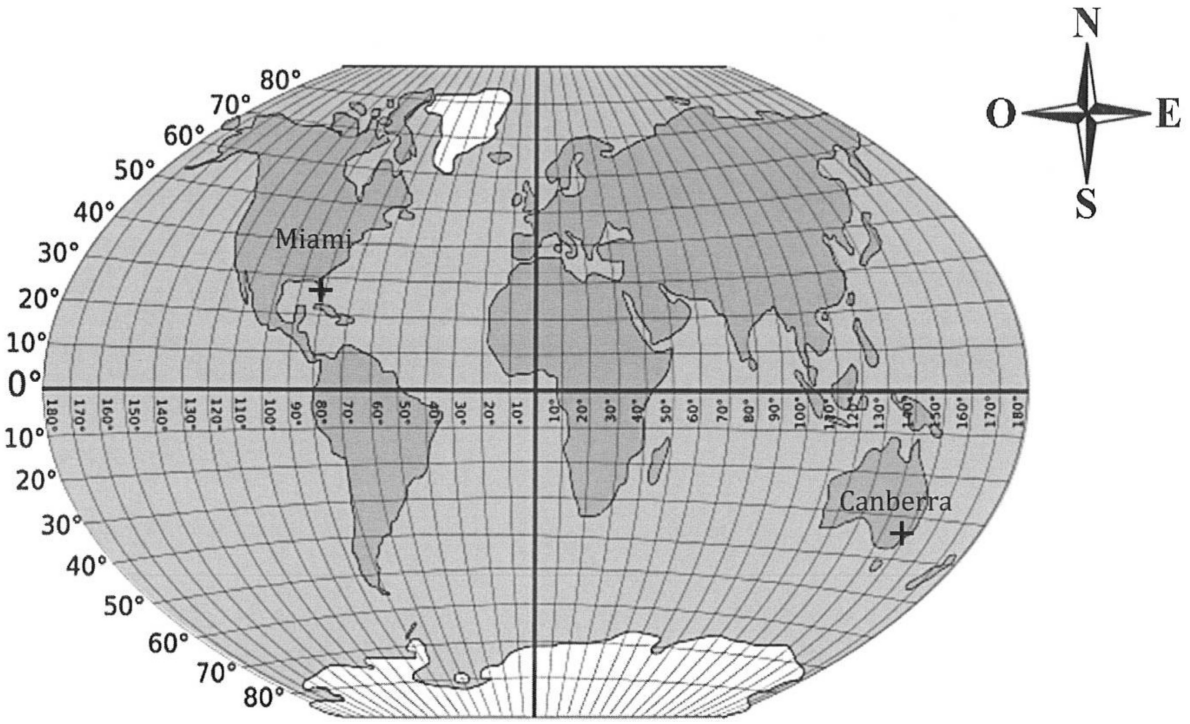
Dans la liste suivante, indiquer une proposition qui convient pour compléter les cases vides :

Proposition n° 1 : Prix - 30
Proposition n° 2 : Prix - Prix * 0.3
Proposition n° 3 : Prix * 30 / 100
Proposition n° 4 : Prix * 0.7

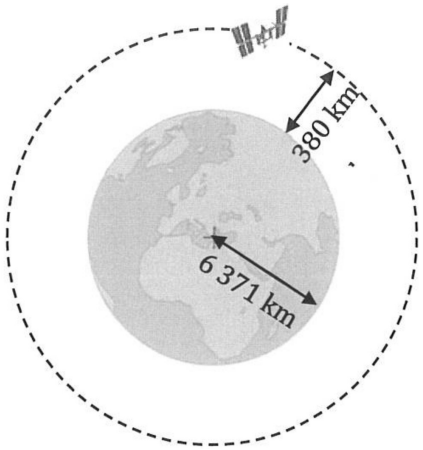
Exercice n° 5 — L'International Space Station *15 points*

L'ISS (International Space Station) est une station spatiale internationale placée en orbite autour de la Terre.

1. Dans la journée du 21 juin 2021, l'ISS est passée à la verticale de Canberra (Australie) puis à la verticale de Miami (États-Unis). À l'aide du planisphère ci-dessous, donner les coordonnées géographiques des deux villes avec la précision permise par le graphique.



On représente la Terre, l'ISS et son orbite (trajectoire de l'ISS) à l'aide du schéma ci-dessous :



On considère que :

- la Terre est assimilée à une sphère de rayon 6 371 km ;
- l'orbite de l'ISS est un cercle de même centre que celui de la Terre ;
- l'ISS tourne autour de la Terre a une altitude de 380 km.

2. Montrer que l'ISS parcourt environ 42 400 km pour effectuer un tour complet de la Terre.

3. On estime que l'ISS tourne autour de la Terre à la vitesse moyenne de 27 600 km/h.
3.a. Montrer qu'il faut environ 1 h 32 min à l'ISS pour effectuer un tour complet de la Terre.
3.b. Le 19 juin 2020, de 14 h 30 min à 21 h 45 min (heure de Paris), le spationaute français Thomas Pesquet a effectué une sortie extravéhiculaire en restant attaché à l'ISS.
Durant cette sortie, combien de fois Thomas Pesquet a-t-il fait le tour complet de la Terre ?

Brevet — 2022 — Asie Pacifique — Série générale

Correction

Un sujet très complet qui aborde la plupart des thèmes au programme du brevet. J'aime bien le dernier exercice sur Thomas Pesquet. Le Scratch concerne un programme de calcul sur un tarif. À nouveau une petite homothétie de rapport négatif !

Exercice n° 1 — Trois situations

20 points

Programme de calcul — Calcul littéral — Fonctions — Fonctions linéaires — Volume de la pyramide

Trois situations très classiques

Situation n° 1

1. En partant du nombre 10 au départ on obtient successivement :
10 puis $10-7=3$, $3\times 5=15$ et enfin $15-2\times 10=15-20=-5$.

En partant du nombre 10 au départ on obtient bien -5 comme résultat final.

2. Même si aucune justification n'est demandée, tentons d'expliquer un peu notre réponse !

On part du nombre x. On obtient ensuite $x-7$, ensuite on multiplie par 5 soit $5(x-7$ et enfin $5(x-7)-2x$.

L'expression qui correspond au résultat du programme de calcul est l'**Expression C** : $5(x-7)-2x$.

Situation n° 2

1. On constate que sur la droite (d) le point d'abscisse -2 a pour ordonnée -4.

Graphiquement, on lit que l'image de -2 par f vaut -4 soit $f(-2)=-4$.

2. On sait que la fonction est linéaire, d'ailleurs sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine, ainsi $f(x)=ax$. On cherche la valeur du coefficient a.

On peut utiliser les coordonnées du point A(3; 6 qui appartient à la droite (d).
Ainsi $f(3)=6$.
Comme $f(3)=3a$ on a $3a=6$ et $a=\dfrac{6}{3}=2$.

D'ailleurs à la question **1.** on a bien constaté que l'image -4 valait le double de -2.

La fonction linéaire cherchée est la fonction $f(x)=2x$.

Situation n° 3

On sait que le volume de la pyramide est donné par la formule :

$$\text{Volume de la pyramide} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

La base est un rectangle qui mesure 40 cm de long sur 30 cm de large. Son aire mesure $40\,\text{cm}\times 30\,\text{cm}=1\,200\,\text{cm}^2$.

$$\text{Ainsi Volume de la pyramide} = \frac{1\,200\,\text{cm}^2\times 55\,\text{cm}}{3} = \frac{66\,000\,\text{cm}^3}{3} = 22\,000\,\text{cm}^3$$

On sait que $1\,\text{dm}^3 = 1\,\text{L} = 1\,000\,\text{cm}^3$. Ainsi Volume de la pyramide = 22 L.

Le volume de la pyramide est supérieur à 20 L.

Exercice n° 2 — Une figure à main levée *20 points*

Théorème de Thalès — Réciproque du théorème de Pythagore — Homothétie — Agrandissement

Un exercice classique au départ avec Thalès et Pythagore. On passe par une homothétie de rapport négatif, même si on ne demande ni le centre ni le rapport. On termine avec un agrandissement et son lien avec les aires. Les homothéties de rapport négatif sont à la mode en 2022 (voir Amérique du Nord)

1. Les droites (AD) et (BC) sont sécantes en E, les droites (AB) et (CD) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{EA}}{\text{ED}} = \frac{\text{EB}}{\text{EC}} = \frac{\text{AB}}{\text{DC}}$$

$$\frac{\text{EA}}{\text{ED}} = \frac{7{,}2\,\text{cm}}{\text{EC}} = \frac{9\,\text{cm}}{6\,\text{cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{EC} = \dfrac{7{,}2\,\text{cm} \times 6\,\text{cm}}{9\,\text{cm}}$ d'où $\text{EC} = \dfrac{43{,}2\,\text{cm}^2}{9\,\text{cm}}$ et $\text{EC} = 4{,}8\,\text{cm}$

$\boxed{\text{Finalement on a bien EC} = 4{,}8\,\text{cm}}$

2. Comparons $\text{ED}^2 + \text{EC}^2$ et DC^2 :

$\text{ED}^2 + \text{EC}^2$	DC^2
$3,6^2 + 4,8^2$	6^2
$12,96 + 23,04$	
36	36

Comme

$$\text{ED}^2 + \text{EC}^2 = \text{DC}^2$$

, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle EDC est rectangle en E}}$.

3. On constate que les triangles ECD et EAB ne sont pas égaux, ils sont semblables. On pourrait le justifier en avançant le parallélisme des droites (AB) et (CD) et l'angle opposé par le sommet en E.
Finalement, le triangle EAB est un agrandissement du triangle ECD.

$\boxed{\text{La transformation qui permet de passer de ECD à EAB est une homothétie.}}$

Il n'était pas demandé de justifier cette réponse. De plus signalons que l'homothétie dont on parle ici est une homothétie de rapport négatif. La figure est en effet dans la configuration « papillon ». Plus précisément, il s'agit d'une homothétie de centre E *et de rapport* $-\dfrac{9\,\text{cm}}{6\,\text{cm}} = -1,5$.

4. Le triangle EAB est un agrandissement du triangle ECD. Les longueurs de EAB sont $1,5$ fois plus grandes que celles du triangle ECD.
On sait que **Si les longueurs d'une figure sont multipliées par un nombre positif k alors les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3.**

L'aire du triangle EAB est donc $1,5^2 = 2,25$ fois plus grande que celle du triangle ECD.

$\boxed{\text{L'affirmation est fausse.}}$

Exercice n° 3 — Les jeux paralympiques de 2021 *20 points*

Tableur — Pourcentage — Médiane — Augmentation en pourcentage

Un exercice assez facile qui utilise le tableur.

1. L'Australie a remporté 29 médailles d'argent.

2. L'Italie a gagné 69 médailles en tout dont 14 en or et 29 en argent.
Comme $69 - 29 - 14 = 26$, l'Italie a remporté 26 médailles de bronzes.

3. Il faut faire la somme des colonnes précédentes. La formule **=C2+D2+E2** a été saisie en **F2** puis étirée vers le bas.

4. Affirmation n° 1 :
La France a remporté 54 médailles dont 11 en or.
La fréquence de médailles d'or gagné est égale à $\frac{11}{54} \approx 0,203$ soit environ 20 %. ($0,203 = \frac{20,3}{100}$.)

L'**Affirmation n° 1** est vraie.

Affirmation n° 2 :
La série statistique constituées des nombres de médailles d'argent est constituée de 15 valeurs. La médiane de cette série est donc la huitième valeur classé dans l'ordre croissant. En effet $15 = 7 + 1 + 7$.

Classons le nombre de médailles d'argent dans l'ordre croissant :

1 — 11 — 12 — 15 — 15 — 15 — 17 — 20 — 29 — 29 — 33 — 36 — 38 — 47 — 60

La médiane de cette série statistique est 17. L'**Affirmation n° 2** est fausse.

5. On peut raisonner à partir de l'augmentation :
Entre 2016 et 2021, la prime a augmenté de 65 000 € − 50 000 € = 15 000 €.
Or $\frac{15\,000}{50\,000} = 0,3$ soit 30 % puisque $0,3 = 0,30 = \frac{30}{100}$.

On peut aussi déterminer le coefficient k d'augmentation :
On cherche le nombre k tel que $50\,000 \times k = 65\,000$. Ainsi $k = \frac{65\,000}{50\,000} = 1,3$.
Comme $1,3 = 1 + 0,30 = 1 + \frac{30}{100}$.

Le pourcentage d'augmentation de la prime entre 2016 et 2021 est de 30 %.

Exercice n° 4 — La boutique en ligne *25 points*

Scratch — Programme de calcul — Pourcentages

Un Scratch qui mélange programme de calcul et pourcentages. Un exercice assez complet, très utile en période de révision.

1.a. Pour 35 photos on applique le tarif pour 1 à 100 photos.
Le prix pour 35 photos est $35 \times 0,17$ € = 5,95 € .

1.b. Pour 150 photos on applique le tarif pour plus de 100 photos.
Dans ce cas, on paye 17 € pour les 100 premières photos et 0,13 € pour chacunes des 50 photos supplémentaires.

Le prix pour 150 photos est 17 € $+50 \times 0,13$ € = 17 € +6,50 € = 23,50 € .

1.c. Pour 10 € , on va commander moins de 100 photos puisque 10 € < 17 € .
Ainsi le prix d'une photo est de 0,17 € .

Il faut donc déterminer le nombre x tel que :

$$\begin{aligned} 0,17x &= 10 \\ x &= \frac{10}{0,17} \\ x &\approx 58,82 \end{aligned}$$

On peut donc commander au maximum 58 photos.
Vérifions : $58 \times 0,17$ € $= 9,86$ € et $59 \times 0,17$ € $= 10,03$ € .

Avec 10 € on peut commander au maximum 58 photos.

On aurait pu résoudre l'inéquation $0,17x < 10$. Cependant cette notion ne fait plus partie des attendus du collège !

2.

- **Ligne 4 :** $\boxed{100}$: la limite entre les deux tarifs ;
- **Ligne 5 :** $\boxed{0,17}$: le prix pour un nombre de photos inférieur à 100 ;
- **Ligne 8 :** $\boxed{17}$: le prix des 100 premières photos.

3.a. On a vu à la question **1.b.** que le prix pour 150 photos était 23,50 € .
Il faut appliquer une réduction de 30 % sur ce prix.

On peut calculer 30 % de ce prix, soit $\frac{30}{100} \times 23,50$ € $= 0,30 \times 23,50$ € $= 7,05$ € .
On va alors payer $23,50$ € $- 7,05$ € $= 16,45$ € .

On peut aussi utiliser le coefficient de réduction.
Enlever 30 % à une grandeur revient à la multiplier par $1 - \frac{30}{100} = 1 - 0,30 = 0,70$.
Or $0,70 \times 23,50$ € $= 16,45$ € .

Pour 150 photos en période de soldes on va payer 16,45 € .

3.b. Les **Propositions 1 et 3** ne donnent pas le nouveau prix.
En revanche les **Propositions 2 et 4** conviennent.
En effet, nous avons vu à la question précédente que pour calculer le prix soldé on pouvait effectuer au choix :

- Prix $\times 0,7$;
- Prix $- 0,3 \times$ Prix.

Les **Propositions 2 et 4** peuvent compléter la case vide !

Exercice n° 5 — L'International Space Station *15 points*

Coordonnées géographiques — Périmètre du cercle — Vitesse

Un exercice très agréable sur l'ISS et Thomas Pesquet. Excellent pour préparer le brevet !

1. On lit directement sur le planisphère.

Canberra se trouve dans l'hémisphère Sud, à l'Est du méridien de Greenwich.
Les coordonnées de Canberra sont : **Latitude :** 34° **Sud — Longitude :** 149° **Est**

Miami se trouve dans l'hémisphère Nord, à l'Ouest du méridien de Greenwich.
Les coordonnées de Miami sont : **Latitude :** 27° **Nord — Longitude :** 80° **Ouest**

Par curiosité, en consultant un site dédié sur Internet, on trouve : Canberra — Latitude : $35°\ 18'$ *Sud — Longitude :* $149°\ 07'$ *Est et Miami — Latitude :* $25°\ 17'$ *Nord — Longitude :* $80°\ 13'$ *Ouest.*

2. Comme l'orbite de l'ISS est un cercle ayant le même centre que la Terre, son rayon vaut $380\,\text{km} + 6\,371\,\text{km} = 6\,751\,\text{km}$.
On sait que **le périmètre d'un cercle de rayon** r **vaut** $2\pi r$ **où** $\pi \approx 3,14$**.**

Périmètre de l'orbite $= 2\pi \times 6\,751\,\text{km} \approx 42\,396\,\text{km}$

On peut affirmer que la longueur de cette orbite mesure environ $42\,400\,\text{km}$.

3.a. On se demande combien de temps il faut pour parcourir $42\,400\,\text{km}$ à la vitesse moyenne de $27\,600\,\text{km/h}$.
On sait que la distance et le temps sont proportionnels :

Distance	$27\,600\,\text{km}$	$42\,400\,\text{km}$
Temps	$1\,\text{h} = 60\,\text{min}$	$\dfrac{60\,\text{min} \times 42\,400\,\text{km}}{27\,600\,\text{km}} \approx 92\,\text{min}$

Or comme $92 = 1 \times 60 + 32$, il faut bien environ $1\,\text{h}\ 32\,\text{min}$ à l'ISS pour faire un tour complet de la Terre.

3.b. Entre $14\,\text{h}\ 30\,\text{min}$ et $21\,\text{h}\ 45\,\text{min}$, il s'est écoulé $7\,\text{h}\ 15\,\text{min} = 7 \times 60\,\text{min} + 15\,\text{min} = 435\,\text{min}$.
L'ISS fait un tour complet environ toutes les $92\,\text{min}$.

Comme $\dfrac{435\,\text{min}}{92\,\text{min}} \approx 4,7$, Thomas Pesquet a fait quatre tours complets de la Terre pendant sa sortie extravehiculaire.

Diplôme national du brevet
Session 2022

Mathématiques

Série générale

Polynésie française

23 juin 2022

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	16 points
Exercice n° 3	23 points
Exercice n° 4	20 points
Exercice n° 5	23 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

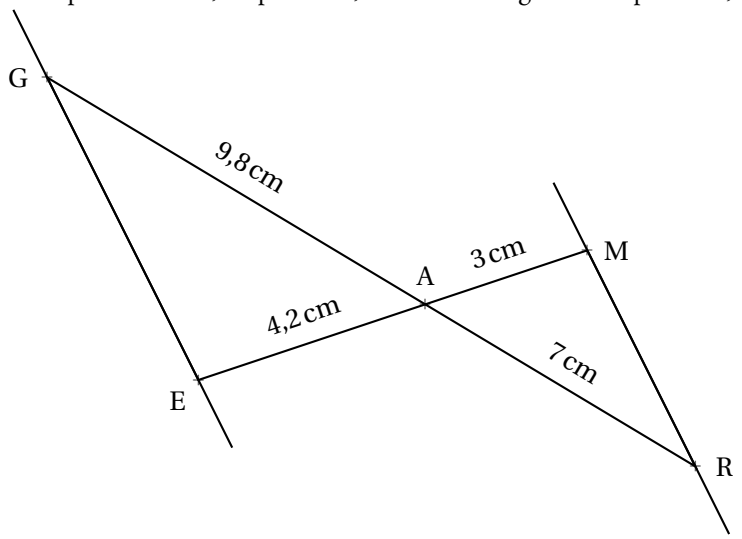
Exercice n° 1 — Quatre affirmations *20 points*

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en expliquant soigneusement la réponse.
1. Adriana doit effectuer le calcul suivant :

$$-\frac{7}{5}+\frac{6}{5}\times\frac{4}{7}$$

Affirmation n° 1 : Le résultat qu'elle obtient sous forme de fraction irréductible est $-\frac{4}{35}$.

2. Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle, les points G, A et R sont alignés et les points E, A et M sont alignés.



Affirmation n° 2 : Les droites (GE) et (MR) sont parallèles.

Affirmation n° 3 : La décomposition en produit de facteurs premiers de 126 est $2 \times 7 \times 9$.

4. Dans la recette de sauce de salade de Thomas, les volumes de moutarde, de vinaigre et d'huile sont dans le ratio de 1 : 3 : 7.

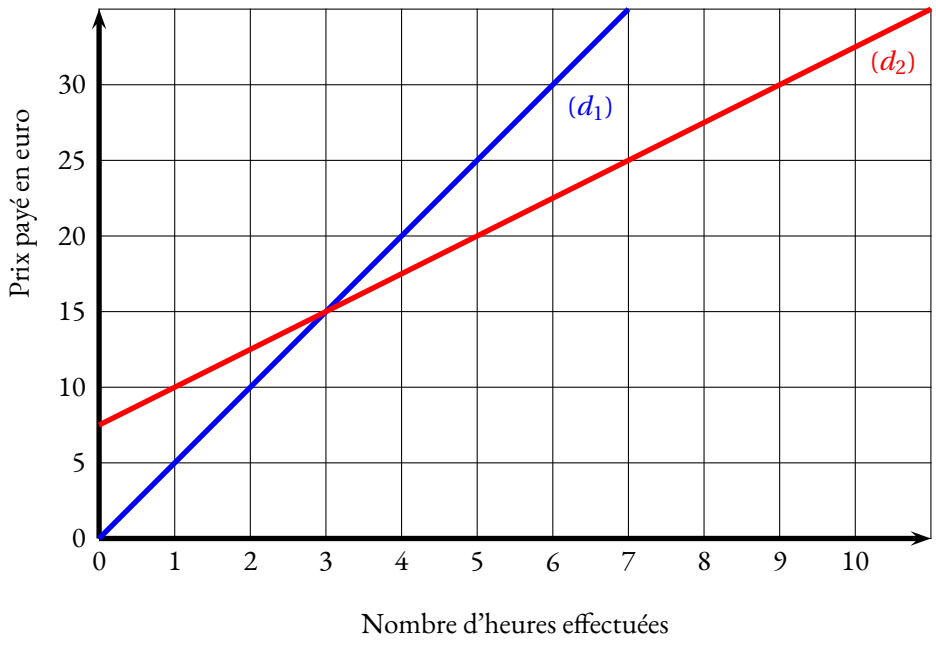
Affirmation n° 4 : Pour obtenir 330 mL de sauce de salade, il faut utiliser 210 mL d'huile.

Exercice n° 2 — Les tarifs de la salle de sport *16 points*

Le graphique ci-dessous représente les deux tarifs pratiqués dans une salle de sport, selon le nombre d'heures effectuées :

— la droite (d_1) est la représentation graphique du tarif « liberté » ;

— la droite (d_2) est la représentation graphique du tarif « abonné ».



1. Le prix payé avec le tarif « liberté »est-il proportionnel au nombre d'heures effectuées dans la salle de sport ? Expliquer la réponse.

2. On appelle :

— f la fonction qui, au nombre d'heures effectuées, associe le prix payé en euro avec le tarif « liberté » ;

— g la fonction qui, au nombre d'heures effectuées, associe le prix payé en euro avec le tarif « abonné ».

Répondre aux questions suivantes par lecture graphique :

2.a. Quelle est l'image de 5 par la fonction f ?
2.b. Quel est l'antécédent de 10 par la fonction g ?

3. À l'aide du graphique, indiquer le tarif parmi les deux proposés qui est le plus avantageux pour une personne selon le nombre d'heures qu'elle souhaite effectuer dans la salle de sport.

4. Déterminer le prix payé avec le tarif « liberté »pour 15 heures effectuées.
Expliquer la démarche, même si elle n'est pas aboutie.

Exercice n° 3 — Les briques de jus de pomme et de jus de raisin *23 points*

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Une entreprise produit et vend des jus de fruit contenus dans des briques en carton qui ont la forme d'un pavé droit.

PARTIE A : Briques de jus de pomme

Ces briques sont fabriquées pour contenir 350 mL de jus de pomme.
Lors d'un contrôle, 24 briques sont prélevées au hasard et analysées.
Le tableau ci-dessous donne le volume de jus de pomme (en mL) contenu dans ces briques :

Volume en mL	344	347	348	349	350	351	352	353	354	356	357
Effectif	1	2	4	4	2	3	1	2	3	1	1

1. Déterminer la médiane des volumes de cette série. Interpréter ce résultat.

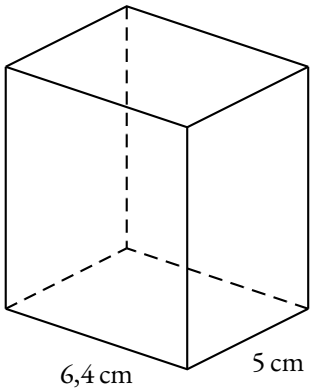
2. Calculer l'étendue de cette série.

3. On prélève au hasard une brique parmi celles contrôlées, quelle est la probabilité qu'elle contienne exactement 350 mL de jus de pomme ?

4. Lorsque le volume de jus de pomme contenu dans une brique est compris entre 345 mL et 355 mL, cette brique peut être vendue.
Quel est le pourcentage de briques que l'entreprise peut vendre parmi les briques contrôlées ?

PARTIE B : Briques de jus de raisin

L'entreprise souhaite commercialiser une nouvelle brique en forme de pavé droit pour le jus de raisin. Sa base est un rectangle de longueur 6,4 cm et de largeur 5 cm.

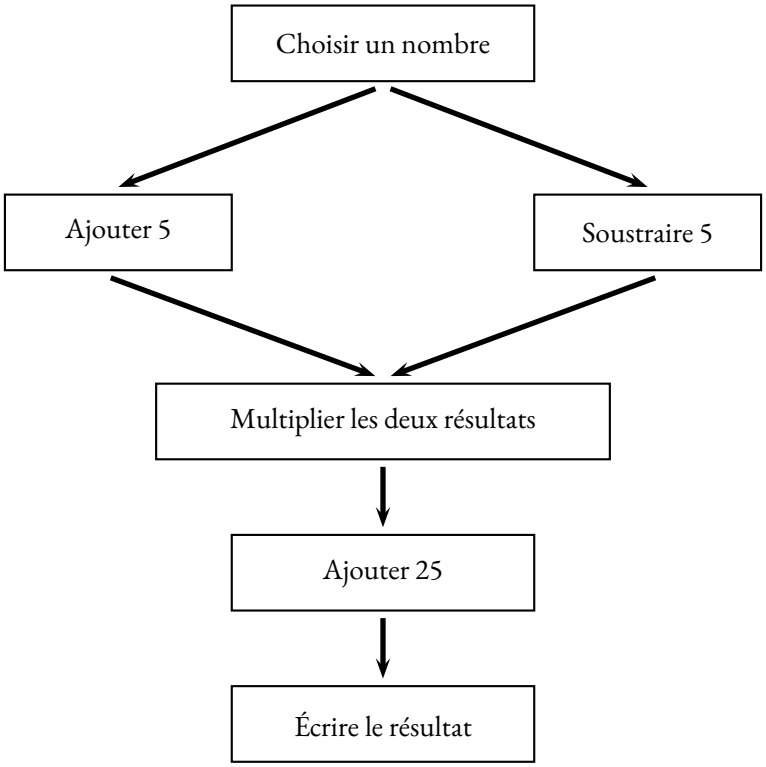


1. Calculer l'aire de la base de cette brique.

2. Quelle doit être la hauteur de cette brique pour que son volume soit de 400 cm^3 ?

Exercice n° 4 — Le programme de calcul *20 points*

1. On considère le programme de calcul suivant :



1.a. Si on choisit le nombre 7, vérifier qu'on obtient 49 à la fin de programme.

1.b. Si on choisit le nombre -4, quel résultat obtient-on à la fin du programme ?

2. On note x le nombre choisi au départ :

2.a. Exprimer en fonction de x le résultat obtenu.

2.b. Développer et réduire $(x+5)(x-5)$.

2.c. Sarah dit :

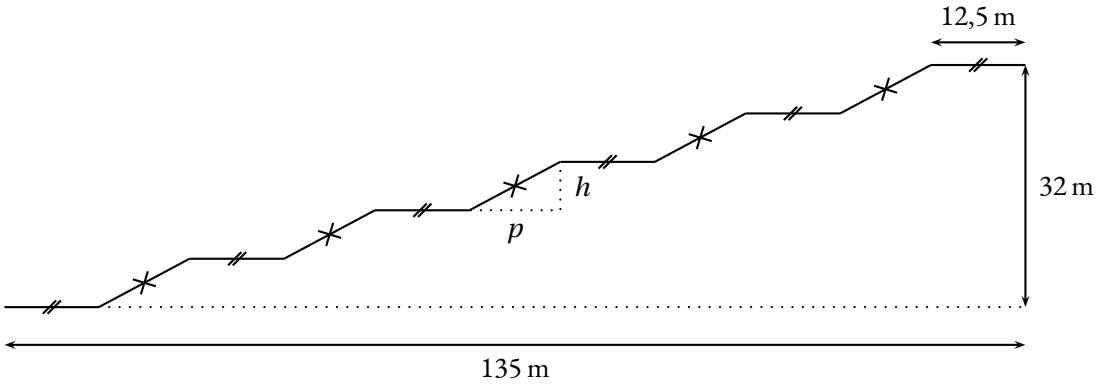
« *Avec ce programme de calcul, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat obtenu est toujours le carré du nombre de départ* ».

Qu'en pensez-vous ?

Exercice n° 5 — Le centre Pompidou *23 points*

Le centre Pompidou est un musée d'art contemporain à Paris. Pour accéder aux étages, il faut utiliser un ensemble d'escalators extérieurs appelé « chenille ».

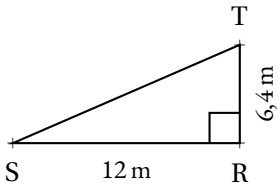
La chenille est composée de 5 escalators tous identiques (traits épais sur la figure ci-dessous) et de 6 passerelles horizontales toutes identiques (traits fins horizontaux sur la figure ci-dessous).



1. À l'aide de la figure ci-dessus :

1.a. Vérifier que la profondeur p de chaque escalator est égale à 12 m.

1.b. Calculer la hauteur h de chaque escalator.



2. À l'aide du triangle RST ci-contre :

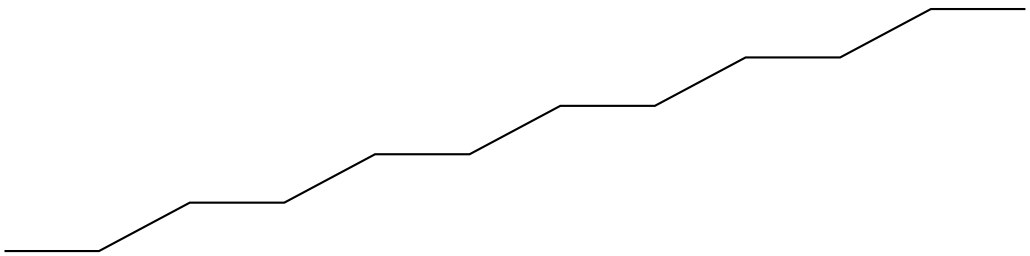
2.a. Prouver que la longueur ST d'un escalator est de 13,6 m.

2.b. Montrer que la mesure de l'angle formé par l'escalator avec l'horizontale (c'est-à-dire l'angle $\widehat{RST}$ arrondie au degré est de 28 °).

3. Sabine veut représenter la chenille grâce au logiciel Scratch.

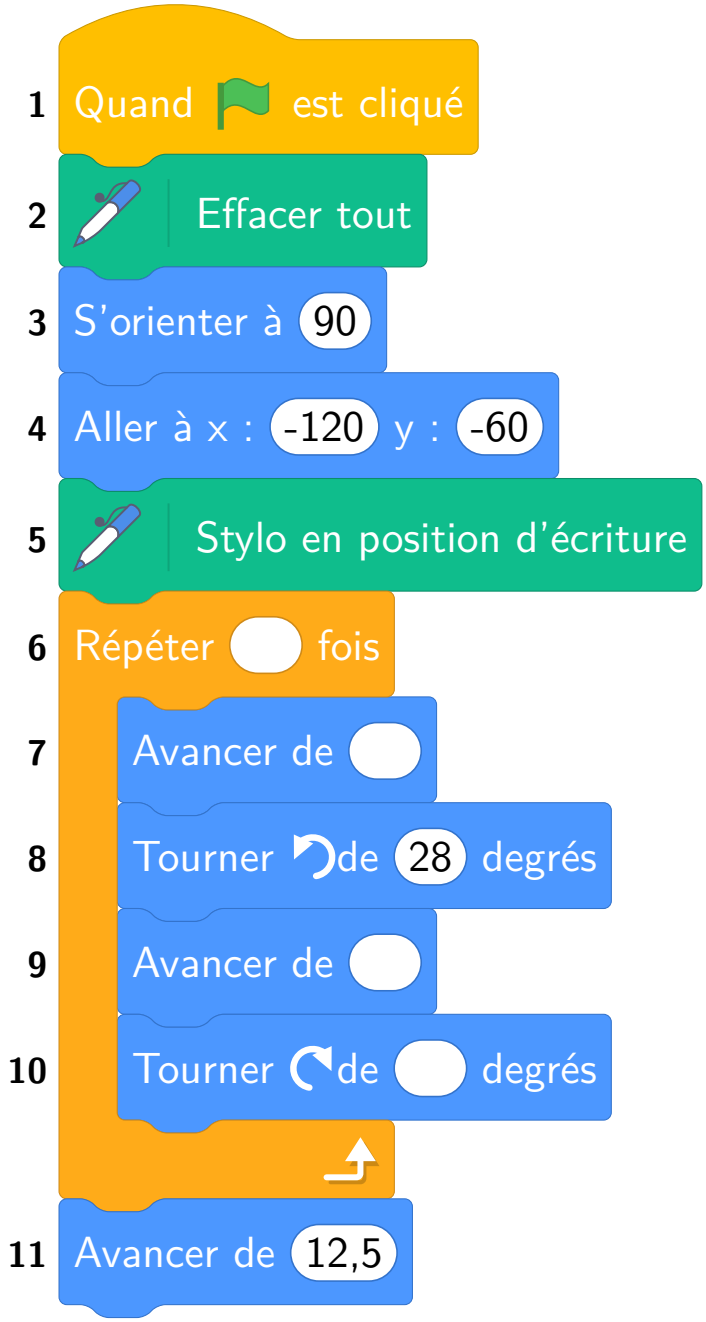
Elle a écrit le programme qui est donné sur l'**ANNEXE**.
On précise que : 1 pas du logiciel correspond à 1 m dans la réalité.

Compléter les lignes 6, 7, 9, et 10, sur l'**ANNEXE** (à rendre avec la copie), afin d'obtenir le tracé ci-dessous de la chenille :



Rappel : « S'orienter à 90 »signifie que l'on est orienté vers la droite

Exercice 5 — Question 3



Brevet — 2022 — Polynésie française — Série générale

Correction

Un sujet de brevet assez complet qui mélange des exercices assez classiques, sans surprise. Un sujet efficace pour réviser les basiques du brevet. Le dernier exercice

Exercice n° 1 — Quatre affirmations *20 points*

Fractions — Thalès — Arithmétique — Ratio

Un exercice assez facile. On y trouve un ratio à trois nombres entiers, ce qui est assez rare !

1. $-\frac{7}{5}+\frac{6}{5}\times\frac{4}{7}=-\frac{7}{5}+\frac{6\times 4}{5\times 7}=-\frac{7}{5}+\frac{24}{35}=-\frac{7\times 7}{5\times 7}+\frac{24}{35}=-\frac{49}{35}+\frac{24}{35}=-\frac{25}{35}=-\frac{5\times 5}{5\times 7}=\boxed{-\frac{5}{7}}$

Affirmation n° 1 : Fausse

2. Comparons les quotients $\frac{AG}{AR}$ et $\frac{AE}{AM}$.

$\frac{AG}{AR}=\frac{9{,}8\,\text{cm}}{7\,\text{cm}}=1{,}4$ $\qquad$ $\frac{AE}{AM}=\frac{4{,}2\,\text{cm}}{3\,\text{cm}}=1{,}4$

Comme $\frac{AG}{AM}=\frac{AE}{AM}$ et comme les points A, G et R sont alignés et dans le même ordre que les points alignés A, E et M, d'après **la réciproque du théorème de Thalès** les droites (GE) et (MR) sont parallèles.

Affirmation n° 2 : Vraie

3.

126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$126=2\times 3\times 3\times 7$

Affirmation n° 3 : Fausse . En effet 9 n'est pas premier !

4. Dire que les ingrédients sont dans un ratio 1 : 3 : 7 signifie que nous avons les grandeurs proportionnelles suivantes :

	Moutarde	**Vinaigre**	**Huile**	**Total**
Ratio	1	3	7	$1+3+7=11$
Recette			$\frac{7\times 330\,\text{mL}}{11}=210\,\text{mL}$	330 mL

Affirmation n° 4 : Vraie

Exercice n° 2 — Les tarifs de la salle de sport *16 points*

Généralités sur les fonctions — Fonction linéaire — Fonction affine — Lecture graphique

Un exercice intéressant sur la lecture graphique d'image et d'antécédent. La dernière question est difficile.

1. On sait que **la représentation graphique de deux grandeurs proportionnelles est une droite qui passe par l'origine du repère.**

(d_1) passe pas par l'origine du repère.

Avec le tarif « liberté », le prix payé est proportionnel au nombre d'heures.

2.a. L'image de 5 est 25 par la fonction f, c'est-à-dire $f(5) = 25$.

2.b. L'antécédent de 10 est 1 par la fonction g, c'est-à-dire $g(1) = 10$.

3. À partir de 3 h le tarif « abonné »est plus avantageux que le tarif « liberté ».

4. Il y a plusieurs démarches possibles :

On peut d'abord constater que le tarif « liberté »augmente de 5 € à chaque heure supplémentaire. On lit que pour 7 h, on paye 35 € . Pour 15 h soit 8 h de plus, il faut payer 8×5 € = 40 € de plus soit 35 € +40 € = 75 € .

On peut aussi chercher l'expression de la fonction f.
Comme f est représentée par une droite passant par l'origine, c'est une fonction linéaire. Son expression est donc $f(x) = ax$ et on cherche a.

On lit que $f(7) = 35$ donc $7 \times a = 35$ soit $a = \dfrac{35}{7} = 5$.

Finalement, $f(x) = 5x$. Ainsi $f(15) = 5 \times 15 = 75$.

Pour 15 h effectuées avec le tarif « liberté », le prix payé est 75 € .

Exercice n° 3 — Les briques de jus de pomme et de jus de raisin *23 points*

Statistiques — Pourcentages — Pavé droit

Un exercice intéressant. La médiane est sur un effectif pair. La série étant représentée sous forme d'un tableau avec des effectifs pour chaque valeur, cela demande une certaine dextérité et pourquoi pas l'usage des effectifs cumulés croissants.

Partie A

1. Il y a 24 volumes dans cette série statistique.
L'effectif de cette série est pair, la médiane est une valeur comprise entre la douzième et la treizième valeur.
Nous allons classer cette série dans l'ordre croissant des volumes. Attention à bien tenir compte des effectifs. Comme le tableau est déjà dans l'ordre croissant, on peut ajouter la ligne des effectifs cumulés croissants :

Volume en mL	344	347	348	349	350	351	352	353	354	356	357
Effectif	1	2	4	4	2	3	1	2	3	1	1
Effectif cumulé croissant	1	3	7	11	13	16	17	19	22	23	24

On observe dans ce tableau que la douzième et la treizième valeurs valent 350 mL.

La médiane de cette série vaut 350 mL.

On pouvait aussi réécrire la liste exhaustive des valeurs de cette série, jusqu'à la treizième valeur :
344 mL — 347 mL — 347 mL — 348 mL — 348 mL — 348 mL — 348 mL — 349 mL — 349 mL — 349 mL — 349 mL — 350 mL — 350 mL

2. L'étendue de cette série vaut 357 mL – 344 mL = 13 mL.

3. On fait l'hypothèse que nous sommes dans **une situation d'équiprobabilité** où chaque issue a la même probabilité de se réaliser.
Il y a 24 briques dont 2 qui contiennent exactement 350 mL de jus de pomme.

La probabilité cherchée est $\dfrac{2}{24} = \dfrac{1}{12} \approx 0,083$ soit environ 8,3 % ou une chance sur douze.

4. Il y a exactement trois briques qui ne correspondent pas à ce critère (celles qui contiennent respectivement 344 mL, 356 mL et 357 mL). Il y a donc 21 briques sur 24 qui peuvent être vendue soit $\frac{21}{24} = \frac{3 \times 7}{3 \times 8} = \frac{7}{8} = 0,875$ ce qui correspond à 87,5 % des briques.

87,5 % des briques peuvent être vendues.

Partie B

1. La base de cette brique en forme de pavé droit est un rectangle de 6,4 cm sur 5 cm.

L'aire de la base de cette brique mesure $6{,}4\,\text{cm} \times 5\,\text{cm} = 32\,\text{cm}^2$.

2. On sait que le volume de cette brique est donné par la formule Volume = Aire de la base × Hauteur.

On veut donc, en notant h la hauteur, déterminer h tel que $h \times 32\,\text{cm}^2 = 400\,\text{cm}^3$. Ainsi $h = \frac{400\,\text{cm}^3}{32\,\text{cm}^2} = 12{,}5\,\text{cm}$.

La hauteur de cette brique doit mesurer 12,5 cm

Exercice n° 4 — Le programme de calcul

20 points

Programme de calcul — Calcul littéral — Conjecture

Un exercice assez classique avec un programme de calcul. La conjecture finale s'obtient assez facilement, elle est très guidée !

1.a. En prenant 7 au début de ce programme on obtient successivement : 7 puis $7+5 = 12$ et $7-5 = 2$, on effectue $12 \times 2 = 24$ et $24+25 = 49$

On obtient bien 49 en partant de 7 au départ.

1.b. En prenant -4 au début de ce programme on obtient successivement : -4 puis $-4+5 = 1$ et $-4-5 = -9$, on effectue $1 \times (-9) = -9$ et $-9+25 = 16$

2.a. En partant du nombre générique x on obtient successivement : x puis $x+5$ et $x-5$, on effectue $(x+5)(x-5)$ puis $(x-5)(x+5)+25$.

En partant de x au départ on obtient $(x+5)(x-5)+25$ à la fin.

2.b. Développons $(x+5)(x-5) = x^2 - 5x + 5x - 25 = x^2 - 25$.

En développant $(x+5)(x-5) = x^2 - 25$.

2.c. On observe qu'en prenant 7 et -4 on a obtenu deux carrés $49 = 7^2$ et $16 = 4^2$.

En partant d'un nombre générique quelconque x au départ, on arrive à $(x+5)(x-5)+25$.
Or en développant on obtient $(x+5)(x-5) = x^2 - 25$.

Ainsi $(x+5)(x-5)+25 = x^2 - 25 + 25 = x^2$.

Pour tout nombre x au départ, on obtient x^2, son carré à la fin !

Sarah a raison !

Exercice n° 5 — Le centre Pompidou

23 points

Théorème de Pythagore — Trigonométrie — Scratch

Un exercice intéressant, que je connais bien, au sujet du centre Pompidou. Il mélange Pythagore, trigonométrie et Scratch.

1. Quand on observe les distances horizontales sur la chenille, on observe que la longueur 12,5 m est répétée 6 fois et que la longueur p est répétée 5 fois. La somme de ces longueurs est égale à 135 m.
Nous avons donc :

$$\begin{aligned} 6 \times 12{,}5\,\text{m} + 5 \times p &= 135\,\text{m} \\ 75\,\text{m} + 5p &= 135\,\text{m} \\ 75\,\text{m} + 5p - 75\,\text{m} &= 135\,\text{m} - 75\,\text{m} \\ 5p &= 60\,\text{m} \\ p &= \frac{60\,\text{m}}{5} \\ p &= 12\,\text{m} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{On constate bien que } p = 12\,\text{m}}$.

Comme indiqué dans le sujet, on pouvait aussi vérifier que $p = 12\,\text{m}$ est la bonne valeur en effectuant :
$6 \times 12{,}5\,\text{m} + 5 \times 12\,\text{m} = 75\,\text{m} + 60\,\text{m} = 135\,\text{m}$

1.b. En considérant la hauteur horizontale 32 m, on constate que la hauteur h est répétée cinq fois.

On a ainsi $5h = 32\,\text{m}$ et $h = \dfrac{32\,\text{m}}{5} = 6{,}4\,\text{m}$

$\boxed{\text{La hauteur } h \text{ est égale à } 6{,}4\text{ m.}}$

2.a. Dans le triangle SRT rectangle en R,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{RS}^2 + \text{RT}^2 = \text{ST}^2$$

$$12^2 + 6{,}4^2 = \text{ST}^2$$

$$144 + 40{,}96 = \text{ST}^2$$

$$\text{ST}^2 = 184{,}96$$

$$\text{ST} = \sqrt{184{,}96}$$

$$\text{ST} = 13{,}6$$

$\boxed{\text{La longueur d'un escalator vaut 13,6 m.}}$

2.b. Dans le triangle SRT rectangle en R, on connaît le côté adjacent [SR] et le côté opposé à l'angle $\widehat{\text{RST}}$.

$\tan \widehat{\text{RST}} = \dfrac{6{,}4\,\text{m}}{12\,\text{m}} \approx 0{,}533$
À la calculatrice on arrive à $\boxed{\widehat{\text{RST}} \approx 28° \text{ au degré près.}}$

3.


1 Quand est cliqué
2 Effacer tout
3 S'orienter à 90
4 Aller à x : -120 y : -60
5 Stylo en position d'écriture
6 Répéter 5 fois
7 Avancer de 12,5
8 Tourner de 28 degrés
9 Avancer de 13,6
10 Tourner de 28 degrés
11 Avancer de 12,5

Diplôme national du brevet
Session 2022

Mathématiques

Série générale

France

30 juin 2022

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

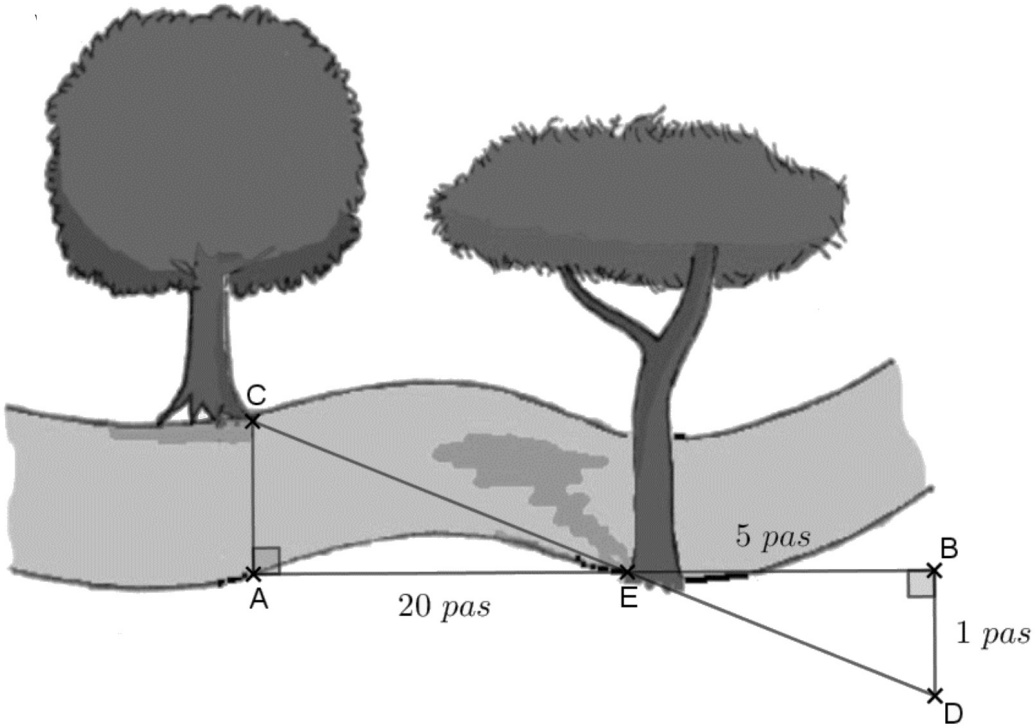
Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	20 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	20 points
Exercice n° 5	20 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — La famille au bord de la rivière *20 points*

Une famille se promène au bord d'une rivière.
Les enfants aimeraient connaître la largeur de la rivière.
Ils prennent des repères, comptent leurs pas et dessinent le schéma ci-dessous sur lequel les points C, E et D, de même que A, E et B sont alignés.
(Le schéma n'est pas à l'échelle.)



AE = 20 pas
BE = 5 pas
BD = 1 pas

1. Démontrer que les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

2. Déterminer, en nombre de pas, la largeur AC de la rivière.

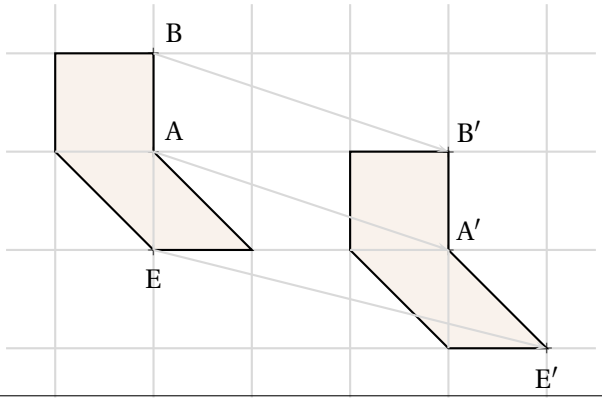
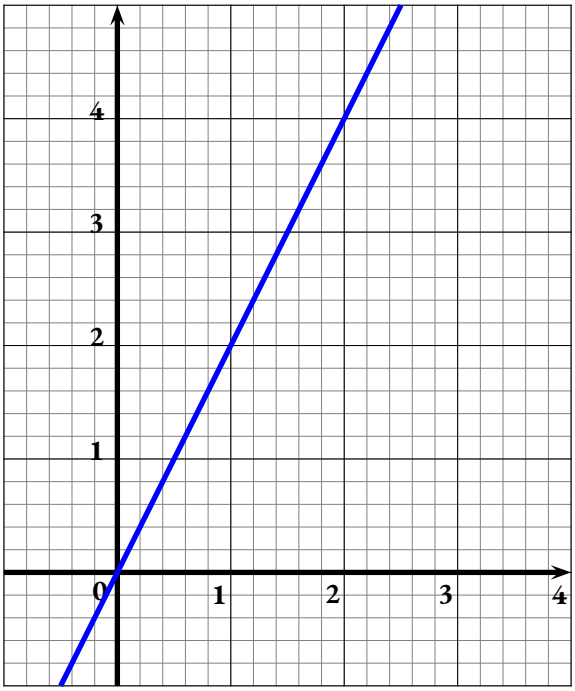
Pour les questions qui suivent, on assimile la longueur d'un pas à 65 cm.

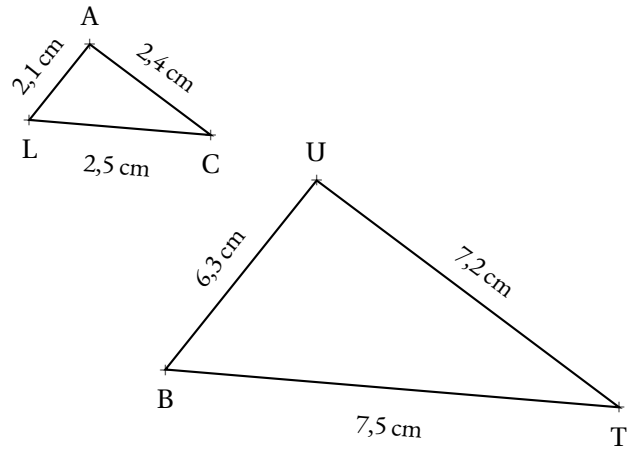
3. Montrer que la longueur CE vaut 13,3 m, en arrondissant au décimètre près.

4. L'un des enfants lâche un bâton dans la rivière au niveau du point E. Avec le courant, le bâton se déplace en ligne droite en 5 secondes jusqu'au point C . **4.a.** Calculer la vitesse du bâton en m/s.
4.b. Est-il vrai que « le bâton se déplace à une vitesse moyenne inférieure à 10 km/h » ?

Exercice n° 2 — Un QCM à cinq questions *20 points*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, trois réponses (A, B et C) sont proposées. Une seule réponse est exacte.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse.

Questions	**Réponse A**	**Réponse B**	**Réponse C**
1. On considère les deux figures suivantes : Par quelle transformation la **Figure 2** est-elle l'image de la **Figure 1**  	Une translation	Une homothétie	Une symétrie axiale
2. On considère la représentation graphique de la fonction g suivante :  Quel est l'antécédent de 2 par la fonction g ?	2	1	4

Questions	**Réponse A**	**Réponse B**	**Réponse C**
3. Soit f la fonction définie par : $f(x) = 3x^2 - 7$ Quelle affirmation est correcte ?	29 est l'image de 2 par la fonction f	$f(3) = 20$	f est une fonction affine
4. On a relevé les performances, en mètres, obtenues au lancer du poids par un groupe de 13 élèves d'une classe. 3,41 m ; 5,25 m ; 5,42 m ; 4,3 m ; 6,11 m ; 4,28 m ; 5,15 m 3,7 m ; 6,07 m ; 5,82 m ; 4,62 m ; 4,91 m ; 4,01 m Quelle est la médiane de cette série de valeurs ?	4	4,91	5,15
5. On considère la configuration suivante, dans laquelle les triangles LAC et BUT sont semblables.  Par quel nombre doit-on multiplier l'aire du triangle LAC pour obtenir l'aire du triangle BUT ?	3	6	9

Exercice n° 3 — Les cartes Pokémon *20 points*

Une collectionneuse compte ses cartes Pokémon afin de les revendre.
Elle possède 252 cartes de type « feu »et 156 cartes de type « terre ».

1.a. Parmi les trois propositions suivantes, laquelle correspond à la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 252 :

Proposition n° 1	**Proposition n° 2**	**Proposition n° 3**
$2^2 \times 9 \times 7$	$2 \times 2 \times 3 \times 21$	$2^2 \times 3^2 \times 7$

1.b. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 156.

2. Elle veut réaliser des paquets identiques, c'est à dire contenant chacun le même nombre de cartes « terre »et le même nombre de cartes « feu »en utilisant toutes ses cartes.

2.a. Peut-elle faire 36 paquets ?

2.b. Quel est le nombre maximum de paquets qu'elle peut réaliser ?

2.c. Combien de cartes de chaque type contient alors chaque paquet ?

3. Elle choisit une carte au hasard parmi toutes ses cartes. On suppose les cartes indiscernables au toucher.

Calculer la probabilité que ce soit une carte de type « terre ».

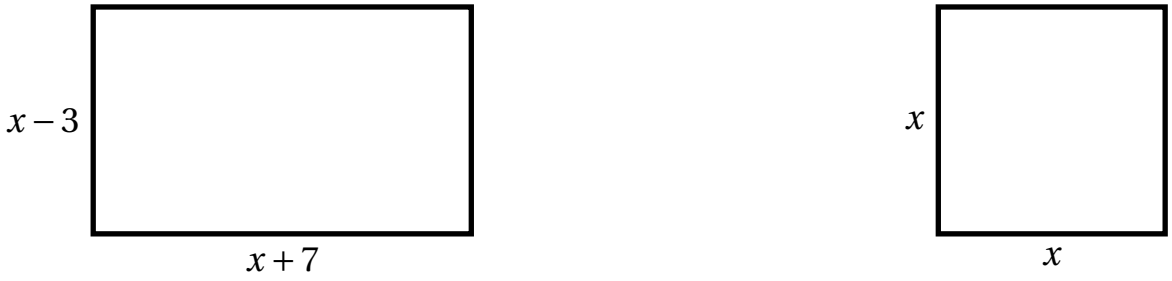
Exercice n° 4 — Calculer l'aire avec Scratch *20 points*

Dans cet exercice, x est un nombre strictement supérieur à 3.

On s'intéresse aux deux figures géométriques dessinées ci-dessous :

— un rectangle dont les côtés ont pour longueurs $x-3$ et $x+7$;

— un carré de côté x.

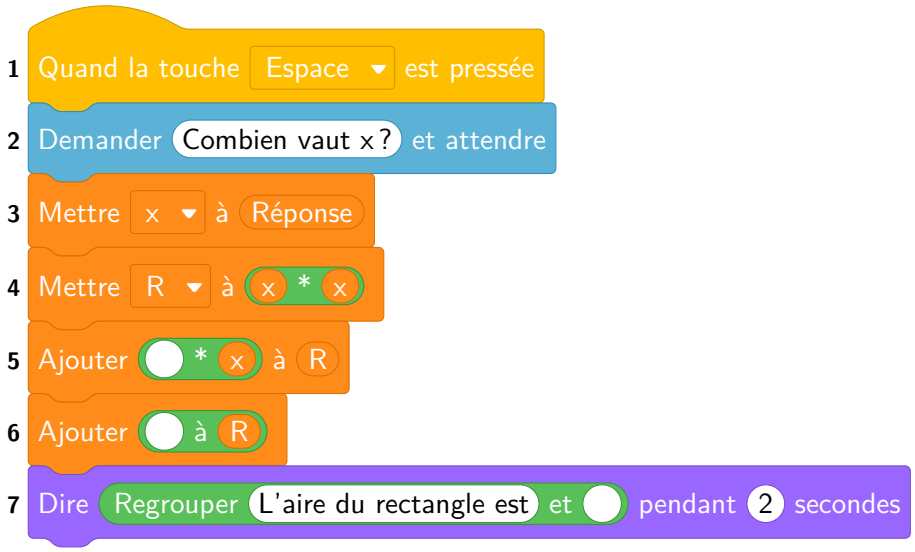


1. Quatre propositions sont écrites ci-dessous.
Recopier sur la copie celle qui correspond à l'aire du carré. On ne demande pas de justifier.

$4x$	$4+x$	x^2	$2x$

2. Montrer que l'aire du rectangle est égale à : $x^2+4x-21$

3. On a écrit le script ci-dessous dans Scratch. On veut que ce programme renvoie l'aire du rectangle lorsque l'utilisateur a rentré une valeur de x (strictement supérieure à 3).
Écrire sur la copie les contenus des trois cases vides des lignes 5, 6 et 7, en précisant les numéros de lignes qui correspondent à vos réponses.



4. On a pressé la touche espace puis saisi le nombre 8. Que renvoie le programme ?

5. Quel nombre x doit-on choisir pour que l'aire du rectangle soit égale à l'aire du carré ?

Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.

Exercice n° 5 — La consommation d'eau *20 points*

Dans une habitation, la consommation d'eau peut être anormalement élevée lorsqu'il y a une fuite d'eau.

On considère la situation suivante :

— Une salle de bain est équipée d'une vasque de forme cylindrique, comme l'illustre l'image ci-dessous ;
— Le robinet fuit à raison d'une goutte par seconde ;
— En moyenne, 20 gouttes d'eau correspondent à un millilitre (1 ml).

Caractéristiques de la vasque :

— Diamètre intérieur : 40 cm ;
— Hauteur intérieure : 15 cm ;
— Masse : 25 kg

Rappels :

$$\text{Volume du cylindre} = \pi \times \text{Rayon}^2 \times \text{Hauteur}$$

$$1\,\text{dm}^3 = 1\,\text{L}$$

1. En raison de la fuite, montrer qu'il tombe 86 400 gouttes dans la vasque en une journée complète.

2. Calculer, en litres, le volume d'eau qui tombe dans la vasque en une semaine en raison de la fuite.

3. Montrer que la vasque a un volume de 18,85 litres, arrondi au centilitre près.

4. L'évacuation de la vasque est fermée et le logement inoccupé pendant une semaine. L'eau va-t-elle déborder de la vasque ? Justifier la réponse.

5. À la fin du XIXe siècle, la consommation domestique d'eau par habitant en France était d'environ 17 litres par jour. Elle a fortement augmenté avec la généralisation de la distribution d'eau par le robinet dans les domiciles : elle est passée à 165 litres par jour et par habitant en 2004. En 2018, la consommation des Français baisse légèrement pour atteindre 148 litres d'eau par jour et par habitant.

Calculer le pourcentage de diminution de la consommation quotidienne d'eau par habitant entre 2004 et 2018. On arrondira ce pourcentage à l'unité.

Brevet — 2022 — France — Série générale

Correction

Exercice n° 1 — La famille au bord de la rivière

20 points

Pythagore — Géométrie de base — Vitesse

Un exercice assez facile et relativement peu original. On retrouve ce schéma dans le manuel Cycle 4 de Sesamath. Les questions sur les vitesses sont assez simples.

1. D'après la figure, on remarque que les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires à la droite (AB).
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

2. Les droites (CD) et (AB) sont sécantes en E, les droites (AC) et (BD) sont parallèles,
D 'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{EA}}{\text{EB}} = \frac{\text{EC}}{\text{ED}} = \frac{\text{AC}}{\text{BD}}$$

$$\frac{20 \text{ pas}}{5 \text{ pas}} = \frac{\text{EC}}{\text{ED}} = \frac{\text{AC}}{1 \text{ pas}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{AC} = \dfrac{1 \text{ pas} \times 20 \text{ pas}}{5 \text{ pas}}$ d'où $\text{AC} = 4$ pas

La largeur de la rivière mesure 4 pas.

3. Dans le triangle EAC rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{AE}^2 + \text{AC}^2 = \text{EC}^2$$

$$20^2 + 4^2 = \text{EC}^2$$

$$400 + 16 = \text{EC}^2$$

$$\text{EC}^2 = 416$$

$$\text{EC} = \sqrt{416}$$

$$\text{EC} \approx 20,40$$

CE mesure environ $20,40$ pas. Or 1 pas mesure 65 cm.
Comme $20,40 \times 65\,\text{cm} = 1326\,\text{cm} = 13{,}26\,\text{m}$.

CE mesure environ $13{,}3\,\text{m}$ au décimètre près.

4.a. Le bâton parcoure la distance CE en 5 s et $\text{CE} = 13{,}3\,\text{m}$.

On peut évidemment effectuer $\dfrac{13{,}3\,\text{m}}{5\,\text{s}} = 2{,}66\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.

On peut aussi utiliser le fait que le temps et la distance sont proportionnelles :

Distance	13,3 m	$\dfrac{1\,\text{s} \times 13{,}3\,\text{m}}{5\,\text{s}} = 2{,}66\,\text{m}$
Temps	5 s	1 s

La vitesse du bâton est de 2,66 m /s soit 2,66 m/s

4.b. On sait que 1 h=60 min=3600 s.
Comme 2,66 m s^{-1} correspond à 2,66 m en 1 s.
Or $3600 \times 2{,}66\,\text{m} = 9576\,\text{m} = 9{,}576\,\text{km}$.

C'est vrai, le bâton se déplace à la vitesse de 9,576 km h^{-1} ce qui est inférieur à 10 km h^{-1}

Exercice n° 2 — Un QCM à cinq questions *20 points*

Translation — Lecture d'antécédent — Fonctions — Médiane — Agrandissement

Un QCM assez classique qui mélange fonction, lecture graphique et agrandissement.

1. **Question n° 1** : Réponse A

2. On lit graphiquement que l'image de 1 est égale à 2 c'est à dire que 1 est un antécédent de 2 par la fonction g.

Question n° 2 : Réponse B

3. Calculons $f(2) = 3 \times 2^2 - 7 = 3 \times 4 - 7 = 21 - 7 = 14$.
Calculons $f(3) = 3 \times 3^2 - 7 = 3 \times 9 - 7 = 27 - 7 = 20$.
Enfin signalons que la présence du carré montre que cette fonction n'est pas affine !

Question n° 3 : Réponse B

4. Il faut classer les treize valeurs dans l'ordre croissant. Comme $13 = 6 + 1 + 6$, la médiane est la septième valeur.

3,41 m — 3,7 m — 4,01 m — 4,28 m — 4,3 m — 4,62 m — 4,91 m — 5,15 m — 5,25 m — 5,42 m — 5,82 m — 6,07 m — 6,11 m

Question n° 4 : Réponse B

5. On sait que **si les longueurs d'une figure sont multipliées par k alors les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3.**

Comme les triangles LAC et BUT sont semblables, le second est l'agrandissement du premier.
Le côté qui mesure 2,4 cm mesure dans l'agrandissement 7,2 cm.
Le coefficient d'agrandissement k est tel que $k \times 2{,}4\,\text{cm} = 7{,}2\,\text{cm}$, d'où $k = \dfrac{7{,}2\,\text{cm}}{2{,}4\,\text{cm}} = 3$.

Les longueurs sont multipliées par 3, on peut le vérifier, les aires sont donc multipliées par $3^2 = 9$.

Question n° 5 : Réponse C

Exercice n° 3 — Les cartes Pokémon *20 points*

Un exercice d'arithmétiques qui mélange nombres entiers et probabilités.

1.a.

252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$\boxed{252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 7}$

On pouvait aussi tenter d'éliminer les mauvaises propositions :
Dans la proposition 1, le nombre 9 n'est pas premier.
Dans la proposition 2, le nombre 21 n'est pas premier.

$\boxed{\text{Proposition n° 3}}$

1.b.

156	2
78	2
39	3
13	13
1	

$\boxed{156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13 = 2^2 \times 3 \times 13}$

2.a. $252 \div 36 = 7$ donc $252 = 7 \times 36$

$156 \div 36 \approx 4,33$ car $156 = 36 \times 4 + 12$.

$\boxed{\text{Comme 156 n'est pas divisible par 36, elle ne peut pas faire 36 paquets identiques !}}$

2.b. Il faut chercher le plus grand diviseur commun aux deux nombres 156 et 252.
En observant les facteurs premiers des deux décompositions, on constate que ce plus grand diviseur doit contenir les facteurs 2, 2 et 3.
Le plus grand nombre ayant ces trois facteurs sont 2ă $\times 2 \times 3 = 12$.

$\boxed{\text{Il peut réaliser au maximum 12 paquets.}}$

2.c. Comme $252 = 12 \times 21$ et $156 = 12 \times 13$.

$\boxed{\text{Il faut placer 21 cartes « feu »et 13 cartes « terre ».}}$

3. Comme les cartes sont indiscernables au toucher, nous sommes dans **une situation d'équiprobabilité** où chaque les issues sont équiprobables.

Il y a $252 + 156 = 408$ cartes en tout dont 156 « terre ».

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{156}{408} = \frac{12 \times 13}{12 \times 34} = \frac{13}{34} \approx 0,38 \text{ soit environ 38 \% ou 13 chances sur 34.}}$

Exercice n° 4 — Calculer l'aire avec Scratch

20 points

Calcul littéral — Aire — Scratch

Un exercice de calcul littéral qui peut poser des difficultés. L'équation finale est difficile.

1. Un carré de côté x a une aire de $x \times x = x^2$.

L'aire du carré de côté x mesure x^2.

2. L'aire du rectangle se calcule avec l'expression $(x-3)(x+7$.
Développons :
$(x-3)(x+7) = x^2 + 7x - 3x - 21 = x^2 + 4x - 21$.

L'aire du rectangle correspond bien à $x^2 + 4x - 21$.

3. Ligne 5 : 4 — Ligne 6 : -21 — Ligne 7 : R.

4. En remplaçant x par le nombre 8 on obtient : $8^2 + 4 \times 8 - 21 = 64 + 32 - 21 = 75$

En saisissant le nombre 8, le programme renvoie « L'aire du rectangle est 75 ».

5. Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - 21 &= x^2 \\ x^2 + 4x - 21 - x^2 &= x^2 - x^2 \\ 4x - 21 &= 0 \\ 4x - 21 + 21 &= 0 + 21 \\ 4x &= 21 \\ x &= \frac{21}{4} \\ x &= 5,25 \end{aligned}$$

On peut vérifier : $5,25^2 = 27,5625$ et $5,25^2 + 4 \times 5,25 - 21 = 27,5625 - 21 + 21 = 27,5625$.

En choisissant le nombre $x = 5,25$, le rectangle et le carré ont la même aire.

Exercice n° 5 — La consommation d'eau

20 points

Volume — Tâche complexe

1. Le robinet fuit au débit de une goutte par seconde.
On sait que une journée est constituée de 24 h, que 1 h=60 min et que 1 min=60 s.
Dans une journée il y a donc : $24 \times 60 \times 60\,\text{s} = 86\,400\,\text{s}$.

Il tombe bien 86 400 gouttes en une journée.

2. On sait que 20 gouttes correspondent à 1 mL.
Comme $86\,400 \div 20 = 4\,320$, en une journée le volume d'eau perdu mesure $4320\,\text{mL} = 4{,}32\,\text{L}$.
En une semaine, soit 7 jours, il coule $7 \times 4{,}32\,\text{L} = 30{,}24\,\text{L}$.

En une semaine, il s'écoule 30,24 L.

3. La vasque est un cylindre de rayon $40\,\text{cm} \div 2 = 20\,\text{cm}$ et de hauteur 15 cm.

Pour calculer le volume, on utilise la formule : Volume du cylindre $= \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$

Volume $= \pi(20\,\text{cm})^2 \times 15\,\text{cm} = 6000\pi\ \text{cm}^2 \approx 18\,850\,\text{cm}^3$
Comme $1\,\text{dm}^3 = 1000\,\text{cm}^3$, Volume $\approx 18{,}85\,\text{L}$.

Le volume de la vasque a un volume de 18,85 L au centilitre près.

4. On a vu à la question **3.** que le volume d'eau perdu en une semaine correspond à un volume de 30,24 L.
La vasque a un volume inférieur de 18,85 L.

L'eau va déborder de la vasque !

5. En 2004, la consommation quotidienne est de 165 L. En 2018 elle est de 148 L.
On peut raisonner de deux façons :

Comme $165\,\text{L} - 148\,\text{L} = 17\,\text{L}$ on peut calculer $\dfrac{17\,\text{L}}{165\,\text{L}} \approx 0,103$ soit $10,3$ %.

On peut aussi chercher le coefficient k de réduction :
On sait que $165\,\text{L} \times k = 148\,\text{L}$ soit $k = \dfrac{148\,\text{L}}{165\,\text{L}} \approx 0,897$.
De plus $0,897 = 1 - 0,103 = 1 - \dfrac{10,3}{100}$.

Le pourcentage de diminution entre 2004 et 2018 est d'environ 10 %.

Diplôme national du brevet
Session 2022

Mathématiques

Série générale

Polynésie Septembre

5 septembre 2022

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 5 pages numérotées de la page 1 sur 5 à la page 5 sur 5.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	22 points
Exercice n° 2	22 points
Exercice n° 3	17 points
Exercice n° 4	20 points
Exercice n° 5	19 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Six questions indépendantes *22 points*

Cet exercice est constitué de six questions indépendantes.

1. Calculer $\frac{5}{6}+\frac{7}{8}$ et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
On détaillera les calculs.

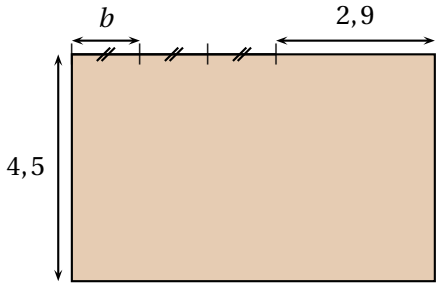
2.a. Donner, sans justifier, la décomposition en facteurs premiers de 198 et de 84.

2.b. En déduire la forme irréductible de la fraction $\frac{198}{84}$.

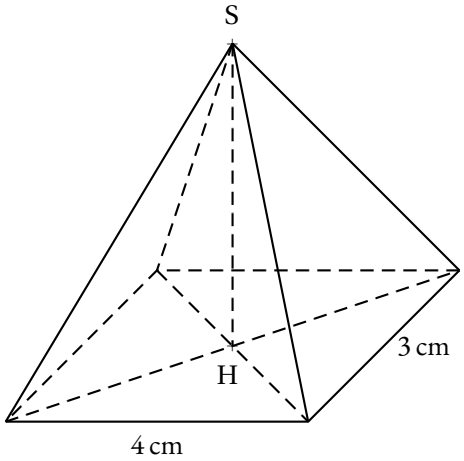
3. On donne l'expression littérale suivante : $E = 5(3x-4)-(2x-7)$. Développer et réduire E.

4. On désigne par b un nombre positif.

Déterminer la valeur de b telle que le périmètre du rectangle ci-contre soit égal à 25.



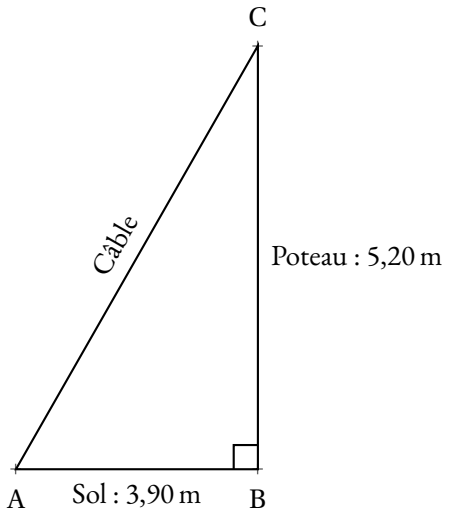
5. Calculer le volume de la pyramide à base rectangulaire de hauteur SH = 6 cm ci-contre.



6. Le nombre d'habitants d'une ville a augmenté de 12 % entre 2019 et 2020.
Cette ville compte 20 692 habitants en 2020.
Quel était le nombre d'habitants de cette ville en 2019 ?

Exercice n° 2 — Les deux araignées *22 points*

Un poteau électrique vertical [BC] de 5,2 m de haut est retenu par un câble métallique [AC] comme montré sur le schéma qui n'est pas en vraie grandeur.



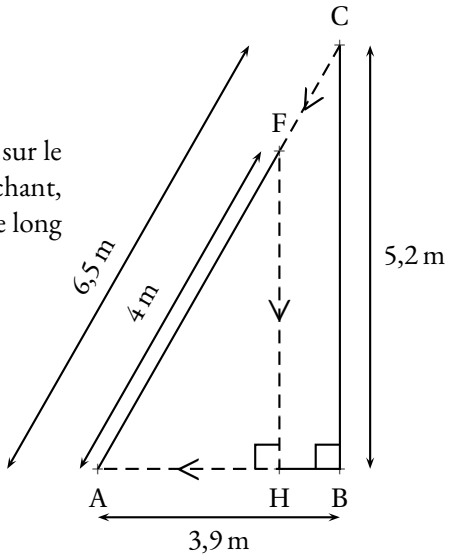
1. Montrer que la longueur du câble [AC] est égale à 6,5 m.

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ au degré près.

Deux araignées se trouvant au sommet du poteau (point C) décident de rejoindre le bas du câble (point A) par deux chemins différents.

3. La première araignée se déplace le long du câble [AC] à une vitesse de 0,2 m/s.
Vérifier qu'il lui faut 32,5 s pour atteindre le bas du câble.

4. La deuxième araignée décide de parcourir le chemin CFHA indiqué en pointillés sur le schéma (qui n'est pas en vraie grandeur) : elle suit le morceau de câble [CF] en marchant, puis descend verticalement le long de [FH] grâce à son fil et enfin marche sur le sol le long de [HA].



Calculer les longueurs FH et HA.

5. La deuxième araignée marche à une vitesse de 0,2 m/s le long des segments [CF] et [HA] et descend le long du segment [FH] à une vitesse de 0,8 m/s.

Laquelle des deux araignées met le moins de temps à arriver en A ?

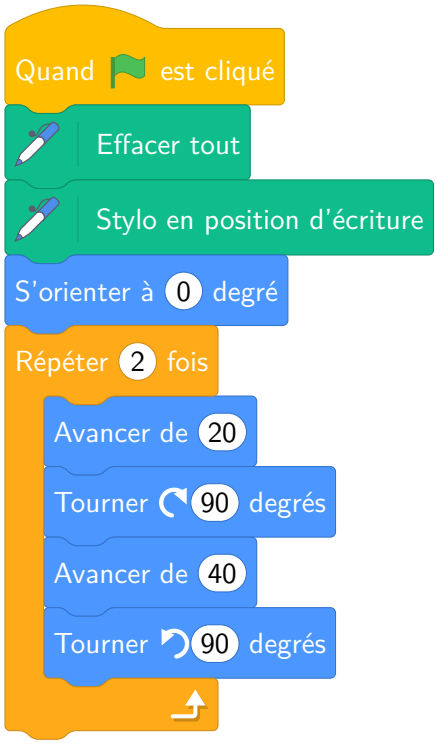
Exercice n° 3 — Dessiner avec Scratch *17 points*

On utilise un logiciel de programmation.

On rappelle que le bloc S'orienter à 0 degré signifie qu'on oriente le stylo vers le haut.

On considère les deux scripts suivants :

Script n° 1

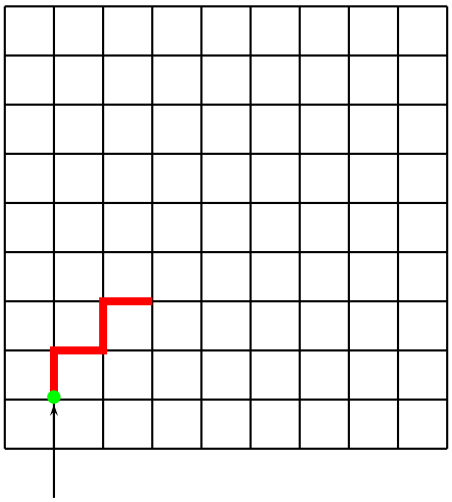


Script n° 2

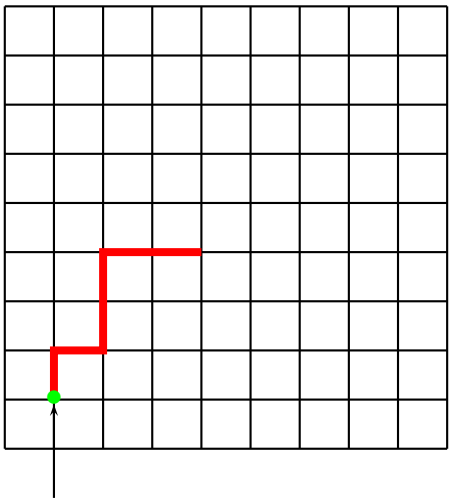
1. On exécute le **Script 1** ci-dessus.
Représenter le chemin parcouru par le stylo sur l'ANNEXE à rendre avec la copie.

2. Quel dessin parmi les trois ci-dessous correspond au **Script 2** ?
On expliquera pourquoi les deux autres dessins ne correspondent pas au **Script 2**.
Chaque côté de carreau mesure 20 pixels.

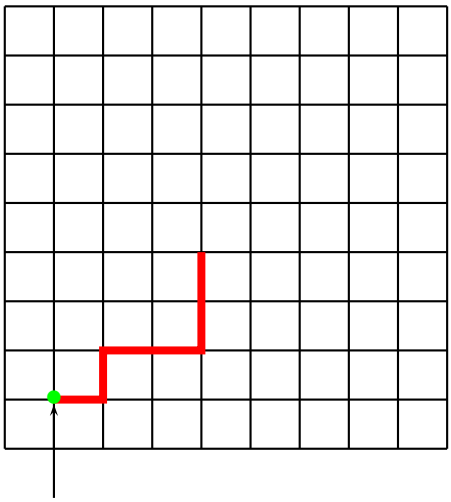
Dessin n° 1



Dessin n° 2

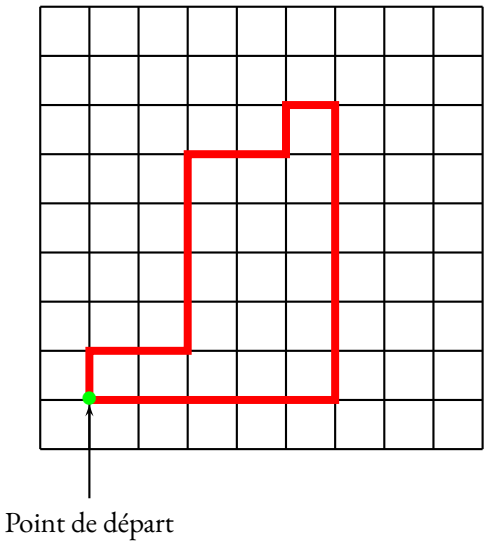


Dessin n° 3



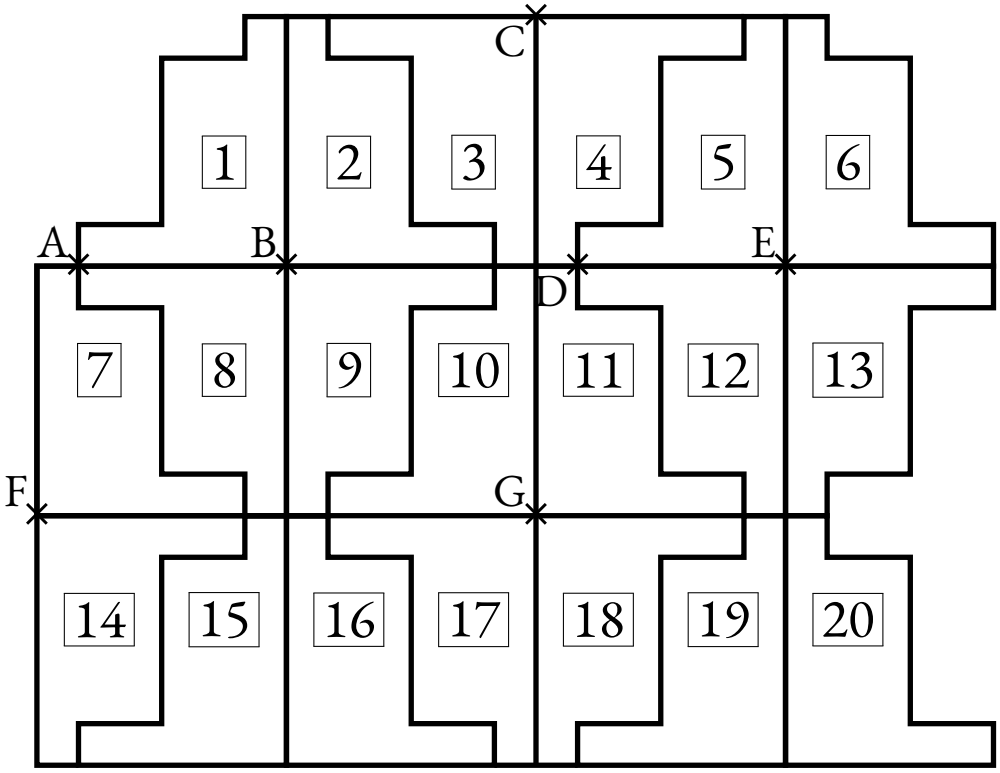
3. On souhaite maintenant obtenir le motif représenté sur le dessin 4 :

Dessin n° 4



Compléter sans justifier les trois cases du **Script n° 3** donné en **ANNEXE** à rendre avec la copie, permettant d'obtenir le **Dessin n° 4**.

1. À partir du motif représenté sur le **Dessin n° 4**, on peut obtenir le pavage ci-dessous :



Répondre aux questions suivantes sur votre copie en indiquant le numéro du motif qui convient (on ne demande pas de justifier la réponse) :

4.a. Quelle est l'image du **Motif n° 1** par la translation qui transforme le point B en E ?

4.b. Quelle est l'image du **Motif n° 1** par la symétrie de centre B ?

4.c. Quelle est l'image du **Motif n° 16** par la symétrie de centre G ?

4.d. Quelle est l'image du **Motif n° 2** par la symétrie d'axe (CG) ?

Exercice n° 4 — Trois fonctions

20 points

1. Voici un tableau de valeurs d'une fonction f :

x	-2	-1	0	1	3	4	5
$f(x)$	5	3	1	-1	-5	-7	-9

1.a. Quelle est l'image de 3 par la fonction f ?

1.b. Donner un nombre qui a pour image 5 par la fonction f.

1.c. Donner un antécédent de 1 par la fonction f.

2. On considère le programme de calcul suivant :

— Choisir un nombre — Ajouter 1 — Calculer le carré du résultat

2.a. Quel résultat obtient-on en choisissant 1 comme nombre de départ ?
Et en choisissant -2 comme nombre de départ ?

2.b. On note x le nombre choisi au départ et on appelle g la fonction qui à x fait correspondre le résultat obtenu avec le programme de calcul.
Exprimer $g(x)$ en fonction de x.

3. La fonction h est définie par $h(x) = 2x^2 - 3$

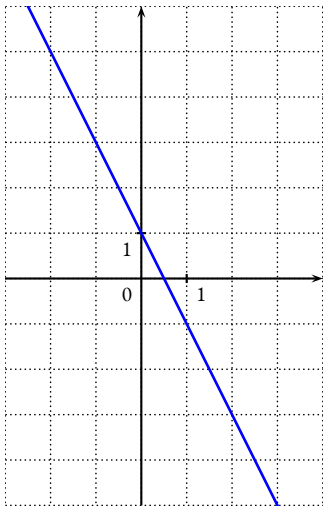
3.a. Quelle est l'image de 3 par la fonction h ?

3.b. Quelle est l'image de -4 par la fonction h ?

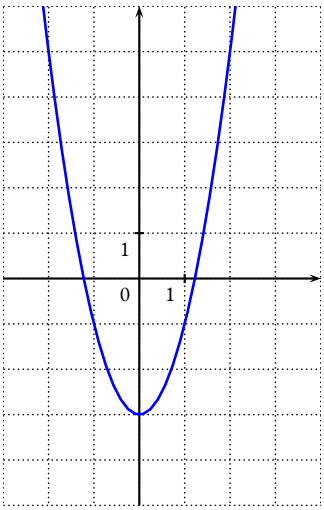
3.c. Donner un antécédent de 5 par la fonction h. En existe-t-il un autre ?

4. On donne les trois représentations graphiques suivantes qui correspondent chacune à une des fonctions f, g et h citées dans les questions précédentes.
Associer à chaque courbe la fonction qui lui correspond, en expliquant la réponse.

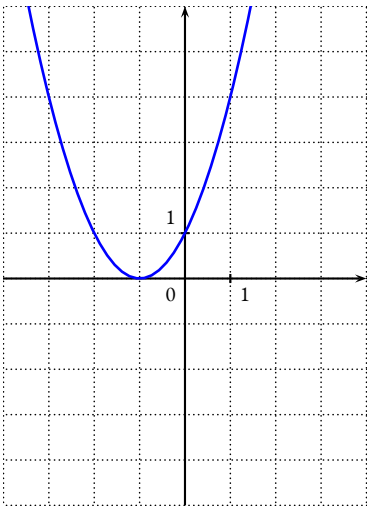
Représentation n° 1



Représentation n° 2



Représentation n° 3



Exercice n° 5 — L'urne et les boules de couleurs *19 points*

Une urne contient 20 boules rouges, 10 boules vertes, 5 boules bleues et 1 boule noire.
Un jeu consiste à tirer une boule au hasard dans l'urne.

- Lorsqu'un joueur tire une boule noire, il gagne 10 points.
- Lorsqu'il tire une boule bleue, il gagne 5 points.
- Lorsqu'il tire une boule verte, il gagne 2 points.
- Lorsqu'il tire une boule rouge, il gagne 1 point.

1. Un joueur tire au hasard une boule dans l'urne.

1.a. Quelle est la probabilité qu'il gagne 10 points ?

1.b. Quelle est la probabilité qu'il gagne plus de 3 points ?

1.c. A-t-il plus de chance de gagner 2 points ou de gagner 5 points ?

2. Le tableau ci-contre récapitule les scores obtenus par 15 joueurs :

Joueur	Score
JOUEUR A	2 points
JOUEUR B	1 point
JOUEUR C	1 point
JOUEUR D	5 points
JOUEUR E	10 points
JOUEUR F	2 points
JOUEUR G	2 points
JOUEUR H	5 points
JOUEUR I	1 point
JOUEUR J	2 points
JOUEUR K	5 points
JOUEUR L	10 points
JOUEUR M	1 point
JOUEUR N	1 point
JOUEUR O	2 points

2.a. Quelle est la moyenne des scores obtenus par ces joueurs ?

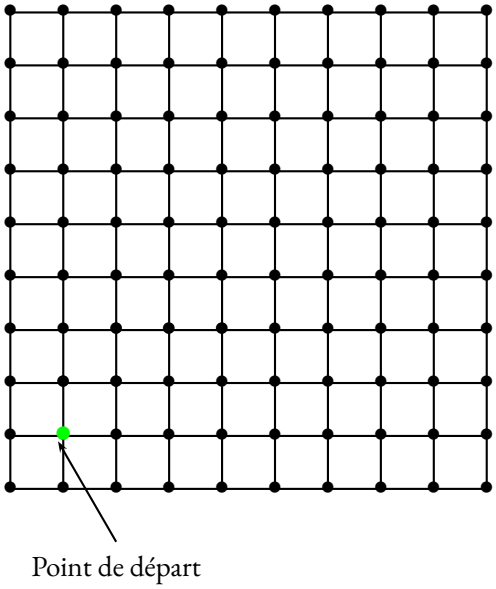
2.b. Quelle est la médiane des scores ?

2.c. Déterminer la fréquence du score 10 points.

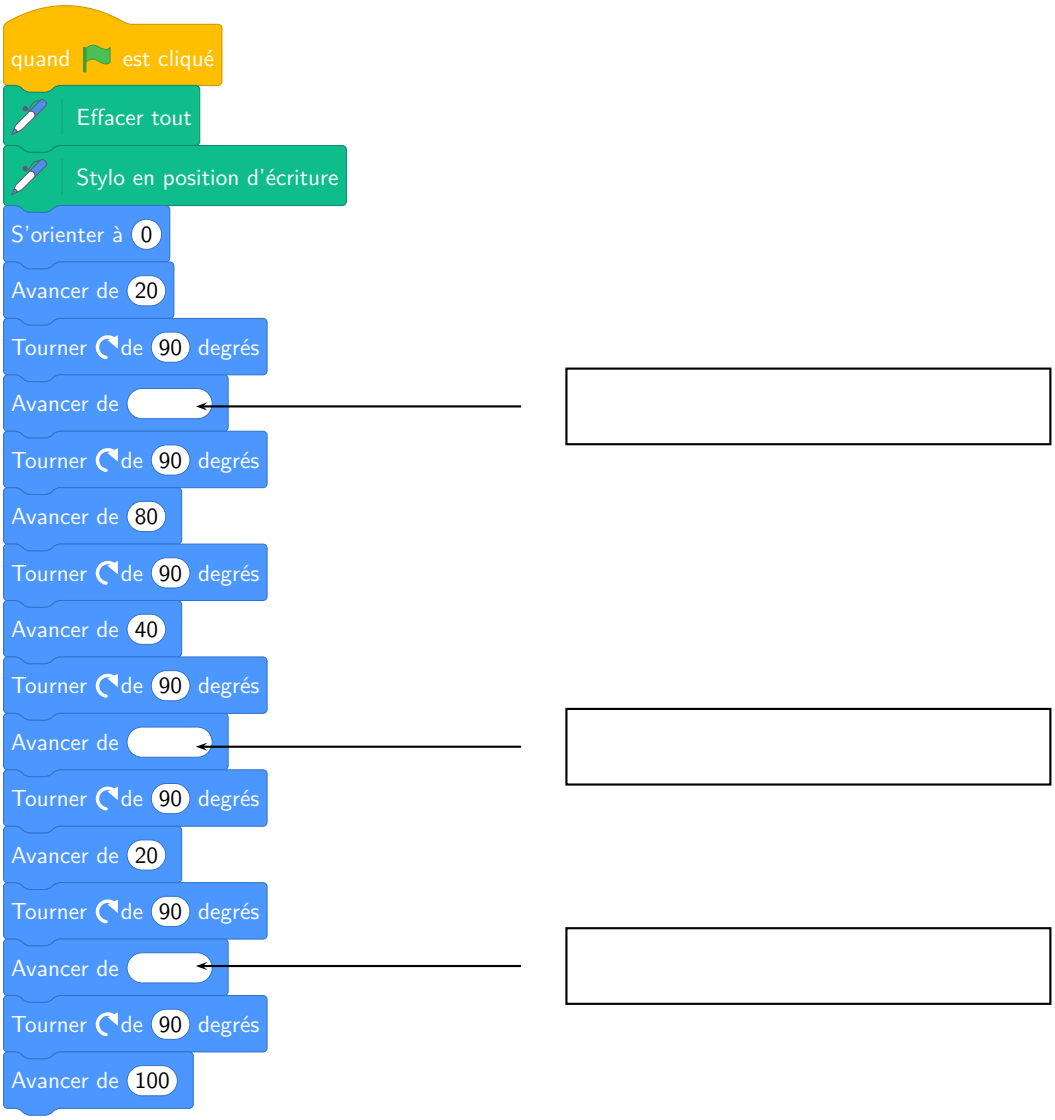
3. Mille joueurs ont participé au jeu. Peut-on estimer le nombre de joueurs ayant obtenu le score de 10 points ?
La réponse, affirmative ou négative, devra être argumentée.

ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice 3 — Question 1



Exercice 3 — Question 3



Brevet — 2022 — Polynésie Septembre — Série générale

Correction

Un sujet très utile pour la préparation du brevet. Nous l'avons utilisé comme brevet blanc dans mon établissement. Les exercices sont variés. Les questions finales en probabilités sont très interessantes. Les fonctions sont abordées sous de nombreux aspects. Un très beau sujet.

Exercice n° 1 — Six questions indépendantes *22 points*

Fractions — Arithmétique — Calcul littéral — Équation — Pyramide — Pourcentage

Six questions indépendantes assez variées.

1. $A = \frac{5}{6} + \frac{7}{8}$

$A = \frac{5 \times 8}{6 \times 8} + \frac{7 \times 6}{8 \times 6}$

$A = \frac{40}{48} + \frac{42}{48}$

$A = \frac{82}{48}$

$A = \frac{2 \times 41}{2 \times 24}$

$A = \frac{41}{24}$

$\boxed{A = \frac{41}{24}}$

On pouvait aussi choisir immédiatement le dénominateur commun 24 :

$A = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} + \frac{7 \times 3}{8 \times 3}$

$A = \frac{20}{24} + \frac{21}{24}$

Pour obtenir le même résultat !

2.a.

198	2
99	3
33	3
11	11
1	

$\boxed{198 = 2 \times 3 \times 3 \times 11}$

84	2
42	2
21	3
7	7
1	

$\boxed{84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7}$

2.b. $\frac{198}{84} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 11}{2 \times 2 \times 3 \times 7} = \boxed{\frac{33}{14}}$

3. $E = 5(3x - 4) - (2x - 7)$

$E = 15x - 20 - 2x + 7$

$\boxed{E = 13x - 13}$

4. La longueur du rectangle mesure $b + b + b + 2,9 = 3b + 2,9$, sa largeur $4,5$.

On peut exprimer son périmètre ainsi : $P = 3b + 2,9 + 4,5 + 3b + 2,9 + 4,5$ ou encore $P = 2 \times (3b + 2,9 + 4,5)$.

Dans les deux cas on arrive à : $P = 6b + 14,8$.

Il reste à résoudre l'équation en b suivante :

$$\begin{aligned} 6b + 14,8 &= 25 \\ 6b + 14,8 - 14,8 &= 25 - 14,8 \\ 6b &= 10,2 \\ b &= \frac{10,2}{6} \\ b &= 1,7 \end{aligned}$$

$\boxed{b = 1,7}$

5. On sait que le volume d'une pyramide se calcule par la formule suivante :

$$\text{Volume de la pyramide} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

La base de cette pyramide est un rectangle de longueur 4 et de largeur 3. Son aire est de $4\,\text{cm} \times \acute{f}3\,\text{cm} = 12\,\text{cm}^2$.

$\boxed{\text{Son volume est V} = \frac{12\,\text{cm}^2 \times 6\,\text{cm}}{3} = \frac{72\,\text{cm}^3}{3} = 24\,\text{cm}^3.}$

6. On peut utiliser deux méthodes :

La proportionnalité

2019	100	$\frac{100 \times 20\,692}{112} = 18\,475$
2020	112	20 692

Le coefficient multiplicateur

Augmenter une grandeur de 12 % revient à multiplier par $1 + \frac{12}{100} = 1 + 0,12 = 1,12$.
On cherche le nombre x verifiant :

$$\begin{aligned} 1,12x &= 20\,692 \\ x &= \frac{20\,692}{1,12} \\ x &= 18\,475 \end{aligned}$$

$\boxed{\text{En 2019, il y a 18 475 habitants dans cette ville.}}$

Exercice n° 2 — Les deux araignées *22 points*

Pythagore — Thalès — Trigonométrie — Vitesse

Un joli mélange entre les grands classiques de géométrie et un calcul de vitesse. Très utile pour réviser.

1. Comme le sol est supposé horizontal et le poteau vertical, le triangle ABC est rectangle en B comme codé sur la figure.
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$

$$3,9^2 + 5,2^2 = AC^2$$

$$15,21 + 27,04 = AC^2$$

$$AC^2 = 42,25$$

$$AC = \sqrt{42,25}$$

$$AC = 6,5$$

Le cable mesure bien $6,5\ m$.

2. Dans le triangle ABC rectangle en B, on connaît [AB] le côté opposé à l'angle $\widehat{ACB}$ et [BC] son côté adjacent.

$\tan\widehat{ACB} = \dfrac{AB}{BC}$
$\tan\widehat{ACB} = \dfrac{3{,}9\,\text{m}}{5{,}2\,\text{m}}$
$\tan\widehat{ACB} = 0,75$

À la calculatrice on trouve que $\widehat{ACB} \approx 37°$ au degré près.

3. L'araignée se déplace à la vitesse de $0,2\ m/s$ ce qui signifie qu'elle parcoure $0,2\ m$ par seconde.
Comme $6,5\ m \div 0,2\ m = 32,5$,

L'araignée va mettre $32,5\ s$ pour atteindre le bas du cable.

4. L'araignée descend verticalement suivant [FH], ainsi les droites (FH) et (BC) sont perpendiculaires à la droite (AB) comme codé sur la figure.
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à la même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Les droites (FH) et (BC) sont parallèles.

Les droites (AC) et (AB) sont sécantes en A, les droites (FH) et (BC) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AH}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{HF}{BC}$$

$$\frac{AH}{3,9\ m} = \frac{4\ m}{6,5\ m} = \frac{HF}{5,2\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$AH = \dfrac{3,9\ m \times 4\ m}{6,5\ m}$ d'où $AH = \dfrac{15,6\ m^2}{6,5\ m}$ et $AH = 2,4\ m$
$HF = \dfrac{5,2\ m \times 4\ m}{6,5\ m}$ d'où $HF = \dfrac{20,8\ m^2}{6,5\ m}$ et $HF = 3,2\ m$

La longueur AH mesure $2,4\ m$ et la longueur HF mesure $3,2\ m$.

4. La longueur $CF = AC - AF = 6,5\ m - 4\ m = 2,5\ m$. $FH = 3,2\ m$ et $AH = 2,4\ m$.

- Temps pour parcourir [CF] : comme $2,5\ m \div 0,2 = 12,5$, l'araignée met $12,5\ s$ pour parcourir [CF] ;
- Temps pour parcourir [FH] : comme $3,2\ m \div 0,8 = 4$, l'araignée met $4\ s$ pour parcourir [FH] ;
- Temps pour parcourir [AH] : comme $2,4\ m \div 0,2 = 12$, l'araignée met $12\ s$ pour parcourir [AH].

La seconde araignée met donc $12,5\ s + 4\ s + 12\ s = 28,5\ s$ pour atteindre le point A.

La première araignée met $32,5\ s$ et la seconde $28,5\ s$. La seconde araignée arrive la première !

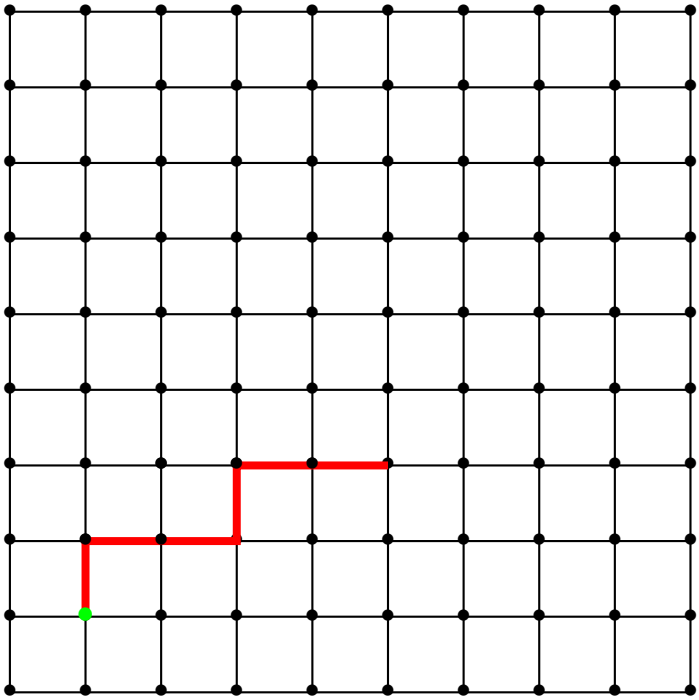
Exercice n° 3 — Dessiner avec Scratch

17 points

Scratch — Transformations

Un Scratch géométrique avec un travail interessant sur les transformations.

1.



2. On peut immédiatement éliminer le **Dessin 3**. En effet, on doit commencer par un segment vers le haut comme dans la question **1.**

La variable **Longueur** est augmenté de 20 pixels la seconde fois. On peut donc éliminer le **Dessin 1** puisque que les segments sont tous égaux.

Il s'agit du **Dessin 2**.

3.

4.a. L'image du **Motif n° 1** par la translation qui transforme B en E est le **Motif n° 5**.

4.b. L'image du **Motif n° 1** par la symétrie de centre B est le **Motif n° 9**.

4.c. L'image du **Motif n° 16** par la symétrie de centre G est le **Motif n° 12**.

4.d. L'image du **Motif n° 2** par la symétrie d'axe (CG) est le **Motif n° 5**.

Exercice n° 4 — Trois fonctions *20 points*

Programme de calcul — Fonctions — Représentation graphique

Un exercice très complet sur les fonctions. Les différents points de vue sont abordés. Formule, programme de calcul, tableau de valeurs et représentation graphique.

1. On lit directement les réponses dans le tableau sans autre justification.

1.a. L'image de 3 par la fonction f est -5.

1.b. Le nombre 2 a pour image 5 par la fonction f.

1.c. 0 est un antécédent de 1 par la fonction f.

2.a. En partant du nombre 1 on obtient successivement : $1 \text{ — } 1+1=2$ et $2^2=4$. En partant de 1 on obtient 4.

2.b. En partant du nombre -2 on obtient successivement : $-2 \text{ — } -2+1=-1$ et $(-1)^2=1$. En partant de -2 on obtient 1.

2.c. En notant x le nombre générique de départ, on obtient successivement : $x \text{ — } x+1$ et $(x+1)^2$. $g(x)=(x+1)^2$

3.a. Pour trouver l'image de 3 par la fonction h il faut calculer $h(3)$.
$h(3)=2\times 3^2-3=2\times 9-3=18-3=15$

L'image de 3 par la fonction h vaut 15.

3.b. $h(-4)=2\times(-4)^2-3=2\times 16-3=32-3=29$.

L'image de -4 par la fonction h vaut 29.

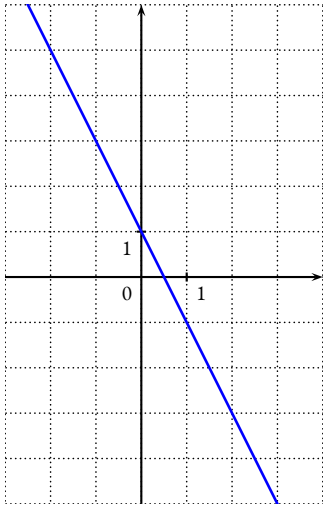
3.c. On constate facilement que $h(2)=2\times 2^2-3=2\times 4-3=8-3=5$.
2 est un antécédent de 5.
Pour vérifier s'il s'agit du seul, il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 2x^2-3&=5\\ 2x^2-3+3&=5+3\\ 2x^2&=8\\ x^2&=\frac{8}{2}\\ x^2&=4 \end{aligned}$$

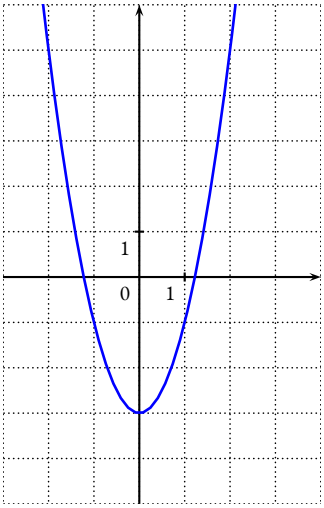
Comme $\sqrt{4}=2$, il y a deux solutions, deux antécédents, 2 et -2.

4.

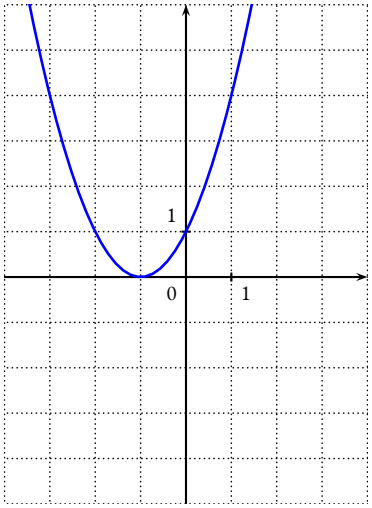
Représentation n° 1



Représentation n° 2



Représentation n° 3



Au sujet du premier graphique :
On constate que :

— le point de coordonnées $(0;1)$ est sur la courbe. L'image de 0 est donc 1 ;

— le point de coordonnées $(3;-5)$ est aussi sur la courbe. L'image de 3 est donc -5.

La **Représentation n° 1** correspond à la fonction f.

Au sujet du deuxième graphique :
On constate que :

— le point de coordonnées $(3;5)$ est sur la courbe. L'image de 3 est donc 5 ;

— le point de coordonnées $(0;-3)$ est aussi sur la courbe. L'image de 0 est donc -3.

Comme $h(0) = 2 \times 0^2 - 3 = -3$, La **Représentation n° 2** correspond à la fonction h.

Au sujet du troisième graphique :
On constate que :

— le point de coordonnées $(0;1)$ est sur la courbe. L'image de 0 est donc 1 ;

— le point de coordonnées $(1;4)$ est aussi sur la courbe. L'image de 1 est donc 4.

La **Représentation n° 3** correspond à la fonction g.

Exercice n° 5 — L'urne et les boules de couleurs

19 points

Probabilités — Expérience aléatoire à une épreuve

Une tâche complexe assez guidée.

Nous sommes ici dans une expérience aléatoire à une épreuve constituée de $20 + 10 + 5 + 1 = 36$ issues équiprobables.

1.a. Obtenir 10 points signifie, tirer une boule noire. Il y a une boule noire sur 36 boules possibles.

La probabilité cherchée est $\dfrac{1}{36} \approx 0,028 \approx 2,8\ \%$

1.b. Gagner plus de 3 points signifier gagner 5 points ou 10 points. C'est à dire tirer une boule bleue ou une boule noire.
Il y a 5 boules bleues et 1 boules noires soit 6 boules qui correspondent à cet événement.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 0,167 \approx 16,7\ \%.}$

1.c. Pour gagner 2 points, il faut tirer une boule verte. Il y a 10 boules vertes.
Pour gagner 5 points, il faut tirer une boule bleue. Il y a 5 boules bleues.

$\boxed{\text{Comme il y a plus de boules vertes que de boules bleues, il est plus probable d'obtenir 2 points que 5 points.}}$

2.a. $\dfrac{2+1+1+5+10+2+2+1+1+1+5+1+1+10+2+1}{15} = \dfrac{46}{16} = 2,875$

$\boxed{\text{La moyenne de cette série statistique est d'environ 2,875 point.}}$

2.b. Pour calculer la médiane de cette série, il faut classer les scores dans l'ordre croissant :

$$\underbrace{1 \leqslant 1 \leqslant 1 \leqslant 1 \leqslant 1 \leqslant 1 \leqslant 1 \leqslant 1}_{\text{Les huit scores les plus bas}} \underbrace{\leqslant 2 \leqslant 2 \leqslant 2 \leqslant 2 \leqslant 5 \leqslant 5 \leqslant 10 \leqslant 10}_{\text{Les huit scores les plus haut}}$$

Comme $16 = 8 + 8$, la médiane de cette série est une valeur comprise entre la huitième et la neuvième valeur. On peut par exemple prendre la moyenne.
Comme $\dfrac{1+2}{2} = 1,5$, $\boxed{\text{une médiane de cette série est } 1,5}$

2.c. Le score 10 points est présent 2 fois sur 16 joueurs.

$\boxed{\text{La fréquence du score 10 points est } \frac{2}{16} = 0,125 = 12,5\ \%.}$

3. On sait que la probabilité d'un événement correspond à une fréquence théorique obtenue après de très nombreux lancers (une infinité !).
Comme la probabilité d'obtenir 10 points vaut exactement $\dfrac{1}{36}$, pour 1 000 joueurs, le nombre de joueur ayant obtenu 10 points est proche de :

$1\,000 \times \dfrac{1}{36} = \dfrac{1\,000}{36} \approx 28.$

Comme $\dfrac{1}{36} \approx 2,8\ \%$, c'est aussi $2,8\ \%$ de 1 000 soit environ 28 joueurs.

$\boxed{\text{On peut s'attendre à obtenir environ 28 joueurs ayant 10 points. C'est un résultat théorique !}}$

Diplôme national du brevet
Session 2022

Mathématiques

Série générale

France Septembre

16 septembre 2022

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	20 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	20 points
Exercice n° 5	20 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Un QCM à cinq questions *20 points*

	Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**
1. $\dfrac{5^7 \times 5^3}{5^2} =$	5^{13}	5^5	5^8
2. La fraction irréductible égale à $\dfrac{630}{882}$ est :	$\dfrac{5}{7}$	$\dfrac{35}{49}$	$\dfrac{315}{441}$
3. Une expression développée de $A = (x-2)(3x+7)$ est :	$3x^2+13x+14$	$3x^2+x+5$	$3x^2+x-14$
4. Les solutions de l'équation $(2x+1)(-x+3)=0$ sont :	2 et -3	$-\dfrac{1}{2}$ et 3	-1 et -3
5. Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : • 3 boules noires ; • 4 boules blanches ; • 2 boules rouges. Quelle est la probabilité de ne pas tirer une boule noire ?	$\dfrac{2}{9}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{6}{9}$

Exercice n° 2 — La location de véhicule *20 points*

Yanis vit en France métropolitaine. Il part cet été en Guadeloupe en vacances.
Il se renseigne quant aux locations de véhicules.
Une société de location de voitures à Pointe-à-Pitre propose les tarifs suivants pour un véhicule 5 places de taille moyenne, assurances non comprises :

— Tarif « Affaire » : $0,50$ € par kilomètre parcouru ;
— Tarif « Voyage court » : un forfait de 120 € puis 20 centimes d'euro par kilomètre parcouru ;
— Tarif « Voyage long » : un forfait de 230 € quel que soit le nombre de kilomètres effectués.

1. Yanis a préparé son plan de route et il fera 280 km. Il choisit le tarif « Affaire ». Combien va-t-il payer ?

2. S'il parcourt 450 km, quelle offre est la plus avantageuse financièrement ?

3. Dans la suite, x désigne le nombre de kilomètres parcourus en voiture.

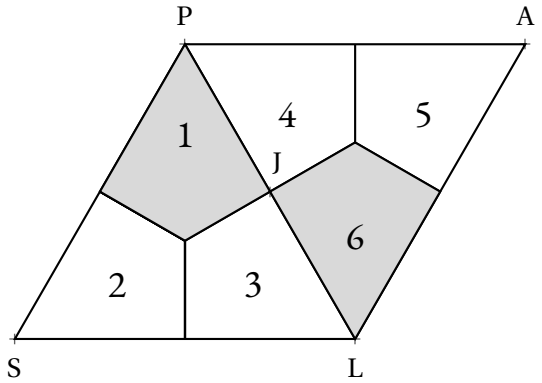
On considère les trois fonctions l, m, n suivantes :
— $l(x) = 230$;
— $m(x) = 0,5x$;
— $n(x) = 0,2x + 120$.

3.a. Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions au tarif correspondant.
3.b. Déterminer le nombre de kilomètres à parcourir pour que le tarif « Voyage court » soit égal au tarif « Affaire ».

4.a. Sur l'annexe jointe, tracer les courbes représentatives des fonctions l, m et n sur la feuille **Annexes**.
4.b. Déterminez graphiquement le nombre de kilomètres que devra atteindre Yanis pour que le tarif « Voyage long » soit le plus avantageux.
On laissera les traits de constructions apparents sur le graphique.

Exercice n° 3 — Un pavage de cerfs-volants *20 points*

La figure ci-dessous est un pavage constitué de cerfs-volants.
Les triangles SLP et PLA ainsi formés sont des triangles équilatéraux.



Partie A

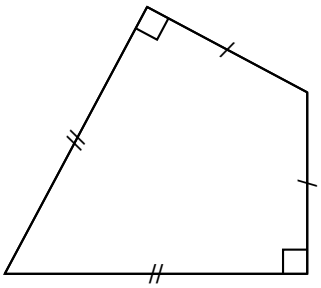
1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{PSL}$.

2. Quelle est l'image du **Cerf-volant 2** par la symétrie d'axe (PL) ?
On ne demande pas de justification.

3. Déterminer par quelle transformation du plan le **Cerf-volant 1** devient le **Cerf-volant 6** ?
On ne demande pas de justification.

Partie B

Dans cette partie, on se propose de construire le cerf-volant ci-dessous.
Essya, Nicolas et Tiago souhaitent construire cette figure à l'aide d'un logiciel de programmation.



Ils écrivent tous un programme « **Cerf-volant** » différent.

Programme d'Essya

Programme de Nicolas

Programme de Tyago

1. Tracer le programme **Cerf-Volant de Nicolas** , en prenant 1 cm pour 100 pas.
2. Un élève a écrit le script correct. Donner le nom de cet élève en justifiant la réponse.

Exercice n° 4 — Le péage du pont de l'île de Ré *20 points*

Voici le nombre de passages de véhicules au péage du pont de l'île de Ré au cours de l'année 2020, reporté dans une feuille de calcul :

	A	B
1	Mois	Nombre de passages
2	Janvier	210 320
3	Février	218 464
4	Mars	138 395
5	Avril	629 30
6	Mai	179 699
7	Juin	295 333
8	Juillet	389 250
9	Août	376 551
10	Septembre	313 552
11	Octobre	267 864
12	Novembre	142 152
13	Décembre	206 663
14	Total	2 801 172

1. Quelle formule a-t-on saisi dans la cellule B14 pour obtenir le nombre total de passages en 2020 ?

2. Calculer le nombre moyen de passages par mois.

3.= Donner l'étendue de la série.

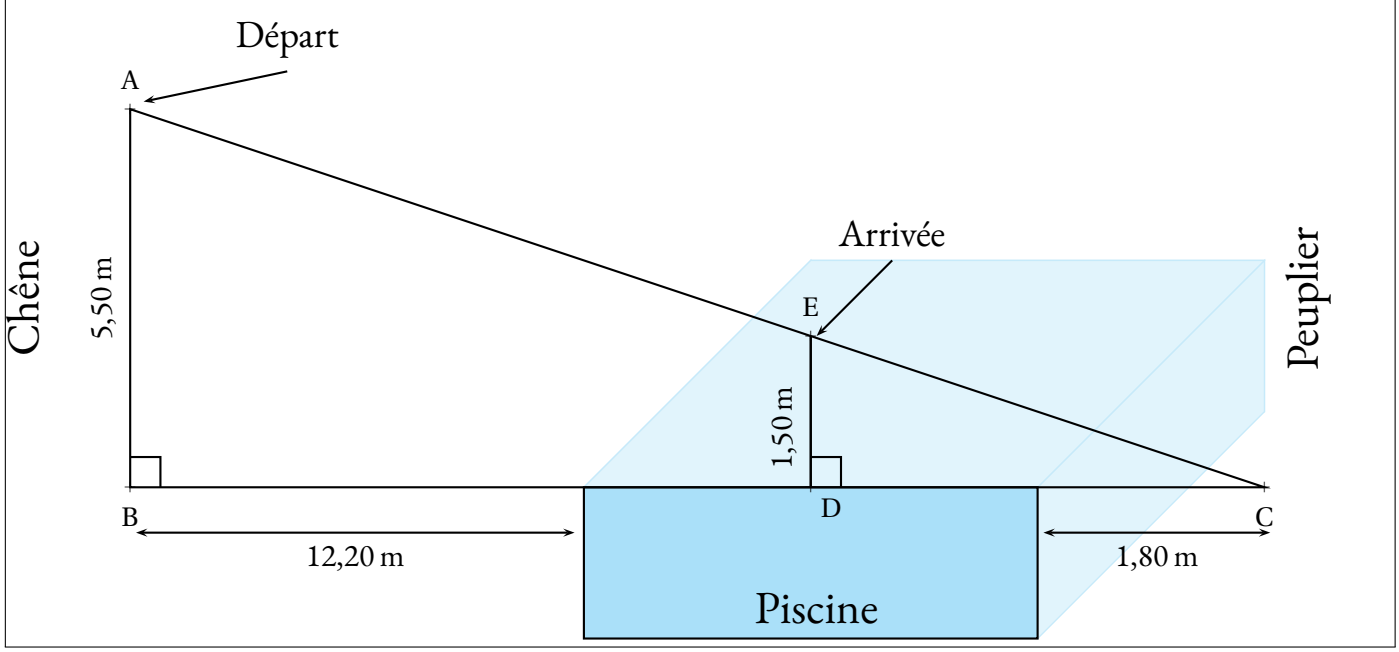
4. Afin d'étudier les effets du confinement de 2020, on souhaite comparer le nombre de passages de véhicules sur le pont de l'île de Ré du mois de mai 2020 avec celui du mois de mai 2021.
En mai 2021, 305 214 véhicules ont passé le péage du pont.
Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de passages de véhicules entre mai 2020 et mai 2021. Arrondir à l'unité.

5. Sachant que le pont a une longueur de 3000 m, quelle est la vitesse moyenne, exprimée en km/h, d'un cycliste qui le traverse en 10 minutes ?

Exercice n° 5 — La tyrolienne *20 points*

Lya passe la journée dans un parc aquatique.
Elle y trouve une cabane dans un chêne d'où part une tyrolienne qui mène au-dessus d'une piscine.
Le câble de la tyrolienne relie la cabane et le pied du peuplier situé juste derrière la piscine.

Document n° 1 : Schéma de la situation



Document n° 2 :
La réglementation exige que l'angle formé par le câble de la tyrolienne et l'horizontale ait une mesure inférieure à 30°.

Document n° 3 :
La piscine a la forme d'un parallélépipède rectangle de longueur 6 m, largeur 6 m et profondeur 1,60 m.

Document n° 4 :
Lorsque Lya est suspendue à la tyrolienne, corps et bras tendus, elle mesure exactement 1,50 m.

1. Vérifier par un calcul que BC = 20 m.

2. Le positionnement de la tyrolienne est-il conforme à la réglementation en vigueur ?

3. Déterminer la longueur AC, en mètres, de câble nécessaire. Arrondir à l'unité.

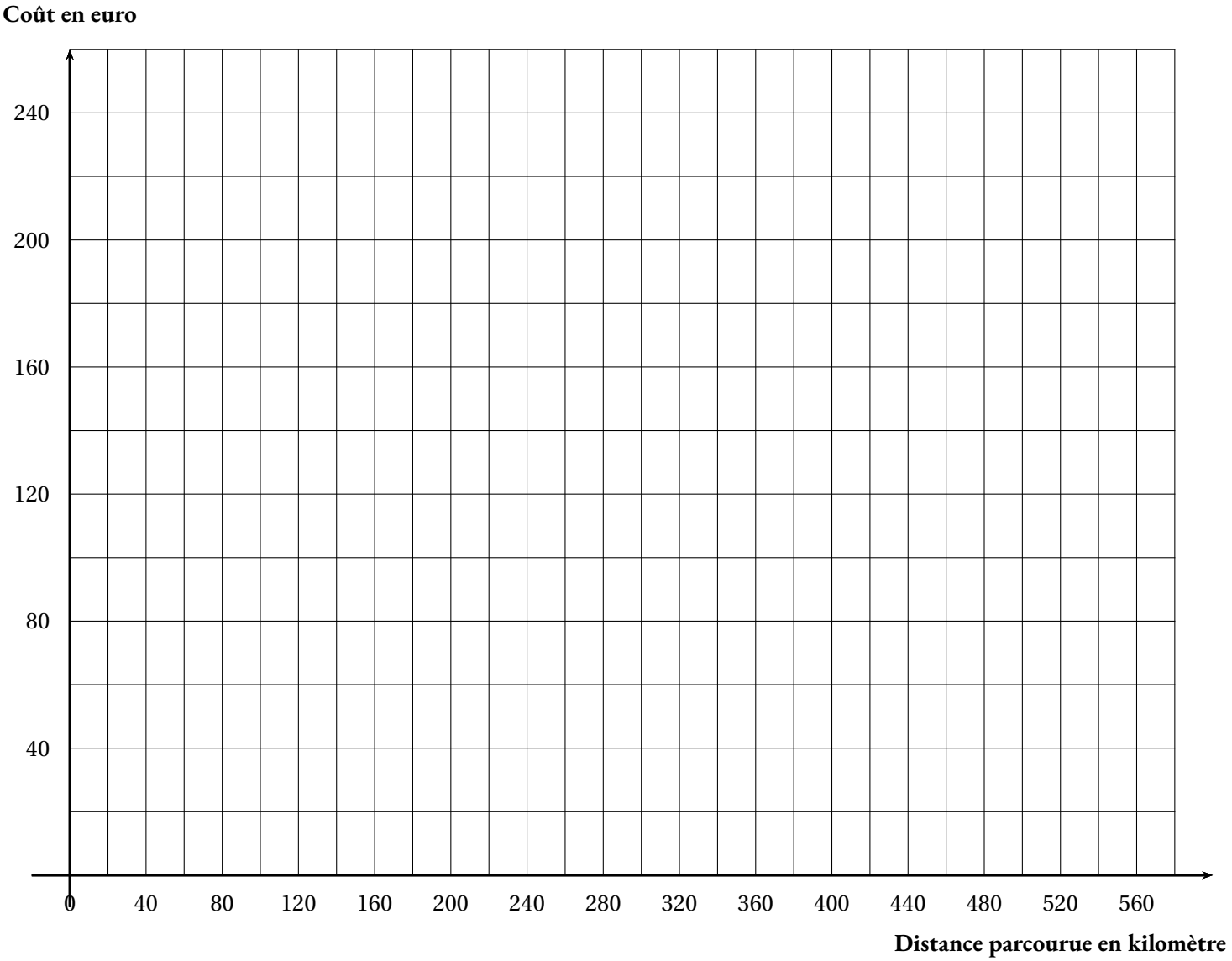
4. Lya est suspendue à la tyrolienne verticalement. À quelle distance DC du peuplier, en mètres, les pieds de Lya toucheront-ils l'eau de la piscine ? Arrondir au centième.

5. Calculer le volume de la piscine, en m^3 ?

Rappel : Le volume d'un parallélépipède rectangle est $V = Longueur \times largeur \times hauteur$.

ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice 2 — Question 4



Brevet — 2022 — France Septembre — Série générale

Correction

Un sujet très interessant pour préparer le brevet des collèges. Les exercices sont variés et exigeants. Ils demandent une bonne maîtrise des compétences de fin de troisième.

Exercice n° 1 — Un QCM à cinq questions *20 points*

Puissances — Fractions — Calcul littéral — Équation produit — Probabilités

Un QCM assez classique.

1. $\dfrac{5^7 \times 5^3}{5^2} = \dfrac{5\times5\times5\times5\times5\times5\times5\times5\times5\times5}{5\times5} = 5\times5\times5\times5\times5\times5\times5\times5 = 5^8$

1. — Réponse C

2. On peut décomposer les deux nombres en produit de facteurs premiers :

630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

882	2
441	3
147	3
49	7
7	7
1	

$630 = 2\times3\times3\times5\times7$

$882 = 2\times3\times3\times7\times7$

Ainsi $\dfrac{630}{882} = \dfrac{2\times3\times3\times5\times7}{2\times3\times3\times7\times7} = \dfrac{5}{7}$

2. — Réponse A

3. $A = (x-2)(3x+7)$
$A = 3x^2 + 7x - 6x - 14$
$X = 3x^2 + x - 14$

3. — Réponse C

4.

$$(2x+1)(-x+3) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} 2x+1 &= 0 \\ 2x+1-1 &= 0-1 \\ 2x &= -1 \\ x &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -x+3 &= 0 \\ -x+3-3 &= 0-3 \\ -x &= -3 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $\boxed{-\dfrac{1}{2} \text{ et } 3}$

4. — Réponse B

5. Nous sommes face à une expérience aléatoire à une épreuve constituée de $3+4+2=9$ issues équiprobables.
Il y a 6 boules qui ne sont pas noires.
La probabilité cherchée est donc de $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}\approx 0,67\approx 67\ \%$.

5. — Réponse C

Exercice n° 2 — La location de véhicule

20 points

Fonctions — Fonctions linéaires — Fonctions affines

Il est rare qu'un exercice de niveau brevet demande le tracé de trois fonctions affines. C'est un bel outil de révision.

1. Avec le tarif « Affaire » , Yanis va payer $280\times 0,50$ € $=140$ €.

2. Pour une distance de 450 km :

- Avec le tarif « Affaire » : $450\times 0,50$ € $=225$ €;
- Avec le tarif « Voyage court » : 120 € $+450\times 0,20$ € $=120$ € $+90$ € $=210$ €;
- Avec le tarif « Voyage long » : 230 €.

Pour 450 km le tarif le plus avantageux est le tarif « Voyage court ».

3. Le tarif « Affaire »correspond à la fonction $m(x)=0,5x$.
Le tarif « Voyage court »correspond à la fonction $n(x)=0,2x+120$.
Le tarif « Voyage long »correspond à la fonction $l(x)=230$.

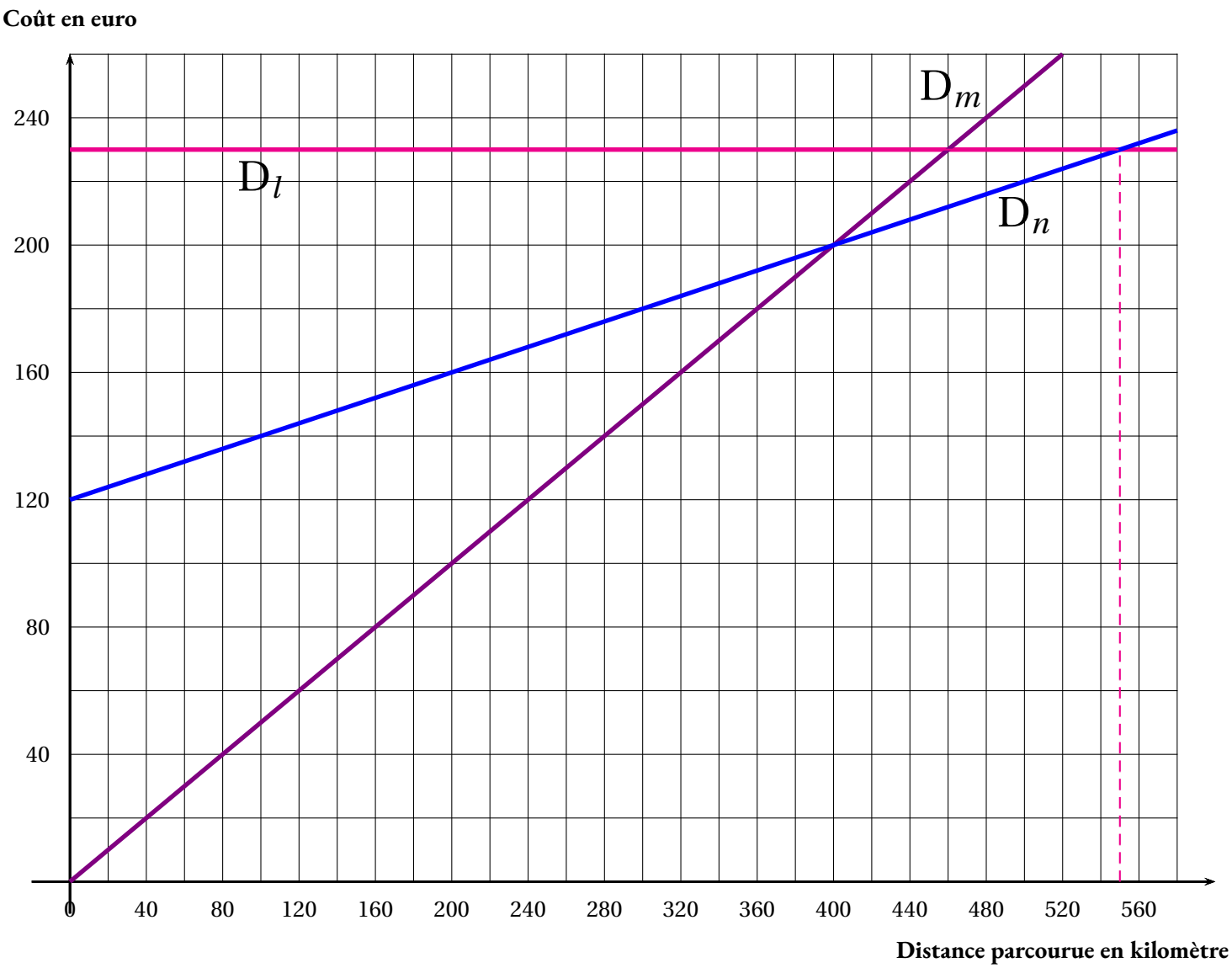
3.b. Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}
m(x)&=n(x)\\
0,5x&=0,2x+120\\
0,5x-0,2x&=0,2x+120-0,2x\\
0,3x&=120\\
x&=\frac{120}{0,3}\\
x&=400
\end{aligned}$$

Pour 400 km les tarifs « Affaire »et « Voyage court »sont égaux.

4.a. Les fonctions l, m et n sont des fonctions affines, plus précisément :

- l est affine de paramètres $a=0$ et $b=230$: elle est constante, sa représentation graphique est une droite horizontale passant par le point de coordonnées $(0;230)$;
- m est affine de paramètres $a=0,5$ et $b=0$, elle est linéaire, sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère. Comme $m(280)=140$, elle passe aussi par le point $(280;140)$;
- n est affine de paramètres $a=0,2$ et $b=120$, elle est affine, sa représentation graphique est une droite qui passe par le point de coordonnées $(0;120)$. Comme $m(450)=210$, elle passe aussi par le point $(450;210)$.



4.b. On lit sur le graphique que le tarif « Voyage long »devient rentable à partir d'environ 550 km.

On peut vérifier, même si cela n'est pas demandé, en résolvant l'équation :

$$\begin{aligned} n(x) &= l(x) \\ 0,2x + 120 &= 230 \\ 0,2x + 120 - 120 &= 230 - 120 \\ 0,2x &= 110 \\ x &= \frac{110}{0,2} \\ x &= 550 \end{aligned}$$

C'est bien le résultat que nous avons lu. D'ailleurs $n(550) = 0,2 \times 550 + 120 = 110 + 120 = 230$.

Exercice n° 3 — Un pavage de cerfs-volants

20 points

Symétrie — Angles — Scratch

Partie A

1. PSL est un triangle équilatéral, ainsi ses trois angles sont égaux. Comme la somme des angles dans un triangle vaut 180°.

L'angle $\widehat{PSL} = 180° \div 3 = 60°$

2. Par la symétrie axiale d'axe (PL) :

— le centre du triangle PSL est transformé en le centre du triangle PLA;

— le point du point S est transformé en le point A.

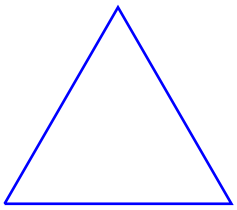
L'image du cerf-volant 2 est donc le cerf-volant 5.

3. Le cerf-volant 1 et le cerf-volant 6 ont un point commun, le point J qui est le milieu de [PL].
P et L sont symétriques par rapport au point J.
Les centres des triangles aussi.

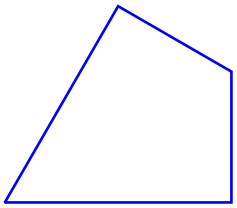
Le cerf-volant 1 et le cerf-volant 6 sont symétriques par la **symétrie centrale** de centre J.

Partie B

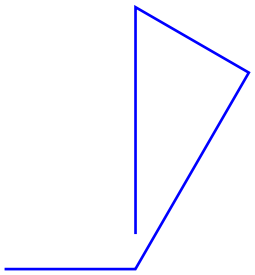
1. Voici la figure obtenue avec le programme de Nicolas.



2. Voici la figure obtenue avec le programme d'Essya.



Voici la figure obtenue avec le programme de Tyago.



Sans dessiner, on peut éliminer le script de Tyago car il alterne les longueurs 300 pas et 173 pas. Pour obtenir un cerf-volant il faut que deux longueurs identiques se suivent.

C'est Essya qui a produit le script correct.

Exercice n° 4 — Le péage du pont de l'île de Ré

20 points

Statistiques — Tableur — Vitesse

Un exercice assez simple qui mélange tableur, statistiques et vitesses.

1. Dans la cellule **B14** il a été saisi **=B2+B3+B4+B5+B6+B7+B8+B9+B10+B11+B12+B13** ou **=SOMME(B2:B13)**

2. On utilise la somme du nombre de passages, 2 801 172.

La moyenne du nombre de passage mensuel est $\dfrac{2\,801\,172}{12} = 233\,431$.

3. Le minimum de cette série est au mois d'avril avec 62 930 passages. Le maximum est au mois de juillet avec 389 250.

L'étendue de cette série est donc $389\,250 - 62\,930 = 326\,320$.

4. En mai 2020, 179 699 passages ont été comptés. En mai 2021, 305 214 passages.

On peut utiliser plusieurs méthodes :
Comme $305\,214 - 179\,699 = 125\,515$, $\dfrac{125\,515}{179\,699} \approx 0,70$ soit 70 % d'augmentation.

On peut aussi chercher le coefficient multiplicateur k vérifiant :

$$\begin{aligned} 179\,699k &= 305\,215 \\ k &= \frac{305\,125}{179\,699} \\ k &\approx 1,70 \end{aligned}$$

Comme $1,70 = 1 + 0,70 = 1 + \dfrac{70}{100}$, on arrive à nouveau à 70 % d'augmentation.

Le nombre de passages a augmenté d'environ 70 % entre 2020 et 2021.

5. On peut utiliser plusieurs méthodes :

On sait que quand la vitesse est constante, la distance et le temps sont des grandeurs proportionnelles.

Distance	3000 m	$\dfrac{60\,\text{min} \times 3000\,\text{m}}{10\,\text{min}} = 18\,000\,\text{m} = 18\,\text{km}$
Temps	10 min	1 h=60 min

On peut aussi utiliser la formule $v = \dfrac{d}{t}$.

$\dfrac{3000\,\text{m}}{10\,\text{min}} = 300\,\text{m/min}$ soit 300 m par minute. Comme 1 h=60 min, $60 \times 300\,\text{m} = 18\,000\,\text{m} = 18\,\text{km}$.

La vitesse du cycliste est de 18 km/h.

Exercice n° 5 — La tyrolienne

20 points

Tâche complexe — Trigonométrie — Pythagore — Volume

Une tâche complexe assez guidée.

1. La piscine est un pavé droit à base carrée. La longueur visible sur le croquis mesure 6 m.

$\boxed{BC = 12{,}20\,m + 6\,m + 1{,}80\,m = 20\,m.}$

2. Il faut vérifier la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.
Dans le triangle ABC rectangle en B, on connaît les mesures du côté adjacent, [BC] et du côté opposé, [BA], à l'angle $\widehat{ACB}$.

$\tan\widehat{ACB} = \dfrac{AB}{BC}$

$\tan\widehat{ACB} = \dfrac{5{,}50\,m}{20\,m} = 0,275$

À la calculatrice, $\widehat{ACB} \approx 15{,}38°$.

Comme $15{,}38° < 30°$, cette tyrolienne est conforme à la législation en vigueur. a

3. On peut utiliser le théorème de Pythagore ou la trigonométrie.

Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$
$$5,5^2 + 20^2 = AC^2$$
$$30,25 + 400 = AC^2$$
$$AC^2 = 430,25$$
$$AC = \sqrt{430,25}$$
$$AC \approx 20,74$$

Au mètre près, la longueur AC mesure environ 21 m.

On pouvait tenter de repasser par la trigonométrie en utilisant le cosinus ou le sinus de l'angle $\widehat{ACB}$. Cette méthode est moins recommandée car elle utilise la valeur approchée de l'angle au départ.
Dans le triangle ABC rectangle en B :

$$\cos 15{,}38° = \frac{20\,m}{AC}$$
$$AC \times \cos 15{,}38° = 20\,m$$
$$AC = \frac{20\,m}{\cos 15{,}38°}$$
$$AC \approx 20,74$$

$$\sin 15{,}38° = \frac{5{,}50\,m}{AC}$$
$$AC \times \sin 15{,}38° = 5{,}50\,m$$
$$AC = \frac{5{,}50\,m}{\sin 15{,}38°}$$
$$AC \approx 20,74$$

4. Comme Lya et le chêne sont supposés être verticaux, les droites (AB) et (DE) sont perpendiculaires à la droite (BC).
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles**, donc (AB)//(DE).

Les droites (BD) et (AE) sont sécantes en C, les droites (AB) et (DE) sont parallèles,
i 'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{CD}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{DE}{BA}$$

$$\frac{CD}{20\,m} = \frac{CE}{CA} = \frac{1{,}50\,m}{5{,}50\,m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$CD = \dfrac{20\,m \times 1{,}50\,m}{5{,}50\,m}$ d'où $CD = \dfrac{30\,m^2}{5{,}50\,m}$ et $CD \approx 5{,}45\,m$

Lya se trouvera alors à environ 5,45 m du peuplier.

5. Le volume de cette piscine mesure : $6\,m \times 6\,m \times 1{,}60\,m = 57{,}6\,m^3$ soit $57\,600\,dm^3 = 57\,600\,L$.

Diplôme national du brevet
Session 2022

Mathématiques

Série générale

Amérique du Sud

16 novembre 2022

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	25 points
Exercice n° 2	20 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	18 points
Exercice n° 5	17 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Six affirmations *25 points*

Voici six affirmations. Pour chacune d'entre elles, dire si elle est vraie ou fausse.
On rappelle que chaque réponse doit être justifiée

1. Deux urnes opaques contiennent des boules de couleur, indiscernables au toucher.

Voici la composition de chaque urne :

— Urne A : 20 boules dont 8 boules bleues

— Urne B : 11 boules bleues et 14 boules vertes

Affirmation n° 1 : on a plus de chance de tirer au hasard une boule bleue dans l'urne B que dans l'urne A.

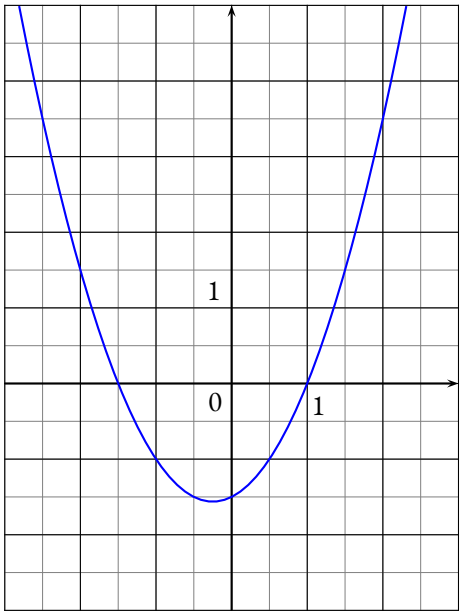
2. Voici une série statistique : 14 ; 12 ; 3 ; 14 ; 7 ; 11 ; 7 ; 12 ; 14.

Affirmation n° 2 : la médiane de cette série statistique est 11.

3. Lors d'une course à pied, un coureur a parcouru 36 km en 3 h 20.

Affirmation n° 3 : sa vitesse moyenne est de 11,25 km/h.

4. On considère deux fonctions f et g .
La fonction f est définie par : $f(x) = -4x - 5$.
Voici la représentation graphique de la fonction g :



Affirmation n° 4 : l'image de -1 par la fonction f est inférieure à l'image de -1 par la fonction g .

5. Affirmation n° 5 : pour tout nombre x, on a : $(x+5)^2 - 4 = (x+1)(x+9)$.

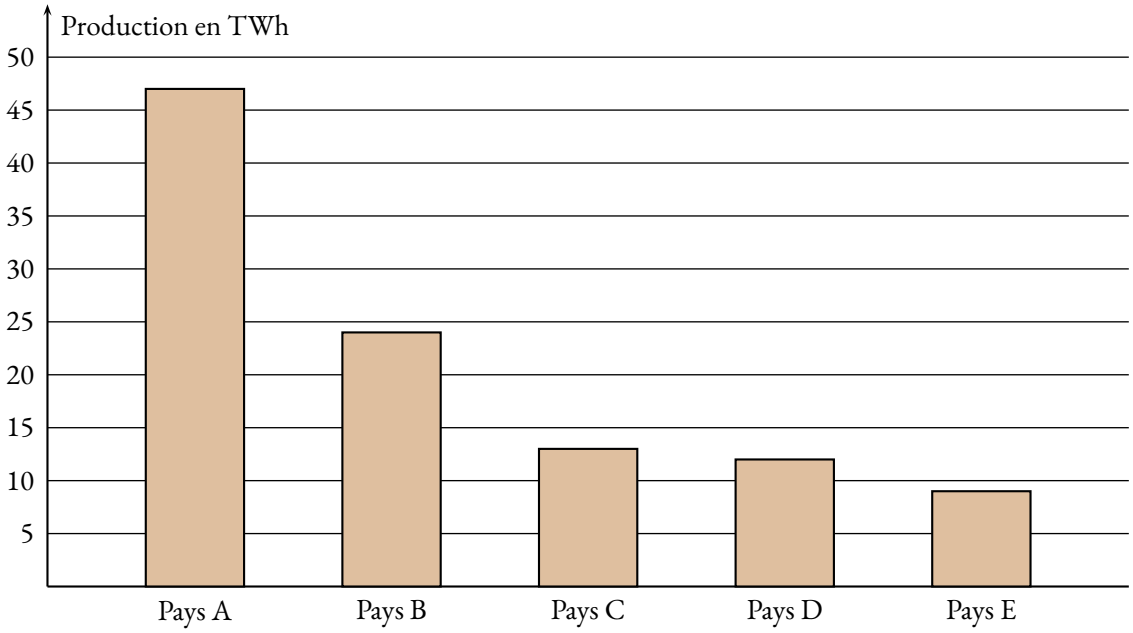
6. On considère un carré de longueur de côté 6 m

Affirmation n° 6 : les diagonales de ce carré mesurent $\sqrt{72}$ m.

Exercice n° 2 — Énergie solaire *20 points*

Le diagramme ci-dessous représente la production d'énergie solaire photovoltaïque en TWh (Térawattheure) des cinq plus gros producteurs dans l'Union européenne qui compte vingt-huit pays en 2019.

Production photovoltaïque des cinq plus gros producteurs dans l'Union européenne en 2019



1. Avec la précision permise par le graphique, donner approximativement la production photovoltaïque en TWh du pays E.

2. La production photovoltaïque totale des 28 pays de l'Union européenne en 2019 est de 131,8 TWh.

2.a. Montrer que les pays A et B totalisent à eux seuls environ 54 % de la production européenne.

2.b. La production photovoltaïque totale des 28 pays de l'Union européenne était de 122,3 TWh en 2018.
Quel est le pourcentage d'augmentation de la production photovoltaïque totale entre 2018 et 2019 ?
Arrondir le résultat au dixième.

3. On veut étudier dans le pays D l'évolution de la production électrique par type d'énergie de 2017 à 2019.
On utilise alors le tableur pour réaliser le tableau suivant.

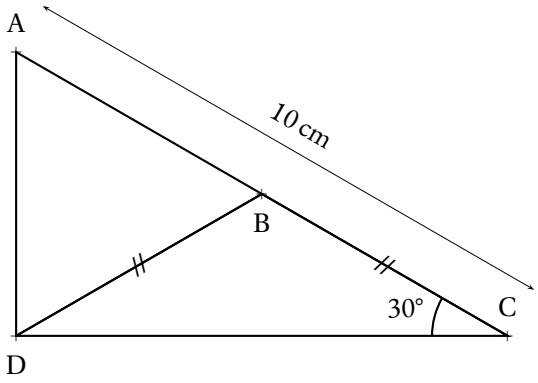
	A	B	C	D
1				
2	Type d'énergie	En 2017 en TWh	En 2018 en TWh	En 2019 en TWh
3	Nucléaire	379,1	393,2	379,5
4	Thermique (gaz, fioul, charbon)	53,9	39,4	42,6
5	Hydraulique	53,5	68,3	60
6	Éolien	24,1	27,8	34,1
7	Solaire	9,2	10,2	11,6
8	Bioénergies	9,5	9,7	9,9
9	Total	529,3	548,6	537,7

3.a. Citer les types d'énergie dont la production a augmenté chaque année de 2017 à 2019.

3.b. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule **B9** avant de l'étirer jusqu'à la cellule **D9** ?

Exercice n° 3 — Un pur exercice de géométrie *20 points*

Dans le triangle ADC rectangle en D, l'angle $\widehat{DCA}$ mesure 30°.
Le point B est le point du segment [AC] tel que les longueurs DB et CB sont égales.
La figure ci-contre n'est pas représentée en vraie grandeur



1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DBC}$.

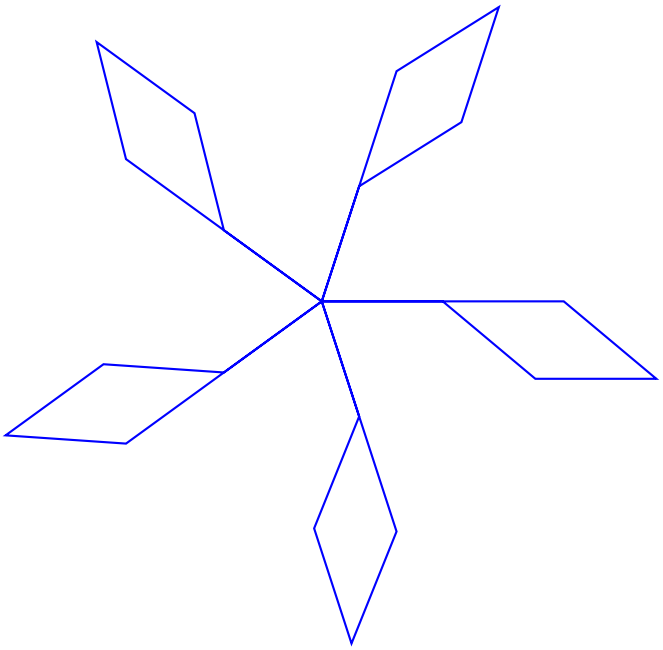
2. Montrer par le calcul que le segment [AD] mesure 5 cm.

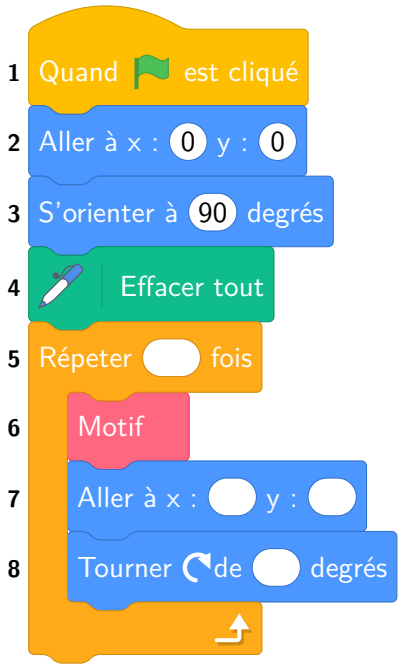
3. Calculer la longueur DC au millimètre près.

4. Déterminer la nature du triangle ABD

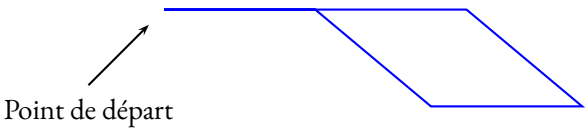
Exercice n° 4 — Scratch géométrique *18 points*

Dans cet exercice. aucune justification n'est attendue.
On souhaite réaliser le logo ci-dessous avec le logiciel Scratch à partir du script incomplet ci-dessous.





On rappelle que l'instruction S'orienter à 90 degrés consiste à orienter le lutin et le stylo horizontalement vers la droite. Le bloc Motif permet de réaliser la figure ci-dessous :



1. En mathématiques, comment appelle-t-on la transformation géométrique qui permet de passer d'un motif du logo au suivant ?

2. Ici, le stylo est orienté horizontalement vers la droite au départ.
Parmi les trois propositions suivantes, quelle est celle qui permet d'obtenir le motif souhaité ?

Proposition nº 1

Proposition nº 2

Proposition nº 3

3. Compléter le script principal en recopiant sur la copie uniquement la boucle **Répéter** (c'està-dire les instructions 4, 5, 6 et 7).

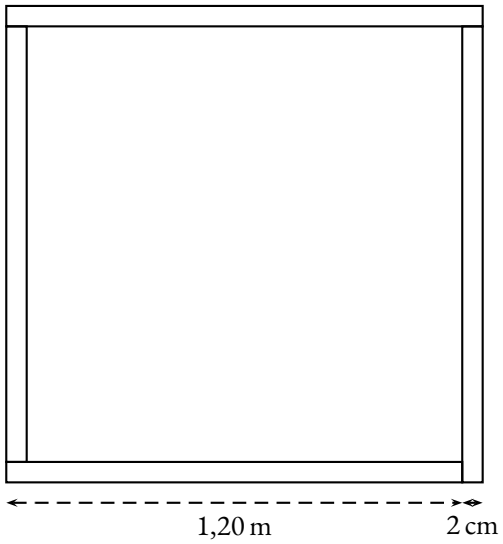
4. On veut placer l'instruction 

de façon à changer de couleur à chaque motif.
Sur la copie, indiquer un numéro d'instruction du script principal après laquelle on peut placer cette instruction.

Exercice n° 5 — Le carré potager *17 points*

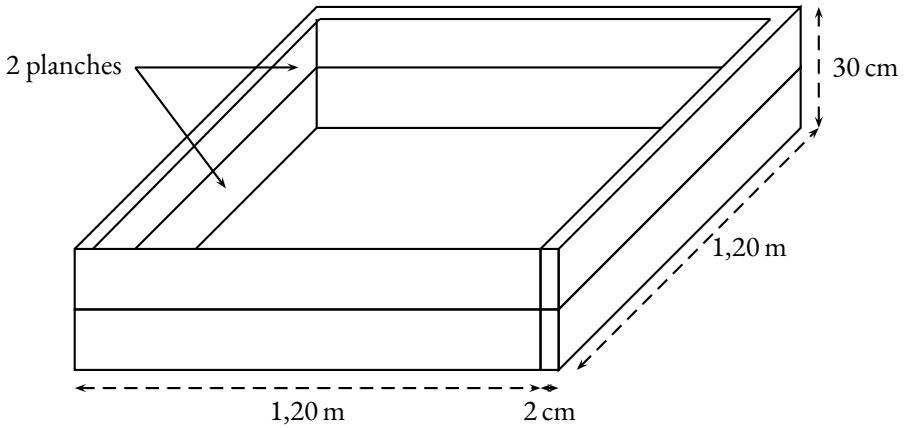
On souhaite construire un carré potager en utilisant des planches en bois et en suivant le montage ci-dessous.
Le carré potager souhaité n'a pas de fond et il a la forme d'un pavé droit de base carrée et de hauteur 30 cm.

Vue de dessus



Plan et indications pour le montage

Prévoir dans chaque angle une équerre à visser avec 8 vis pour assembler les 4 planches formant l'angle.



Prix

Équerre	Planche en bois	Vis	Sac de terre végétale
2,90 € la pièce	250 cm × 15 cm × 2 cm 5,60 € la pièce	Lot de 100 5,70 € le lot	40 L 6,90 € le sac

1. À l'achat, les planches en bois mesurent 2,50 m de longueur.
1.a. Combien de planches devra-t-on acheter ?
1.b. Déterminer le budget nécessaire (hors coût de la terre) pour réaliser ce carré potager.

On remplit le carré potager de terre végétale au minimum jusqu'aux deux tiers de sa hauteur. On dispose la terre afin qu'elle forme un pavé droit dont la longueur du côté de la base carrée est de 118 cm.

2. Sept sacs de terre végétale seront-ils suffisants pour compléter au minimum le carré potager ?
On rappelle que : 1 L = 1 dm^3

Brevet — 2022 — Amérique du Sud — Série générale

Correction

Un sujet complet, parfait pour préparer les épreuves de brevet. Le premier exercice avec les six affirmations est très intéressant. J'aime beaucoup l'exercice 3 qui propose une situation géométrique qui mélange trigonométrie et connaissances sur les angles de cinquième.

Exercice n° 1 — Six affirmations

25 points

Probabilités — Statistiques — Fonction — Calcul littéral — Pythagore

Six affirmations assez intéressantes qui reprennent de nombreux éléments du programme.

Affirmation n° 1 :
Pour l'urne A, nous sommes dans une expérience aléatoire à une épreuve constituée de 20 issues équiprobables.
La probabilité d'obtenir une boule bleues dans l'urne A est $\frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\ \%$.

Pour l'urne B, nous sommes dans une expérience aléatoire à une épreuve constituée de $11 + 14 = 25$ issues équiprobables.
La probabilité d'obtenir une boule bleues dans l'urne B est $\frac{11}{25} = 0,44 = 44\ \%$.

Comme $0,44 > 0,40$, l'**Affirmation n° 1** est vraie.

Affirmation n° 2 :
Cette série statistique a un effectif de 9=4+1+4. La médiane est la cinquième valeur classée dans l'ordre croissant :

$$\underbrace{3 < 7 \leqslant 7 < 11}_{\text{Les quatre plus petites valeurs}} \quad < \quad \underbrace{12}_{\text{La médiane}} \quad < \quad \underbrace{12 < 14 \leqslant 14 \leqslant 14}_{\text{Les quatre plus grandes valeurs}}$$

L'**Affirmation n° 2** est fausse.

Affirmation n° 3 :

Quand la vitesse est constante, la distance et le temps sont des grandeurs proportionnelles.

Distance	36 km	$\frac{60\,\text{min} \times 36\,\text{km}}{200\,\text{min}} = 10{,}8\,\text{km}$
Temps	$3\,\text{h}\ 20\,\text{min} = 3 \times 60\,\text{min} + 20\,\text{min} = 200\,\text{min}$	1 h=60 min

La vitesse du coureur est de 10,8 km/h, L'**Affirmation n° 3** est fausse.

On pouvait aussi partir de la vitesse 11,25 km/h et calculer la distance ou le temps.

Affirmation n° 4 :
L'image de -1 par la fonction g vaut -1 par lecture graphique.
Calculons $f(-1) = -4 \times (-1) - 5 = 4 - 5 = -1$.

Reste à savoir si inférieur signifie strictement inférieur ou inférieur ou égal...

L'**Affirmation n° 4** est fausse... et un peu vraie... en tout cas $f(-1) = g(-1)$.

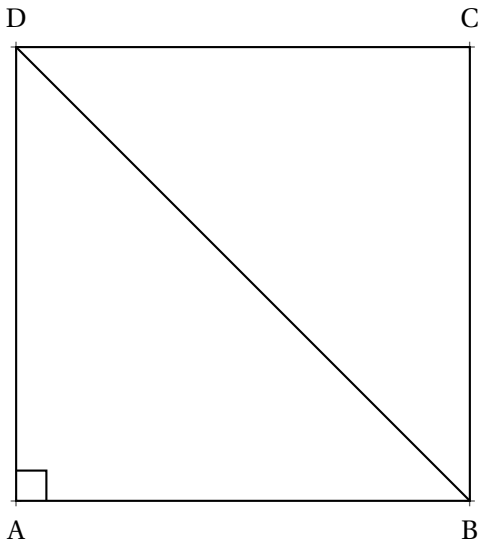
Affirmation n° 5 :
Développons chacune des expressions :

$(x+5)^2-4=(x+5)(x+5)$
$(x+5)^2-4=x^2+5x+5x+25$
$(x+5)^2-4=x^2+10x+21$

$(x+1)(x+9)=x^2+9x+x+9$
$(x+1)(x+9)=x^2+10x+9$

L'**Affirmation n° 5** est fausse.

Affirmation n° 6 :



Dans le triangle DAB rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AD^2+AB^2=DB^2$$

$$6^2+6^2=DB^2$$

$$36+36=DB^2$$

$$DB^2=72$$

$$DB=\sqrt{72}$$

L'**Affirmation n° 6** est vraie.

Exercice n° 2 — Énergie solaire

20 points

Statistiques — Tableur

Un exercice classique sur les pourcentages et le tableur

1. Approximativement, la production en énergie photovoltaïque du pays E est de 9 TWh

2.a. On lit approximativement la production en énergie photovolataïque pour les pays A et les pays B. On arrive respectivement à 47 TWh et 24 TWh.
On a donc 47 TWh + 24 TWh = 71 TWh.

Comme $\dfrac{71\,\text{TWh}}{131{,}8\,\text{TWh}}\approx 0{,}54$, Les pays A et B totalisent bien à eux deux 54 % de la production.

2.b. On peut utiliser des stratégies plus ou moins expertes.
Recherche du coefficient d'augmentation :
On cherche le coefficient k vérifiant :

$$122,3k = 131,8$$
$$k = \frac{131,8}{122,3}$$
$$k \approx 1,078$$

On peut interpréter le coefficient $1,078 = 1 + \frac{7,8}{100}$ comme une augmentation de 7,8 %.

Usage de la proportionnalité :

Production en 2018	122,3	100
Production en 2019	131,8	$\frac{131,8 \times 100}{122,3} \approx 107,8$

Usage de l'écart entre les deux grandeurs :

On calcule 131,8 TWh-122,3 TWh=9,5 TWh puis $\frac{9,5\,\text{TWh}}{122,3\,\text{TWh}} \approx 0,078$.

La production d'énergie photovoltaïque à augmenté de 7,8 % entre 2018 et 2019.

3.a. Les énergies dont la production a augmenté **chaque année** sont : l'éolien, le solaire et les bioénergies.

3.b. Il faut saisir **=B3+B4+B5+B6+B7+B8** ou **=SOMME(B3:B8)**

Exercice n° 3 — Un pur exercice de géométrie *20 points*

Angles — Trigonométrie

Totalement fan de cet exercice qui reprend des grands classiques de la géométrie des angles et un peu de trigonométrie.

1. On sait que **dans un triangle, la somme des angles vaut 180°**.
Comme DBC est isocèle en B, d'après le codage, les angles $\widehat{BDC}$ et $\widehat{BCD}$ sont égaux.

$$\widehat{BDC} + \widehat{BCD} + \widehat{DBC} = 180°$$

$$30° + 30° + \widehat{DBC} = 180°$$

$$60° + \widehat{DBC} = 180°$$

$$\widehat{DBC} = 180° - 60°$$

$$\widehat{DBC} = 120°$$

L'angle $\widehat{DBC} = 120°$.

2. Dans le triangle ADC rectangle en D, on connaît l'hypoténuse, AC = 10 cm, on cherche le côté opposé [AD].

$\sin 30° = \dfrac{AD}{10\,cm}$ donc $AD = 10\,cm \times \sin 30° = 5\,cm$

$\boxed{AD = 5\,cm}$

3. Il y a deux possibilités pour calculer la longueur du côté [DC] :
Trigonométrie :
Dans le triangle ADC rectangle en D, on connaît l'hypoténuse, $AC = 10\,cm$, le côté opposé $AD = 5\,cm$ et on cherche le côté adjacent [DC].
On peut utiliser au choix, le cosinus ou la tangente de l'angle :

$\cos 30° = \dfrac{DC}{10\,cm}$

Donc $DC = 10\,cm \times \cos 30° \approx 8{,}7\,cm$

$\tan 30° = \dfrac{5\,cm}{DC}$

Donc $DC \times \tan 30° = 5\,cm$ et $DC = \dfrac{5\,cm}{\tan 30°} \approx 8{,}7\,cm$

Théorème de Pythagore :
Dans le triangle ADC rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DA^2 + DC^2 = AC^2$$
$$5^2 + DC^2 = 10^2$$
$$25 + DC^2 = 100$$
$$DC^2 = 100 - 25$$
$$DC^2 = 75$$
$$DC = \sqrt{75}$$
$$DC \approx 8,7$$

$\boxed{\text{Dans tous les cas, on arrive à } DC \approx 8{,}7\,cm \text{ au millimètre près.}}$

3. Examinons les angles du triangle ABD.

Comme $B \in [AC]$, $\widehat{ABD} + \widehat{DBC} = 180°$, ces deux angles sont **supplémentaires**.
Comme $\widehat{DBC} = 120°$, $\widehat{ABD} = 180° - 120° = 60°$.

Comme le triangle ADC est rectangle en D, $\widehat{ADB} + \widehat{BDC} = 90°$, ces deux angles sont **complémentaires**.
Comme $\widehat{CDB} = 30°$, $\widehat{ADB} = 90° - 30° = 60°$.

Le triangles ABD a donc deux angles égaux : il est isocèle en A.
On peut raisonner de deux manières :

Le dernier angle :
On sait que **la somme des angles dans un triangle vaut 180°** donc :

$$\widehat{ABD} + \widehat{ADB} + \widehat{BAD} = 180°$$
$$60° + 60° + \widehat{BAD} = 180°$$
$$120° + \widehat{BAD} = 180°$$
$$\widehat{BAD} = 180° - 120°$$
$$\widehat{BAD} = 60°$$

Le triangle ABD a trois angles égaux, il est équilatéral.

La mesure des côtés :
ABD est isocèle en A donc $AB = AD = 5\,cm$ d'après la question **2.**
Ainsi $AB = 5\,cm$. Or $AC = 10\,cm$ donc $BC = 10\,cm - 5\,cm = 5\,cm$.
D'après le codage, $BC = DB$, donc $DB = 5\,cm$.

Le triangle ABD a donc trois côtés égaux à 5 cm, il est équilatéral.

Le triangle ABD est équilatéral.

Le point B *est le milieu du segment* [AC].

Exercice n° 4 — Scratch géométrique

18 points

Scratch

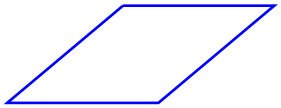
Un scratch géométrique assez consistant.

1. Il s'agit d'une rotation.

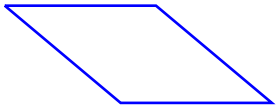
Plus précisément, ici il s'agit d'une rotation de centre le point d'intersection des cinq motifs, et d'angle $\frac{360°}{5} = 72°$

2. On considère que le lutin est orienté horizontalement et vers la droite.

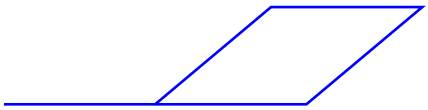
Proposition n° 1



Proposition n° 2



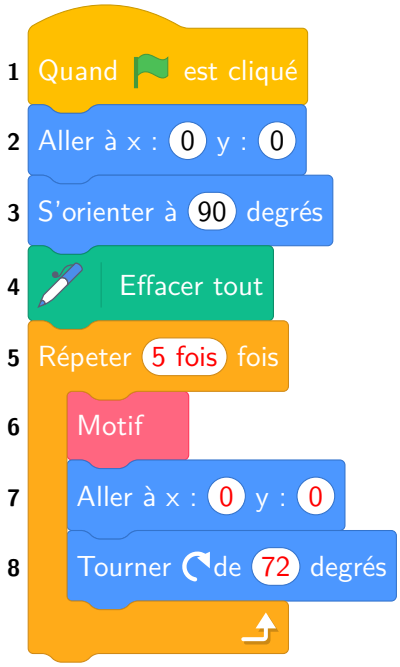
Proposition n° 3



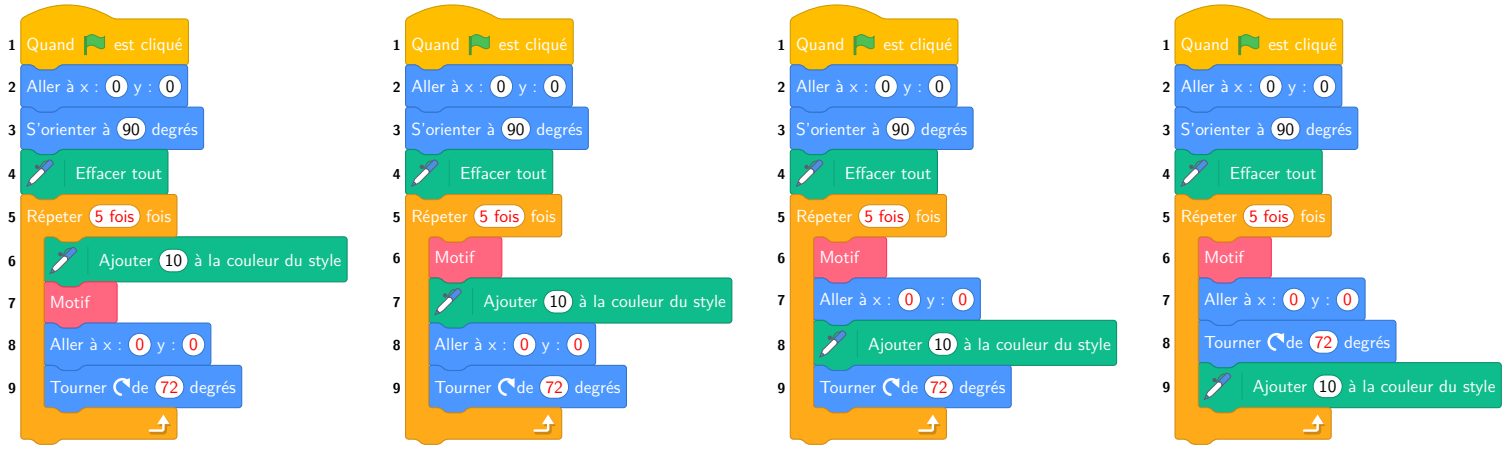
Sans faire les dessins ci-dessous, on remarque que seule la **Proposition n° 3** commencer par Avancer de 50, ce qui permet de tracer le premier segment avant de commencer le losange. Les deux autres propositions se contentent de tracer le losange.

Il s'agit de la **Proposition n° 3**

3.



4.
On peut proposer une des solutions suivantes :



Ce bloc peut se positionner en ligne 6, 7, 8 ou 9.

Exercice n° 5 — Le carré potager

17 points

Tâche complexe

Une tâche complexe assez guidée.

1.a. En consultant le plan, on constate qu'il faut 8 plances de 1,20 m chacune.
Dans une planche de 2,50 m, on peut couper deux planches de 1,20 m car $2{,}50\,\text{m} = 2 \times 1{,}20\,\text{m} + 10\,\text{cm}$.

Il faut acheter 4 planches de 2,50 m.

1.b. Il faut 4 planches de 2,50 m qui coûtent 5,60 € l'unité soit $4 \times 5{,}60$ € $= 22{,}40$ € au total.
Pour chaque angle, il faut une équerre et 8 vis.
Il faut 4 équerrre qui coûtent 2,90 € l'unité soit $4 \times 2{,}90$ € $= 11{,}60$ € au total.
Il faut $4 \times 8 = 32$ vis. Un lot de 100 vis à 5,70 € conviendra.

Il faut prévoir un budget de $22{,}40$ € $+ 11{,}60$ € $+ 5{,}70$ € $= 39{,}70$ €.

2. Le pavé intérieur à une base carrée de côté 118 cm puisque les planches ont une épaisseur de 2 cm.
Calculons le volume de ce carré potager.
La hauteur de remplissage vaut les deux tiers de la hauteur totale soit $\frac{2}{3} \times 30\,\text{cm} = \frac{60\,\text{cm}}{3} = 20\,\text{cm}$.

Pour nous simplifier la vie, il est utile de convertir les longueurs en décimètres.
118 cm=11,8 dm et 20 cm=2 dm

Le volume du pavé dont la base est un carré de côté 11,8 dm et de hauteur 2 cm vaut :
$11{,}8\,\text{dm} \times 11{,}8\,\text{dm} \times 2\,\text{dm} = 278{,}48\,\text{dm}^3 = 278{,}48\,\text{L}$

Un sac de terre végétale contient 40 L. Sept sacs contiennent $7 \times 40\,\text{L} = 280\,\text{L}$.

Oui, sept sacs de terre végétale suffiront à remplir au deux-tiers ce carré potager.

En calculant ce volume en centimètre cube nous aurions obtenu :
$118\,\text{cm} \times 118\,\text{cm} \times 20\,\text{cm} = 278\,480\,\text{cm}^3$. Comme $1\,\text{dm}^3 = 1000\,\text{cm}^3$ on arrive au même résultat.

Diplôme national du brevet
Session 2022

Mathématiques

Série générale

Nouvelle-Calédonie

13 décembre 2022

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	12 points
Exercice n° 2	12 points
Exercice n° 3	12 points
Exercice n° 4	20 points
Exercice n° 5	20 points
Exercice n° 6	13 points
Exercice n° 7	11 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Vrai ou faux *12 points*

Pour chacune des trois affirmations ci-dessous, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Affirmation n° 1 : La vitesse d'un avion qui vole à 1 200 km/h est supérieure à la vitesse du son qui est 340,29 m/s.

Affirmation n° 2 : Pour tout nombre x, on a $4(4x4) + 16 = 16x^2$

Affirmation n° 3 : 33×13 est la décomposition en produit de facteurs premiers de 429.

Exercice n° 2 — QCM *12 points*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Sur la copie, indiquer le numéro de la question et la réponse A, B ou C choisie.
Aucune justification n'est demandée. Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Dans un tableur, quelle formule faut-il saisir dans la cellule D1 pour afficher la somme des nombres des cellules A1, B1 et C1 ? A B C D 13 5 4 2 3	=SOMME(A1:C1)	=(A1:C1)	somme(A1*C1)
2	Soit la série de nombres : 15; 10; 13; 9; 10; x La moyenne de cette série est 11 pour x égal à	9	10	11
3	Sur la Terre, l'Équateur est :	un méridien	un demi-cercle	un parallèle
4	Le volume exact, en cm^3, d'une boule de 6 cm de diamètre est : On rappelle qu'une boule de rayon R a un volume de $\frac{4\pi R^3}{3}$	36π	113,097 335 5	288π

Exercice n° 3 — Le vent *12 points*

On a relevé la vitesse du vent à 13 heures du 1er au 15 novembre sur une plage de Nouvelle-Calédonie.
Les vitesses approchées sont données, en noeuds, dans le tableau ci-dessous :

Jours du 1er au 15 novembre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Vitesse du vent en noeuds	10	15	20	20	15	10	10	20	15	25	25	25	20	15	15

1. À partir des données ci-dessus, compléter le tableau figurant sur l'Annexe .

2. Calculer le pourcentage de jours où la vitesse de vent est supérieure ou égale à 15 noeuds sur la plage, entre le 1er et le 15 novembre.

3. Déterminer la vitesse médiane du vent sur la plage durant cette période.

Exercice n° 4 — Une construction *20 points*

Un triangle MWB est tel que MB = 7,5 cm ; WB = 4,5 cm et MW = 6 cm.
1. Sur la copie, construire le triangle MWB.

2. Montrer que le triangle MWB est rectangle en W.
Rédiger la réponse en faisant apparaître les différentes étapes.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BMW}$. Arrondir le résultat au degré près.

4.a. Placer le point F sur le segment [WB] tel que WF = 3 cm.
4.b. Tracer la parallèle à (MB) passant par F. Elle coupe (MW) en E. Placer le point E.
4.c. Calculer WE.
Rédiger la réponse en faisant apparaître les différentes étapes.

5.a. Placer le point T sur la demi-droite [MW) de la figure précédente tel que MT = 10 cm.
5.b. Tracer le segment [TB].

6. Calculer la longueur TE.
Faire apparaître les différentes étapes du calcul.

Exercice n° 5 — Le club *20 points*

Juliette désire apprendre la planche à voile, elle prend des renseignements auprès d'un club qui propose trois tarifs mensuels.

Le tarif découverte à 1600 F par heure de cours.
Le tarif personnalisé qui comprend une carte d'adhérent à 4800 F et un prix fixe de 600 F par heure de cours.
Le tarif renforcé à 9600 F pour un nombre illimité d'heures de cours.

1. Calculer le prix à payer pour 4 heures de cours avec le tarif découverte.
2.a. Montrer que 4 heures de cours avec le tarif personnalisé coûtent 7200 F.
2.b. Calculer le prix à payer pour 10 heures de cours avec le tarif personnalisé.

On désigne par x le nombre d'heures de cours. On note $\mathrm{P}(x)$ le prix à payer en francs avec le tarif personnalisé.

2.c. Exprimer $\mathrm{P}(x)$ en fonction de x.

Les fonctions donnant les prix à payer avec les tarifs découverte et renforcé sont représentées sur l'Annexe.

3.a. Pour combien d'heures de cours ces deux tarifs sont-ils égaux ?
3.b. Tracer la représentation graphique de la fonction P définie par $\mathrm{P}(x) = 600x + 4800$ sur l'annexe en page 7/8.
3.c. Quel est le tarif le plus économique pour Juliette si elle décide de prendre 7 heures de cours ? Justifier la réponse.
4. Pour combien d'heures de cours Juliette paie-t-elle le même prix avec le tarif personnalisé et le tarif renforcé

Exercice n° 6 — Les dés *13 points*

Gabriel lance deux fois de suite un dé équilibré à quatre faces numérotées de 1 à 4 et il relève le numéro qui figure sur la face cachée du dé.

Si Gabriel obtient 2 au premier lancer puis 4 au second, il note (2; 4).

1. Gabriel a noté (3; 2).

1.a. Quel numéro a-t-il obtenu au premier lancer ?
1.b. Quel numéro a-t-il obtenu au second lancer ?

2. Quelles sont les 16 issues possibles de ce jeu ?

3. Que dire de l'événement A : « Obtenir 1 en additionnant les deux numéros obtenus » ?

L'événement B : « Obtenir 7 en additionnant les deux numéros obtenus »peut être réalisé avec l'issue (3; 4) ou avec l'issue (4; 3).

4. Donner les quatre issues possibles qui réalisent l'événement C : « Obtenir 5 en additionnant les deux numéros obtenus ».

5) Quelle est la probabilité que l'événement C se réalise ?

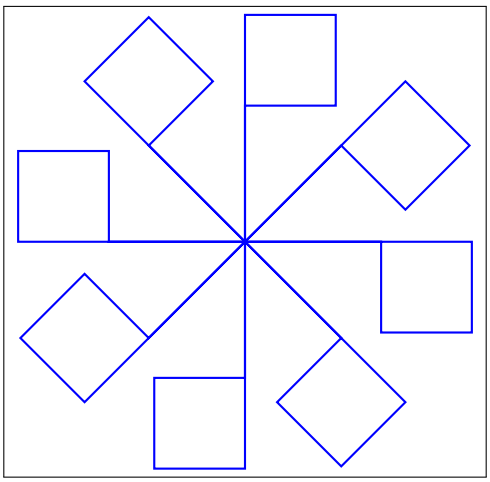
Exercice n° 7 — Le drapeau

11 points

1. Dessiner sur la copie le motif correspondant au script Scratch ci-après, le stylo étant en position d'écriture.

On prendra 1 cm pour 10 pixels.

Sur l'Annexe, compléter les informations manquantes du script n° 2 qui permet d'obtenir la figure ci-dessous.

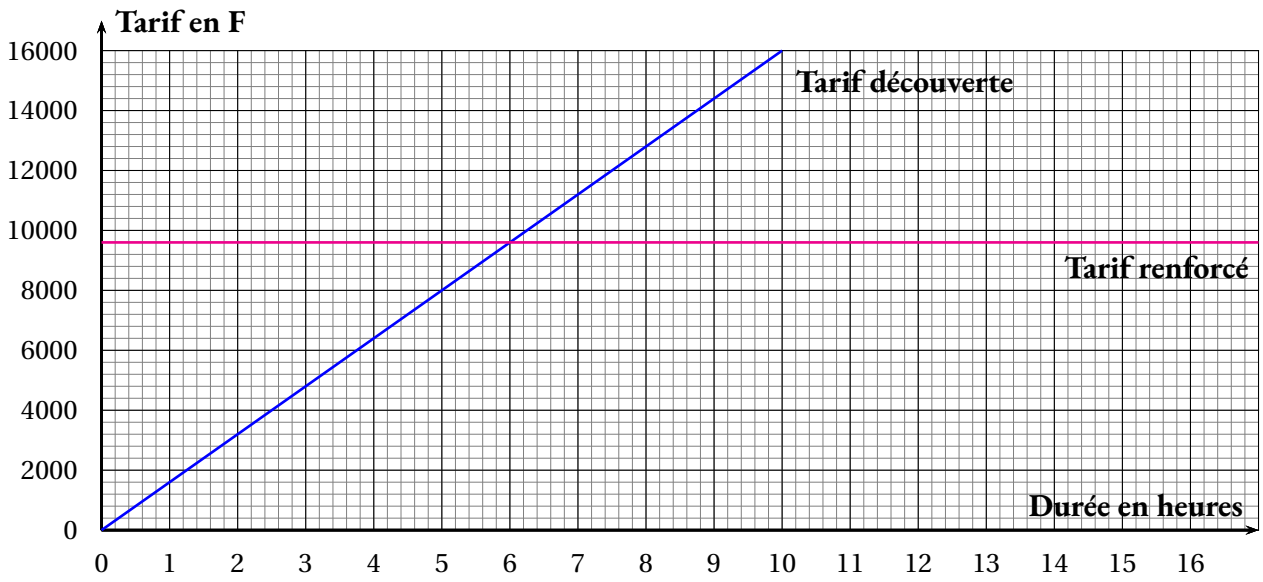


ANNEXES à rendre avec sa copie

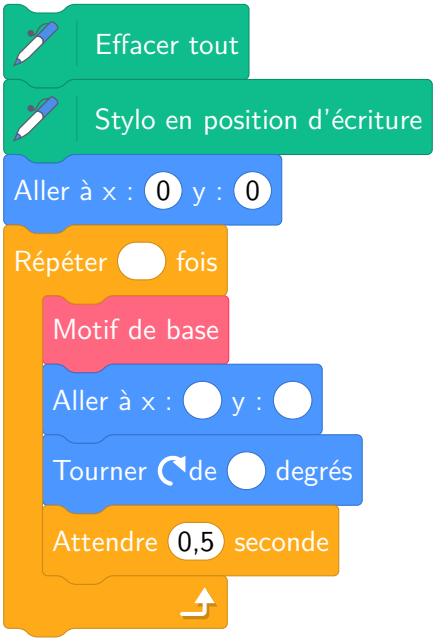
Exercice 3 — Question 1

Vitesse du vent en noeuds	10	15	20	25
Nombre de jours	3			3
Fréquence en % arrondi à l'unité		33		

Exercice 5 — Question 3



Exercice 7 — Script nº 2



Brevet — 2022 — Nouvelle-Calédonie — Série générale

Correction

Un sujet assez inégal. Beaucoup d'exercices faciles ou trop étayés pour être intéressant dans le cadre d'une préparation sérieuse au DNB. L'exercice sur les fonctions affines sort un peu du lot.

Exercice n° 1 — Vrai ou faux

12 points

Vitesse — Développement — Arithémtique

Un VRAI FAUX assez facile.

Affirmation n° 1 :
On peut convertir $1\,200\ km/h$ en mètre par seconde.
Comme $1\ h = 3\,600\ s$, et $1\,200\ km = 1\,200\,000\ m$,

$1\,200\ km = 1\,200\,000\ m$ en $1\ h = 3\,600\ s$ soit $\dfrac{1\,200\,000\ m}{3\,600} \approx 333\ m$ par seconde.

Affirmation n° 1 : FAUSSE, cette vitesse est inférieure à la vitesse du son.

On pouvait aussi convertir $340{,}29\ m/s$ en kilomètre heure.
$340{,}29\ m \times 3\,600 = 1\,225\,044\ m = 1\,225{,}044\ km$ en une heure.
On obtient la même conclusion.

Affirmation n° 2 :
Développons $4(4x-4)+16 = 16x-16+16 = 16x$ donc $4(4x-4)+16 \neq 16x^2$.

Affirmation n° 2 : FAUSSE

Affirmation 3 :

$$\begin{array}{c|c} 429 & 3 \\ 143 & 11 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$429 = 3 \times 11 \times 13$

On a bien $33 \times 13 = 429$ mais 33 n'est pas un nombre premier !

Affirmation n° 3 : FAUSSE

Exercice n° 2 — QCM

12 points

Tableur — Statistiques — Sphère — Boule

Un QCM assez basique sans beaucoup d'intérêt.

1. Réponse A

2. $15+10+13+9+10 = 57$. Avec x, il y aura 6 nombres. Comme $6 \times 11 = 66$ et que $66-57 = 9$, $x = 9$.

Réponse A

3. L'équateur est un grand cercle, c'est un parallèle.

Réponse C

4. Comme le diamètre mesure 6 cm, le rayon mesure 3 cm.

Le volume est donc $\dfrac{4 \times \pi \times 3^3}{3} = \dfrac{108\pi}{3} = 36\pi$.

Réponse A

Exercice n° 3 — Le vent

12 points

Statistiques

Encore un exercice très simple, quel sujet !

1.

Vitesse du vent en noeuds	10	15	20	25
Nombre de jours	3	5	4	3
Fréquence en % arrondi à l'unité	$\dfrac{3}{15} = \dfrac{1}{5} = 0,2 = 20\ \%$	33 %	$\dfrac{4}{15} \approx 0,27 \approx 27\ \%$	20 %

2. Sur les quinze jours, il y a $5 + 4 + 3 = 12$ jours où la vitesse du vent est supérieur ou égal à 15 noeuds.

Le pourcentage cherché est $\dfrac{12}{15} = \dfrac{4}{5} = 0,8 = 80\ \%$

3. Il faut classer les quinze vitesses dans l'ordre croissant et déterminer la huitième puisque $15 = 7 + 1 + 7$.
En observant le tableau, il y a 3 jours à 10 noeuds et 5 jours à 15 noeuds soit 8 jours à 15 noeuds ou moins.

La vitesse médiane de cette série est 15 noeuds.

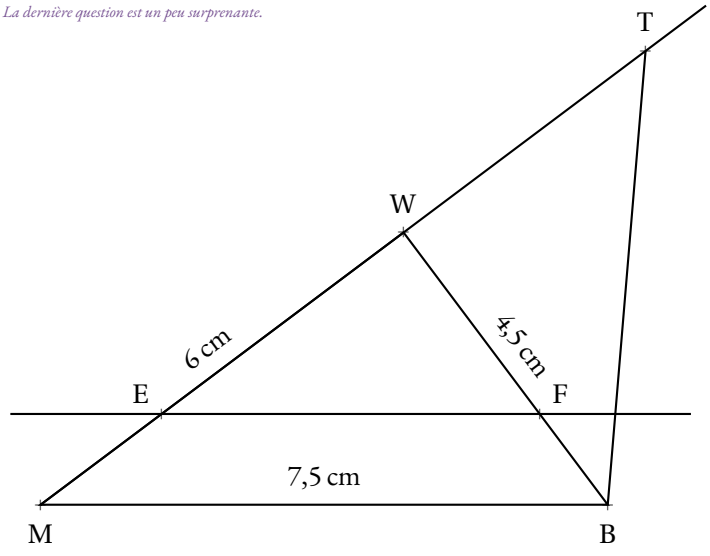
Exercice n° 4 — Une construction

20 points

Construction géométrique — Réciproque de Pythagore — Trigonométrie — Théorème de Thalès

Un rare exercices où il est demandé de construire une figure de géométrie. La dernière question est un peu surprenante.

1.



2. Comparons $WM^2 + WB^2$ et MB^2 :

$WM^2 + WB^2$	WB^2
$6^2 + 4,5^2$	$7,5^2$
$36 + 20,25$	
$56,25$	$56,25$

Comme

$$WM^2 + WB^2 = WB^2$$

, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle WMB est rectangle en W}}$.

3. Dans le triangle WMB rectangle en W on peut calculer au choix, le cosinus, le sinus ou la tangente de l'angle $\widehat{BMW}$:

$\cos\widehat{BMW} = \dfrac{MW}{MB}$	$\sin\widehat{BMW} = \dfrac{WB}{MB}$	$\tan\widehat{BMW} = \dfrac{WB}{MW}$
$\cos\widehat{BMW} = \dfrac{6}{7,5}$	$\sin\widehat{BMW} = \dfrac{4,5}{7,5}$	$\tan\widehat{BMW} = \dfrac{4,5}{6}$
$\cos\widehat{BMW} = 0,8$	$\sin\widehat{BMW} = 0,6$	$\tan\widehat{BMW} = 0,75$

Dans tous les cas, à la calculatrice on arrive à $\boxed{\widehat{WMB} \approx 37° \text{ au degré près.}}$

4.a.b. Voir la figure.
4.c.
Les droites (EM) et (FB) sont sécantes en W, les droites (EF) et (MB) sont parallèles,
D 'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{WE}{WM} = \frac{WF}{WB} = \frac{EF}{MB}$$

$$\frac{WE}{6\,\text{cm}} = \frac{3\,\text{cm}}{4{,}5\,\text{cm}} = \frac{EF}{7{,}5\,\text{cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$WE = \dfrac{6\,\text{cm} \times 3\,\text{cm}}{4{,}5\,\text{cm}}$ d'où $WE = \dfrac{18\,\text{cm}^2}{4{,}5\,\text{cm}}$ et $WE = 4\,\text{cm}$

$\boxed{WE = 4\,\text{cm}}$

5.a.b. Voir figure.
6. On sait que $MT = 10\,\text{cm}$ et que $MW = 6\,\text{cm}$ donc $WT = 10\,\text{cm} - 6\,\text{cm} = 4\,\text{cm}$.
De plus on sait que $WE = 4\,\text{cm}$ donc $TE = WE + WT = 8\,\text{cm}$.

$\boxed{TE = 8\,\text{cm}}$

Exercice n° 5 — Le club *20 points*

Fonctions affines — Calcul numérique

Un exercice assez complet sur la notion de fonction affine. On a une fonction constante, une linéaire et une affine. Il est demandé de tracer la représentation graphique d'une fonction affine, ce qui est assez rare au brevet. Il manque des consignes au sujet de la lecture graphique et du calcul. Il est intéressant de faire les deux et d'utiliser cet exercice en préparation du brevet. Il fixe assez bien les attendus de fin de cycle 4 dans le domaine des fonctions affines.

1. Pour 4 h avec le tarif découverte $\boxed{\text{le prix à payer est } 1600\,\text{F} \times 4 = 6400\,\text{F.}}$

2.a. Pour 4 h de cours avec le tarif personnalisé, le prix à payer est $4800\,\text{F} + 600\,\text{F} \times 4 = 4800\,\text{F} + 2400\,\text{F} = 7200\,\text{F}$.

2.b. Pour 10 h de cours avec le tarif personnalisé, le prix à payer est $4800\,\text{F} + 600\,\text{F} \times 10 = 4800\,\text{F} + 6000\,\text{F} = 10\,800\,\text{F}$.

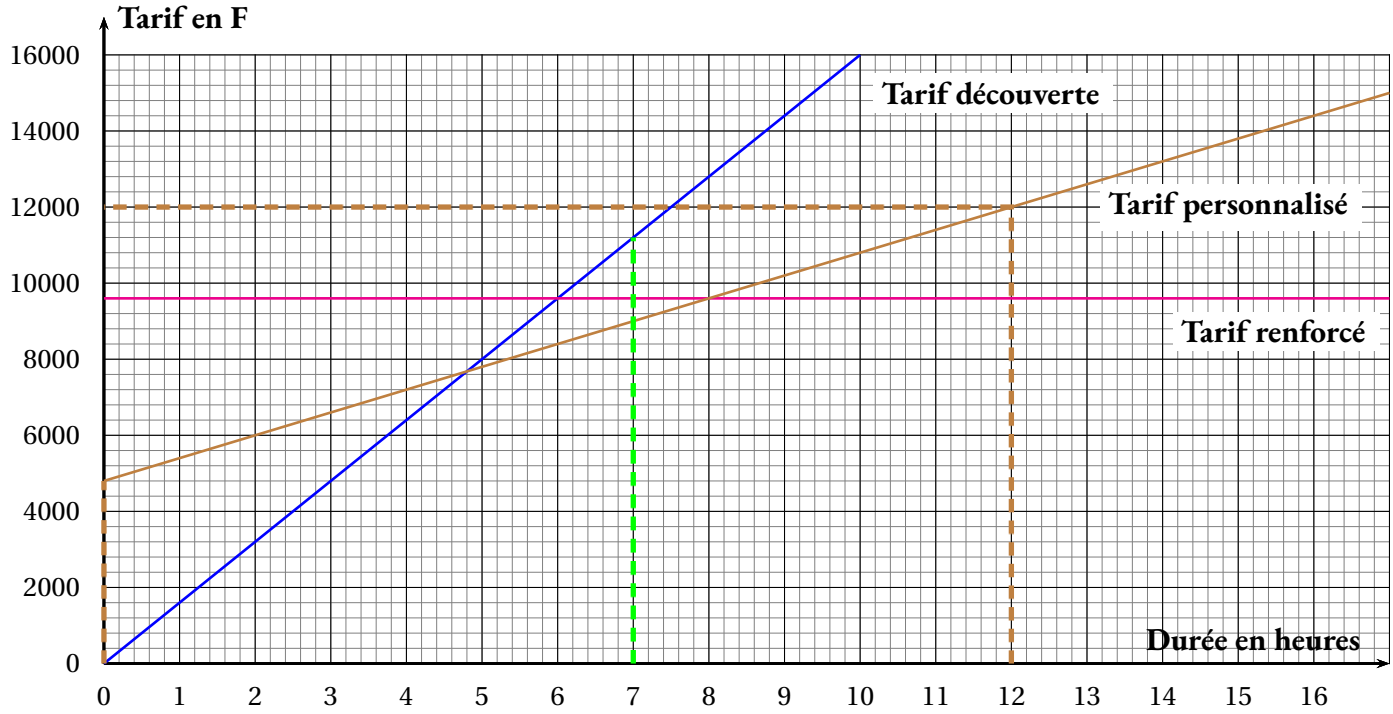
2.c. Pour x heures de cours, le prix à payer s'écrit $\text{P}(x) = 4800 + 600x$.

3.a. Par lecture graphique on constante que les tarifs sont égaux pour 6 h.
On peut vérifier :

— Avec le tarif découverte, pour 6 h, on paye $1600\,\text{F} \times 6 = 9600\,\text{F}$;
— Avec le tarif renforcé, on paye toujours 9600 F.

3.b. On sait que la fonction $\text{P}(x) = 4800 + 600x$ est une fonction affine. Sa représentation graphique est une droite.
Pour tracer sa représentation graphique, il suffit de calculer l'image de deux points.

$\text{P}(0) = 4800$ donc le point de coordonnées $(0; 4800)$ est sur la représentation graphique de P.
$\text{P}(12) = 4800 + 600 \times 12 = 4800 + 7200 = 12\,000$ donc le point $(12; 12\,000)$ est sur la représentation graphique de P.



2.c. En observant le graphique, on constate que le tarif le plus avantageux pour 7 h est le tarif personnalisé.
Vérifions par le calcul :

— Tarif découverte : $7 \times 1600\,\text{F} = 11\,200\,\text{F}$;
— Tarif renforcé : $9600\,\text{F}$;
— Tarif personnalisé : SI$4800\text{F} + 7 \times 600\,\text{F} = 4800\,\text{F} + 4200\,\text{F} = 9000\,\text{F}$.

Pour 7 h le tarif le plus bas est bien le tarif personnalisé.

4. Graphiquement, il semble que ces deux tarifs sont égaux pour 8 h.
Il faut résoudre, pour vérifier, l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
\text{P}(x) &= 9600 \\
4800 + 600x &= 9600 \\
4800 + 600x - 4800 &= 9600 - 4800 \\
600x &= 4800 \\
x &= \frac{4800}{600} \\
x &= 8
\end{aligned}$$

On peut ainsi vérifier que $P(8) = 4800 + 8 \times 600 = 4800 + 4800 = 9600$.

Juliette paie le même prix avec ces deux tarifs pour 8 h de cours.

Exercice n° 6 — Les dés

13 points

Probabilités

Un exercice de probabilité présentant une expérience aléatoire à deux épreuves. La situation est tellement simplifiée qu'elle ne présente pas beaucoup d'intérêt !

1.a.b. Gabriel a obtenu 3 au premier lancer et 2 au second.

2. On peut représenter les 16 issues possibles dans un tableau à double entrée :

Premier lancer \ Second lancer	1	2	3	4
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)

Dorénavant, nous sommes dans une expérience aléatoire à deux épreuves dont les 16 issues possibles sont équiprobables.

3. C'est un événement impossible car la somme des deux dès vaut au moins 2.

4. Les quatre issues dont la somme est 5 sont (1;4) — (4;1) — (2;3) — (3;2).

5. La probabilité que C se réalise est de $\frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\ \%$.

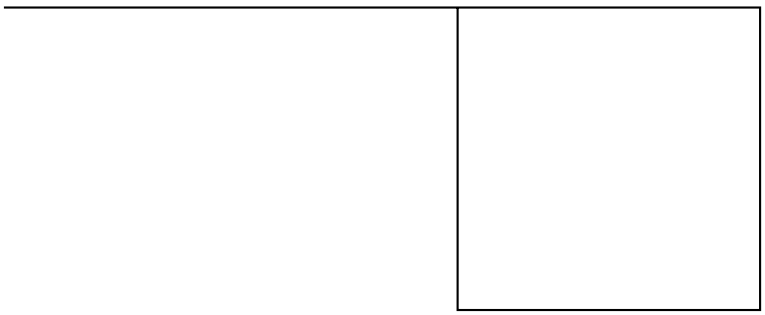
Exercice n° 7 — Le drapeau

11 points

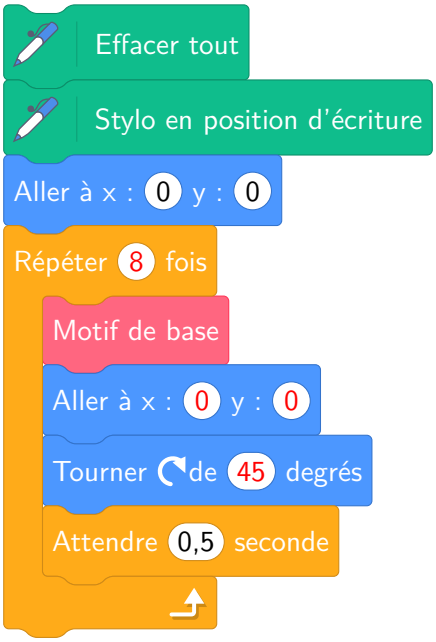
Scratch

Un Scratch géométrique assez simple. Il manque des éléments sur l'orientation. Il est surprenant qu'un exercice dont le titre est le drapeau demande en première question de tracer... un drapeau !

1. Il y a aucune indications sur l'orientation de la figure dans le sujet. À une rotation près, voici une réponse :



2. Il y a huit motifs. Comme $\frac{360°}{8} = 45°$ on a :



Annales 2023

Diplôme national du brevet
Session 2023

Mathématiques

Série générale

Amérique du Nord

31 mai 2023

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 5 pages numérotées de la page 1 sur 5 à la page 5 sur 5.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	22 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	20 points
Exercice n° 5	18 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Cinq situations *20 points*

Les 5 situations suivantes sont indépendantes.

Situation 1

Décomposer en produit de facteurs premier le nombre 780.

Situation 2

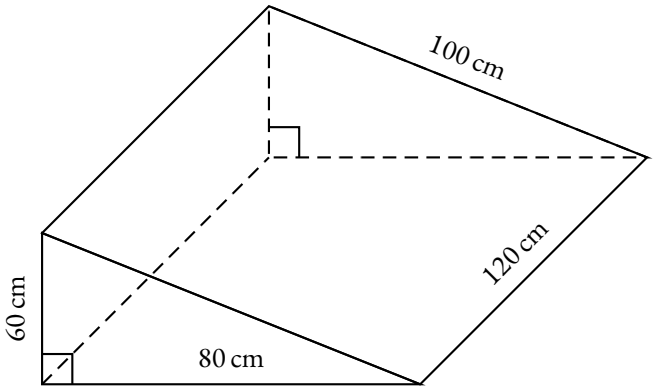
On rappelle qu'un jeu de 32 cartes est composé de quatre familles (trèfle, carreau, coeur, pique). Chaque famille est composée de huit cartes : 7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi et As. L'expérience aléatoire consiste à tirer une carte au hasard dans ce jeu de 32 cartes.

a. Quelle est la probabilité d'obtenir le 8 de pique ? *Aucune justification n'est attendue.*
b. Quelle est la probabilité d'obtenir un Roi ou un cœur ? *Aucune justification n'est attendue.*

Situation 3

Développer et réduire l'expression $A = (2x+5)(3x-4)$.

Situation 4

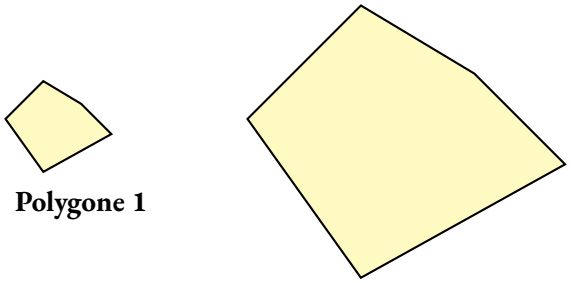


Cette représentation n'est pas à l'échelle.

a. Quel est le volume, en cm^3, de ce prisme droit ?
b. Convertir ce résultat en litre.
Rappel : $1\,L = 1\,dm^3$

Situation 5

Le polygone 2 est un agrandissement du polygone 1.
Le coefficient de cet agrandissement est 3.
L'aire du polygone 1 est égale à 11 cm^2.
Quelle est l'aire du polygone 2 ?



Polygone 1 **Polygone 2**

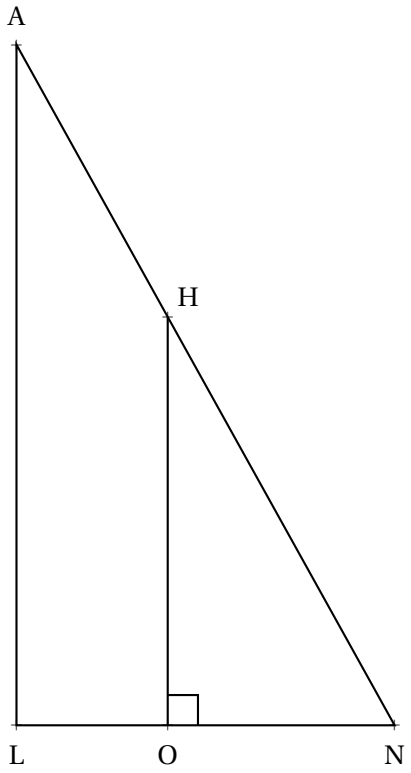
Exercice n° 2 — Un grand classique

22 points

On considère la figure ci-contre.
On donne les informations suivantes :

- AN = 13 cm
- LN = 5 cm
- AL = 12 cm
- ON = 3 cm
- O appartient à [LN]
- H appartient à [NA]

Cette figure n'est pas à l'échelle.



1. Montrer que le triangle LNA est rectangle en L.

2. Montrer que la longueur OH est égale à 7,2 cm.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{LNA}$. Donner une valeur approchée à l'unité près.

4. Pourquoi les triangles LNA et ONH sont-ils semblables ?

5.a. Quelle est l'aire du quadrilatère LOHA ?

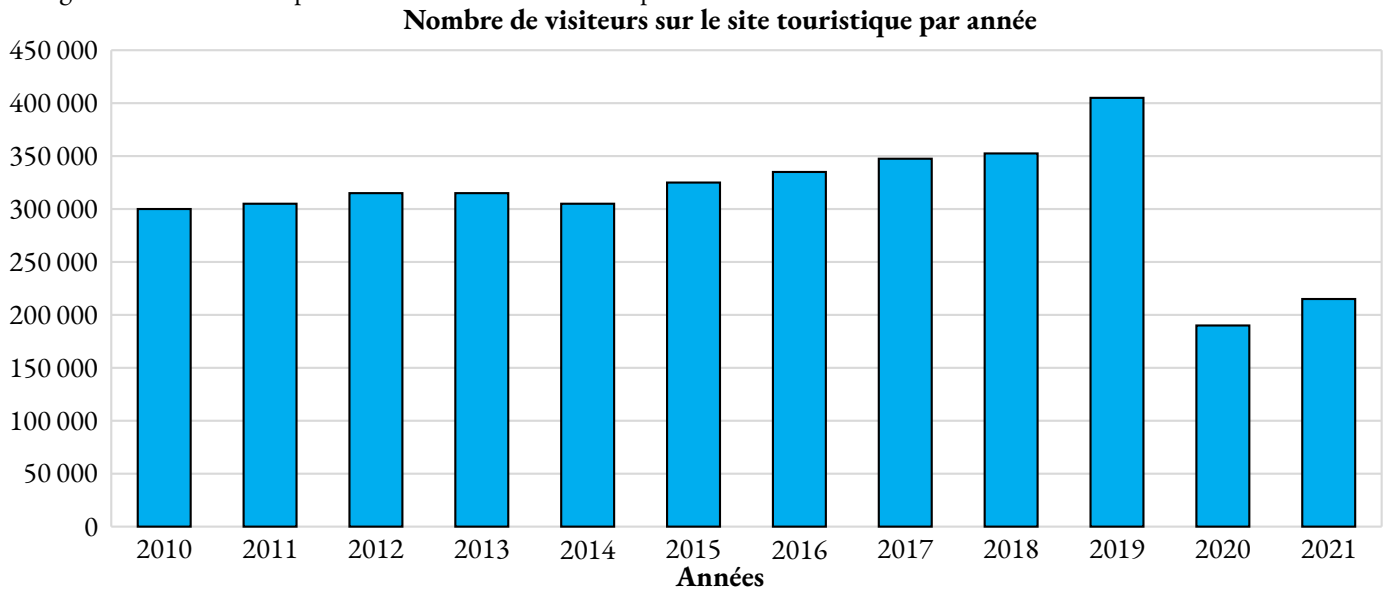
5.b. Quelle proportion du triangle LNA représente l'aire du quadrilatère LOHA ?

Exercice n° 3 — Les visiteurs d'un site touristique *20 points*

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A : Évolution du nombre de visiteurs sur un site touristique.

1. Le diagramme ci-dessous représente le nombre de visiteurs par an de 2010 à 2021 sur ce site.



1.a. Quel a été le nombre de visiteurs en 2010 ? *Aucune justification n'est attendue.*

1.b. En quelle année le nombre de visiteurs a-t-il été le plus élevé ? *Aucune justification n'est attendue.*

2. Le tableau ci-dessous indique le nombre de visiteurs sur le site touristique de cette ville en 2020 et 2021 :

Année	2020	2021
Nombres de visiteurs	187 216	219 042

Le maire de cette ville avait pour objectif que le nombre de visiteurs progresse d'au moins 15 % entre 2020 et 2021.
L'objectif a-t-il été atteint ?

Partie B : Étude des prix des hôtels de cette ville.

Sur une période donnée, on relève les prix facturés pour une nuit par les hôtels de cette ville.

Prix facturés pour une nuit	60 €	80 €	85 €	90 €	110 €	120 €	350 €	500 €
Effectif	1200	1350	1000	1100	1200	1300	900	300

3. Déterminer l'étendue des prix facturés.

4. Quelle est la moyenne des prix facturés pour une nuit ? Arrondir à l'euro près.

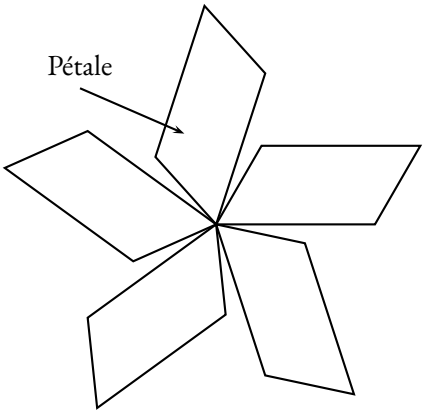
5. L'association des hôteliers de cette ville cherche à attirer des touristes et annonce :
« Dans les hôtels de notre ville, au moins la moitié des nuits est facturée à moins de 100 €. »
Est-ce vrai ?

Exercice n° 4 — Scratch et la fleur

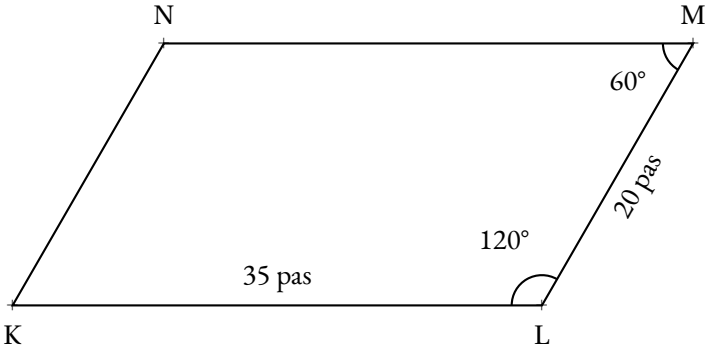
20 points

À l'aide d'un logiciel de programmation, on veut réaliser le motif **Fleur** suivant :

Motif Fleur



1.a. Le parallèlogramme KLMN ci-dessous représente un des pétales du motif **Fleur**.
Construire ce parallèlogramme sur la copie en prenant 1 cm pour 5 pas.



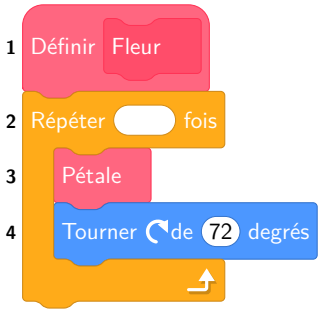
1.b. On définit le bloc **Pétale** ci-contre afin de dessiner ce parallèlogramme.
On commence la construction de ce parallélogramme en commençant par le point K en s'orientant vers la droite.

Par quelles valeurs doit-on compléter les lignes 4, 5, 6 et 7 du bloc **Pétale** ci-contre ?
Aucune justification n'est attendue. Écrire sur la copie le numéro de la ligne du bloc ***Pétale*** *et la valeur correspondante.*

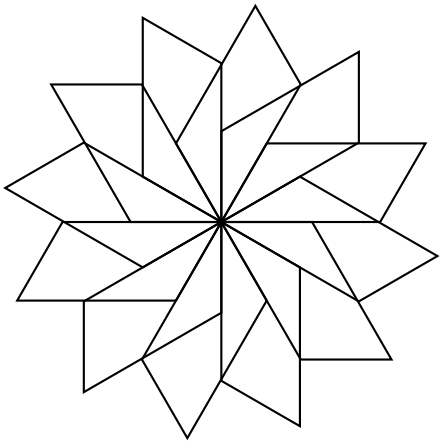
2. Le bloc ci-dessous permet de construire le motif **Fleur** en partant de son centre.

2.a. Par quelle valeur doit-on compléter la ligne 2 du bloc **Fleur** ci-contre ?
Aucune justification n'est attendue.

2.b. Expliquer le choix de la valeur **72** à la ligne 4.



2.c. On modifie le bloc **Fleur** pour construire le motif ci-contre.
Quelles sont les modifications à apporter aux lignes 2 et 4 du bloc **Fleur** ?
Aucune justification n'est attendue.



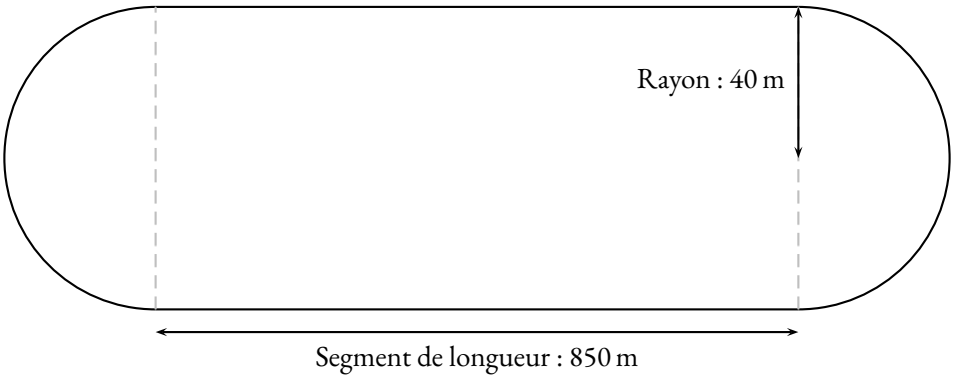
Exercice n° 5 — L'hippodrome *18 points*

Un hippodrome est un lieu où se déroule des courses de chevaux.
On s'intéresse à la piste d'un hippodrome.
Cette piste est composée de :

— deux lignes droites modélisées par des segments de 850 m ;

— deux virages modélisés par deux demi-cercles de rayon 40 m.

Schéma de la piste de cet hippodrome



1. Montrer que la longueur d'un tour de la piste est d'environ 1951 m.

2. Un cheval parcourt un tour de piste en 2 min 9 s.

2.a. Calculer la vitesse moyenne de ce cheval sur un tour de piste en mètre par seconde (m/s).
Donner une valeur approchée à l'unité près.

2.b. Convertir cette vitesse en kilomètre par heure (km/h).

3. On admet que la surface de la piste a une aire d'environ 73 027 m^2.
On souhaite semer du gazon sur la totalité de la surface de la piste.
On doit choisir des sacs de gazon à semer parmi les trois marques ci-dessous :

	Surface couverte par sac	Prix d'un sac
Marque A	500 m^2	141,95 €
Marque B	400 m^2	87,90 €
Marque C	300 m^2	66,50 €

Quelle marque doit-on chosir pour que cela coûte le moins cher possible ?

Brevet — 2023 — Amérique du Nord — Série générale

Correction

Un très bon sujet pour les révisions. De nombreux thèmes sont abordés, des plus classiques au plus spécifiques. D'un bon niveau de difficulté.

Exercice n° 1 — Cinq situations

20 points

Arithmétique — Probabilités — Calcul littéral — Prisme droit — Agrandissement/réduction

Cinq situations assez variées et très utile pour réviser. En particulier des thèmes parfois oubliés comme les agrandissements ou les prismes droit.

Situation 1

780	2
390	2
195	3
65	5
13	13
1	

$\boxed{780 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 13}$

Situation 2

Nous sommes ici dans une expérience aléatoire à une épreuve constituée de 32 issues équiprobables.

a. Il n'y a qu'un seul 8 de pique dans le jeu. $\boxed{\text{La probabilité cherchée vaut } \frac{1}{32} = 0{,}031\,25 \approx 3\ \%}$

b. Dans le jeu, il y a 4 Rois et 8 coeurs. Attention cependant, le Roi de coeur rempli les deux critères. Cela fait donc 11 cartes qui sont un Roi ou un coeur.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée vaut } \frac{11}{32} \approx 0,34 \approx 34\ \%.}$

Situation 3

$A = (2x+5)(3x-4)$
$A = 6x^2 - 8x + 15x - 20$
$\boxed{A = 6x^2 + 7x - 20}$

Situation 4

a. Le volume d'un prisme droit se calcule en utilisant la formule suivante : Volume = Aire de la base × Hauteur.
Dans un prisme droit, il y a deux bases superposables et parallèles reliées par des faces rectangulaires. La hauteur d'une prisme droit est la distance entre ces deux base.
Ainsi, pour ce prisme, les bases sont les triangles rectangles à l'avant et à l'arrière. La hauteur est la distance entre ces deux base.
L'aire d'un triangle rectangle s'obtient en calculant l'aire du rectangle associé et en divisant par deux.

$$\text{Aire de la base} = \frac{80\,\text{cm} \times 60\,\text{cm}}{2} = \frac{4800\,\text{cm}^2}{2} = 2400\,\text{cm}^2$$

Ainsi $\boxed{\text{Volume} = 2400\,\text{cm}^2 \times 120\,\text{cm} = 288\,000\,\text{cm}^3}$

b. On sait que 1 L=1 dm^3=1000 cm^3. Ainsi $\boxed{\text{Volume} = 288\,000\,\text{cm}^3 = 288\,\text{dm}^3 = 288\,\text{L}}$

Situation 5

On sait que :
Si les longueurs d'une figure sont multipliées par k, alors les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3.

Le polygone 2 a des longueurs 3 fois plus grandes que le polygone 1.
Son aire est donc $3^2 = 9$ fois plus grande que celle du polygone 1.

$\boxed{\text{Le polygone 2 à une aire de } 9 \times 11\,\text{cm}^2 = 99\,\text{cm}^2.}$

Exercice n° 2 — Un grand classique

22 points

Pythagore et sa réciproque — Trigonométrie — Triangles semblables — Aire — Proportion

Un excellent exercice qui mélange, Pythagore, Thalès, trigonométrie et triangles semblables. C'est une excellente ressource pour réviser.

1. Comparons $LN^2 + LA^2$ et NA^2 :

$LN^2 + LA^2$	NA^2
$5^2 + 12^2$	13^2
$25 + 144$	
169	169

Comme $LN^2 + LA^2 = NA^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle LNA est rectangle en L}}$.

2. On vient de montrer que (AL) ⊥ (LN), or (OH) ⊥ (LN).
On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**
Ainsi (AL)//(OH).

Les droites (AH) et (LO) sont sécantes en N, les droites (A*l*) et (OH) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{NO}{NL} = \frac{NH}{NA} = \frac{OH}{LA}$$

$$\frac{3\,\text{cm}}{5\,\text{cm}} = \frac{NH}{13\,\text{cm}} = \frac{OH}{12\,\text{cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$OH = \dfrac{12\,\text{cm} \times 3\,\text{cm}}{5\,\text{cm}}$ d'où $OH = \dfrac{36\,\text{cm}^2}{5\,\text{cm}}$ et $\boxed{OH = 7{,}2\,\text{cm}}$

3. On peut raisonner dans le triangles LNA rectangle en L ou dans le triangle NOH rectangle en O.
On peut dans le premier cas calculer soit le cosinus, le sinus ou la tangente de l'angle :

$$\cos\widehat{LNA} = \frac{NL}{NA} \qquad \sin\widehat{LNA} = \frac{AL}{NA} \qquad \tan\widehat{LNA} = \frac{AL}{NL}$$

$$\cos\widehat{LNA} = \frac{5\,\text{cm}}{13\,\text{cm}} \qquad \sin\widehat{LNA} = \frac{12\,\text{cm}}{13\,\text{cm}} \qquad \tan\widehat{LNA} = \frac{12\,\text{cm}}{5\,\text{cm}}$$

Dans les trois cas on arrive à $\boxed{\widehat{LNA} \approx 67° \text{ au degré près.}}$

4. Le triangles LAN est rectangle, un de ses angles vaut 90°. On vient de voir qu'un autre de ses angles vaut environ 67°.
On sait que la somme des angles dans un triangle vaut 180°. Par conséquent le troisième angle de ce triangle vaut environ 23°.
Pour les mêmes raison, le triangle NOH a aussi un angle à 90°, un à environ 67° et un autre à environ 23.

$\boxed{\text{Les triangles LAN et NOH ont leurs trois angles égaux, ils sont semblables.}}$

5.a. L'aire d'un triangle rectangle est égale à la moitié de l'aire du rectangle associé.
Aire(LOHA) = Aire(LNA) – Aire(NOH)

$$\text{Aire(LOHA)} = \frac{\text{LN} \times \text{LA}}{2} - \frac{\text{ON} \times \text{OH}}{2}$$
$$\text{Aire(LOHA)} = \frac{5\,\text{cm} \times 12\,\text{cm}}{2} - \frac{3\,\text{cm} \times 7{,}2\,\text{cm}}{2}$$
$$\text{Aire(LOHA)} = \frac{60\,\text{cm}^2}{2} - \frac{21{,}6\,\text{cm}^2}{2}$$
$$\text{Aire(LOHA)} = 30\,\text{cm}^2 - 10{,}8\,\text{cm}^2$$
$$\boxed{\text{Aire(LOHA)} = 19{,}2\,\text{cm}^2}$$

5.b. $\boxed{\dfrac{\text{Aire(LOHA)}}{\text{Aire(LNA)}} = \dfrac{19{,}2\,\text{cm}^2}{30\,\text{cm}^2} = \dfrac{19{,}2}{30} = \dfrac{3 \times 6{,}4}{10} = \dfrac{64}{100} = \dfrac{32}{50} = \dfrac{16}{25} \text{ soit } 64\ \%.}$

Exercice n° 3 — Les visiteurs d'un site touristique

20 points

Statistiques

Un exercice de statisques complexe avec un tableau de classe et d'effectifs. Il demande une bonne expertise pour obtenir la médiane et la moyenne.

Partie A

1.a. En 2010, il y a environ 300 000 visiteurs.

1.b. C'est en 2019 que le maximum de visiteurs a été atteint avec 400 000 visiteurs.

2. On peut utiliser plusieurs méthodes :

On sait qu'augmenter une grandeur de 15 % revient à multiplier cette grandeur par $1 + \dfrac{15}{100} = 1 + 0{,}15 = 1{,}15$.

On peut alors effectuer : $187\,216 \times 1{,}15 \approx 215298$.

L'objectif a bien été atteint !

On peut à l'inverse se demander quel est le coefficient d'agrandissement en résolvant l'équation :

$$\begin{aligned} 187\,216 \times k &= 219\,042 \\ k &= \frac{219\,042}{187\,216} \\ k &\approx 1{,}17 \end{aligned}$$

Comme $1{,}17 = 1 + 0{,}17 = 1 + \dfrac{17}{100}$, cela correspond à une augmentation d'environ 17 %.

Enfin, on pouvait effectuer $219\,042 - 187\,216 = 31\,826$ puis $\dfrac{31\,826}{187\,216} \approx 0{,}17$ soit 17 %.

Dans tous les cas, on peut dire que l'objectif a été atteint.

Partie B

3. La valeur maximale de cette série statistique est 500 €. La valeur minimale est 60 €.

L'étendue de cette série statistique est 500 € − 60 € = 440 €.

4. Il faut calculer la moyenne des prix pondérée par les effectifs :

$$\text{Moyenne} = \frac{1200 \times 60\,€ + 1350 \times 80\,€ + 1000 \times 85\,€ + 1100 \times 90\,€ + 1200 \times 120\,€ + 1300 \times 120\,€ + 900 \times 350\,€ + 300 \times 500\,€}{1200 + 1350 + 1000 + 1100 + 1200 + 1300 + 900 + 300}$$
$$\text{Moyenne} = \frac{1\,117\,000\,€}{8350} \approx 133{,}77\,€$$

La moyenne des prix facturés est de 134 € à leuro près.

5. On peut dresser la tableau des effectifs cumulés pour obtenir la médiane :

Prix facturés pour une nuit	60 €	80 €	85 €	90 €	110 €	120 €	350 €	500 €
Effectif	1200	1350	1000	1100	1200	1300	900	300
Effectif cumulé croissant	1200	2550	3550	4650	5850	7150	8050	8350

L'effectif total vaut 8350, comme $8350 \div 2 = 4175$ on cherche dans quelle classe se trouve la 4175e nuités.

La médiane de cette série statistiques est 90 €.

L'affirmation des hotelliers est donc vraie. La moitié des nuitées sont facturées à moins de 90 €.

On pouvait aussi aller un peu plus vite en calculant l'effectif total, 8350, en divisant par 2 pour obtenir 4175.
On cumule ensuite le tableau dans l'ordre croissant jusqu'à atteindre 4175.
Comme $1200 + 1350 + 1000 = 3550$ et que $1200 + 1350 + 1000 + 1100 = 4650$, on trouve que c'est pour le prix de 90 € que la valeur cherchée se trouve. Il s'agit évidement du même raisonnement que celui qui consiste à passer par le tableau des effectifs cumulés croissants.

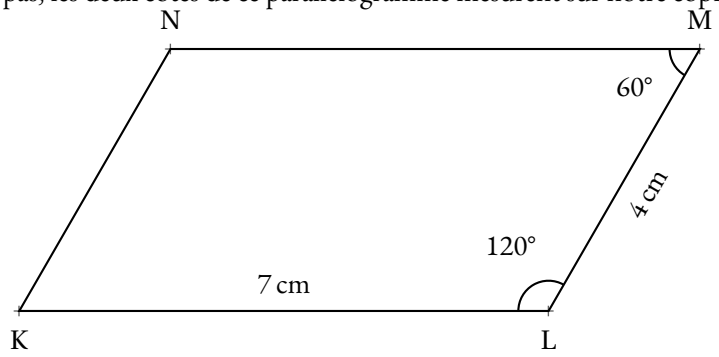
Exercice n° 4 — Scratch et la fleur

20 points

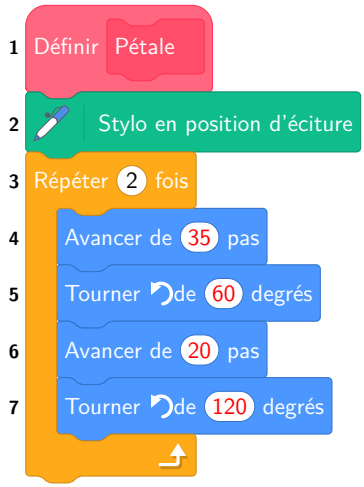
Scratch

Un Scratch assez complet, et même difficile. Il est rare qu'il soit demandé de tracer un parallélogramme connaissant les angles. L'usage du rapporteur est rare au brevet. Les figures obtenues sont assez complexes. Bel exercice pour préparer le brevet.

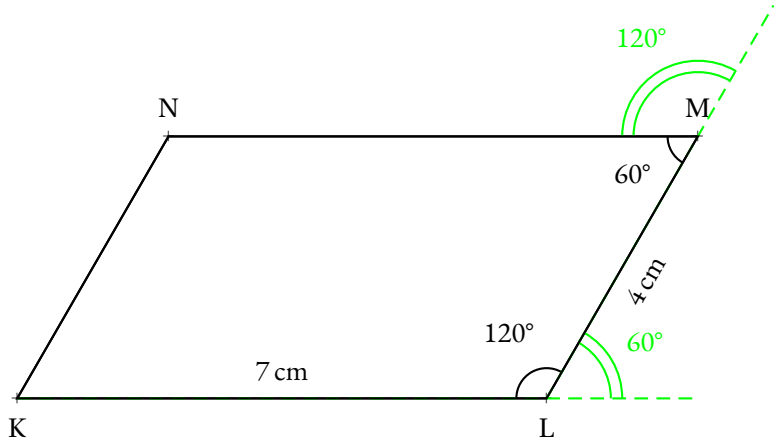
1.a. En prenant 1 cm pour 5 pas, les deux côtés de ce parallélogramme mesurent sur notre copie 7 cm et 4 cm car $35 = 7 \times 5$ et $20 = 4 \times 5$



1.b.



Attention, il y a toujours un piège dans l'orientation et les angles avec Scratch. Voici un schéma explicatif :

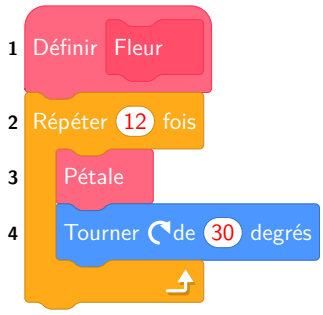


2.a. On constate qu'il y a 5 pétales. Il faut répéter 5 fois.

2.b. On remarque qu'il y a 5 pétales pour faire un tour complet avec les pétales.

Un tour complet d'un cercle représente 360°. Comme $360° \div 5 = 72°$, il faut bien un angle de 72°.

2.c. Cette fois-ci, il y a 12 pétales. Et comme $360° \div 12 = 30°$ voici la réponse attendue :



Exercice n° 5 — L'hippodrome

18 points

Cercle — Périmètre — Aire — Vitesse

Un exercice intéressant, d'une difficulté moyenne, qui demande une assez bonne expertise.

1. Le tour de piste est constitué de deux segments de 850 m et d'un cercle de rayon 40 m.
On sait que le périmètre d'un cercle de rayon R est donné par la formule : $2\pi R$.

Périmètre $= 2 \times 850\,\text{m} + 2\pi \times 40\,\text{m}$
Périmètre $\approx 1700\,\text{m} + 251\,\text{m}$
Périmètreă $\approx 1951\,\text{m}$.

Le tour de piste fait bien environ 1951 m.

2.a. Pour calculer la vitesse moyenne, on utilise le fait que la distance et le temps sont proportionnels.

Distance	1951 m	$\dfrac{1\,s \times 1951\,\text{m}}{129\,s} \approx 15{,}12\,\text{m}$
Temps	2 min 9 s=129 s	1 s

La vitesse de ce cheval est de 15,12 m/s

2.b. On peut encore utiliser un tableau de proportionnalité :

Distance	15,12 m	$\frac{3600\ s \times 15{,}12\,\text{m}}{1\ s} = 54\,432\,\text{m} = 54{,}432\,\text{km}$
Temps	1 s	1 h=60 min=3600 s

La vitesse de ce cheval est de 54,432 km/h.

3. Il faut déterminer le nombre de sacs et le prix pour chaque marque.

Marque A

$73\,027\,\text{m}^2 \div 500\,\text{m}^2 = 146,054$

Il faut 147 sacs.

Or $147 \times 141{,}95$ € $= 20\,866$ €.

Marque B

$73\,027\,\text{m}^2 \div 400\,\text{m}^2 = 182{,}5675$

Il faut 183 sacs.

Or $183 \times 87{,}90$ € $= 16\,085{,}70$ €.

Marque C

$73\,027\,\text{m}^2 \div 300\,\text{m}^2 \approx 243,423$

Il faut 244 sacs.

Or $244 \times 66{,}50$ € $= 16\,226$ €.

C'est avec la **Marque B** que le coût est le moins cher.

Diplôme national du brevet
Session 2023

Mathématiques

Série générale

Centres étrangers

14 juin 2023

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	18 points
Exercice n° 2	24 points
Exercice n° 3	15 points
Exercice n° 4	22 points
Exercice n° 5	21 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

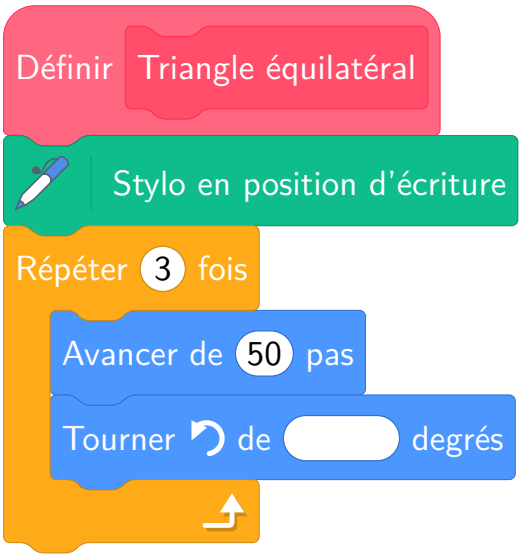
Exercice n° 1 — QCM

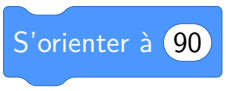
18 points

Cet exercice, en deux parties, est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, parmi les réponses proposées, une seule est exacte. Recopier le numéro de la question et indiquer la réponse choisie. Aucune justification n'est attendue ici.

Partie A : On s'intéresse au programme ci-dessous composé du bloc **Triangle équilatéral** et d'un script principal :

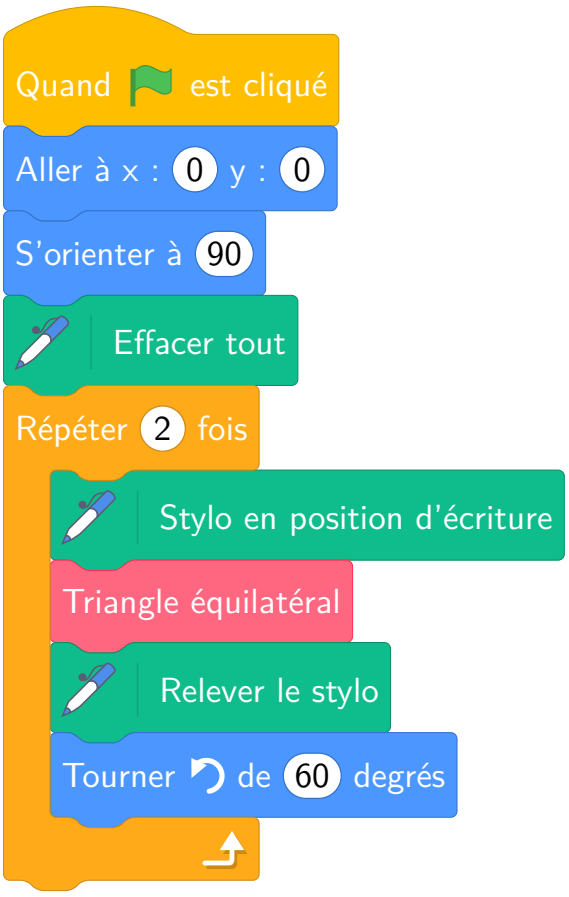
Bloc Triangle équilatéral

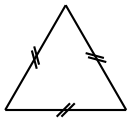
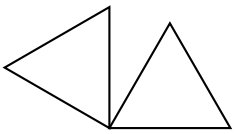
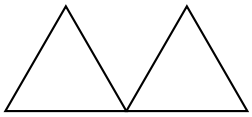
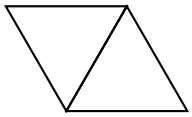


L'instruction 

signifie s'orienter vers la droite.

Script principal



Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. On souhaite construire le triangle équilatéral ci-dessous. Le stylo est orienté à 90° au départ comme ci-dessous. Départ →  Compléter le script bloc **Triangle équilatéral** avec la valeur qui convient.	60°	100°	120°
2. Parmi les trois figures, laquelle est obtenue avec le script principal			
3. Quel polygone obtient-on si on remplace dans le script principal, la boucle **répéter 2 fois** par une boucle **répéter 6 fois** ?	Un parallélogramme	Un hexagone	Un losange

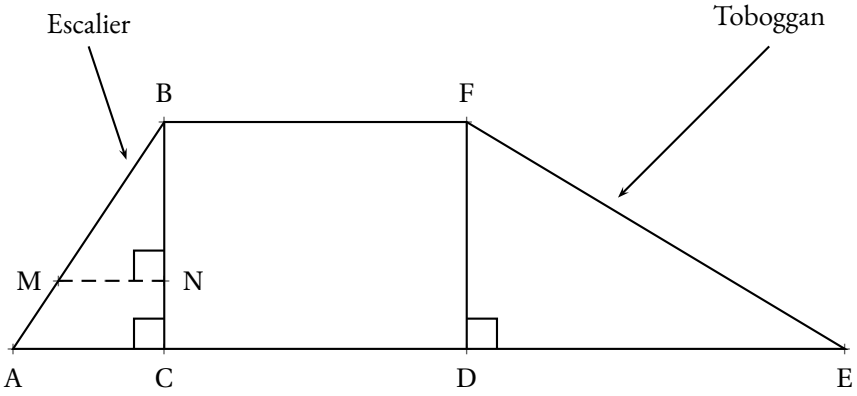
Partie B :

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{7}{5}\right) \div \frac{4}{3} =$	$\frac{3}{15} \times \frac{4}{3}$	$\left(\frac{1}{3} \times \frac{7}{5}\right) \div \frac{4}{3}$	$\frac{3}{15} \times \frac{3}{4}$
2. L'écriture scientifique de $302{,}4 \times 10^{18}$	$3{,}024 \times 10^{16}$	$3{,}024 \times 10^{20}$	$0{,}3024 \times 10^{21}$
3. On donne ci-dessous la masse de huit biscuits différents : 12 g ; 10 g ; 18 g ; 8 g ; 12 g ; 15 g ; 11 g ; 13 g Suite à une erreur de mesure, le biscuit pesant 18 g pèse en fait 16 g Une fois cette erreur corrigée, la valeur de la médiane sera :	Plus petite	La même	Plus grande

Exercice n° 2 — La cabane de jardin et le toboggan *24 points*

Les 3 parties de cet exercice sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Une famille souhaite installer dans son jardin la cabane ci-dessous. La partie inférieure de cette cabane, encadrée par des pointillés sur la photo, est modélisée par le schéma à droite :



On précise que :

- AB = 1,3 m, AC = 0,5 m ;
- BC = DF = 1,2 m et DE = 2,04 m ;
- Les triangles ABC, BMN et FDE sont rectangles.

Partie A : Étude du toboggan

1. Pour que le toboggan soit sécurisé, il faut que l'angle $\widehat{DEF}$ mesure 30°, au degré près.
Le toboggan de cette cabane est-il sécurisé ?

2. Montrer que la rampe du toboggan, EF, mesure environ 2,37 m.

Partie B : Étude de l'échelle

Pour consolider l'échelle, on souhaite ajouter une poutre supplémentaire [MN], comme indiqué sur le modèle.

1. Démontrer que les droites (AC) et (MN) sont parallèles.

2. On positionne cette poutre [MN] telle que BN = 0,84 m. Calculer sa longueur MN.

Partie C : Étude du bac à sable

Un bac à sable est installé sous la cabane. Il s'agit d'un pavé droit dont les dimensions sont données ci-dessous :

- Longueur : 200 cm
- Largeur : 180 cm
- Hauteur : 20 cm

1. Calculer le volume de ce bac à sable en cm^3.

2. On admet que le volume du bac à sable est de 0,72 m^3. On remplit entièrement ce bac avec un mélange de sable à maçonner et de sable fin dans le ratio 3 : 2.
Vérifier que le volume nécessaire de sable à maçonner est de 0,432 m^3 et que celui de sable fin est de 0,288 m^3 .

3. Un magasin propose à l'achat le sable à maçonner et le sable fin, vendus en sac. D'après les indications ci-dessous, quel est le coût total du sable nécessaire pour remplir entièrement ce bac à sable sachant qu'on ne peut acheter que des sacs entiers ?

Un sac de sable à maçonner

Poids : 35 kg
Volume : 0,022 m^3
Prix : 2,95 €

Un sac de sable fin

Poids : 25 kg
Volume : 0,016 m^3
Prix : 5,95 €

Exercice n° 3 — Les deux programmes de calcul *15 points*

Amir et Sonia ont chacun inventé un programme de calcul.

Programme d'Amir

- Choisir un nombre
- Soustraire 5
- Prendre le double du résultat

Programme de Sonia

- Choisir un nombre
- Ajouter 3
- Multiplier le résultat par le nombre choisi
- Soustraire 16

1. Montrer que si le nombre choisi au départ est 6 alors on obtient 2 avec le programme d'Amir et on obtient 38 avec celui de Sonia.

2. Amir et Sonia souhaitent savoir s'il existe des nombres choisis au départ pour lesquels les deux programmes renvoient le même résultat. Pour cela, ils complètent la feuille de calcul ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre choisi -2	-1	0	1	2	3	4	
2	Programme d'Amir -14	-12	-10	-8	-6	-4	-2	
3	Programme de Sonia -18	-18	-16	-12	-6	2	12	

Aucune justification n'est attendue pour les deux questions ci-dessous.

2.a. Parmi les trois propositions suivantes, recopier sur votre copie la formule qui a été saisie dans la cellule **B2** avant d'être étirée vers la droite.

$= (B1 - 5) * 2$ $= (-2 - 5) * 2$ $= B1 - 5 * 2$

2.b. En vous aidant de la feuille de calcul, quel nombre doivent-ils choisir pour obtenir des résultats égaux avec les deux programmes ?

3. Sonia et Amir souhaitent vérifier s'il existe d'autres nombres permettant d'obtenir des résultats égaux avec les deux programmes.
Pour cela, ils décident d'appeler x le nombre choisi au départ de chacun des programmes.

3.a. Montrer que le résultat obtenu avec le programme de Sonia est donné par $x^2 + 3x - 16$

3.b. On admet que les programmes donnent le même résultat si on choisit comme nombre de départ les solutions de l'équation $(x-2)(x+3) = 0$
Résoudre cette équation et en déduire les valeurs pour lesquelles les deux programmes de calcul renvoient le même résultat.

Exercice n° 4 — La tombola *22 points*

Des élèves organisent, pour leur classe, un jeu au cours duquel il est possible de gagner des lots. Pour cela, ils placent dans une urne trois boules noires numérotées de 1 à 3, et quatre boules rouges numérotées de 1 à 4, toutes indiscernables au toucher.

Partie A : étude du jeu

On pioche au hasard une boule dans l'urne.

1.a. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ?

1.b. Quelle est la probabilité de tirer une boule dont le numéro est un nombre pair ?

Le jeu consiste à piocher, dans l'urne, une première boule, la remettre dans l'urne puis en piocher une seconde. Pour chacune des boules tirées, on note la couleur ainsi que le numéro. Pour gagner un lot, il faut tirer la boule rouge numérotée 1 et une boule noire.

2. Quelle est la probabilité de gagner ?

Partie B : constitution des lots

Pour constituer les lots, on dispose de 195 figurines et 234 autocollants. Chaque lot sera composé de figurines ainsi que d'autocollants. Tous les lots sont identiques. Toutes les figurines et tous les autocollants doivent être utilisés.

1. Peut-on faire 3 lots ?

2. Décomposer 195 en produit de facteurs premiers.

Sachant que la décomposition en produit de facteurs premiers de 234 est $2 \times 3^2 \times 13$.

3.a. Combien de lots peut-on constituer au maximum ?

3.b. De combien de figurines et d'autocollants sera alors composé chaque lot ?

Exercice n° 5 — Promenade en bateau sur le canal *21 points*

Pour se promener le long d'un canal, deux sociétés proposent une location de bateaux électriques. Les bateaux se louent pour un nombre entier d'heure.

1. Étude du tarif proposé par la société A

Pour la société A, le prix à payer en fonction de la durée de location en heure est donné par le graphique en ANNEXE.
Répondre aux questions ci-dessous à l'aide du graphique.

*Aucune justification n'est attendue pourles questions **1.a** et **1.b**.*

1.a. Quel prix va-t-on payer en louant un bateau pour 2 heures ?

1.b. On dispose d'un budget de 100 € , combien d'heures entières peut-on louer un bateau ?

1.c. Expliquer pourquoi le prix est proportionnel à la durée de location.

1.d. En déduire à l'aide d'un calcul, le prix à payer pour une durée de location de 10 heures.

2. Étude du tarif proposé par la société B

La société B propose le tarif suivant : 60 € de frais de dossier plus 15 € par heure de location.

2.a. Montrer qu'en louant un bateau pour une durée de 2 heures, le prix à payer sera de 90 €.

2.b. On désigne par x le nombre d'heures de location. On appelle f la fonction qui, au nombre d'heures de location, associe le prix, en euro, avec le tarif proposé par la société B.

On admet que f est définie par : $f(x) = 15x + 60$

Sur le graphique donné en ANNEXE à rendre avec la copie, tracer la courbe représentative de la fonction f.

2.c. Le prix payé est-il proportionnel à la durée de location ?

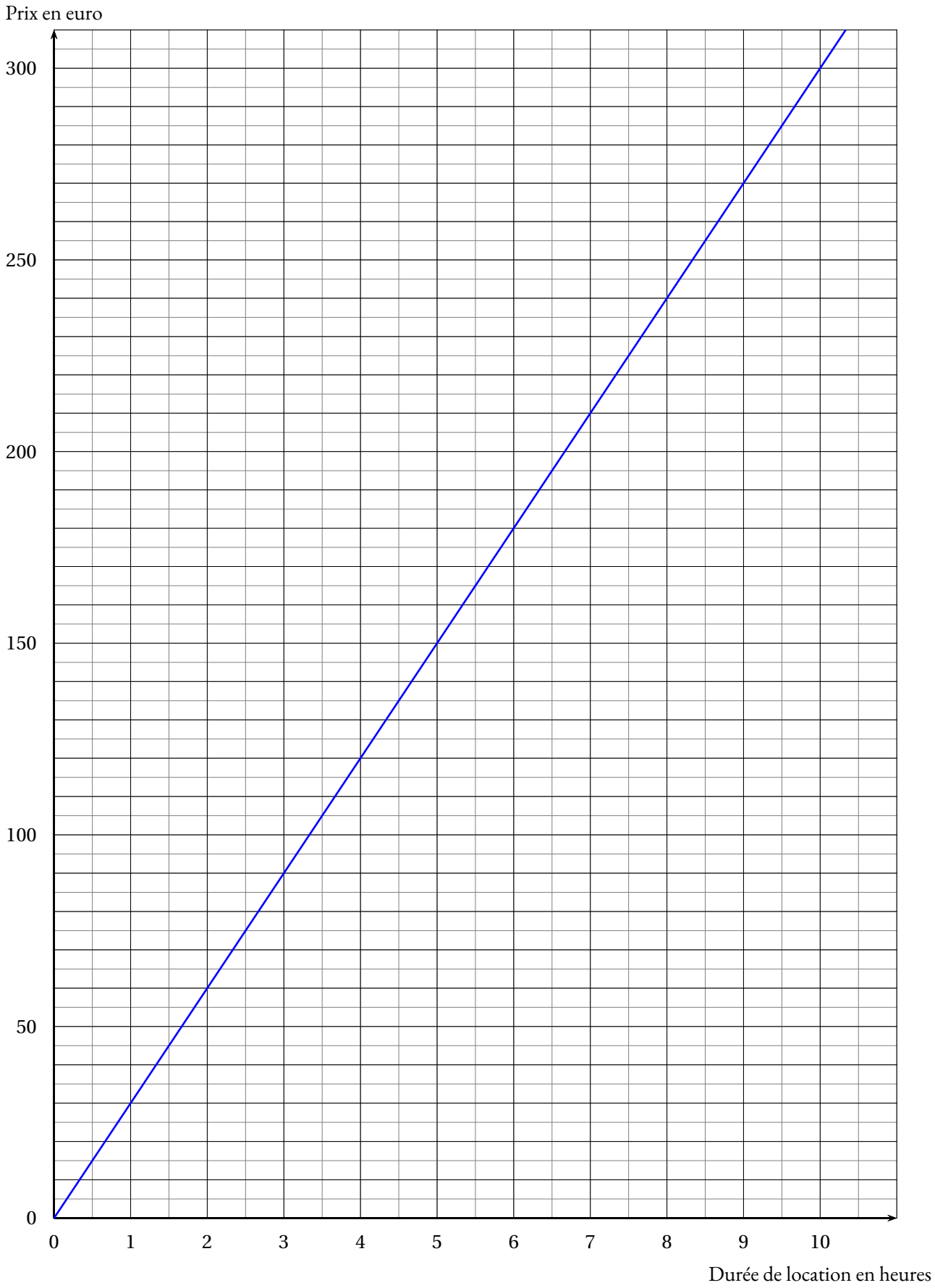
3. Comparaison des deux tarifs

3.a. On souhaite louer un bateau pour une durée de 3 heures.
Quelle société doit-on choisir pour avoir le tarif le moins cher ?
Quel prix va-t-on payer dans ce cas ?

3.b. Pour quelle durée de location le prix payé est-il identique pour les deux sociétés ?

ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice 5



Brevet — 2023 — Centres étrangers — Série générale

Correction

U très bon sujet de révision. Il contient la plupart des thèmes au programme du brevet et quelques spécificités quelquefois oubliées, comme le ratio, les agrandissements, les probabilités à deux épreuves. Un sujet très efficace pour réviser.

Exercice n° 1 — QCM

18 points

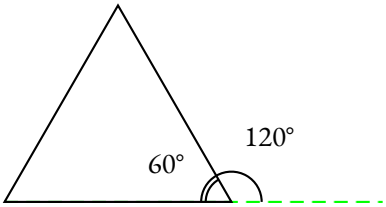
Scratch — Fractions — Écriture scientifique — Médiane

Un QCM original avec une longue partie concernant Scratch. La seconde partie numérique est assez difficile.

Partie A

1. 120°, **Réponse C**

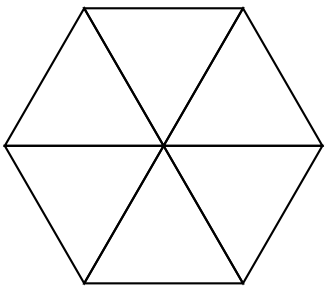
Attention, c'est un piège habituel avec Scratch. L'angle intérieur d'un triangle équilatéral est de 60°, mais l'angle pour tracer est de 120° comme le montre la figure suivante :



2. La **Réponse A** correspond à une rotation d'angle 90°.
La **Réponse B** correspond à une symétrie axiale verticale.
La **Réponse C** correspond bien à la rotation d'angle 60°.

Réponse C

3. On va obtenir six triangles équilatéraux ayant un sommet commun. **Réponse B**



Partie B

1. $A = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{7}{5}\right) \div \frac{4}{3}$

$A = \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{15}\right) \div \frac{4}{3}$

$A = \left(\frac{2 \times 5}{3 \times 5} - \frac{7}{15}\right) \div \frac{4}{3}$

$A = \left(\frac{10}{15} - \frac{7}{15}\right) \div \frac{4}{3}$

$A = \frac{3}{15} \div \frac{4}{3}$

$A = \frac{3}{15} \times \frac{3}{4}$ **Réponse C**

$A = \frac{3 \times 3}{3 \times 5 \times 4}$

$A = \frac{3}{20}$

2. $302{,}4 \times 10^{18} = 3{,}024 \times 10^{2} \times 10^{18} = 3{,}024 \times 10^{20}$ **Réponse B**

3. Classons ces grandeurs dans l'ordre croissant : 8 g ; 10 g ; 11 g ; 12 g ; 12 g ; 13 g ; 15 g ; 18 g.
Il y a 8 valeurs. Comme $8 = 4 + 4$, la médiane est la moyenne entre la quatrième et la cinquième valeur.
La quatrième valeur est 12 g et la cinquième est 12 g. La médiane avant le changement est donc 12 g.

En modifiant la dernière valeur 18 g par 16 g, on ne change pas la médiane. **Réponse B**

Exercice n° 2 — La cabane de jardin et le toboggan *24 points*

Trigonométrie — Pythagore — Thalès — Volume

Un exercice assez complet, qui mélange trigonométrie, Thalès, Pythagore et volume. Utile pour les révisions.

Partie A

1. Dans le triangle FDE rectangle en D, on connaît le côté adjacent et le côté opposé à l'angle $\widehat{DEF}$. Nous allons calculer la tangente de cet angle.

$\tan \widehat{DEF} = \frac{DF}{DE}$

$\tan \widehat{DEF} = \frac{1{,}2\,\text{m}}{2{,}04\,\text{m}}$

À la calculatrice, on arrive à $\widehat{DEF} \approx 30°$ au degré près. Le toboggan est donc bien sécurisé.

2. Dans le triangle FDE rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DF^2 + DE^2 = FE^2$$

$$1,2^2 + 2,04^2 = FE^2$$

$$1,44 + 4,1616 = FE^2$$

$$FE^2 = 5,6016$$

$$FE = \sqrt{5,6016}$$

$$FE \approx 2,367$$

EF mesure environ 2,37 m au centimètre près.

Partie B

1. Les droites (MN) et (AC) sont perpendiculaires à la droite (BC).
On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.**

Les droites (MN) et (AC) sont parallèles.

2. Les droites (MA) et (NC) sont sécantes en B, les droites (MN) et (AC) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA} = \frac{NM}{CA}$$

$$\frac{0{,}84\,m}{1{,}2\,m} = \frac{BM}{BA} = \frac{MN}{0{,}5\,m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$MN = \dfrac{0{,}5\,m \times 0{,}84\,m}{1{,}2\,m}$ d'où $MN = \dfrac{0{,}42\,m^2}{1{,}2\,m}$ et $MN = 0{,}35\,m$

La barre de renfort MN mesure 0,35 m=35 cm

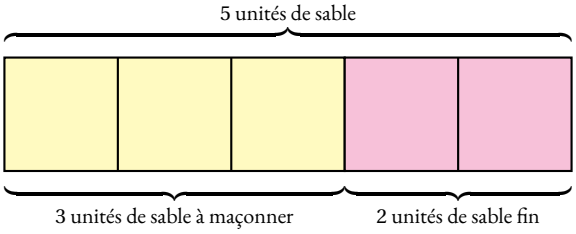
Partie C

1. Ce bac à sable est un pavé droit.

Son volume vaut $200\,cm \times 180\,cm \times 20\,cm = 720\,000\,cm^3$

2. Comme 1 m^3=1000 dm^3=1 000 000 cm^3, on confirme que 720 000 cm^3=0,72 m^3.

Dire que le bac à sable est rempli de sable à maçonner et de sable fin suivant le ratio 3:2 signifie que pour 3 unités de sable à maçonner il y a 2 unités de sable fin.
On peut shématiser cela ainsi :



Cela revient à dire que les grandeurs suivantes sont proportionnelles :

	Sable à maçonner	Sable fin	Total
Ratio	3	2	5
Volume	$\dfrac{3 \times 0{,}72\,m^3}{5} = \dfrac{2{,}16\,m^3}{5} = 0{,}432\,m^3$	$\dfrac{2 \times 0{,}72\,m^3}{5} = \dfrac{1{,}44\,m^3}{5} = 0{,}288\,m^3$	0,72 m^3

Cela revient à dire que le volume de sable à maçonner vaut $\dfrac{3}{5} \times 0{,}72\,m^3$ et que celui de sable fin vaut $\dfrac{2}{5} \times 0{,}72\,m^3$.

Il faut 0,432 m^3 de sable à maçonner et 0,288 m^3 de sable fin.

3. Un sac de sable à maçonner contient 0,022 m^3 de sable. Comme $0{,}432\,m^3 \div 0{,}022\,m^3 \approx 19{,}63$, il faut 20 sacs.

Un sac de sable fin contient 0,016 m^3 de sable. Comme $0{,}288\,m^3 \div 0{,}016\,m^3 = 18$, il faut 18 sacs.

Le coût pour le sable est donc $20 \times 2{,}95\,€ + 18 \times 5{,}95\,€ = 59\,€ + 107{,}10\,€ = 166{,}10\,€$.

Exercice n° 3 — Les deux programmes de calcul *15 points*

Programme de calcul — Tableur — Calcul littéral — Équation produit

Un grand classique : deux programmes de calcul, un tableur, du calcul littéral et une équation. Un exercice à avoir fait et refait en vue de la préparation au brevet.

1.

En prenant 6 avec le programme d'Amir on obtient :

$6-5=1$

$1\times 2=2$

En prenant 6 avec le programme de Sonia on obtient :
$6+3=9$
$9\times 6=54$
$54-16=38$

En prenant 6 au départ, Amir obtient bien 2 et Sonia 38.

2.a. Il faut saisir **=(B1-5)*2** dans la cellule **B2**.

2.b. On constate que pour le nombre de départ 2, Amir et Sonia obtiennent le même nombre -6.

3.a. Notons x le nombre de départ. Sonia obtient successivement :
$S=x+3$
$S=(x+3)\times x$
$S=(x+3)\times x-16$

Développons S
$S=(x+3)\times x-16$
$S=x^2+3x-16$

En prenant x comme nombre générique de départ, Sonia obtient bien l'expression $x^2+3x-16$.

3.b.

$$(x-2)(x+3)=0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} x-2&=0\\ x-2+2&=0+2\\ x2& \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+3&=0\\ x+3-3&=0-3\\ x&=-3 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : 2 et -3

On retrouve la solution 2.
On peut vérifier pour -3 :

En prenant -3 avec le programme d'Amir on obtient :

$-3-5=-8$

$-8\times 2=-16$

En prenant -3 avec le programme de Sonia on obtient :
$-3+3=0$
$0\times 6=0$
$0-16=-16$

Les deux programmes donnent les mêmes résultats pour les nombres de départ 2 et -3.

Cette partie n'était pas demandée, nous la proposons par pure curiosité !

On peut justifier que c'est bien l'équation $(x-2)(x+3)=0$ *qui résoud la question posée.*
Pour x comme nombre de départ, le programme de Sonia correspond à l'expression $x^2+3x-16$.
Pour le programme d'Amir, l'expression est $(x-5)\times 2=2x-10$.

Il faut donc résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}
2x-10 &= x^2+3x-16\\
2x-10-2x &= x^2+3x-16-2x\\
-10 &= x^2+x-16\\
-10+10 &= x^2+x-16+10\\
0 &= x^2+x-6\\
x^2+x-6 &= 0
\end{aligned}$$

Il faudrait maintenant factoriser l'expression x^2+x-6, ce qu'un élève de troisième ne sait pas faire ! On attendra la classe de première.
En revanche, on peut vérifier que $(x-2)(x+3)$ est bien la factorisation cherchée.
En développant on obtient : $(x-2)(x+3) = x^2+3x-2x-6 = x^2+x-6$.
C'est donc bien l'équation $(x-2)(x+3)=0$ qui résoud la question posée.

Exercice n° 4 — La tombola

22 points

Probabilités — Arithmétique

Une expérience aléatoire à deux épreuves et un peu d'arithmétique. Un exercice à avoir fait pour préparer le brevet.

Partie A

1. Comme les boules sont indiscernables au toucher, nous sommes dans cette question face à une expérience aléatoire à une épreuve pour laquelle il y a $3+4=7$ issues équiprobables.

1.a. Il y a 4 boules rouges sur 7 boules en tout. La probabilité cherchée est $\frac{4}{7} \approx 0,571 \approx 57,1\ \%$.

1.b. Il y a 3 boules portant un nombre pair : la boule noire n° 2 et les boules rouges n° 2 et n° 4.

La probabilité cherchée est $\frac{3}{7} \approx 0,429 \approx 42,9\ \%$.

2. Il s'agit maintenant d'une expérience aléatoire à deux épreuves. Représentons toutes les possibilités dans un tableau à double entrées.
On code N1, un boule Noire dont le numéro est 1. On code R3, une boule Rouge dont le numéro est 3.

Première boule / *Deuxième boule*	**R1**	**R2**	**R3**	**R4**	**N1**	**N2**	**N3**
R1	**R1**; *R1*	**R2**; *R1*	**R3**; *R1*	**R4**; *R1*	**N1**; *R1*	**N2**; *R1*	**N1**; *R1*
R2	**R1**; *R2*	**R2**; *R2*	**R3**; *R2*	**R4**; *R2*	**N1**; *R2*	**N2**; *R2*	**N1**; *R2*
R3	**R1**; *R3*	**R2**; *R3*	**R3**; *R3*	**R4**; *R3*	**N1**; *R3*	**N2**; *R3*	**N1**; *R3*
R4	**R1**; *R4*	**R2**; *R4*	**R3**; *R4*	**R4**; *R4*	**N1**; *R4*	**N2**; *R4*	**N1**; *R4*
N1	**R1**; *N1*	**R2**; *N1*	**R3**; *N1*	**R4**; *N1*	**N1**; *N1*	**N2**; *N1*	**N1**; *N1*
N2	**R1**; *N2*	**R2**; *N2*	**R3**; *N2*	**R4**; *N2*	**N1**; *N2*	**N2**; *N2*	**N1**; *N2*
N3	**R1**; *N3*	**R2**; *N3*	**R3**; *N3*	**R4**; *N3*	**N1**; *N3*	**N2**; *N3*	**N1**; *N3*

On constate qu'il y a $7 \times 7 = 49$ issues équiprobables.
Parmi ces 49 possibilités, il y en a 6 gagnantes, celles contenant le code R1 et les code N1, N2 ou N3.

La probabilité de gagner à ce jeu est de $\frac{6}{49} \approx 0,122 \approx 12,2\ \%$.

Partie B

1. Comme $195 \div 3 = 65$ et que $234 \div 3 = 78$, on peut faire 3 lots de 65 figurines et 78 autocollants.

195	3
65	5
13	13
1	

$\boxed{195 = 3 \times 5 \times 13}$

3.a. Comme $234 = 2 \times 3 \times 3 \times 13$ et que $195 = 3 \times 5 \times 13$, on constate que les facteurs premiers communs sont 3 et 13, le plus grand diviseur commun est $3 \times 13 = 39$.

On peut constituer au maximum 39 lots.

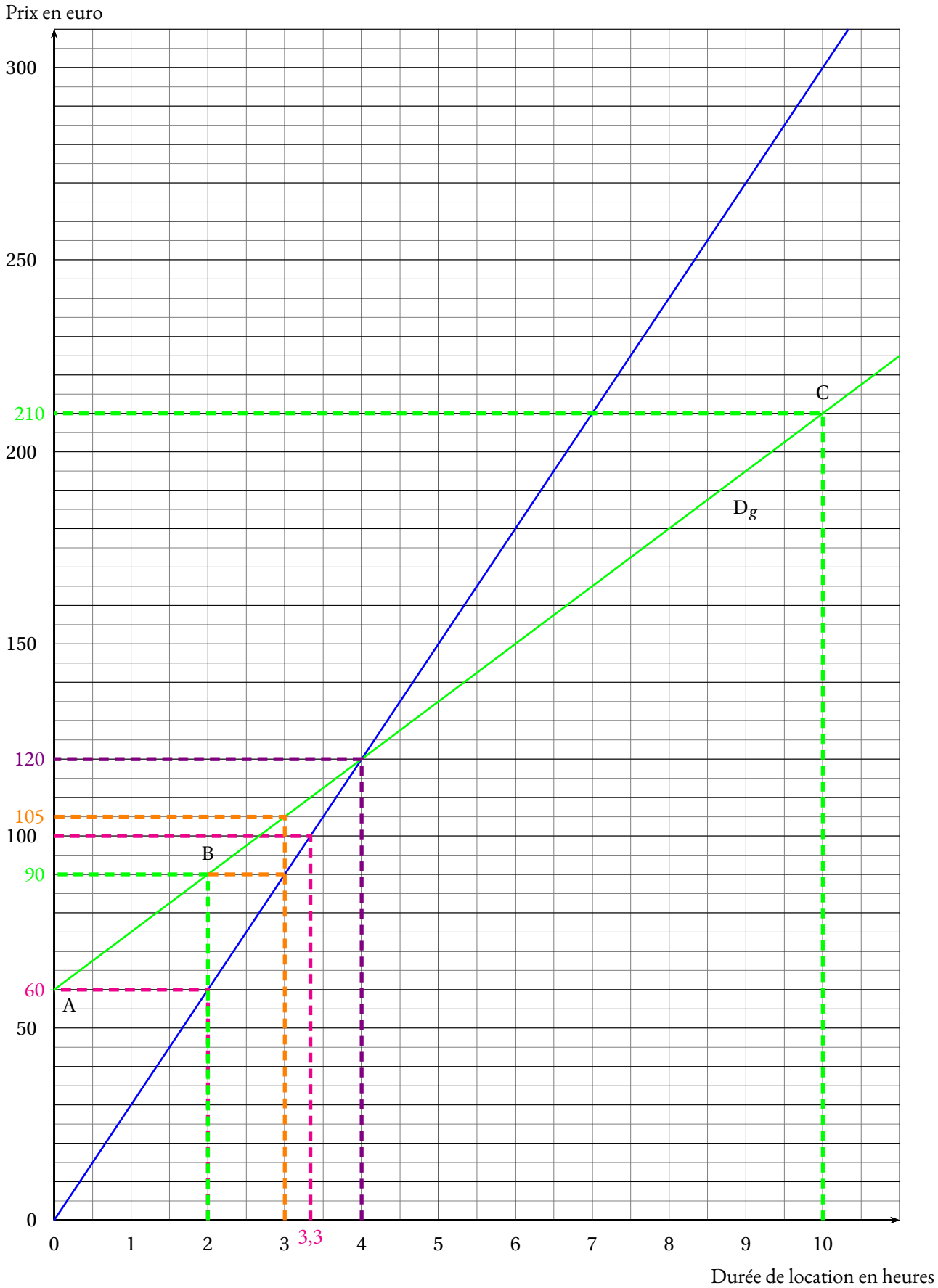
3.b. D'autre part, $234 = 39 \times 6$ et $195 = 39 \times 5$, on peut constituer 39 lots contenant chacun 5 figurines et 6 autocollants.

Exercice n° 5 — Promenade en bateau sur le canal

21 points

Lecture graphique — Fonction linéaire — Fonction affine — Équation

Un tracé de fonction affine, une lecture graphique sur une fonction linéaire, une équation. J'aime beaucoup cet exercice. Parfait pour se préparer.



1.a. Pour deux heures, on paye 60 €.

1.b. On peut louer le bateau 3 h. On n'a pas assez pour le louer 4 h.

1.c. On sait que la représentation graphique de deux grandeurs proportionnelles est une droite passante par l'origine du repère. C'est le cas de ce graphique.

Le prix est bien proportionnel à la durée de location.

1.d. On peut raisonner en termes de proportionnalité à partir de la question **1.a.**.

Le plus simple est de dire que, puisque l'on paye 60 €pour 2 h, on va payer 5 fois plus cher pour une location 5 fois plus longues, soit 5×60 € $= 300$ €.

On pouvait aussi revenir à l'unité et déterminer qu'une heure de location coûte 30 €.

On peut aussi passer, de manière plus systématique, par un tableau et un produit en croix :

Prix	60 €	$\dfrac{10\ h \times 60\ €}{2\ h} = \dfrac{600\ €}{2} = 300\ €$
Durée	2 h	10 h

De manière plus experte, on pouvait aussi considérer que cette représentation graphique est celle d'une fonction linéaire qui s'écrit sous la forme $g(x) = ax$.
Comme $g(2) = 60$ on arrive à :

$$\begin{aligned} g(2) &= 60 \\ 2a &= 60 \\ a &= \frac{60}{2} \\ a &= 30 \end{aligned}$$

Ainsi $g(x) = 30x$ et enfin $g(10) = 30 \times 10 = 300$.

Dans tous les cas le prix pour 10 h est de 300 €.

2.a. En louant le bateau 2 heures, on va payer $60\ € + 2 \times 15\ € = 60\ € + 30\ € = 90\ €$.

2.b. On comprend bien que si on note x la durée de location, le prix payé est $60 + 15x$.

La fonction $f(x) = 15x + 60$ est une fonction affine, de coefficients $a = 15$ et $b = 60$.
On sait que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.
Il faut donc calculer les coordonnées de 2 points distincts.

$f(0) = 60$, ainsi le point A$(0;60)$ est un point de la droite représentative de f.

On a vu, par exemple, que $f(2) = 90$, le point B$(2;90)$ est aussi un point de cette droite.
On pouvait aussi calculer une image plus éloignée, comme $f(10) = 60 + 15 \times 10 = 60 + 150 = 210$ et placer le point C$(10;210)$.
Deux points suffisent !

Voir le tracé en vert ci-dessus.

2.c. La représentation graphique de cette fonction affine est bien une droite, mais elle ne passe pas par l'origine.
On pouvait aussi comparer deux valeurs :
$f(2) = 90$ et $f(10) = 210$. Or $5 \times 2 = 10$ et $5 \times 90 = 450$.

Dans ce cas, le prix payé n'est pas proportionnel à la durée de location.

3.a. On peut lire cette information graphiquement puis vérifier par le calcul. Voir le tracé en orange.
Pour le premier tarif, on paye 3×30 € $= 90$ €.
Pour le second tarif, on paye $60\ € + 3 \times 15\ € = 60\ € + 45\ € = 105$ €..

Pour avoir le prix le moins cher, il faut choisir la première société. On paye dans ce cas 90 €.

3.b. On peut lire cette information graphiquement. Voir le tracé violet.

On peut aussi résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 30x &= 60 + 15x \\ 30x - 15x &= 60 + 15x - 15x \\ 15x &= 60 \\ x &= \frac{60}{15} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

On a bien $30\,€ \times 4 = 120\,€$ et $60\,€ + 15\,€ \times 4 = 60\,€ + 60\,€ = 120\,€$.

$\boxed{\text{Pour 4 h, le prix payé est le même pour le deux sociétés, il est de } 120\,€.}$

Diplôme national du brevet
Session 2023

Mathématiques

Série générale

Asie Pacifique

19 juin 2023

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	22 points
Exercice n° 2	18 points
Exercice n° 3	15 points
Exercice n° 4	16 points
Exercice n° 5	24 points

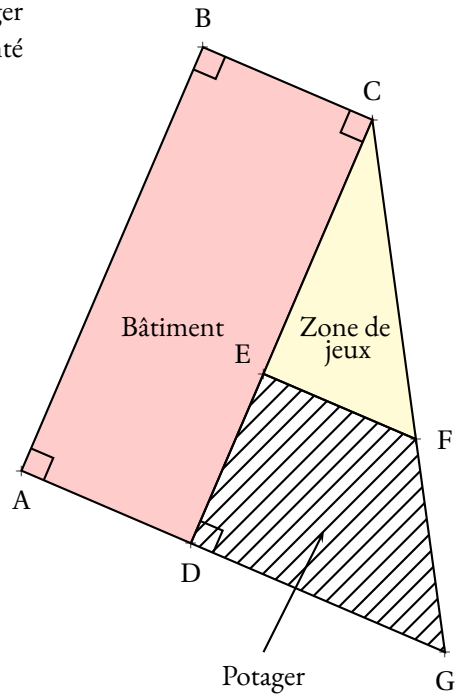
Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Le centre de loisirs *22 points*

Un centre de loisir dispose d'un bâtiment et d'un espace extérieur pour accueillir des enfants.

L'espace extérieur, modélise par un triangle, est partagé en deux parties : un potager (quadrilatère DEFG hachuré) et une zone de jeux (triangle EFC), comme représenté par la figure ci-contre.



Données :

- Les points C, E et D sont alignés ;
- Les points C, F et G sont alignés ;
- Les droites (EF) et (DG) sont parallèles ;
- Les droites (DG) et (CD) sont perpendiculaires ;
- CE = 30 m ; ED = 10 m et DG = 24 m.

1. Déterminer la longueur CD.

2. Calculer la longueur CG. Arrondir au dixième de mètre près.

3. L'équipe veut séparer la zone de jeux et le potager par une clôture représentée par le segment [EF].
Montrer que la clôture doit mesurer 18 m.

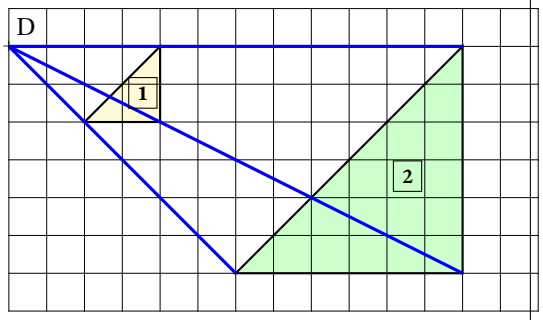
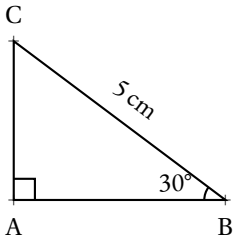
4. Pour semer du gazon sur la zone de jeux, l'équipe décide d'acheter des sacs de 5 kg de graines à 22,90 € l'unité. Chaque sac permet de couvrir une surface d'environ 140 m^2.
Quel budget doit-on prévoir pour semer du gazon sur la totalité de l'aire de jeux ?

5. La directrice du centre affirme que la surface du potager est plus grande que celle de la zone de jeux.
A-t-elle raison ?

Exercice n° 2 — QCM

18 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, trois réponses (A, B et C) sont proposées. **Une seule réponse est correcte.**
Recopier le numéro de la question et la réponse sur votre copie.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Un sac de billes opaque contient deux billes rouges, trois billes vertes et trois billes bleues. Les billes sont indiscernables au toucher. On tire, au hasard, une bille dans le sac. Quelle est la probabilité d'obtenir une bille rouge ?	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$
2. Si je souhaite augmenter un prix de 25 %, par quel coefficient dois-je multiplier ce prix ?	$1,25$	$0,25$	$0,75$
3. Sur la figure suivante, le triangle $\boxed{2}$ est l'image du triangle $\boxed{1}$ par une transformation Quelle est cette transformations ?  	Un translation	Une homothétie de centre D et de rapport -3	Une homothétie de centre D et de rapport 3
4. On considère la fonction f définie par : $f(x) = -9 - 7x$ Quelle affirmation est correcte ?	f est une fonction affine	f est une fonction linéaire	f n'est ni une fonction affine ni une fonction linéaire
5. Une année lumière est une unité de longueur égale à environ 9461 milliards de kilomètres À quelle distance en mètre cela correspond-il ?	$9,461 \times 10^{15}$ m	$9,461 \times 10^{12}$ m	$9,461 \times 10^{9}$ m
6.  Quelle expression donne la longueur de AB en centimètre ?	$5 \times \sin 30°$	$5 \times \cos 30°$	$\frac{5}{\cos 30°}$

Exercice n° 3 — Un programme de calcul

15 points

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre ;
- Calculer le carré de ce nombre ;
- Multiplier par 5 ;
- Ajouter 4 ;
- Multiplier par 2 ;
- Enlever 8 ;
- Écrire le résultat.

Partie A

1. Montrer que si 3 est le nombre de départ, le programme donne un résultat égal à 90.

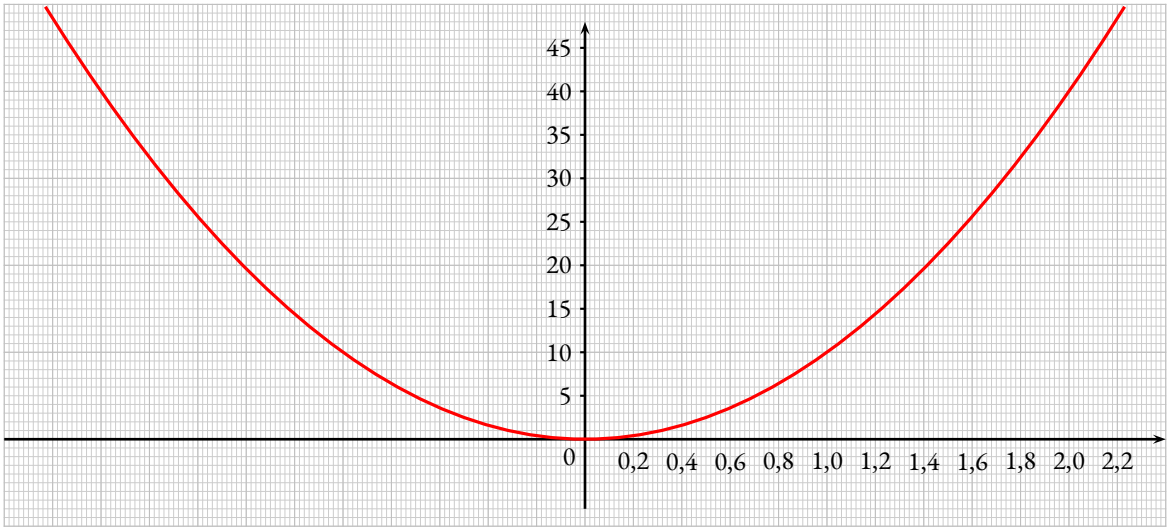
2. Un élève choisit 2 comme nombre de départ et un autre choisit -2. Montrer qu'ils doivent obtenir le même résultat.

3. Si on nomme x le nombre de départ, montrer que le résultat du programme peut s'écrire $10x^2$.

Partie B

Dans cette partie, un élève cherche le ou les nombre(s) de départ qu'il faut choisir pour obtenir 30 comme résultat.

4. Pour cela, il représente graphiquement la fonction f associée au programme de calcul, définie par $f(x) = 10x^2$.
Il obtient la courbe suivante :



À l'aide du graphique, déterminer une valeur approchée des antécédents de 30 par la fonction f.
Ne pas de justifier.

5. L'élève souhaite trouver une valeur plus précise de l'antécédent **positif** trouvé dans la question précédente.
Pour cela, il utilise une feuille de calcul dont un extrait est donné ci-contre.

	A	B
1	Nombre de départ	Résultat
2	1,67	27,889
3	1,68	28,224
4	1,69	28,561
5	1,70	28,9
6	1,71	29,241
7	1,72	29,584
8	1,73	29,929
9	1,74	30,276
10	1,75	30,625
11	1,76	30,976
12	1,77	31,329
13	1,78	31,684
14	1,79	32,041
15	1,80	32,4

5.a. Quelle formule a été saisie dans la cellule **B2** avant d'être étirée vers le bas.
Ne pas justifier.

5.b. Dans ce tableau, quel est le nombre de départ donnant le résultat le plus proche de 30 ?
Ne pas justifier.

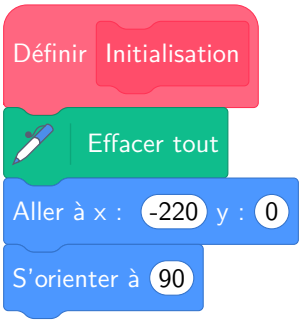
6. Donner la valeur exacte du nombre positif cherché par l'élève.

Exercice n° 4 — Des frises avec Scratch *16 points*

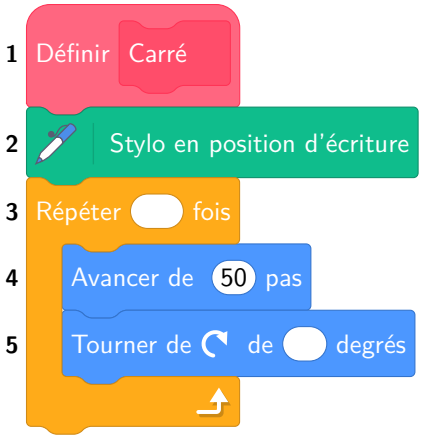
Dans cet exercice aucune justification n'est demandée.

Une élève souhaite réaliser un programme avec un logiciel de programmation pour dessiner des frises constituées de carrés et de rectangles.
Pour cela, elle commence par créer les 3 blocs ci-dessous.

Bloc 1



Bloc 2



Bloc 3

La commande 

signifie que le lutin est tourné vers la droite.

1. Quelles sont les coordonnées du lutin après exécution du **Bloc 1**.

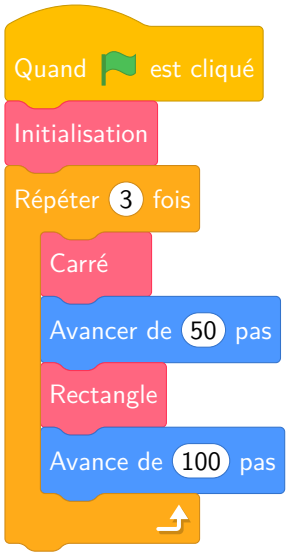
2. Par quelles valeurs doit-on compléter les lignes 3 et 5 du **Bloc 2** pour obtenir un carré ?

3. Construire ce que dessine le lutin lorsque le bloc 3 est utilisé. On prendra 1 cm pour 20 pas.

4. L'élève souhaite réaliser les deux frises ci-dessous

Frise n° 1

Frise n° 2



4.a. Elle rédige le script ci-contre.
Indiquer le numéro de la frise qu'elle va obtenir lorsque le drapeau vert est cliqué.

4.b. Écrire un script permettant de réaliser la frise qui n'a pas été obtenue.

Exercice n° 5 — Le marchand de glaces

24 points

Un marchand de glaces souhaite préparer ses ventes pour l'été prochain.
Voici quelques informations concernant son activité en juillet août 2022.

Prix de vente des pots de glace

- 1 boule : 2,80 €
- 2 boules : 3,50 €

Dimension de la cuillère à glace

Diamètre : 4,2 cm

Nombres de pots de glaces vendus

	Juillet 2022	Août 2022
Semaine 1	453	860
Semaine 2	649	1003
Semaine 3	786	957
Semaine 4	854	838

Rappels

Le volume d'une boule de rayon R est donné par la formule :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$$

$1\ dm^3 = 1\ L$

1. Calculer le nombre moyen de pots de glace vendus par semaine au cours de la période de juillet à août 2022.

2. Parmi tous les pots de glace vendus au cours de cette période, 67 % sont des pots à une boule.
Calculer la somme que rapporte la vente des pots de glace au cours de cette période.

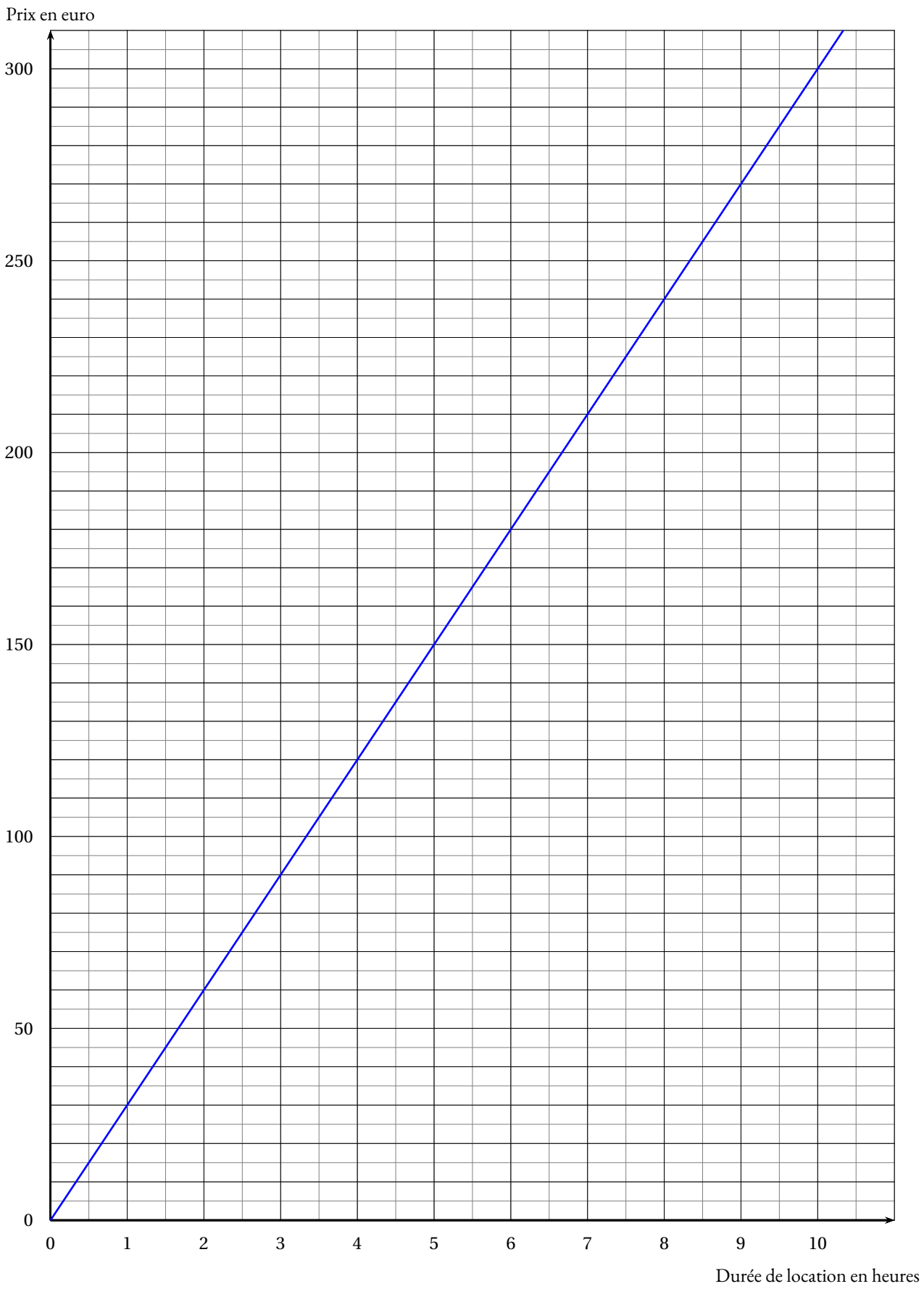
3. On modélise une boules de glace réalisées avec la cuillère à glace par des boules de 4,2 cm de diamètre.

3.a. Montrer que le volume d'une boule de glace est d'environ 39 cm^3.

3.b. Le vendeur utilise des bacs de glace contenant 10 L chacun.
Combien peut-il faire de boules de glace, au maximum, avec la glace contenue dans un bac ?

ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice 5



Brevet — 2023 — Asie Pacifique — Série générale

Correction

Un sujet un peu foutraque. Des exercices intéressants, des choses surprenantes. On peut l'utiliser pour préparer le brevet.

Exercice n° 1 — Le centre de loisirs

22 points

Théorème de Pythagore — Théorème de Thalès — Aire

Un exercice classique de géométrie, sans grande difficulté.

1. Comme les points C, E et D sont alignés, $\boxed{CD = CE + ED = 30\,m + 10\,m = 40\,m.}$

2. Dans le triangle CDG rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DC^2 + DG^2 = CG^2$$
$$30^2 + 24^2 = CG^2$$
$$900 + 576 = CG^2$$
$$CG^2 = 1476$$
$$CG = \sqrt{1476}$$
$$CG \approx 38,42$$

$\boxed{CG \approx 38{,}4\,m \text{ au dixième de mètre près.}}$

3. Les droites (ED) et (FG) sont sécantes en C, les droites (EF) et (DG) sont parallèles,
'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{CE}{CD} = \frac{CF}{CG} = \frac{EF}{DG}$$
$$\frac{30\,m}{40\,m} = \frac{CF}{CG} = \frac{EF}{24\,m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$EF = \dfrac{24\,m \times 30\,m}{40\,m}$ d'où $EF = \dfrac{720\,m^2}{40\,m}$ et $EF = 18\,m$

$\boxed{EF = 18\,m}$

4. La zone de jeux est un triangle rectangle. $\text{Aire}_{CEF} = \dfrac{30\,m \times 18\,m}{2} = 270\,m^2$.

Un sac permet de recouvrir $140\,m^2$. Comme $270\,m^2 \div 140\,m^2 \approx 1{,}92$, il faut 2 sacs.

$\boxed{\text{Le coût du gazon est de } 2 \times 22{,}90\,€ = 45{,}80\,€}$

5. $\text{Aire}_{DEFG} = \text{Aire}_{CDG} - \text{Aire}_{CEF}$

On a vu que $\text{Aire}_{CEF} = 270\,m^2$.

CDG est un triangle rectangle. $\text{Aire}_{CDG} = \dfrac{40\,m \times 24\,m}{2} = 480\,m^2$.

Ainsi $\text{Aire}_{DEFG} = 480\,m^2 - 270\,m^2 = 210\,m^2$.

$\boxed{\text{C'est faux, l'aire du potager qui mesure } 210\,m^2 \text{ est plus petite que celle de l'aire de jeux qui mesure } 270\,m^2.}$

Exercice n° 2 — QCM

18 points

Probabilités — Pourcentages — Homothétie — Fonction affine — Écriture scientifique — Trigonométrie

Un QCM assez complet.

1. Nous sommes ici dans une expérience aléatoire à une épreuve constituée de $2+3+3=8$ issues équiprobables.
Il y a 2 billes rouges.

La probabilité cherchée est donc $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$ — **Réponse B**

2. On sait qu'augmenter une grandeur de x % revient à multiplier cette grandeur par $1+\frac{x}{100}$.

Comme $1+\frac{25}{100}=1+0,25=1,25$, cela revient à multiplier par $1,25$ — **Réponse A**

3. On voit clairement que cette transformation agrandit le triangle $\boxed{1}$. C'est une homothétie.
Son rapport est positif car la figure et son image sont du même côté du point D.
De plus, le rapport est bien 3 car le triangle $\boxed{2}$ est bien trois fois plus grand que le triangle $\boxed{1}$.

C'est une homothétie de centre D et de rappport 3 — **Réponse C**

4. La fonction f peut s'écrire $f(x)=-7x-9$ et même $f(x)=-7\times x+(-9)$.

Elle est donc bien affine, de coefficients -7 et -9.
Elle n'est pas linéaire, elle n'est pas de la forme ax car $-9\neq 0$.

f est une fonction affine — **Réponse A**

5. 9461 milliards de kilomètres s'écrit 9 461 000 000 000 km.

Comme 1 km=1000 m, cela fait aussi 9 461 000 000 000 000 m soit $9{,}461\times 10^{15}$ m — **Réponse A**

6. Dans le triangle ABC rectangle en A, on cherche le côté adjacent à l'angle $\widehat{B}$ et on connaît l'hypoténuse. Nous allons utiliser le cosinus de l'angle $\widehat{B}$.

$\cos 30° = \frac{BA}{BC}$ donc $\cos 30° = \frac{AB}{5\,\text{cm}}$ donc $AB = 5\,\text{cm}\times\cos 30°$ — **Réponse B**

Exercice n° 3 — Un programme de calcul

15 points

Programme de calcul — Tableur — Lecture graphique

Un exercice original. Le programme de calcul est particulièrement complexe. La lecture graphique demande de la précision. Le tableur contient de très nombreuses valeurs, pas si simple.

1. En prenant 3 comme nombre de départ on obtient successivement :

- 3;
- $3^2=9$;
- $5\times 9=45$;
- $45+4=49$;
- $49\times 2=98$;
- $98-8=90$.

En prenant 3 comme nombre de départ, on obtient bien 90.

2.

En prenant 2 comme nombre de départ on obtient successivement :

- 2 ;
- $2^2 = 4$;
- $5 \times 4 = 20$;
- $20 + 4 = 24$;
- $24 \times 2 = 48$;
- $48 - 8 = 40$.

En prenant -2 comme nombre de départ on obtient successivement :

- -2 ;
- $(-2)^2 = 4$;
- $5 \times 4 = 20$;
- $20 + 4 = 24$;
- $24 \times 2 = 48$;
- $48 - 8 = 40$.

En prenant 2 ou -2 comme nombre de départ on arrive au même nombre 40.

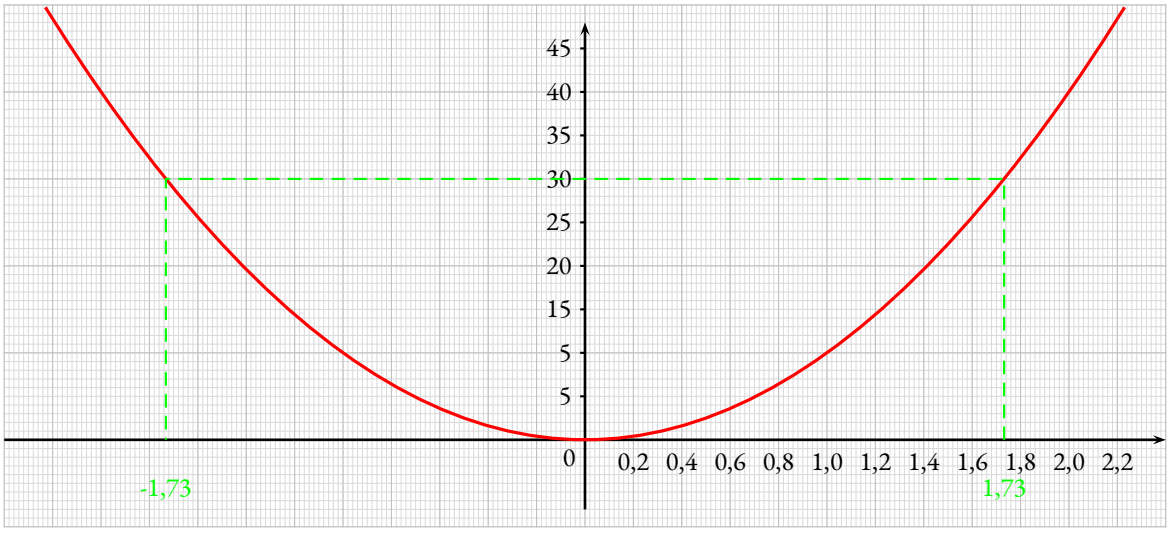
3. En prenant x comme nombre générique de départ on obtient successivement :

- x ;
- x^2 ;
- $5 \times x^2 = 5x^2$;
- $5x^2 + 4$;
- $(5x^2 + 4) \times 2 = 10x^2 + 8$;
- $10x^2 + 8 - 8 = 10x^2$.

En prenant x comme nombre générique de départ on arrive à $10x^2$.

Partie B

4.



Les antécédents de 30 par la fonction f sont $-1,73$ et $1,73$.

5.a. Dans la cellule **B2** on a saisi = 10 ∗ A2^2, = 10 ∗ A2 ˆ 2 ou = 10 ∗ A2 ∗ A2

5.b. Le nombre de la cellule **B8**, 29,929 est le plus proche de 30, il correspond au nombre de départ 1,73.

6. Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 10x^2 &= 30 \\ x^2 &= \frac{30}{10} \\ x^2 &= 3 \end{aligned}$$

On sait que cette équation admet deux solutions : $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$.

La valeur exacte du nombre positif cherché est $\sqrt{3}$.

On a bien $\sqrt{3} \approx 1,73$.

Exercice n° 4 — Des frises avec Scratch

16 points

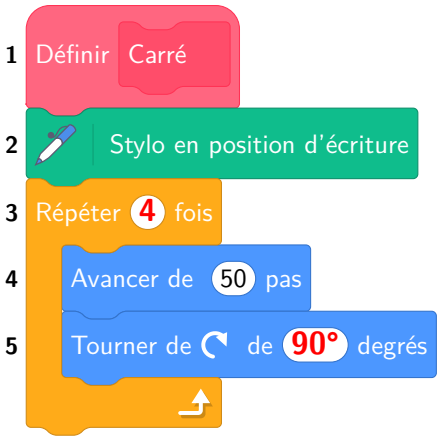
Scratch

Un exercice Scratch assez facile.

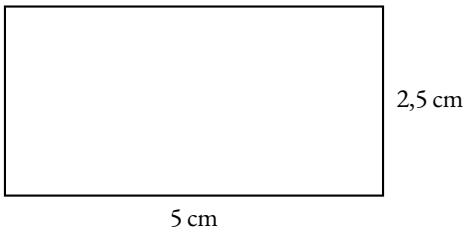
1. Après le **Bloc 1**, le lutin se trouve aux coordonnés $(-220;0)$.

2. Voici le script complété :

Bloc 2



3. Le **Bloc 3** permet de tracer un rectangle de 100 pas sur 50 pas.
En prenant 1 cm pour 20 pas, comme $100\,\text{pas} = 5 \times 20\,\text{pas}$ et $50\,\text{pas} = 2,5 \times 20\,\text{pas}$, nous allons tracer un rectangle de 5 cm de long sur 2,5 cm de large.



4.a. Ce script trace un carré puis un rectangle et répète trois fois cette action. Il s'agit de la **Frise n° 1**.

4.b. Voici le script attendu :

Exercice n° 5 — Le marchand de glaces

24 points

Statistiques — Volume de la boule — Pourcentages

Pas de difficulté particulière dans cet exercice.

1. Il faut calculer : $\dfrac{453+649+786+854+860+1003+957+838}{8} = \dfrac{6400}{8} = 800.$

Le nombre moyen de pots de glace vendu est de 800.

2. On vient de voir que le nombre total de pots de glace vendu est de 6400.
Calculons 67 % de 6400.

$\dfrac{67}{100} \times 6400 = 0,67 \times 6400 = 4288.$

Le nombre de pots à une boule vendu est de 4288.

3.a. Une boule à une diamètre de 4,2 cm. Son rayon vaut $4{,}2\,\text{cm} \div 2 = 2{,}1\,\text{cm}$.

Le volume de cette boule vaut : $V = \dfrac{4}{3} \times \pi \times (2{,}1\,\text{cm})^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 9{,}261\,\text{cm}^3 = 12{,}348\pi\ \text{cm}^3 \approx 38{,}79\,\text{cm}^3$.

Le volume d'une boule est d'environ $39\,\text{cm}^3$.

3.b. On sait que 1 L=1 dm^3=1000 cm^3.
On pot de 10 L contient donc 10 000 cm^3 de glace.

Comme $10\,000\,\text{cm}^3 \div 39\,\text{cm}^3 \approx 256,41$, il pourra faire 256 boules de glace avec un pot de 10 L.

Diplôme national du brevet
Session 2023

Mathématiques

Série générale

Polynésie française

22 juin 2023

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	16 points
Exercice n° 2	22 points
Exercice n° 3	18 points
Exercice n° 4	22 points
Exercice n° 5	22 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

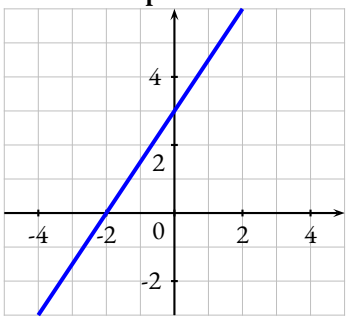
Exercice n° 1 — QCM

16 points

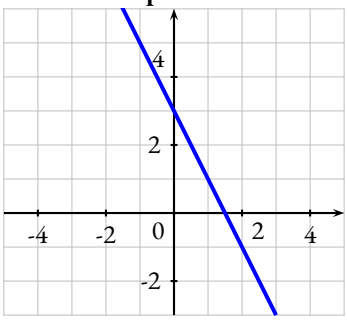
Ceci est un questionnaire à choix multiples (QCM). **Aucune justification n'est demandée.** Pour chaque question, trois réponses sont proposées, une seule est exacte. Écrire sur votre copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

Question n° 1 : Soit f la fonction définie par $f(x) = -2x + 3$.
Quelle est la représentation graphique de la fonction f ?

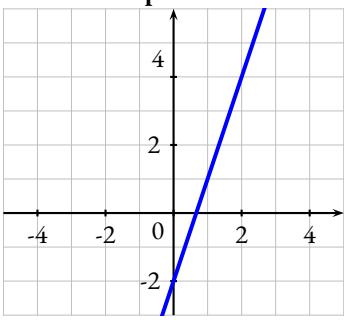
Réponse A



Réponse B

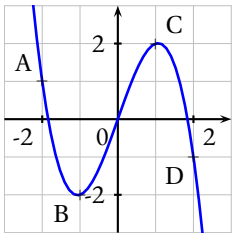


Réponse C



Question n° 2 : On considère la fonction dont la représentation graphique est donnée ci-contre :

D'après le graphique, quelle est l'image de 1 par cette fonction ?



Réponse A
L'image de 1 est 2.

Réponse B
L'image de 1 est -2.

Réponse C
L'image de 1 est 0.

Question n° 3 : On donne ci-contre un tableau de valeurs de la fonction h définie par $h(x) = -x + 1$ réalisé à l'aide d'un tableur.

	A	B	C	D	E	F	G
1	-3	-2	-1	0	1	2	
2	4	3	2	1	0	-1	

Quelle formule a-t-on saisie dans **B2** avant de l'étirer vers la droite ?

Réponse A
$= -(-3) - 1$

Réponse B
$= -x + 1$

Réponse C
$= -\text{B1} + 1$

Question n° 4 : Quelle est la forme dévéloppée de $(3x - 7)^2$?

Réponse A
$3x^2 - 49$

Réponse B
$9x^2 - 42x + 49$

Réponse C
$9x^2 - 49$

Exercice n° 2 — Les panneaux photovoltaïques *22 points*

Olivia a décidé d'installer, sur le sol plat de son jardin, quatre panneaux photovoltaïques pour produire une partie de l'électricité qu'elle consomme.

Description

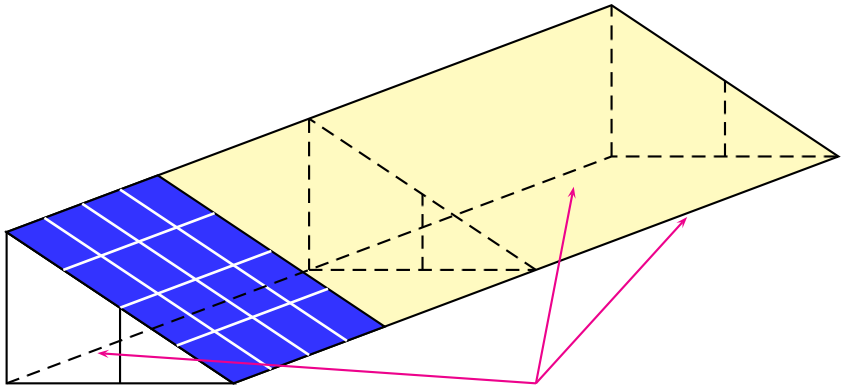
Un panneau photovoltaïque est un dispositif permettant de générer de l'électricité à partir de l'énergie lumineuse.

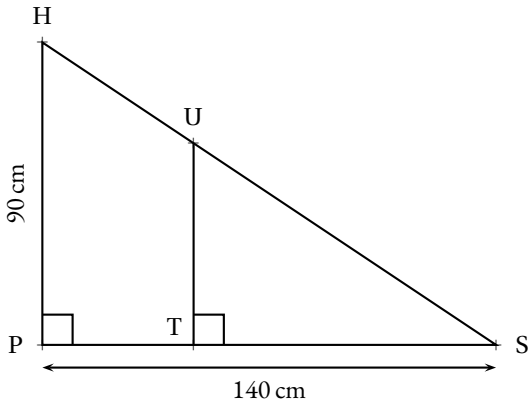
Caractéristiques d'un panneau

- Longueur :1700 mm ;
- Largeur : 1000 mm ;
- Épaisseur : 40 mm ;
- Fonctionnement optimal : inclinaison par rapport à l'horizontal comprise entre 30° et 35° ;
- Orientation : Sud

Pour incliner ses panneaux et obtenir un fonctionnement optimal, Olivia choisit de fabriquer elle-même un support. Pour cela, elle réalise les schémas suivants du support qui sera constitué de 3 équerres identiques, reliées entre elles par 3 barres latérales de 4 m de long. Chaque support est prévu pour accueillir quatre panneaux.

Plan général du support, un panneau est représenté :





1.a. Vérifier que la distance HS arrondie au millimètre est égale à 166,4 cm.
1.b. Pour que le panneau soit bien tenu, le fabricant conseille que la distance HS du support mesure au moins 95 % de la longueur du panneau. On rappelle que cette longueur mesure 1700 mm.
Ce support sera-t-il conforme au conseil du fabricant ?

2. L'angle d'inclinaison $\widehat{HSP}$ permettra-t-il un fonctionnement optimal des panneaux ?

3. Pour consolider l'ensemble, Olivia fixe, à l'intérieur de ses équerres, des barres de renfort de 50 cm de longueur. Sur le plan détaillé d'une équerre, cette barre est représentée par le segment [UT] perpendiculaire au segment [PS].
Calculer la longueur ST. On arrondira au millimètre.

4. Olivia achète des tubes en acier inoxydable de longueur 4,5 m à 37 € l'unité pour fabriquer le support composé des trois équerres et des trois barres latérales.
Montrer qu'elle doit prévoir un budget minimum de 222 € pour l'achat des tubes en acier inoxydable.

Exercice n° 3 — Deux jeux

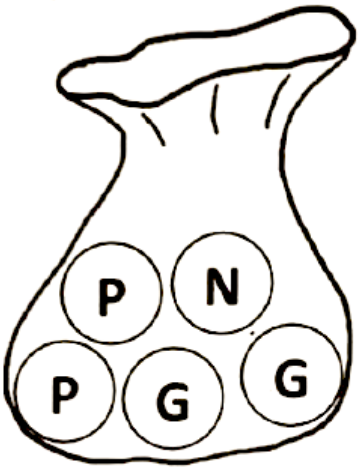
18 points

Dans cet exercice, on étudie la probabilité de gain des deux jeux ci-dessous :

Partie A

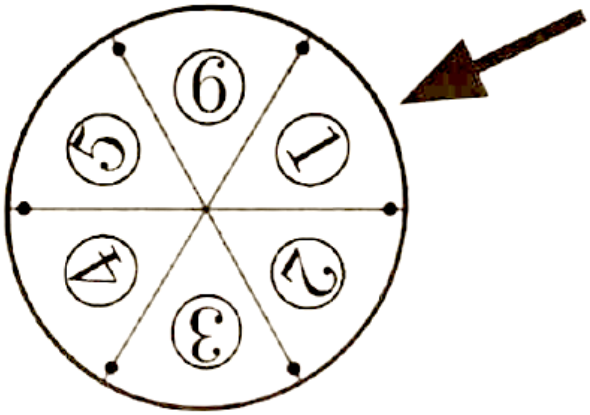
Jeu n° 1

Un sac contient 5 boules indiscernables au toucher, dont 1 portant la lettre N, 2 portant la lettre G et 2 portant la lettre P.



Jeu n° 2

Une roue à 6 secteur angulaires identiques numérotés de 1 à 6.



1. On considère le **Jeu n° 1**.
On pioche une boule au hasard dans ce sac et on note la lettre inscrite sur la boule choisie.
On considère qu'on a gagné si on pioche la lettre G.
Montrer que la probabilité de gagner à ce jeu est de $\frac{2}{5}$.

2. On considère le **Jeu n° 2**.
On fait tourner la roue et on note le nombre inscrit sur le secteur pointé par la flèche.
On considère qu'on a gagné si on s'arrête sur un nombre premier.
Quelle est la probabilité de gagner à ce jeu ?

3.a. Quel jeu a la probabilité la plus faible de gagner ?

3.b. Proposer une liste de boules à rajouter pour que la probabilité de gagner avec le **Jeu n° 1** soit de $\frac{1}{4}$.

Partie B

Dans cette partie, toute trace de recherche sera valorisée.

On choisit finalement de combiner les deux jeux.
Dans un premier temps, le joueur doit tirer une boule dans le sac du **Jeu n° 1**.
On doit faire ensuite tourner la roue du **Jeu n° 2**.
Le joueur gagner un lot s'il a tiré une boule portant la lettre G et si la roue s'arrête sur un secteur angulaire dont le numéro est un nombre premier.
Quelle est la probabilité de gagner à cette combinaison des deux jeux ?

Exercice n° 4 — Un programme de calcul avec Scratch

22 points

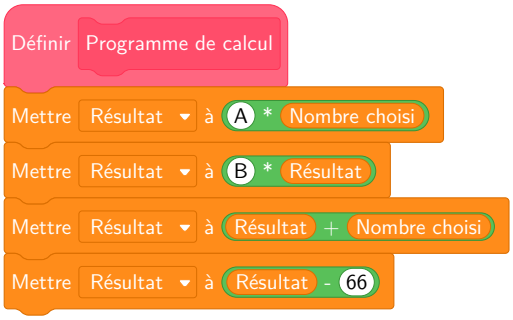
On considère le programme de calcul suivant :

- Chosir un nombre
- Prendre le carré de ce nombre
- Multiplier le résultat par 2
- Ajouter le nombre de départ
- Soustraire 66

1.a. Montrer que si le nombre au départ est 4, alors le résultat est 30.
1.b. Quel résultat obtient-on si le nombre de départ est -3 ?

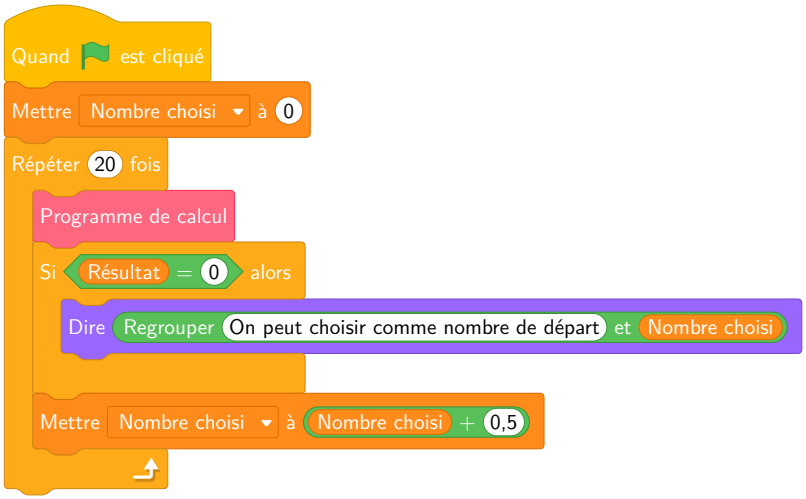
2.a. On s'intéresse au bloc d'instruction ci-contre intitulé **Programme de calcul**.
On souhaite le compléter pour calculer le résultat obtenu avec le programme de calcul en fonction du nombre choisi au départ.
On précise que deux variables ont été crées : **Nombre choisi** qui correspond au nombre choisi au départ, et textbfRésultat.

Écrire sur votre copie le contenu qui doit être inséré dans les emplacements A et B.



Aucune justification n'est attendue pour cette question.
2.b. Lucie insère le bloc précédent dans le script ci-dessous et observe la réponse donnée par le lutin :

Script



Réponse du lutin

À quoi correspond la valeur 5,5 donnée comme réponse par le lutin avec le programme de Lucie ?

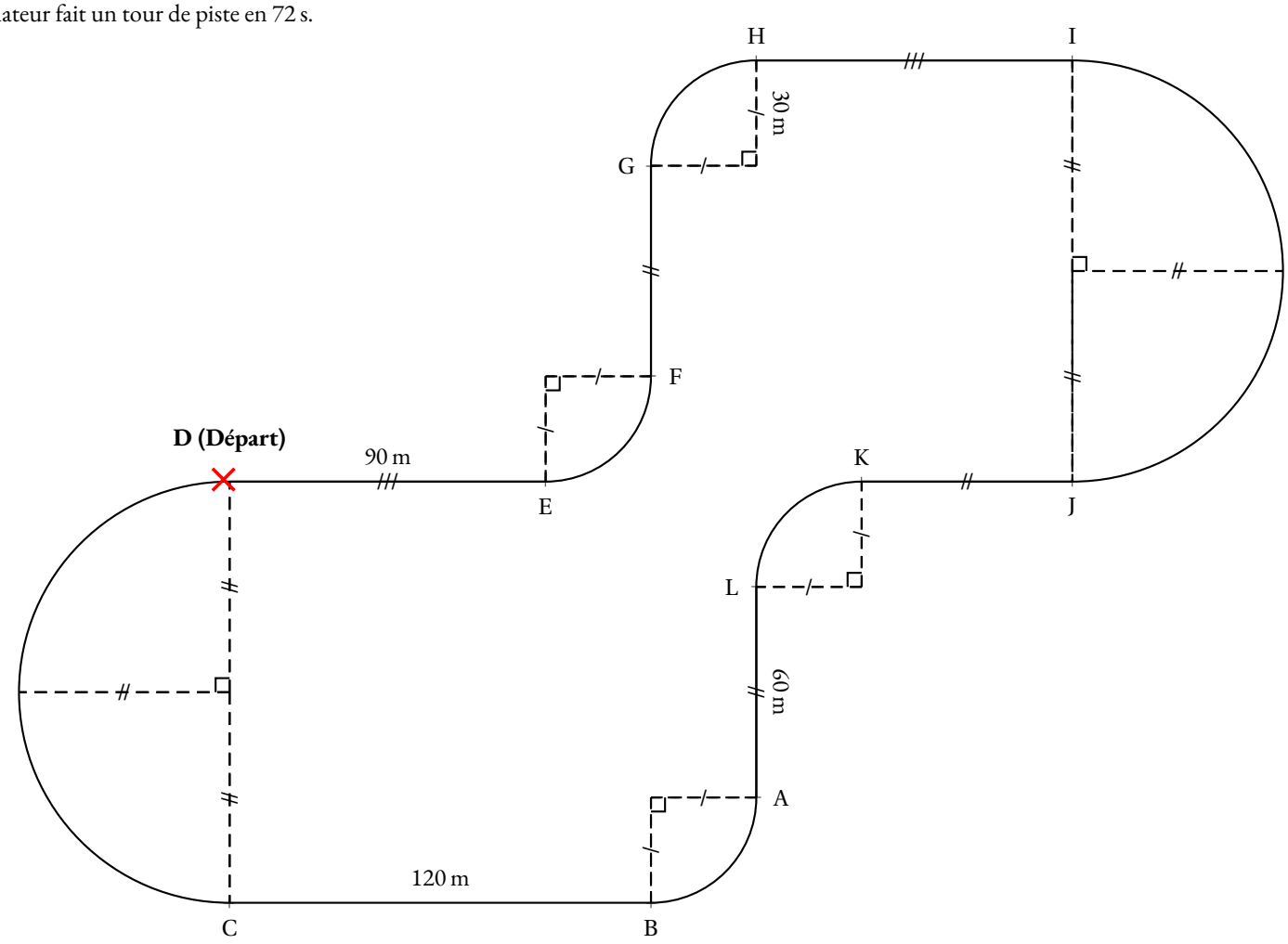
3. On nomme x le nombre choisi au départ.

3.a. Déterminer l'expression obtenue par ce programme de calcul en fonction de x.
3.b. On admet que $(2x-11)(x+6)$ est la forme factorisée de l'expression trouvée à la question précédente.
Pour quelle(s) valeur(s) de x, le résultat obtenu avec ce programme est-il égal à 0 ?

Exercice n° 5 — La piste de karting

22 points

Un professionnel et un amateur vont faire une séance de karting sur la piste ci-dessous (représentée en traits pleins).
Cette piste est constituée de segments, de demi-cercles et de quarts de cercles.
Le professionnel fait un tour de piste en 60 s.
L'amateur fait un tour de piste en 72 s.



1. Montrer que la longueur de la piste est de 1045 m, arrondie à l'unité près.

Toute trace de recherche sera valorisée.

2. Calculer la vitesse moyenne du professionnel en m/s. On arrondira au centième près.

3. Pour des raisons de sécurité, les amateurs ne doivent pas dépasser les 60 km/h de moyenne.
Cet amateur respecte-t-il les règles de sécurité ?

4. Le professionnel et l'amateur partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours de circuit. On rappelle que le professionnel fait un tour en 60 s et l'amateur en 72 s.

4.a. Décomposer 60 et 72 en produit de facteurs premiers.

4.b. Au bout de combien de temps se retrouveront-ils pour la première fois sur la ligne de départ ensemble ?

4.c. Combien auront-ils alors effectué de tours chacun ?

Brevet — 2023 — Polynésie française — Série générale

Correction

Un très bon sujet de préparation au brevet. Très complet. Le QCM est parfait pour revoir les fonctions affines, les images. Le deuxième exercices est complet, avec beaucoup de texte, et les classiques de géométrie. Le troisième propose deux expériences aléatoires à une épreuve et une expérience aléatoire à deux épreuve. Ensuite un très bon Scratch. Et enfin un dernier qui mélange périmètre complexe, vitesse et arithmétique. Un excellent sujet !

Exercice n° 1 — QCM

16 points

Fonctions affines — Lecture graphique — Image — Tableur — Développement

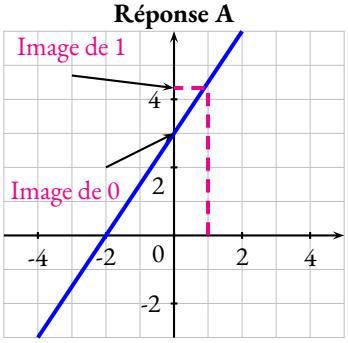
Un exercice intéressant pour les fonctions affines et la lecture graphique.

Question n° 1
On reconnaît la forme de la fonction $f(x) = -2x + 3$, elle est affine de coefficients $a = -2$ et $b = 3$.
Sa représentation graphique est donc une droite.
Les trois représentations graphiques sont des droites !

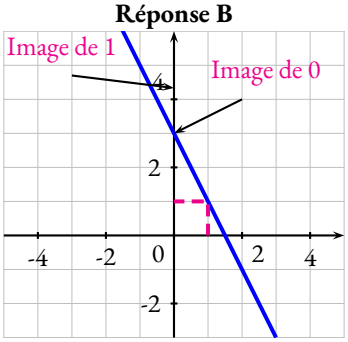
Il y a plusieurs méthodes pour répondre :

On peut calculer quelques images et vérifier sur le graphique. Par exemple, $f(0) = -2 \times 0 + 3 = 3$. On constate que le points de coordonnées $(0;3)$ appartient aux représentations graphiques des **Réponse A** et **Réponse B**. On peut éliminer la **Réponse C**.
Calculons l'image de 1 : $f(1) = -2 \times 1 + 3 = -2 + 3 = 1$. Le point $(1;1)$ n'appartient que la **Réponse B**.

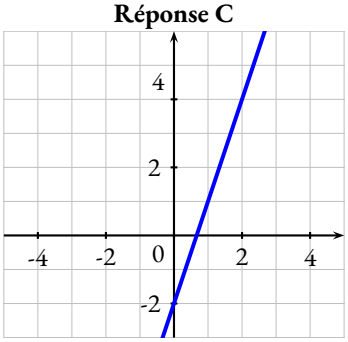
Réponse A



Réponse B



Réponse C



On pouvait aussi interpréter les coefficients. Comme $a = -2$, la droite qui représente f est « penchée dans l'autre sens, elle descend... ».
On pense alors à **Réponse B**.

Dans tous les cas, Question n° 1 : Réponse B .

Question n° 2 Le point C répond à la question. Son abscisse est 1 et son ordonnée est 2.

Question n° 2 : Réponse A

Question n° 3 Question n° 3 : Réponse C ... c'est la seule formule contenant une référence à une cellule !

Question n° 4 Développons $A = (3x - 7)^2$.
$A = (3x - 7)(3x - 7)$
$A = 9x^2 - 21x - 21x + 49$
$A = 9x^2 - 42x + 49$.

Question n° 4 : Réponse B

Aucune connaissance des identités remarquables n'était nécessaire ici. On pouvait bien sûr utiliser cette méthode !

Exercice n° 2 — Les panneaux photovoltaïques

22 points

Un bel exercice de géométrie. Beaucoup de texte dans cet exercice. Cela peut poser des difficultés.

1.a.
Dans le triangle HPS rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned} PH^2 + PS^2 &= HS^2 \\ 90^2 + 140^2 &= HS^2 \\ 8100 + 19\,600 &= HS^2 \\ HS^2 &= 27\,700 \\ HS &= \sqrt{27\,700} \\ HS &\approx 166{,}43 \end{aligned}$$

HS mesure bien environ 166,4 cm au millimètre près.

1.b. Il faut calculer 95 % de 1700 mm soit $\frac{95}{100} \times 1700\,\text{mm} = 0{,}95 \times 1700\,\text{mm} = 1615\,\text{mm}$.
Comme 1615 mm=161,5 cm et que $166{,}4\,\text{cm} > 161{,}5\,\text{cm}$,

Le support est conforme au conseil du fabricant.

2. Dans le triangle PHS, rectangle en P, on connaît le côté adjacent à l'angle $\widehat{HSP}$, le côté [PS], et le côté opposé, [PH].
On peut donc calculer la tangente de cet angle.
$\tan\widehat{HSP} = \frac{90\,\text{cm}}{140\,\text{cm}} = \frac{90}{140} = \frac{9}{14}$.

À la calculatrice, on arrive à $\widehat{HSP} \approx 33°$ au degré près.

Comme $30° < 33° < 35°$, ce support permet un usage optimal des panneaux.

3. On constate que les droites (UT) et (HP) sont perpendiculaires à la droite (PS).
Or on sait que si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Ainsi (UT)//(HP).
Les droites (UH) et (PT) sont sécantes en S, les droites (UT) et (HP) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{ST}{SP} = \frac{SU}{SH} = \frac{TU}{PH}$$

$$\frac{ST}{140\,\text{cm}} = \frac{SU}{SH} = \frac{50\,\text{cm}}{90\,\text{cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$ST = \frac{50\,\text{cm} \times 140\,\text{cm}}{90\,\text{cm}}$ d'où $ST = \frac{7000\,\text{cm}^2}{90\,\text{cm}}$ et $ST \approx 77{,}78\,\text{cm}$

La barre de renfort mesure 77,8 cm au millimètre près.

4. Il faut 3 barres latérales de 4 m, il faut pour cela 3 tubes en acier inoxydable de 4,5 m.
Il faut ensuite trois longueurs de 140 cm, trois longueurs de 90 cm et trois longueurs d'environ 166,4 cm.
Reste à trouver la meilleure combinaison qui permet d'éviter les pertes.
On peut calculer la longueur totale nécessaire : $3(140\,\text{cm} + 90\,\text{cm} + 166{,}4\,\text{cm}) = 3 \times 396{,}4\,\text{cm} = 1189{,}2\,\text{cm} = 11{,}892\,\text{m}$.
Comme les tubes mesures 4,5 m, on obtient $11{,}892\,\text{m} \div 4{,}5\,\text{m} \approx 2{,}6$.
Il faudra au minimum, 3 barres en acier inoxydable pour les triangles et le renfort.
Il faut quand même vérifier que cette découpe est possible.
Comme $140\,\text{cm} + 166{,}4\,\text{cm} + 90\,\text{cm} = 396{,}4\,\text{cm} = 3{,}964\,\text{cm}$, on peut utiliser 3 barres pour les périmètres du triangle.

Il faut donc 3 tubes pour les barres laterales et 3 tubes pour les triangles, soit 6 tubes.

Il faut dépenser au minimu 6×37 € $= 222$ €.

Exercice n° 3 — Deux jeux

18 points

Probabilités — Expérience à une épreuve — Expérience à deux épreuves

Un exercice très complet de probabilités qui combinent expérience aléatoire à une épreuve et à deux épreuves.

Partie A

1. Nous sommes dans une expérience aléatoire à une épreuve constituée de 5 issues équiprobables.

Il y a 2 boules portant la lettre G sur les 5, $\boxed{\text{la probabilité de gagner est bien } \frac{2}{5}}$.

2. Nous sommes dans une expérience aléaoire à une épreuve constituée de 6 issues équiprobables.
Les secteurs 2, 3 et 5 portent des numéros qui sont des nombres premiers. Attention, 1 n'est pas premier, il n'a qu'un seul diviseur, lui-même !

$\boxed{\text{La probabilité de gagner est de } \frac{3}{6} = 0,5 = 50\ \%.}$

3.a. Il faut comparer $\frac{2}{5}$ et $\frac{3}{6}$.

On peut utiliser les valeurs décimales, $\frac{2}{5} = 0,4 = 40\ \%$ et $\frac{3}{6} = 0,5 = 50\ \%$.

On peut aussi les écrire avec le même dénominateur : $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 6}{2 \times 6} = \frac{12}{30}$ et $\frac{3}{6} = \frac{3 \times 5}{6 \times 5} = \frac{15}{30}$.

Finalement, $\boxed{\text{c'est le } \textbf{Jeu n° 1} \text{ qui a la plus faible probabilité.}}$

3.b. Il faut que le nombre de boules dans le sac soit un multiple de 4. Il faut par exemple ajouter 3 boules pour en obtenir 8.
Si on place 3 boules qui ne sont pas des lettres G, alors il y aura 2 chance sur 8 soit une chance sur 4 de gagner.
On peut aussi ajouter 7 boules, dont un G afin d'avoir 3 chances sur 12. Etc...

$\boxed{\text{On peut ajouter 3 boules portant par exemple la lettre N.}}$

Partie B

Nous sommes cette fois-ci dans une expérience aléatoire à deux épreuves. Nous pouvons représenter toutes les issues dans un tableau à double entrées.

Jeu n° 1 / **Jeu n° 2**	P	P	N	G	G
1	P — 1	P — 1	N — 1	G — 1	G — 1
2	P — 2	P — 2	N — 2	G — 2	G — 2
3	P — 3	P — 3	N — 3	G — 3	G — 3
4	P — 4	P — 4	N — 4	G — 4	G — 4
5	P — 5	P — 5	N — 5	G — 5	G — 5
6	P — 6	P — 6	N — 6	G — 6	G — 6

Il y a $6 \times 5 = 30$ issues équiprobables possibles, dont 6 gagnantes.

$\boxed{\text{La probabilité de gagner à cette combinaison des deux jeux est } \frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 0,2 = 20\ \%.}$

Exercice n° 4 — Un programme de calcul avec Scratch

22 points

Scratch

Un Scratch programme de calcul assez intéressant avec un lien avec le calcul littéral.

1.a. Si le nombre choisi au départ est 4, on obtient successivement :

— 4
— $4^2 = 16$
— $2 \times 16 = 32$
— $32 + 4 = 36$
— $36 - 66 = -30$

En prenant 4 au départ, on obtient bien -30.

1.b. Si le nombre choisi au départ est -3, on obtient successivement :

— -3
— $(-3)^2 = 9$ Attention au carré d'un nombre négatif !
— $2 \times 9 = 18$
— $18 + (-3) = 15$
— $15 - 66 = -51$

En prenant -3 au départ, on obtient bien -51.

2.a. Il suffit de suivre le programme de calcul dans l'ordre où il est écrit.

A contient Nombre choisi et B contient 2.

2.b. Ce script teste 20 fois le programme, avec des nombres de départ de 0 jusqu'à 10 de 0,5 en 0,5.
Quand le programme donne 0, alors le lutin écrit la phrase avec le nombre de départ.

5,5 est un nombre de départ pour lequel le programme donne 0.

3.a. Si le nombre choisi au départ est x, on obtient successivement :

— x
— x^2
— $2 \times x^2 = 2x^2$
— $2x^2 + x$
— $2x^2 + x - 66$

En prenant x pour nombre générique au départ, on obtient l'expression $2x^2 + x - 66$.

3.b. *Même si cela n'est pas demandé, vérifions l'assertion de cette question.*
Développons :
$A = (2x - 11)(x + 6)$
$A = 2x^2 + 12x - 11x - 66$
$A = 2x^2 + x - 66$
On constate que $2x^2 + x - 66 = (2x - 11)(x + 6)$.
Reste à résoudre :

$$(2x - 11)(x + 6) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} 2x - 11 &= 0 \\ 2x - 11 + 11 &= 0 + 11 \\ 2x &= 11 \\ x &= \frac{11}{2} \\ x &= 5,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 6 &= 0 \\ x + 6 - 6 &= 0 - 6 \\ x &= -6 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $\boxed{5,5 \text{ et } 6}$

On peut vérifier, même si cela n'est pas demandé !

Si le nombre choisi au départ est 5,5, on obtient successivement :

- $5,5$
- $5,5^2 = 30,25$
- $2 \times 30,25 = 60,5$
- $60,5 + 5,5 = 66$
- $66 - 66 = 0$

Si le nombre choisi au départ est -6, on obtient successivement :

- -6
- $(-6)^2 = 36$
- $2 \times 36 = 72$
- $72 + (-6) = 66$
- $66 - 66 = 0$

C'est le résultat attendu !

Exercice n° 5 — La piste de karting

22 points

Statistiques — Volume de la boule — Pourcentages

J'aime beaucoup cet exercice qui mélange périmètre, vitesse et arithmétique. Il faut être malin pour calculer la longueur du circuit, mais un élève de sixième un peu expert y arriverait.

1. Cette piste est constituée de :

- 6 segments : [CB], [AL], [KJ], [IH], [GF] et [ED]
  La somme des ces longueurs donnent $120\,\text{m} + 60\,\text{m} + 60\,\text{m} + 90\,\text{m} + 60\,\text{m} + 90\,\text{m} = 480\,\text{m}$
- 2 demi-cercles de rayon 60 m, $\overset{\frown}{DC}$ et $\overset{\frown}{IJ}$
  C'est l'équivalent d'un cercle de rayon 60 m.
  Son périmètre mesure $2\pi \times 60\,\text{m} = 120\pi\ \text{m} \approx 377\,\text{m}$.
- 4 quarts de cercle de rayon 30 m, $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{LK}$, $\overset{\frown}{HG}$ et $\overset{\frown}{EF}$
  C'est l'équivalent d'un cercle de rayon 30 m.
  Son périmètre mesure $2\pi \times 30\,\text{m} = 60\pi\ \text{m} \approx 188\,\text{m}$

La longueur du circuit vaut à l'unité près $480\,\text{m} + 377\,\text{m} + 188\,\text{m} = 1045\,\text{m}$

2. Le professionnel fait un tour en 60 s, un tour mesure 1045 m.

On peut effectuer $1045\,\text{m} \div 60\,\text{s} \approx 17{,}42\,\text{m/s}$ au centième près.

On peut aussi utiliser la proportionnalité de ces grandeurs dans un tableau :

Distance	1045 m	$\dfrac{1\,\text{s} \times 1045\,\text{m}}{60\,\text{s}} \approx 17{,}42\,\text{m}$
Temps	60 s	1 s

Dans les deux cas, la vitesse moyenne du professionnel est de 17,42 m/s.

3. L'amateur met 72 s pour parcourir 1045 m.
On peut utiliser la proportionnalité de la distance et du temps.

Distance	1045 m	$\dfrac{3600\,\text{s} \times 1045\,\text{m}}{72\,\text{s}} = 52\,250\,\text{m}$
Temps	72 s	1 h=3600 s

Comme 52 250 m=52,25 km, l'amateur va à la vitesse de 52,25 km/h, il respecte les consignes de sécurité.

4.a.

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

4.b. Pour se retouver en même temps sur la ligne de départ, il faut considérer le temps en seconde à chaque passage sur la ligne.
Ainsi, le professionnel passe sur la ligne au bout de 60 s, 120 s, 180 s… L'amateur au bout de 72 s, 144 s, 216 s…

On cherche donc le plus petit multiple commun aux nombres 60 et 72.

Comme $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ et que $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$, le plus petit multiple commun doit contenir tous les facteurs premiers de chacun de ces deux nombres.
On obtient $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$.
On constate que cette décomposition contient bien les deux 2, le 3 et le 5 de la décomposition de 60 et les trois 2 et les deux 3 de celle de 72.

Il se retrouveront sur la ligne au bout de 360 s=6 min.

4.c. On a $360 = 6 \times 60$ et $360 = 5 \times 72$.

Le professionnel aura fait 6 tours et l'amateur 5 tours quand ils retrouveront pour la première fois sur la ligne d'arrivée.

Toutes les 360 s, le professionnel prendra un tour d'avance sur l'amateur.
On pouvait aussi effectuer $72\,\text{s} - 60\,\text{s} = 12\,\text{s}$, *le temps d'avance pris par le professionnel à chaque tour.*
Comme il met 60 s pouur faire un tour, et que $60\,\text{s} \div 12\,\text{s} = 5$, *il faut 5 tours pour prendre un tour d'avance.*

Diplôme national du brevet
Session 2023

Mathématiques

Série générale

France

26 juin 2023

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	20 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	20 points
Exercice n° 5	20 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Les lunettes de l'opticien

20 points

Un opticien vend différents modèles de lunettes de soleil.
Il reporte dans le tableur ci-dessous des informations sur cinq modèles vendus pendant l'année 2022.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Lunettes de soleil	Modéle 1	Modéle 2	Modéle 3	Modéle 4	Modéle 5	Total
2	Nombre de paires de lunettes vendues	1 200	950	875	250	300	
3	Prix à l'unité en euro	75	100	110	140	160	

1. Montrer que l'étendue des prix de ces paires de lunettes de soleil est de 85 euros.

2.a. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule G2 pour calculer le nombre total de paires de lunettes de soleil vendues en 2022 ?

2.b. Calculer le nombre total de paires de lunettes de soleil vendues en 2022.

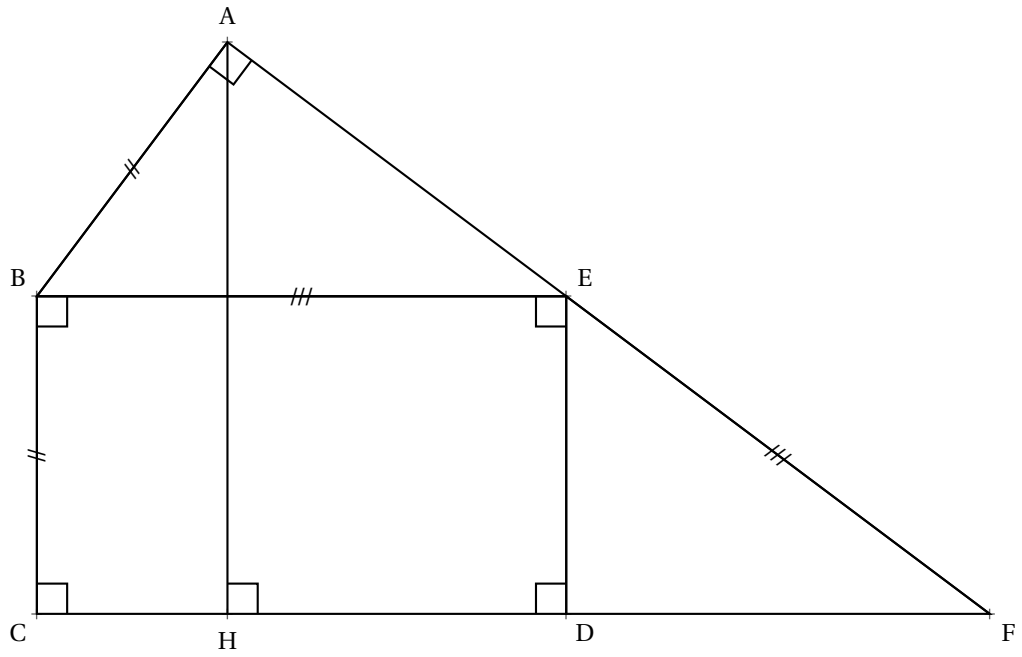
3.a. Calculer le montant total, en euros, des ventes des paires de lunettes de soleil en 2022.

3.b. Calculer le prix moyen d'une paire de lunettes de soleil vendue en 2022, arrondi au centime près.

Exercice n° 2 — Triangles rectangles et rectangles *20 points*

Sur la figure ci-dessous :

- BCDE est un rectangle, BAE est un triangle rectangle en A ;
- la perpendiculaire à la droite (CD) passant par A coupe cette droite en H ;
- les droites (AE) et (CD) se coupent en F.



On donne :

- AB = BC = 4,2 cm ;
- EB = EF = 7 cm.

1. Montrer que l'aire du rectangle BCDE est égale à 29,4 cm^2.

2.a. Montrer que la longueur AE est égale à 5,6 cm.

2.b. Calculer l'aire du triangle rectangle ABE.

3.a. Montrer que les droites (ED) et (HA) sont parallèles.

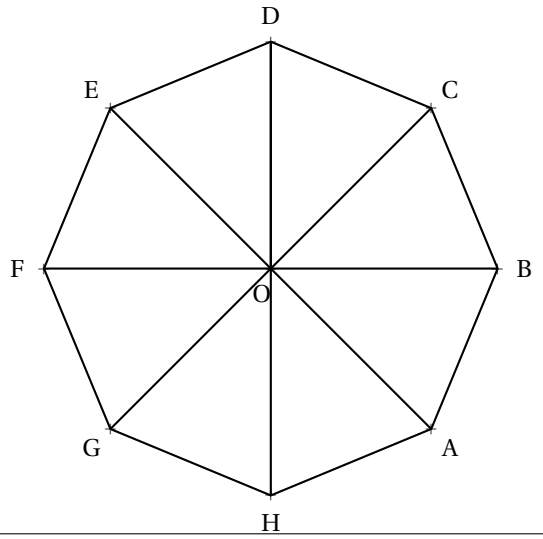
3.b. Calculer la longueur AH.

Exercice n° 3 — QCM

20 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque question, trois réponses (A, B ou C) sont proposées. **Une seule réponse est exacte.**

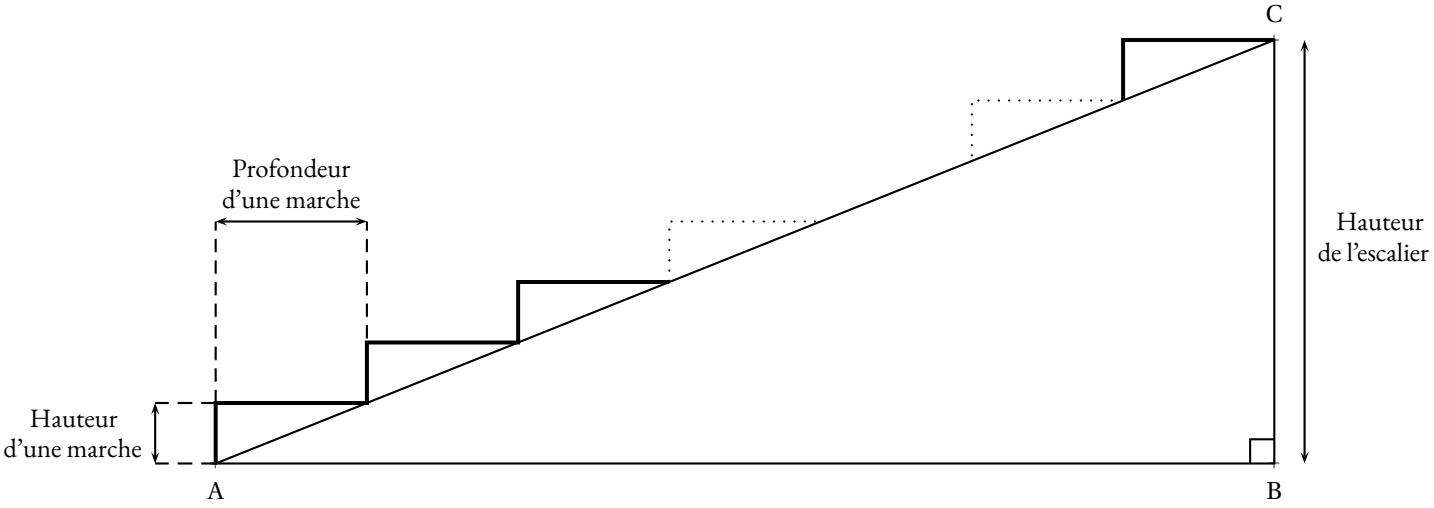
Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Question	**Réponse A**	**Réponse B**	**Réponse C**
1. Dans une classe de 25 élèves, 60 % des élève sont des filles. Combien y a-t-il de filles dans cette classe ?	10	15	20
2. Quelle est la décomposition en produit de facteurs premiers de 126 ?	$2 \times 9 \times 7$	$2^2 \times 5^2 + 2 \times 13$	$2 \times 3^2 \times 7$
3. Dans un sac, il y a 17 jetons rouges, 23 jetons jaunes et 20 jetons bleus, tous indiscernables au toucher. On tire au hasard un jeton du sac. Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton rouge ou un jeton jaune ?	$\frac{2}{3}$	$0,6$	$\frac{17}{23}$
4. Sur l'octogone régulier ci-dessous, quelle est l'image du segment [DC] par la rotation de centre O qui transforme A en D ?  	[GE]	[GF]	[AH]
5. Quel est le volume d'un pavé droit de hauteur 1,5 m et de base rectangulaire de 2 m de longueur et 1,3 m de largeur ? On rappelle que 1 m^3=1000 L.	2,6 m^3	3900 L	3000 L

Exercice n° 4 — Scratch et l'escalier

20 points

On veut fabriquer un escalier en bois de hauteur 272 cm.
La figure ci-dessous représente une vue de profil de cet escalier.
La hauteur d'une marche est de 17 cm.
La profondeur d'une marche pour poser le pied mesure 27 cm.



1.a. Montrer qu'il faut prévoir 16 marches pour construire cet escalier.

2.b. Montrer que la longueur AB est égale à 432 cm.

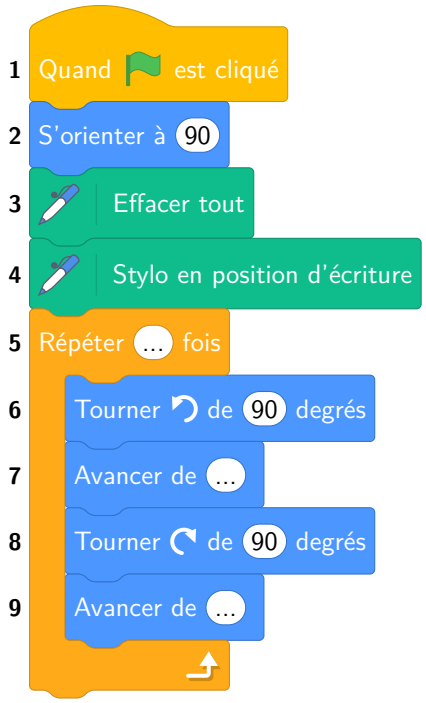
2. Pour permettre une montée agréable, l'angle $\widehat{BAC}$ doit être compris entre 25° et 40°.

2.a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$, arrondie au degré près.

2.b. L'escalier permet-il une montée agréable ?

3. On rédige le programme ci-contre avec le logiciel Scratch pour dessiner cet escalier.
(1 cm dans la réalité est représenté par 1 pas dans le programme.)

Recopier les lignes 5, 6, 7 et 9 sur la copie en les complétant.



Exercice n° 5 — Les deux programmes de calcul

20 points

Voici deux programmes de calcul.

Programme A
— Choisir un nombre.
— Multiplier ce nombre par -2.
— Ajouter 5 à ce résultat.

Programme B
— Choisir un nombre.
— Soustraire 5 à ce nombre.
— Multiplier le résultat par 3.
— Ajouter 11 au résultat.

1.a. Montrer que, si on choisit -3 comme nombre de départ, le résultat obtenu avec le **Programme A** est 11.

1.b. Quel résultat obtient-on avec le **Programme B** si on choisit 5,5 comme nombre de départ ?

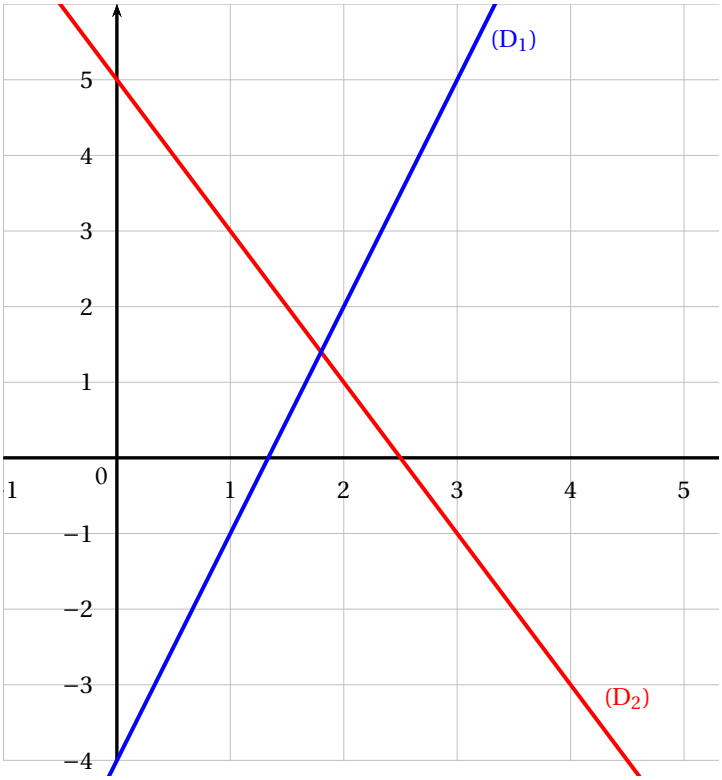
2. En désignant par x le nombre de départ, on obtient $-2x+5$ comme résultat avec le **Programme A**.
Montrer, qu'avec le même nombre de départ, le résultat du **Programme B** est égal à $3x-4$.

3.a. On a représenté ci-contre les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = -2x+5$$

$$g(x) = 3x-4$$

.



3.b. Par lecture graphique, donner, le plus précisément possible, le nombre dont l'image est la même par la fonction f et la fonction g.

4. Déterminer par le calcul le nombre de départ pour lequel les programmes A et B donnent le même résultat.

Brevet — 2023 — France — Série générale

Correction

Un sujet particulièrement facile. De nombreux candidats, et pas les plus fragiles, sont sortis de la salle d'examen après une heure et quart de composition. Pas de piège, pas de sujet pénible. Que du classique !

Exercice n° 1 — Les lunettes de l'opticien

20 points

Statistiques — Tableur — Moyenne

Un exercice plutôt simple. La moyenne pondérée finale est décomposée en deux partie ce qui simplifie grandement le travail.

1. On cherche parmi les prix, le plus grand et le plus petit. Le minimum est 75 €, le maximum est 160 €.

L'étendue de cette série statistiques est 160 € − 75 € = 85 €.

2.a. **G2** contient la somme des cellules **B2** à **F2**.

On peut saisir **=B2+C2+D2+E2+F2** ou **=SOMME(B2:F2)**.

2.b. Il faut effectuer la somme $1200 + 950 + 875 + 250 + 300 = 3575$.

En 2022, il a vendu 3575 paires de lunette.

3.a. Il faut calculer :
$S = 1200 \times 75\,€ + 950 \times 100\,€ + 875 \times 110\,€ + 250 \times 140\,€ + 300 \times 160\,€$
$S = 90\,000\,€ + 95\,000\,€ + 96\,250\,€ + 35\,000\,€ + 160\,€ = 364\,250\,€$

Le montant total des ventes de paires de lunettes de soleil en 2022 s'élève à 364 250 €.

3.b. En 2022, il a vendu 3575 paires de lunettes pour un montant total de 364 250 €.

Le prix moyen d'une paire de lunettes de soleil en 2022 est de $\dfrac{364\,250\,€}{3575} \approx 101{,}89\,€$ au centime près.

Exercice n° 2 — Triangles rectangles et rectangles

20 points

Pythagore — Thalès — Aire

Un exercoce qui part d'un rectangle et de son aire pour arriver vers du Pythagore et du Thalès direct. Rien de bien méchant !

1. BCDE est un rectangle dont les côtés mesurent 4,2 cm et 7 cm.

L'aire de ce rectangle est de $4{,}2\,\text{cm} \times 7\,\text{cm} = 29{,}4\,\text{cm}^2$.

2.a. Pour calculer l'aire du triangle rectangle ABE, nous avons besoin des mesures des côtés [AB] et [AE]. Il nous manque donc la longueur AE.

Dans le triangle ABE rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AB^2 + AE^2 = BE^2$$
$$4{,}2^2 + AE^2 = 7^2$$
$$17{,}64^2 + AE^2 = 49$$
$$AE^2 = 49 - 17{,}64$$
$$AE^2 = 31{,}36$$
$$AE = \sqrt{31{,}36}$$

$$AE = 5,6$$

Donc AE = 5,6 cm.

Finalement, l'aire d'un triangle rectangle correspond exactement à la moitié de l'aire du rectangle associé.

$$\boxed{\text{L'aire de ABE est égale à } \frac{5{,}6\,\text{cm} \times 4{,}2\,\text{cm}}{2} = \frac{23{,}52\,\text{cm}^2}{2} = 11{,}76\,\text{cm}^2.}$$

3.a. Les droites (ED) et (HA) sont perpendiculaires à la droites (CF).
On sait que : **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.**

$$\boxed{\text{Les droites (ED) et (HA) sont parallèles.}}$$

3.b. Les droites (HD) et (AE) sont sécantes en F, les droites (AH) et (ED) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{FD}{FH} = \frac{FE}{FA} = \frac{DE}{HA}$$

$$\frac{FD}{FH} = \frac{7\,\text{cm}}{7\,\text{cm} + 5{,}6\,\text{cm}} = \frac{4{,}2\,\text{cm}}{HA}$$

$$\frac{FD}{FH} = \frac{7\,\text{cm}}{12{,}6\,\text{cm}} = \frac{4{,}2\,\text{cm}}{HA}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$AH = \frac{4{,}2\,\text{cm} \times 12{,}6\,\text{cm}}{7\,\text{cm}} \text{ d'où } AH = \frac{52{,}92\,\text{cm}^2}{7\,\text{cm}} \text{ et } AH = 7{,}56\,\text{cm}$$

$$\boxed{\text{La longueur AH mesure 7,56 cm.}}$$

Exercice n° 3 — QCM

20 points

Pourcentages — Arithémtique — Probabibilités — Rotation — Volume

En dehors de la question 4 au sujet de la rotation, un QCM assez facile !

Même si aucune justification n'est demandée, dans le cadre de cette correction, quelques explications s'imposent !

Question 1 : Il faut calculer 60 % de 25 soit $\frac{60}{100} \times 25 = 0,60 \times 25 = 15$.
On peut aussi présenter cela dans un tableau montrant des grandeurs proportionelles :

	Garçons	Filles	Total
Élèves	$\frac{40 \times 25}{100} = \frac{1000}{100} = 10$	$\frac{60 \times 25}{100} = \frac{1500}{100} = 15$	25
Pourcentages	40	60	100

Dans les deux cas on arrive à 15 filles dans cette classe. **Question 1** — Réponse B

Question 2 : Décomposons 126 en produit de facteurs premiers.

126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$

On pouvait aussi travailler par élimination. La réponse B contient une somme et non pas un produit. La réponse A contient le nombre 9 qui n'est pas premier.

Ainsi **Question 2** — Réponse C.

Question 3 Nous sommes dans une expérience aléatoire à une épreuve constituée de $17 + 23 + 20 = 60$ issues équiprobables.
Il y a 17 jetons rouges et 23 jetons jaunes, soit 40 jetons rouges ou jaunes.

La probabilité cherchée est donc $\frac{40}{60} = \frac{2 \times 20}{3 \times 20} = \frac{2}{3}$

Attention, $\frac{2}{3} \neq 0,6$, $\frac{2}{3} \approx 0,6667$ et pour plein d'autres raisons...

Question 3 — Réponse A

Question 4 : La rotation qui transforme A en D, tranforme B en E, C en F et D en G.

Elle transforme donc le segment [DC] en le segment [GF]. **Question 4** — Réponse B.

Question 5 : Pour calculer le volume d'un pavé droit, il suffit de multiplier l'aire de sa base par sa hauteur.

La base d'un pavé est un rectangle. L'aire de cette base vaut $2\,\text{m} \times 1{,}3\,\text{m} = 2{,}6\,\text{m}^2$.

Calculons son volume : $2{,}6\,\text{m}^2 \times 1{,}5\,\text{m} = 3{,}9\,\text{m}^3$.

Or, 1 m^3=1000 L donc le volume 3,9 m^3=3900 L. **Question 5** — Réponse B.

Exercice n° 4 — Scratch et l'escalier

20 points

Scratch — Trigonométrie

Un mélange entre un peu de trigonométrie et Scratch. Certains élèves ont oublié qu'il y avait 16 marches, il ne fallait pas seulement se fier à la figure !

1.a. Calculons $272\,\text{cm} \div 17\,\text{cm} = 16$. Il faut bien prévoir 16 marches pour cet escalier.

1.b. La longueur AB est égale à la somme des 16 profondeurs de marches.

$\text{AB} = 16 \times 27\,\text{cm} = 432\,\text{cm}$.

2.a. Dans le triangle ABC rectangle en B, on connaît le côté adjacent, [AB], à l'angle $\widehat{\text{BAC}}$ et le côté opposé, [BC]. On peut donc calculer la tangente de cet angle.

$\tan \widehat{\text{BAC}} = \frac{\text{BC}}{\text{BA}} = \frac{272\,\text{cm}}{432\,\text{cm}} = \frac{272}{432} = \frac{17}{27}$.

À la calculatrice on arrive à l'angle $\widehat{\text{BAC}} \approx 32°$ au degré près.

2.b. On considère qu'une montée est agréable quand l'angle $\widehat{\text{BAC}}$ est compris entre 25° et 40°.

Or $25° < 32° < 40°$. Cet escalier permet donc une montée agréable.

3. Comme il y a 16 marches, il va falloir répéter 16 fois.
Il faut ensuite dessiner une marche en tournant de 90° et en avançant verticalement de 17 pas et horizontalement de 27 pas.

Exercice n° 5 — Les deux programmes de calcul

20 points

Programmes de calcul — Calcul littéral — Fonctions affines — Équations

Un exercice qui mélange fonctions affines et programme de calcul.

1.a. En prenant -3 comme nombre de départ, avec le **Programme A** on obtient successivement :

- -3
- $-3 \times -2 = 6$
- $6 + 5 = 11$

En partant du nombre -3 on arrive bien à 11.

1.b. En prenant $5,5$ comme nombre de départ, avec le **Programme B** on obtient successivement :

- 5,5
- $5,5 - 5 = 0,5$
- $3 \times 0,5 = 1,5$
- $1,5 + 11 = 12,5$

En partant du nombre 5,5 on arrive à 12,5.

2. En prenant x avec le **Programme B** on obtient successivement :

- x
- $x - 5$
- $3(x - 5) = 3x - 15$
- $3x - 15 + 11 = 3x - 4$

En partant du nombre générique x, on arrive à $3x-4$ pour le **Programme B**.

*On aurait pu faire de même avec le **Programme A** pour vérifier :*
*En prenant x avec le **Programme A** on obtient successivement :*

- x
- $-2x$
- $-2x+5$

3.a. Ces deux fonctions sont affines. Il y a plusieurs manières de justifier.

En reconnaissant le coefficient b dans l'écriture $ax+b$ d'une fonction affine.
La fonction $f(x)=-2x+5$, on a $b=5$ et $g(x)=3x-4$ on a $b=-4$.
On sait que cette valeur correspond à $f(0)$ et $g(0)$.
Ainsi comme sur le graphique, le point de coordonnées $(0;5)\in(\mathrm{D}_2)$ et que $(0;-4)\in(\mathrm{D}_1)$, on identifie (D_1) à la représentation de g et (D_2) à la représentation de f.

On pouvait aussi tenter de lire une autre image que celle de 0.
Par exemple on voit que $(1;3)\in(\mathrm{D}_2)$ et que $(1;-1)\in(\mathrm{D}_1)$.
Calculons $f(1)=-2\times1+5=-2+5=3$ et $g(1)=3\times1-4=3-4=1$.
On obtient la même identification.
Il y avait aussi les images de 3 qui étaient faciles à lire.

La représentation graphique de f est la droite (D_2), la représentation graphique de g est la droite (D_1).

3.b. Il faut pour cela lire les coordonnées du point d'intersection des droites. Il s'agit d'un point dont les coordonnées sont environ $(1,7;1,5)$.

Il semble que le nombre 1,7 ait la même image 1,5 par les fonctions f et g.

4. Pour déterminer ce nombre, il faut résoudre :

$$\begin{aligned}
f(x)&=g(x)\\
-2x+5&=3x-4\\
-2x+5-5&=3x-4-5\\
-2x&=3x-9\\
-2x-3x&=3x-9-3x\\
-5x&=-9\\
x&=\frac{-9}{-5}\\
x&=1,8
\end{aligned}$$

Vérifions :
$f(1,8)=-2\times1,8+5=-3,6+5=1,4$
$g(1,8)=3\times1,8-4=5,4-4=1,4$.

Le nombre de départ, 1,8 donne le même résultat 1,4 pour les deux programmes de calcul.

Diplôme national du brevet
Session 2023

Mathématiques

Série professionnelle

France

26 juin 2023

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 5 pages numérotées de la page 1 sur 5 à la page 5 sur 5.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	20 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	20 points
Exercice n° 5	20 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

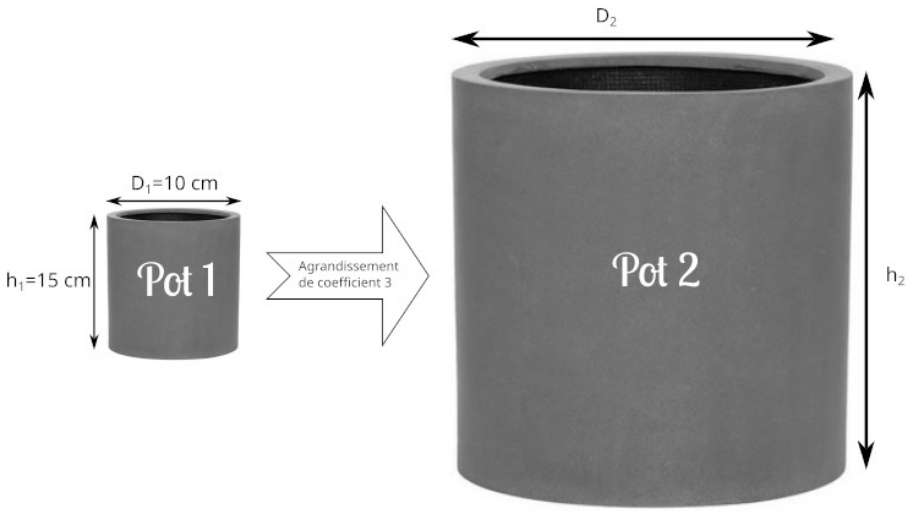
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — QCM *20 points*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Il est à compléter en **ANNEXE 1** à rendre avec la copie.

Exercice n° 2 — Les pots de fleurs cylindriques *20 points*

Les photographies ci-dessous représentent deux pots de fleurs cylindriques.
Le grand pot est un agrandissement de coefficient 3 du petit pot. Ce qui signifie que le diamètre et laahauteur du grand pot sont 3 fois plus grands que le diamètre et la hauteur du petit pot.



Volume du petit pot

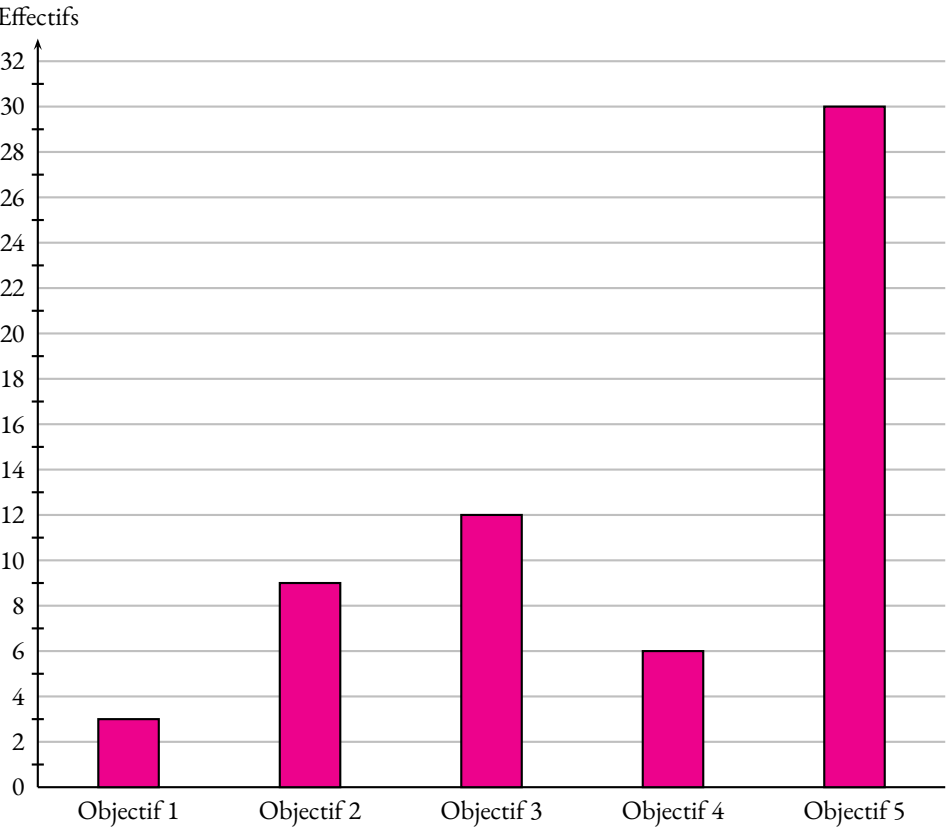
1. Calculer le rayon R_1 du **Pot 1**.
2. Montrer par un calcul détaillé que le volume V_1 du **Pot 1** vaut environ 1177,5 cm^3 au dixième près.
Rappel : Volume du Cylindre $= \pi \times R^2 \times h$, on prendra $\pi \approx 3,14$.

Volume du grand pot

3. Calculer le rayon R_2 du **Pot 2**.
4. Calculer la hauteur h_2 du **Pot 2**.
5. À l'aide de la formule, calculer le volume V_2 du **Pot 2**.
6. Affirmation : « Quand on réalise un agrandissement avec un coefficient multiplicateur de 3, le volume d'un cylindre est multiplié par 27. »
Cette affirmation est-elle exacte ? Justifier la réponse.

Exercice n° 3 — Les jardins partagés *20 points*

Les jardins partagés d'une commune sont gérés par une association. Celle-ci compte 60 membres qui adhèrent pour des objectifs différents. Le document ci-dessous regroupe ces objectifs et les effectifs correspondants.



Légendes

- Objectif 1 : Être autosuffisant
- Objectif 2 : Profiter d'un loisir
- Objectif 3 : Agir pour l'environnement
- Objectif 4 : Partager avec les autres
- Objectif 5 : Être en contact avec la nature

Document 1 : Répartition des objectifs d'adhésion des membres du jardin partagé

1. Indiquer le nombre de membres ayant adhéré pour l'Objectif 3.

2. Calculer le pourcentage de membres ayant adhéré pour l'Objectif 5.

3. On s'intéresse à la répartition des âges des adhérents de l'association.

3.a. Compléter sur l'**ANNEXE 2** la valeur manquante en cellule **B4** du tableur.

3.b. Parmi les formules proposées, cocher sur l'**ANNEXE 2** celle à saisir dans la cellule **B4** pour obtenir la valeur manquante.

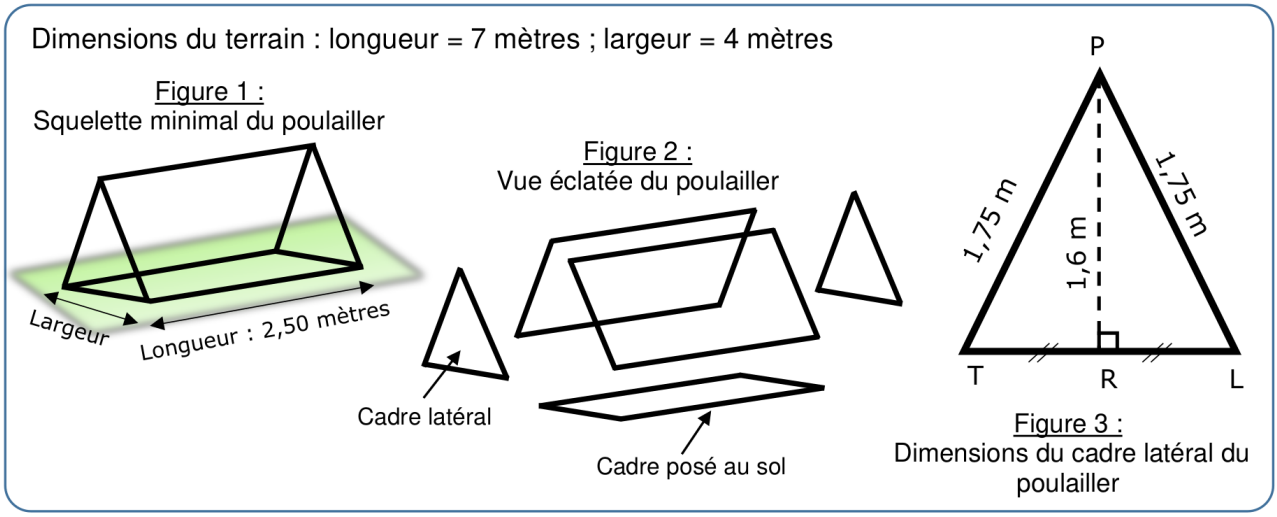
3.c. Compléter le diagramme circulaire de l'**ANNEXE 2** avec les deux classes d'âges manquantes.

3.d. Un adhérent affirme : « Plus d'un quart des membres a moins de 20 ans. »
Cette affirmation est-elle exacte ? Justifier la réponse.

Exercice n° 4 — Le poulailler

20 points

L'association souhaite installer un poulailler identique au modèle ci-contre.



1. Nommer les figures planes qui composent la vue éclatée du poulailler de la **Figure 2**.

2. La **Figure 3** ci-dessus représente le cadre latéral du poulailler.

2.a. En utilisant la relation de Pythagore dans le triangle PRL, montrer que la longueur RL arrondie au centième vaut 0,71 m.

2.b. En déduire la largeur TL du cadre du poulailler posé au sol.

2.c. Calculer l'aire de la surface du sol délimitée par le cadre du poulailler.

3. L'association achète un modèle dont les dimensions au sol sont :

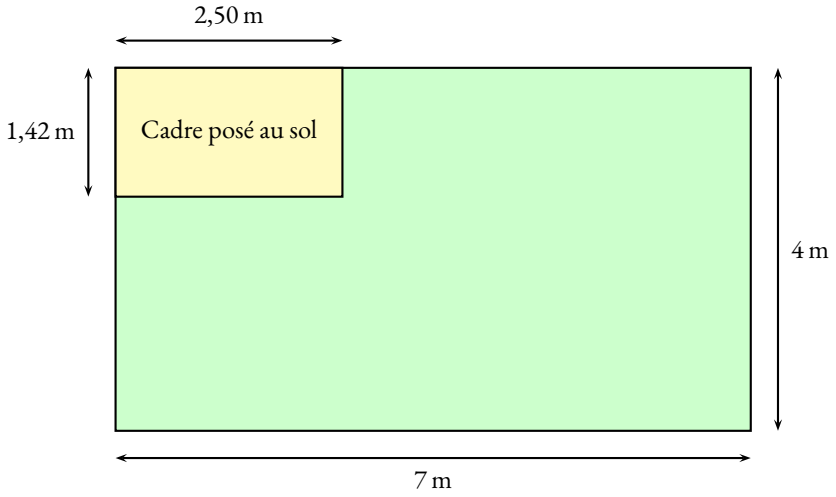
- Longueur = 2,50 m
- Largeur = 1,42 m

Un membre de l'association affirme qu'il est possible de placer six poulaillers sur le terrain.
Justifier qu'il a raison en faisant un schéma sur la copie.

Indication : on pourra utiliser la figure d'aide à la résolution ci-dessous sachant que chaque poulailler peut être disposé dans le sens de la longueur ou de la largeur.

Exemple d'un premier poulailler placé dans le sens de la longueur.

Échelle : 1 cm pour 1 m

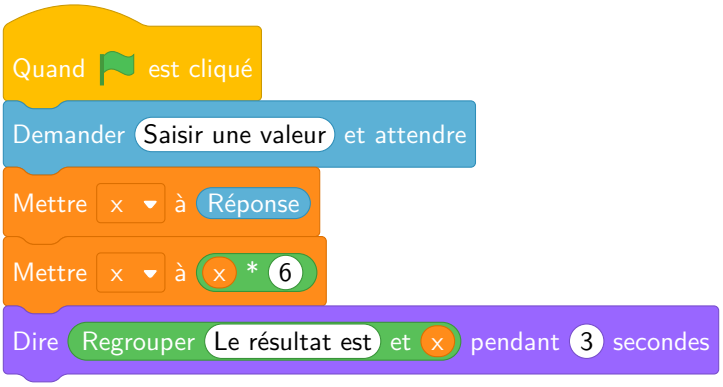


Exercice n° 5 — Les deux programmes de calcul

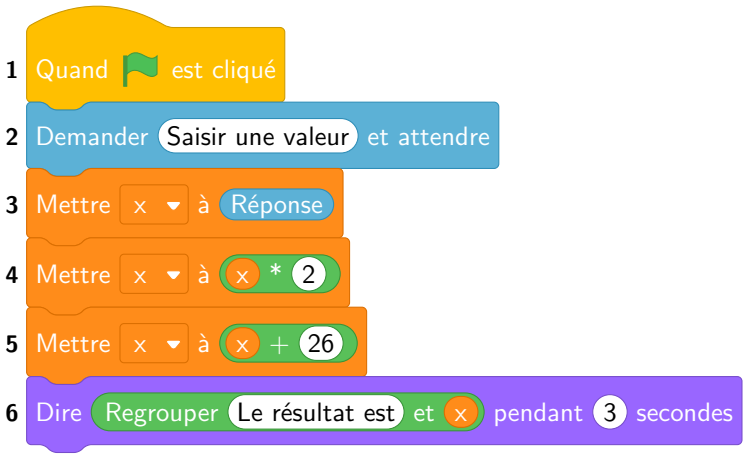
20 points

Les deux programmes ci-dessous sont réalisés à l'aide du logiciel Scratch.

Programme A



Programme B



1. Déterminer le résultat affiché par le **Programme A** si la valeur saisie est 5.

2. La valeur 4 est saisie dans le **Programme B**, écrire sur la copie le calcul et le résultat affiché par ce programme.

3. Les instructions des lignes 4 et 5 du **Programme B** peuvent être remplacées par une seule ligne, à choisir parmi les quatre propositions suivantes. Recopier sur la copie la bonne proposition.

Proposition n° 1	Proposition n° 2	Proposition n° 3	Proposition n° 4
x * x * 2	x + 30	x * 4 + 30	x * 2 + 26

4. On note x le nombre saisi. L'expression algébrique qui traduit le **Programme B** est $2x + 26$.
Écrire sur la copie l'expression algébrique qui traduit le **Programme A**.

5. Un seul nombre conduit les deux programmes à afficher le même résultat. Déterminer ce nombre.

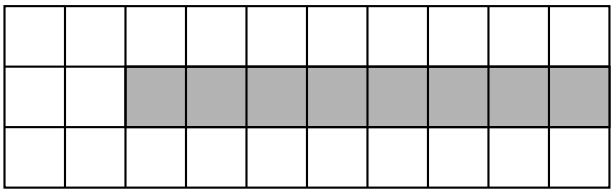
ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice 1

Pour chaque question, quatre réponses sont proposées mais **une seule est exacte**.
Cocher la bonne réponse **sans la justifier**.
Une réponse juste rapporte 4 points, une réponse fausse ou absente rapporte 0 point.

1. Sur la figure ci-dessous, la part de la partie grisée par rapport à la surface totale est :

☐ $\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{8}{22}$ ☐ $\frac{8}{30}$ ☐ $\frac{22}{30}$

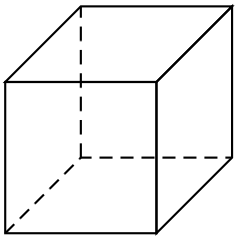


2. La valeur manquante dans l'égalité incomplète $\frac{7}{28} = \frac{\dots}{100}$ s'obtient en effectuant le calcul :

☐ $100 \times 28 \div 7$ ☐ $7 \times 100 \div 28$ ☐ $100 \times 28 \div 7$ ☐ $7 \div 100 \times 28$

3. Le volume de cette boite de forme cubique est égal à :

☐ $1\,\text{cm}^3$ ☐ $2\,\text{cm}^3$ ☐ $3\,\text{cm}^3$ ☐ $6\,\text{cm}^3$



4. À l'issue de 10 lancers d'un dé à 12 faces, on obtient la série de résultats suivants :

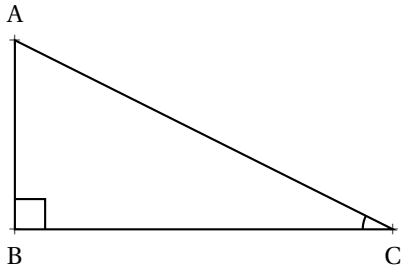
Lancer	n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	n° 5	n° 6	n° 7	n° 8	n° 9	n° 10
Résultat	4	8	10	5	3	8	1	8	7	6

La fréquence d'obtention de la face 8 est :

☐ 0,12 ☐ 0,30 ☐ 3 ☐ 8

5. Dans le triangle ABC rectangle en A ci-dessous, le cosinus de l'angle $\widehat{ACB}$ est égal à :

☐ $\frac{AB}{AC}$ ☐ $\frac{BC}{AC}$ ☐ $\frac{AC}{BC}$ ☐ $\frac{AC}{AB}$



ANNEXE 2

Exercice 3

3.a. Compléter la valeur manquante en cellule **B4** du tableau.

	A	B
1	Classe d'âge des membres	Effectif
2	Moins de 20 ans	12
3	De 20 à 60 ans inclus	29
4	Plus de 60 ans	...
5	TOTAL	60

3.b. Parmi les formules proposées, cocher celle à saisir dans la cellule **B4** pour obtenir la valeur manquante.

☐ = B2 + B3 − B5 ☐ = B5 − (B2 + B3) ☐ = B5 − B3 + B2

3.c. Compléter le diagramme circulaire en précisant les deux légendes manquantes.

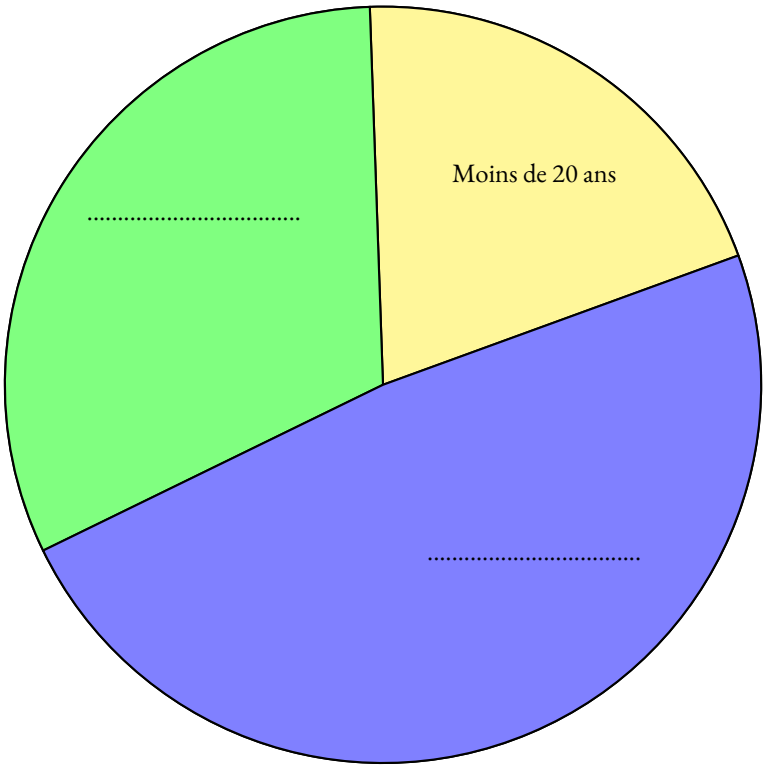


Diagramme de répartition par classe d'âge

Brevet — 2023 — France — Série professionnelle

Correction

Je ne suis pas très fan des sujets Pro. Celui-ci est dans la lignées des autres. En plus le sujet original va dans un sens un peu particulier. Écrire $\pi = 3,14$ pour le premier exercice me semble suprenant, surtout quand j'imagine que ce n'est pas une erreur. Peut-être une envie de « simplifier »les choses. Pour le reste, un sujet avec des questions assez faciles, mais dont la forme est toujours aussi complexe !

Exercice n° 1 — QCM

20 points

Fractions — Probabilités — Règle de trois — Volume du cube — Trigonométrie

Ce QCM est particulièrement facile.

1. Il y a 8 cases coloriées sur 30 soit $\boxed{\dfrac{8}{30}}$.

2. Il faut appliquer la règle de trois soit $\boxed{7 \times 100 \div 28}$.

3. Par définition, un cube de 1 cm de côté à un volume de $\boxed{1\,\text{cm}^3}$.

4. Sur 10 lancers, on a obtenu 3 fois la valeur 8. La fréquence est $\boxed{\dfrac{3}{10} = 0,30}$.

5. Dans le triangles ABC rectangle en B, l'hypoténuse est le côté [AC].
Le côté adjacent à l'angle $\widehat{BAC}$ est le côté [BC].
On sait que le cosinus d'un angle est égal au quotient du côté adjacent à cet angle par l'hypoténuse.

$\boxed{\text{Le cosinus de l'angle } \widehat{ACB} \text{ est égal à } \dfrac{BC}{AC}.}$

Exercice n° 2 — Les pots de fleurs cylindriques

20 points

Cylindre — Volume — Agrandissement

Un exercice surprenant dans sa version originale. L'auteur du sujet à fait le choix d'écrire $\pi = 3,14$ et de dire plus loins que le volume du cylindre est égal à 1177,5 cm^3. C'est tout simplement faux ! Pourquoi ne pas utiliser un arrondi, pourquoi ne pas être précis dans un sujet d'examen ? Est-ce parce que nous avons à faire à un sujet PRO qu'il faut être moins rigoureux ? Je me suis autorisé à corriger le sujet, pour éliminer ces erreurs grossières.

1. Le diamètre du **Pot 1** mesure 10 cm. $\boxed{\text{Son rayon vaut la moitié, } R_1 = 10\,\text{cm} \div 2 = 5\,\text{cm.}}$

2. On sait que Volume du cylindre = Aire de la base × Hauteur.

La base du cylindre représentant le **Pot 1** est un disque de rayon $R_1 = 5\,\text{cm}$, son aire vaut : $\pi \times (5\,\text{cm})^2 = 25\pi\ \text{cm}^2$

Ce cylindre a une hauteur de 15 cm, le volume du **Pot 1** vaut ainsi :

$\boxed{V_1 = 25\pi\ \text{cm}^2 \times 15\,\text{cm} = 375\pi\ \text{cm}^3 \approx 1177,5\,\text{cm}^3 \text{ au dixième près.}}$

3. Le **Pot 2** est trois fois plus grand, donc $\boxed{R_2 = 3 \times R_1 = 3 \times 5\,\text{cm} = 15\,\text{cm.}}$

4. De même, $\boxed{h_2 = 3 \times h_1 = 3 \times 15\,\text{cm} = 45\,\text{cm.}}$

5. On sait que Volume du cylindre = Aire de la base × Hauteur.

La base du cylindre représentant le **Pot 2** est un disque de rayon $R_2 = 15\,\text{cm}$, son aire vaut : $\pi \times (15\,\text{cm})^2 = 225\pi\ \text{cm}^2$

Ce cylindre a une hauteur de 45 cm, le volume du **Pot 2** vaut ainsi :

$V_2 = 225\pi\ \text{cm}^2 \times 45\,\text{cm} = 10\,125\pi\ \text{cm}^3 \approx 31\,792{,}5\,\text{cm}^3$ au dixième près.

6. Tout d'abord, signalons que c'est un résultat au programme de troisième. On sait que :
Si les longueurs d'une figure sont multipliées par k, alors les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3.

Ainsi, comme $3^3) = 27$, on a bien le résultat attendu !

Cet exercice maladroit, souhaitait vérifier cette propriété.
On pouvait le faire avec les valeurs exactes :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{10\,125\pi\ \text{cm}^3}{375\pi\ \text{cm}^3} = \frac{10\,125}{375} = 27.$$

En prenant les valeurs approchées, valeurs calculées l'une et l'autre avec $\pi \approx 3,14$ on obtient le même résultat :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{31\,792{,}5\ \text{cm}^3}{1177{,}5\ \text{cm}^3} = \frac{31\,792{,}5}{1177{,}5} = 27.$$

Cette affirmation est exacte.

Un élève soucieux de bien faire aurait pu utiliser la valeur approximative de π proposées par la calculatrice. En arrondissant au dixième, il aurait obtenu :

$V_1 = 375\pi\ \text{cm}^3 \approx 1178{,}1\,\text{cm}^3$ *et* $V_2 = 10\,125\pi\ \text{cm}^3 \approx 31\,808{,}6\,\text{cm}^3$.

Le quotient $\frac{V_2}{V_1} = \frac{31\,808{,}6\,\text{cm}^3}{1178{,}1\,\text{cm}^3} = \frac{31808{,}3}{1178{,}1} \approx 27$ *(26,999 665 avec ma calculatrice.)*

Exercice n° 3 — Les jardins partagés *20 points*

Fractions — Lecture graphique — Statistiques — Tableur

Un exercice intéressant qui mélange plusieurs représentation des mêmes données : tableur, diagramme en barres, diagramme circulaire.

1. 12 personnes ont adhéré pour l'Objectif 3

2. Il y a 30 membres sur 60 qui ont adhéré pour l'Objectif 5.

Comme $\frac{30}{60} = \frac{1}{2} = 0{,}50$, cela représente 50 % du total.

On peut aussi utiliser un tableau montrant des grandeurs proportionnelles.

Effectif	30	60
Pourcentage	$\frac{100 \times 30}{60} = \frac{3000}{60} = 50$	100

Dans les deux cas, cela représente 50 % du total.

3.a. On a $60 - (29 + 12) = 60 - 41 = 19$

	A	B
1	Classe d'âge des membres	Effectif
2	Moins de 20 ans	12
3	De 20 à 60 ans inclus	29
4	Plus de 60 ans	19
5	TOTAL	60

3.b. Il faut effectuer $60 - (29 + 12)$ soit en fonction des cellules **=B5-(B2+B3)** .

3.c. Compléter le diagramme circulaire en précisant les deux légendes manquantes.

Diagramme de répartition par classe d'âge

3.d. Il y a 12 personnes ayant moins de 20 ans sur 60.

Comme $\frac{12}{60} = \frac{1}{5} = 0,20 = 20\ \%$ et que $\frac{1}{4} = 0,25 = 25\ \%$, on peut dire que cette affirmation est fausse.

On pouvait aussi écrire $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 15}{4 \times 15} = \frac{15}{60}$ et comme $\frac{12}{60} < \frac{15}{60}$ on obtient la même réponse.

Exercice n° 4 — Le poulailler *20 points*

Géométrie de l'espace — Pythagore — Aire

Exercice surprenant. On ne parle pas de prisme droit, ni de ses faces mais d'une vue éclatée ! La fin est assez astucieuse.

1. Ce poulailler est un prisme droit à base triangulaire.

Les faces de ce prismes sont trois rectangles et deux triangles isocèles.

2.a. Dans le triangle PRL rectangle en R,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$RP^2 + RL^2 = PL^2$$
$$1,6^2 + RL^2 = 1,75^2$$
$$2,56 + RL^2 = 3,0625$$
$$RL^2 = 3,0625 - 2,56$$
$$RL^2 = 0,5025$$
$$RL = \sqrt{0,5025}$$

$RL \approx 0,71$

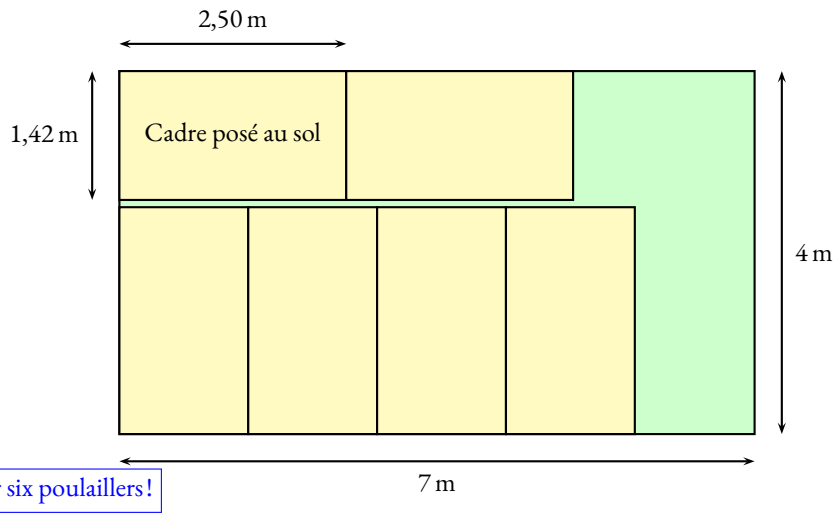
La longueur RL mesure bien 0,71 m.

2.b. $TL = 2 \times RL = 2 \times 0,71\,m = 1,42\,m$.

2.c. Le cadre au sol est un rectangle de largeur 1,42 m et de longueur 2,50 m.

L'aire du cadre au sol mesure $1,42\,m \times 2,50\,m = 3,55\,m^2$.

3. On remarque que $3 \times 1,42\,m = 4,26\,m$ et $2 \times 1,42\,m = 2,84\,m$.
On peut placer deux poulaillers sur la largeur du terrain.
De même $3 \times 2,50\,m = 7,50\,m$ et $4 \times 2,50\,m = 10\,m$.
On peut placer trois poulaillers sur la longueur du terrain.
Comme $1,42\,m + 2,50\,m = 3,92\,m$ et que $4 \times 1,42\,m = 5,68\,m$, on peut placer deux poulaillers en long et quatre dans le sens de la largeur.



Il a raison, on peut positionner six poulaillers !

Exercice n° 5 — Les deux programmes de calcul

20 points

Programmes de calcul — Calcul littéral — Scratch — Équations

1. En prenant 5 comme nombre de départ, avec le **Programme A** on obtient successivement :

- 5
- $5 \times 6 = 30$

En partant du nombre 5 on arrive au nombre 30.

2. En prenant 4 comme nombre de départ, avec le **Programme B** on obtient successivement :

- 4
- $4 \times 2 = 8$
- $8 + 26 = 34$

En partant du nombre 4 on arrive à 34.

3. À la ligne 4, on effectue 

puis à la ligne 5 

.

On cumule les deux opérations avec la **Proposition n° 4**

4. En prenant x avec le **Programme A** on obtient successivement :

- x

— $6x$

En partant de x on arrive à $6x$.

5. Pour déterminer ce nombre, il faut résoudre :

$$\begin{aligned} 6x &= 2x + 26 \\ 6x - 2x &= 2x + 26 - 2x \\ 4x &= 26 \\ x &= \frac{26}{4} \\ x &= 6,5 \end{aligned}$$

Vérifions :
$6 \times 6,5 = 39$
$2 \times 6,5 + 26 = 13 + 26 = 39$.

Le nombre de départ, 6,5 donne le même résultat 39 pour les deux programmes de calcul.

Diplôme national du brevet
Session 2023

Mathématiques

Série Générale

Polynésie

11 septembre 2023

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	16 points
Exercice n° 2	25 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	20 points
Exercice n° 5	20 points

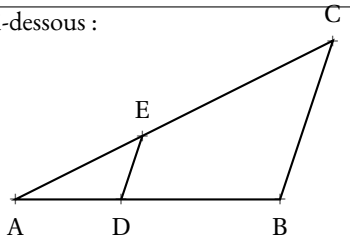
Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — QCM

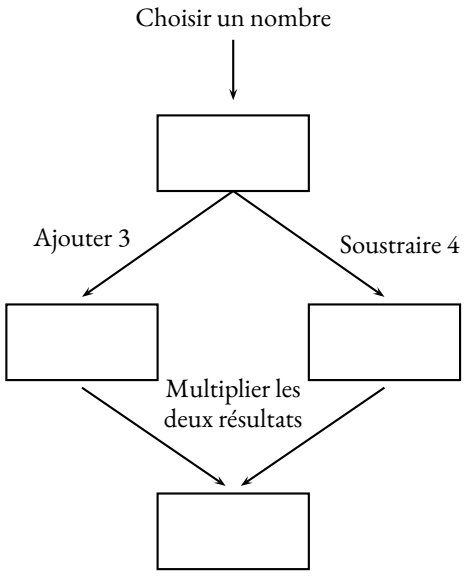
16 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, parmi les réponses proposées, une seule est exacte.
Recopier le numéro de la question et indiquer la réponse choisie avec la justification.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Une augmentation de 9 % correspond à une multiplication par	1,9	$\frac{9}{100}$	1,09
2. On considère la figure ci-dessous :  On précise que : - (DE) et (BC) sont parallèles; - E est un point de [AC] ; - D est un point de [AB] ; - AE = 2 cm, EC = 5 cm, ED = 3 cm. Quelle est la longueur BC ?	7,5 cm	6 cm	10,5 cm
3. Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves de cinquième d'un collège en fonction du sexe et de la LV2 choisie : **Allemand** / **Espagnol** / **Italien** **Fille** : 10 / 43 / 26 **Garçon** : 7 / 42 / 32 On interroge au hasard un élève de 5ème parmi tous les élèves de cinquième de ce collège. Quelle est la probabilité que l'élève interrogé ait choisi l'italien en deuxième langue vivante ?	$\frac{1}{3}$	$\frac{58}{160}$	$\frac{58}{102}$
4. On reprend la situation précédente et on interroge au hasard un élève de 5ème parmi tous les élèves de 5ème de ce collège. Quelle est la probabilité que l'élève interrogé soit une fille qui ne fait pas d'allemand ?	$\frac{69}{79}$	$\frac{69}{143}$	$\frac{69}{160}$

Exercice n° 2 — Un programme de calcul et un tableur

25 points



1. On considère le programme A défini par le schéma ci-contre :

1.a. Vérifier que le résultat est 60 si le nombre choisi au départ est -8.

1.b. On appelle x le nombre de départ et on admet que le résultat obtenu avec le programme de calcul est donné par l'expression :

$$(x+3)(x-4)$$

Résoudre $(x+3)(x-4)=0$.

En déduire quels nombres de départ il faut choisir pour obtenir 0 comme résultat.

2. On rappelle que x désigne le nombre de départ du programme de calcul et que le résultat obtenu avec le programme de calcul est donné par l'expression :

$$(x+3)(x-4)$$

On appelle f la fonction qui, à x, associe le résultat du programme de calcul.
La représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f est donnée en ANNEXE.

2.a. Montrer que $f(x)=x^2-x-12$

2.b. Calculer $f\left(\frac{1}{2}\right)$

2.c. Déterminer graphiquement les antécédents de -6 par la fonction f.
On pourra éventuellement laisser les traits de construction sur l'ANNEXE à rendre avec la copie.

3. On considère la fonction g définie par $g(x)=3x-7$.
On a utilisé un tableur pour réaliser un tableau de valeurs de cette fonction.

3.a. Quelle formule a-t-on écrite dans la cellule **B2** avant de l'étirer vers le bas ?

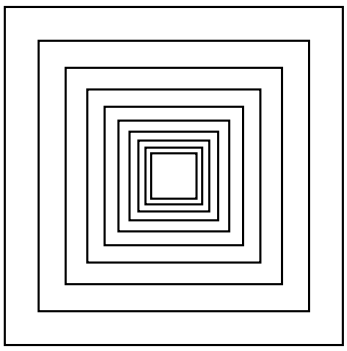
3.b. Tracer la représentation graphique de la fonction g dans le repère en ANNEXE à rendre avec la copie.

3.c. Déterminer graphiquement les nombres qui ont la même image par les fonctions f et g.
On pourra laisser apparents les traits de construction sur l'ANNEXE à rendre avec la copie.

	A	B
1	x	$g(x)$
2	-5	-22
3	-4	-19
4	-3	-16
5	-2	-13
6	-1	-10
7	0	-7
8	1	-4
9	2	-1
10	3	2
11	4	5
12	5	8
13	6	11

Exercice n° 3 — Des carrés dans un carré

20 points



Dans cet exercice, toutes les longueurs sont exprimées en pixel.
Un professeur de mathématiques souhaite élaborer un programme avec ses élèves permettant de construire la figure ci-contre composée de 10 carrés.
Le côté du premier carré à tracer mesure 300 pixels.
Le côté de chaque carré construit ensuite mesure 20
La figure n'est pas en vraie grandeur.

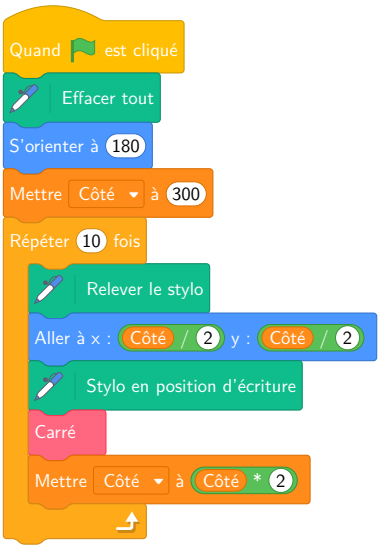
Aucune justification n'est attendue pour les questions 2), 3)a), 3)b) et 4).

1. Montrer que le côté du 2ème carré mesure 240 pixels.

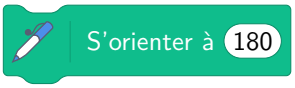
2. Le professeur distribue aux élèves le bloc « Carré » d'instructions figurant en ANNEXE qui permet de tracer un carré de côté donné.

Pour cela, il a créé une variable « Côté »qui correspond à la longueur du côté du carré à tracer.

Compléter les lignes 2 et 4 de ce bloc sur l'ANNEXE à rendre avec la copie



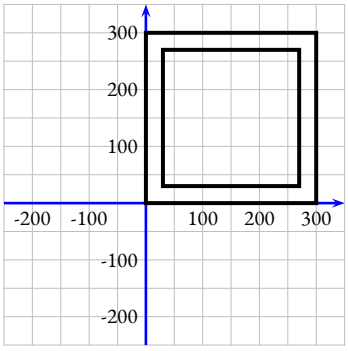
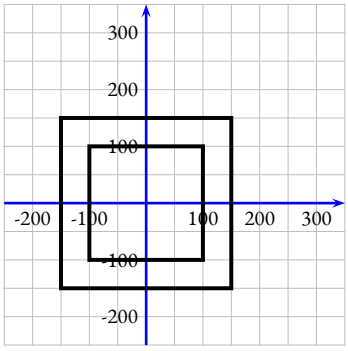
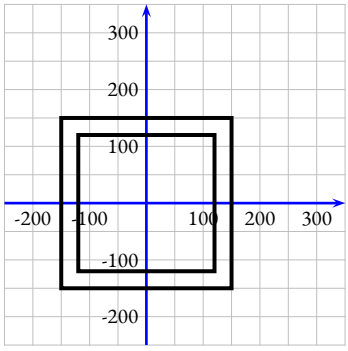
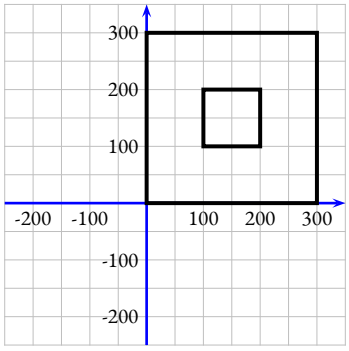
3. Le script ci-contre permet de réaliser les dix carrés de la figure souhaitée.

On rappelle que l'instruction 

signifie que le lutin est dirigé vers le bas.

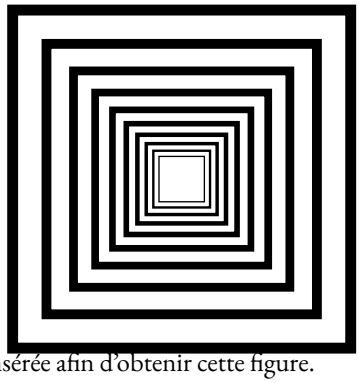
3.a. Donner les coordonnées du stylo lorsqu'il commence à tracer le premier carré.

3.b. Parmi les 4 propositions suivantes, quelle est celle qui correspond au tracé des deux premiers carrés ?

Proposition n° 1	Proposition n° 2	Proposition n° 3	Proposition n° 4
			

3.c. Quelle est la longueur du dernier carré tracé avec le script précédent ? Arrondir au pixel.

4. On veut diminuer l'épaisseur des traits lorsqu'on passe de la construction d'un carré au suivant pour obtenir la figure suivante.



Pour cela, on souhaite utiliser les deux instructions suivantes :

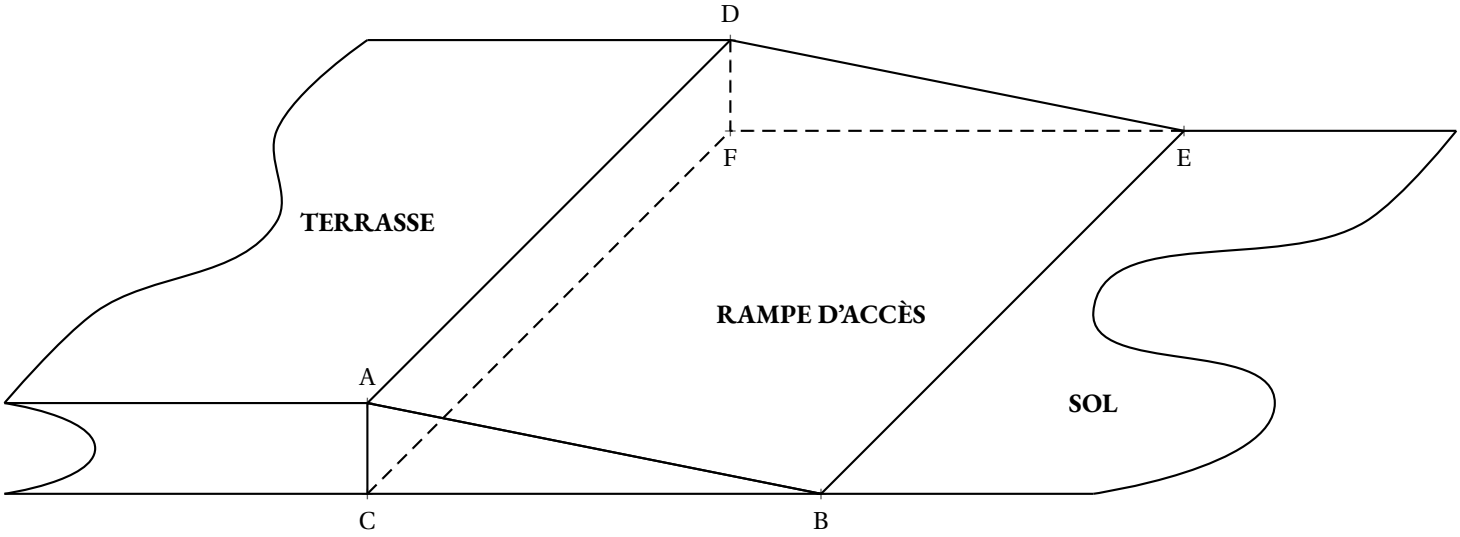
— **Instruction A :** 

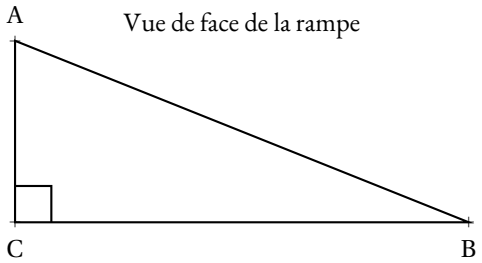
— **Instruction B :** 

Pour chaque instruction, indiquer les numéros des lignes du script de la question 2 entre lesquelles elle peut être insérée afin d'obtenir cette figure.

Exercice n° 4 — La rampe d'accès *20 points*

Les propriétaires d'une maison souhaitent créer une rampe d'accès à leur terrasse.
Cette rampe devra avoir la forme d'un prisme droit à base triangulaire comme représenté sur le schéma en perspective cavalière ci-dessous :





Les figures ci-contre ne sont pas à l'échelle.

On donne les informations suivantes :

- la hauteur AC de la rampe mesure 30 cm ;
- AB = 124 cm ;
- la longueur BE de la rampe mesure 9 m ;
- l'angle $\widehat{ACB}$ est un angle droit.

1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ que doit faire la rampe avec le sol du jardin. On arrondira au degré près.

2. Montrer que la longueur BC doit être environ égale à 120 cm.

3. Pour réaliser cette rampe, les propriétaires envisagent de se faire livrer 2 m^3 de béton. Ce volume est-il suffisant ?

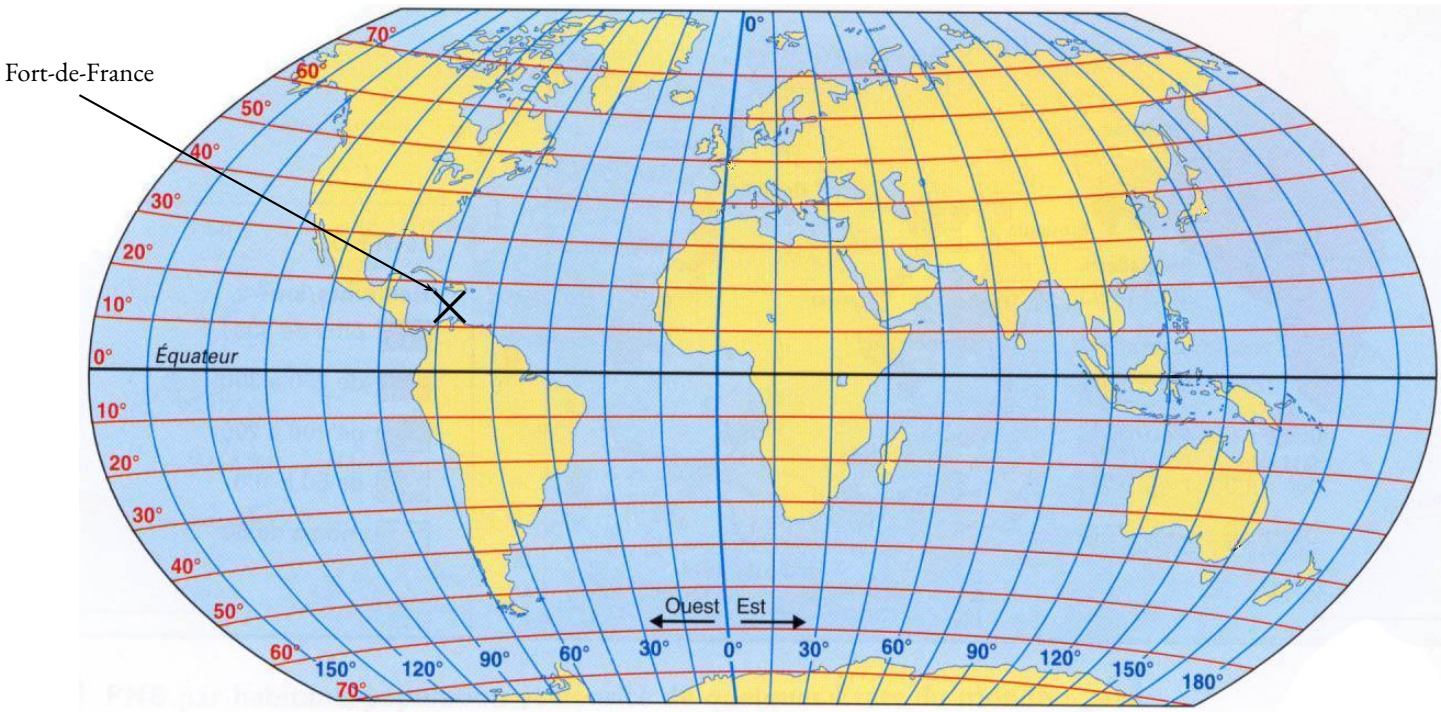
4. En utilisant le volume de 2 m^3 de béton, sans modifier les longueurs AC et BE de la rampe, quelle serait la valeur de BC ? On arrondira au centimètre près.

Exercice n° 5 — La transat Jasques Vabre *20 points*

La transat Jacques Vabre est une course de bateaux qui relie la ville du Havre, en France métropolitaine, à la ville de Fort-de-France, en Martinique.

1. Avec la précision permise par la carte, donner la latitude et la longitude de la ville de Fort-de-France repérée par une croix sur la carte ci-dessous.

Nord



Sud

2. Lors de l'édition 2021, 75 bateaux ont participé à cette course, répartis dans quatre catégories en fonction du parcours à réaliser : Class 40, Ocean Fifty, Imoca, Ultim. Le tableau ci-dessous présente les catégories, les effectifs engagés, les distances parcourues et le palmarès de la Transat :

	Nombre de bateaux de la catégorie	**Distance du parcours**	**Nom du bateau vainqueur de la catégorie**	**Durée de course du vainqueur**
Class 40	43	4600 milles	Redman	21 jours 22 heures 33 minutes
Ocean Fifty	7	5800 milles	Primonial	15 jours 13 heures 27 minutes
Imoca	20	5800 milles	LinkedOut	18 jours 1 heure 21 minutes
Ultim	5	7500 milles	Maxi Edmond de Rothschild	16 jours 1 heure 48 minutes

Information : Un mille nautique est une unité de mesure marine qui équivaut à 1,852 km environ.

2.a. Montrer que le bateau LinkedOut met 2 jours 11 heures et 54 minutes de plus que le bateau Primonial pour effectuer son parcours.

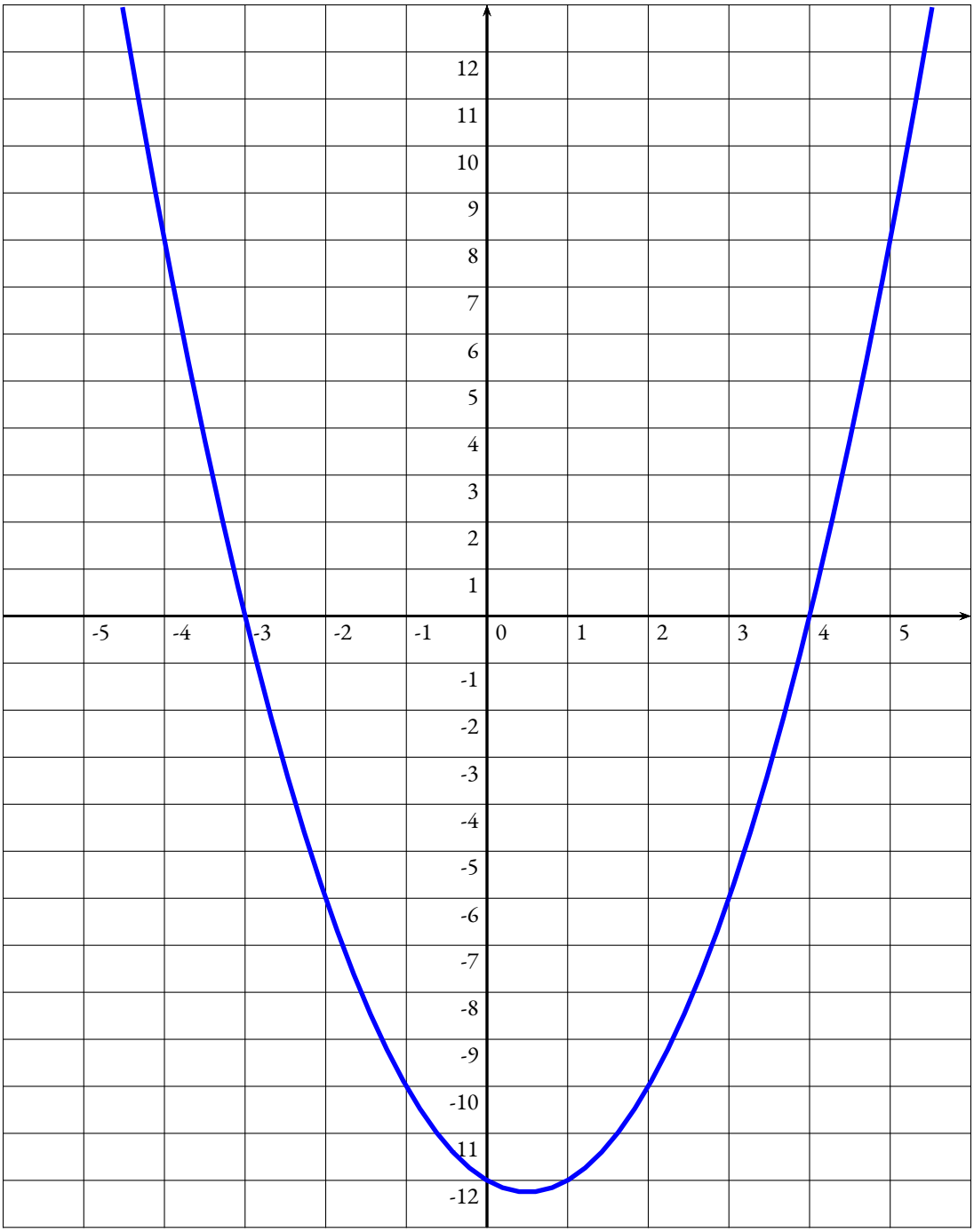
2.b. Calculer la moyenne des distances parcourues par l'ensemble des 75 bateaux. On arrondira cette distance à l'unité près.

2.c. La vitesse moyenne du bateau Redman a été d'environ 8,7 milles / h.
Montrer que la vitesse moyenne du bateau Maxi Edmond de Rothschild a été environ 2,2 fois plus grande que celle du bateau Redman.

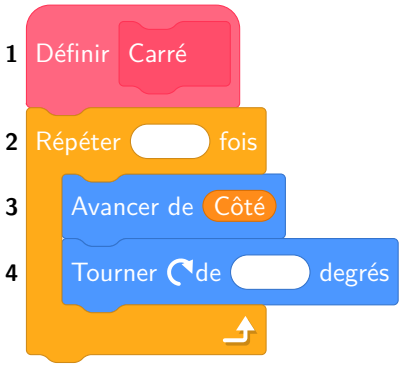
2.d. Un journaliste affirme que la distance parcourue par un bateau de la catégorie Ocean Fifty est environ égale à un quart de périmètre de l'équateur de la Terre.
En sachant que le rayon de l'équateur est de 6370 km, le journaliste a-t-il raison ?

ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice 2 — Questions **2.c.** et **3.b.**



Exercice 3 - Question 2



Brevet — 2023 — Polynésie — Série Générale

Correction

Exercice n° 1 — QCM

16 points

Pourcentage — Thalès — Probabilités

Un QCM assez simple.

1. D'après le cours, une augmentation de 9 % revient à multiplier par $1+\dfrac{9}{100}=1+0,09=1,09$

Réponse C

2. Les droites (EC) et (DB) sont sécantes en A.
Les droites (BC) et (ED) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$$

$$\frac{AD}{AB}=\frac{2\,\text{cm}}{2\,\text{cm}+5\,\text{cm}}=\frac{3\,\text{cm}}{BC}$$

$$\frac{2\,\text{cm}}{7\,\text{cm}}=\frac{3\,\text{cm}}{BC}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$BC=\dfrac{3\,\text{cm}\times 7\,\text{cm}}{2\,\text{cm}}$ d'où $BC=\dfrac{21\,\text{cm}^2}{2\,\text{cm}}$ et $BC=10{,}5\,\text{cm}$

Réponse C

3. Il faut déterminer le nombre d'élèves de cinquième : $10+43+26+7+42+32=160$.
Le nombre d'élèves ayant prix italien : $26+32=58$.

La probabilité cherchée est $\dfrac{58}{160}$.

Réponse B

4. Il y a 160 élèves de cinquième.
Il y a $10+43+26=79$ filles dont 10 qui font allemand. Il y a donc $79-10=69$ filles qui ne font pas allemand.

La probabilité cherchée est $\dfrac{69}{160}$.

Réponse C

Exercice n° 2 — Un programme de calcul et un tableur

25 points

Programme de calcul — Équation produit — Fonction — Tableur

1.a. En partant du nombre -8 :
On obtient d'une part $-8+3=-5$ et d'autre part $-8-4=-12$.
Finalement $-5\times(-12)=60$

On obtient bien 60 en partant de -8.

1.b.
Ce n'est pas demandé, mais voici l'expression littérale.
En prennant x comme nombre de départ, on obtient $x+3$ d'une part et $x-4$ d'autre part.
Finalement, on arrive à $(x+3)(x-4)$.

$$(x+3)(x-4)=0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} x+3&=0 \\ x+3-3&=0-3 \\ x-3& \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-4&=0 \\ x-4+4&=0+4 \\ x&=4 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : -3 et 4

2.a. Développons :
$f(x)=(x+3)(x-4)$
$f(x)=x^2-4x+3x-12$

$f(x)=x^2-x-12$

2.b. $f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}-12$

$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-\frac{12}{1}$

$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}-\frac{2}{4}-\frac{48}{4}$

$f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{49}{4}=-12,25$

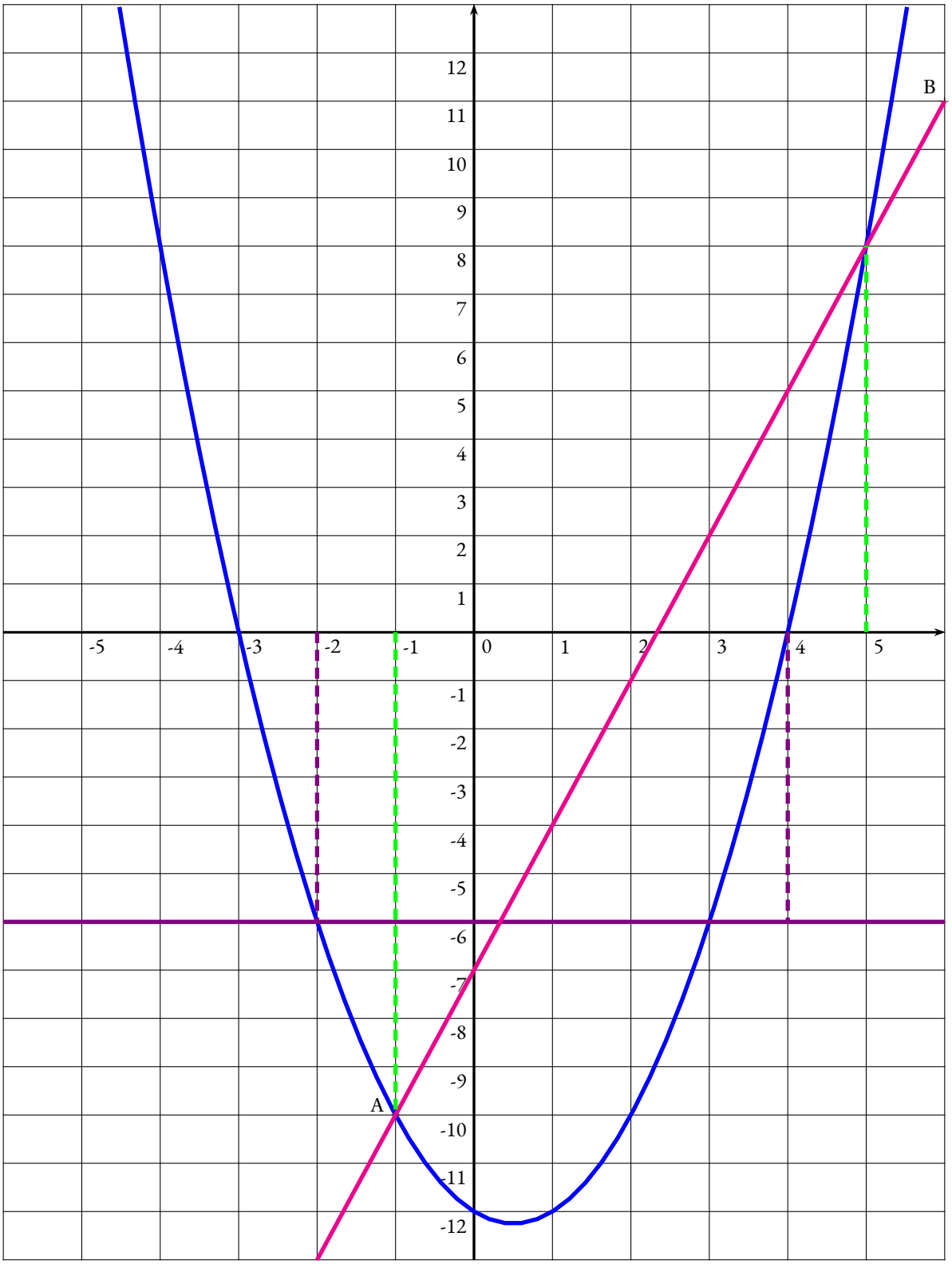
2.c. Les antécédents de -6 par g sont -2 et 4.

3.a. = A2 * A2 – A2 – 12 ou = A2^2 – A2 – 12

3.b. g est une fonctions affine dont les coefficients sont $a=3$ et $b=-7$.
Sa représentation graphique est donc une droite. Il suffit de placer deux points du tableur et de tracer cette droite.
Par exemple, on peut placer les points A$(-1;-10)$ et B$(6,11)$ puis tracer la droite (AB).

3.c. Il faut déterminer les abscisses des points d'intersection des deux représentations graphiques.

Les nombres qui ont les mêmes images par f et g sont -1 et 5.



Exercice n° 3 — Des carrés dans un carré

20 points

*Un Scratch assez intéressant avec beaucoup de répétitions ! La question **3.c** est difficile.*

1. On peut utiliser une des méthodes suivantes :

Calcul des 20 %

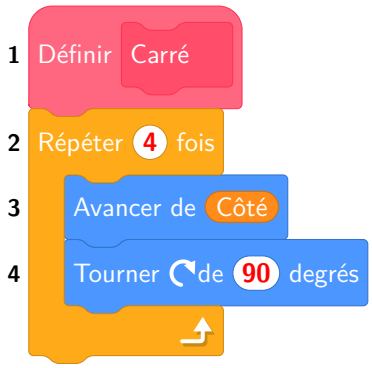
$300 \times \dfrac{20}{100} = 300 \times 0,20 = 60$. Et $300 - 60 = 240$.

Le coefficient de réduction *Méthode conseillée*

Enlever 20 % à une grandeur revient à la multiplier par $1 - \frac{20}{100} = 1 - 0,20 = 0,80$. On a $300 \times 0,80 = 240$.

Le deuxième carré mesure bien 240 pixels de côté.

2.



3.a. La ligne suivante code le point de départ : Aller à x : Côté / 2 y : Côté / 2 et comme on a Mettre Côté à 300,

Le premier carré commence aux coordonnées $(150; 150)$.

3.b. Le programme commence en $(150, 150)$, cela élimine les propositions 1 et 4.

Le premier carré, dans les deux cas, mesure 300 pixels. Le deuxième doit mesurer 240 pixels. Dans la proposition 2 il mesure seulement 200 pixels.

Il s'agit de la **Proposition 3**.

3.c. Le premier carré mesure 300 pixels.
Le deuxième carré mesure 300 pixels $\times 0,8 = 240$ pixels.
Le troixième carré mesure 240 pixels $\times 0,8 = 192$ pixels.
...
On peut continuer comme cela jusqu'au dixième carré !
...
On peut aussi remarquer ceci :
Le premier carré mesure 300 pixels.
Le deuxième carré mesure 300 pixels $\times 0,8$.
Le troisième carré mesure 300 pixels $\times 0,8 \times 0,8 = 300$ pixels $\times 0,8^2$.
Le quatrième carré mesure 300 pixels $\times 0,8 \times 0,8 \times 0,8 = 300$ pixels $\times 0,8^3$.
Ainsi, le dixième carré mesure 300 pixels $\times 0,8^9 \approx 40,26$ pixels.

Le dixième carré mesure environ 40 pixels.

Cette question est vraiment très difficile !

4. Il faut commencer par fixer la taille du stylo à 11 pixels, puis diminuer à chaque fois de 1 pixel.

On peut mettre l'**Instruction B** en ligne 2, 3 ou 4 et l'**Instruction A** en 10.

Exercice n° 4 — La rampe d'accès *20 points*

Trigonométrie — Pythagore — Prisme droit — Volume

Un exercice de géométrie assez classique au départ. Les questions sur les volumes sont difficiles.

1. Dans le triangle ABC rectangle en C on connaît les mesures de l'hypoténuse AB et du côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$, AC.
Nous pouvons donc calculer le sinus de l'angle $\widehat{ABC}$.

$\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{30\,\text{cm}}{124\,\text{cm}}$

À la calculatrice on arrive à $\widehat{ABC} \approx 14°$ au degré près.

2. On peut utiliser une des méthodes suivantes :

Théorème de Pythagore *Méthode conseillée*

Dans le triangle ABC rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CA^2 + CB^2 = AB^2$$
$$30^2 + CB^2 = 124^2$$
$$900 + CB^2 = 15\,376$$
$$CB^2 = 15\,376 - 900$$
$$CB^2 = 14\,476$$
$$CB = \sqrt{14\,476}$$
$$CB \approx 120,32$$

BC mesure bien environ 120 cm au centimètre près.

Trigonométrie

Comme l'angle $\widehat{ABC}$ n'est connu que sous forme de valeur approchée, je déconseille cette méthode. Elle va cependant permettre d'obtenir le même résultat.

On peut raisonner de deux manières équivalentes :

Dans le triangle ABC rectangle en C, on connaît l'angle $\widehat{ABC}$, l'hypoténuse AB et on cherche le côté adjacent CB.
Nous allons calculer le cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$.

$\cos \widehat{ABC} = \dfrac{CB}{AB} =$

$\cos 14° = \dfrac{CB}{124\,\text{cm}}$

$CB = 124\,\text{cm} \times \cos 14° \approx 120{,}32\,\text{cm}$

Dans le triangle ABC rectangle en C, on connaît l'angle $\widehat{ABC}$, le côté opposé AC et on cherche le côté adjacent CB.
Nous allons calculer la tangente de l'angle $\widehat{ABC}$.

$\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{CB} =$

$\tan 14° = \dfrac{30\,\text{cm}}{CB}$

$CB = \dfrac{30\,\text{cm}}{\tan 14°} \approx 120{,}32\,\text{cm}$

BC mesure bien environ 120 cm au centimètre près.

3. ABCDEF est un prisme droit à base triangulaire, le triangle ABC, et de hauteur BE.

Pour calculer le volume d'un prisme droit il faut appliquer la formule suivante :

$$\text{Volume} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

La base est un triangle rectangle, pour calculer son aire on peut penser à la moitié d'un rectangle de longueur environ 120 cm et de largeur 30 cm.

Ainsi Aire de la base $= \dfrac{120\,\text{cm} \times 30\,\text{cm}}{2} = 1800\,\text{cm}^2$

Finalement Volume $= 1800\,\text{cm}^2 \times 9\,\text{m} = 1800\,\text{cm}^2 \times 900\,\text{cm} = 1\,620\,000\,\text{cm}^3$.

On se rend compte ici qu'il n'était pas très pratique de calculer ce volume en centimètre cube. Il est souvent conseillé de tenir compte des unités du résultat attendu et de convertir les unités simples avant d'effectuer des calculs d'aires ou de volume. Ici il serait plus pratique de calculer dès le départ en mètre. Néanmoins pour terminer le calcul ici, il faut se souvenir que $1\,\text{m}^3 = 1000\,\text{dm}^3 = 1\,000\,000\,\text{cm}^3$.

Reprenons le calcul en mètres : Aire de la base $= \dfrac{1{,}20\,\text{m} \times 0{,}30\,\text{m}}{2} = 0{,}18\,\text{m}^2$. Puis Volume $= 0{,}18\,\text{m}^2 \times 9\,\text{m} = 1{,}62\,\text{m}^3$.

Il suffira donc des 2 m^3 pour réaliser cette rampe.

4. Cette fois-ci, il faut reprendre le calcul précédent, en mètres, en posant x la longueur BC.

Aire de la base $= \dfrac{x \times 0,3}{2} = 0,15x$ et Volume $= 0,15x \times 9 = 1,35x$

Il faut ensuite résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 1,35x &= 2 \\ x &= \frac{2}{1,35} \\ x &\approx 1,48 \end{aligned}$$

La longueur BC peut mesurer 1,48 m au centimètre près.

On pouvait aussi raisonner à l'envers.
On veut que le volume fasse 2 m^3. Comme $\dfrac{2\,\mathrm{m}^3}{9\,\mathrm{m}} \approx 0{,}222\,\mathrm{m}^2$, le triangle de base doit avoir une surface de 0,222 m^2
Comme $0{,}222\,\mathrm{m}^2 \times 2 = 0{,}444\,\mathrm{m}^2$, le rectangle correspondant à une aire de 0,444 m^2.
Ce rectangle a une largeur de 0,30 m.

La longueur mesure donc $\dfrac{0{,}444\,\mathrm{m}^2}{0{,}30\,\mathrm{m}} \approx 1{,}48\,\mathrm{m}$.
...
C'est un peu capilotracté :
...
En tout cas, cette dernière question est difficile !

Exercice n° 5 — La transat Jasques Vabre *20 points*

Coordonnées géographiques — Durées — Vitesse

1. Fort-de-France se trouve aux coordonnées géographiques suivantes : 13° de latitude Nord et 62° de longitude Ouest.

On obtient en cherchant sur Internet les coordonnées suivantes : $14°36'38''$ Nord et $61°03'52''$ Ouest.

2.a. Primonial a mis 15 jours 13 heures 27 minutes et LinkedOut 18 jours 1 heure 21 minutes pour traverser.
Il faut trouver l'écart entre ces deux nombres sexagésimaux.
Il manque 33 minutes pour passer de 15 jours 13 heures 27 minutes à 15 jours 14 heures.
Il manque encore 10 h pour passer à 16 jours.
Reste 2 jours 1 heure et 21 minutes pour atteindre 18 jours 1 heure 21 minutes.

Cela fait ainsi 2 jours 11 heures et 54 minutes, qui est le résultat attendu.

2.b. 43 bateaux ont parcouru 4600 milles, 7 5800 milles, 20 5800 milles et 5 7500 milles.

Il faut calculer la moyenne des distances pondérées par les effectifs :

$$\frac{43 \times 4600\,\text{milles} + 7 \times 5800\,\text{milles} + 20 \times 5800\,\text{milles} + 5 \times 7500\,\text{milles}}{43 + 7 + 20 + 5} = \frac{391\,900\,\text{milles}}{75} \approx 5225\,\text{milles.}$$

La moyenne des distances parcourues par ces 75 bateaux vaut environ 5225 milles au mille près.

2.c. Maxi Edmond de Rothschild a parcouru 7500 milles en 16 jours 1 heure et 48 minutes.
Il faut déterminer le nombre de milles parcourus chaque heure. Nous allons convertir ce temps en minutes.

1 h=60 min et $1\,\mathrm{j} = 24\,\mathrm{h} = 24 \times 60\,\mathrm{min} = 1440\,\mathrm{min}$

Ainsi 16 jours 1h 48 minutes $= 16 \times 1440\,\mathrm{min} + 60\,\mathrm{min} + 48\,\mathrm{min} = 23\,148\,\mathrm{min}$

Distance	7500 milles	$\dfrac{60\,\text{min} \times 7500\,\text{milles}}{23\,148\,\text{min}} \approx 19{,}44\,\text{milles}$
Temps	23 148 min	1 h=60 min

Comme $19{,}44\,\text{milles} \div 8{,}7\,\text{milles} \approx 2{,}23$, $\boxed{\text{ce bateau a bien été environ 2,2 fois plus rapide.}}$

2.d. L'équateur est un grand cercle de sphère terrestre, de rayon 6370 km.
On sait que le périmètre d'un cercle est donné par la formule suivante :

$$\text{Périmètre} = 2\pi \times \text{Rayon}$$

Périmètre de l'équateur $= 2\pi \times 6370\,\text{km} \approx 40\,024\,\text{km}$

On sait que 1 mille=1,852 km.

Comme $40\,024\,\text{km} \div 1{,}852\,\text{km} \approx 21\,611$, le périmètre de l'équateur vaut environ 21 611 milles.

Or $21\,611\,\text{milles} \div 4 = 5402{,}75\,\text{milles}$ et Ocean Fifty a parcouru 5800 milles.

$\boxed{\text{Malgré la différence d'arrondi, on peut néanmoins, en termes d'ordre de grandeur, le journaliste a raison !}}$

Diplôme national du brevet
Session 2023

Mathématiques

Série Générale

France Septembre

18 septembre 2023

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	14 points
Exercice n° 3	22 points
Exercice n° 4	20 points
Exercice n° 5	24 points

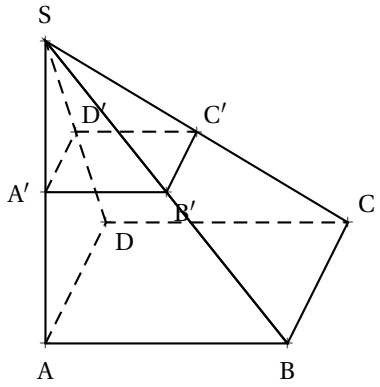
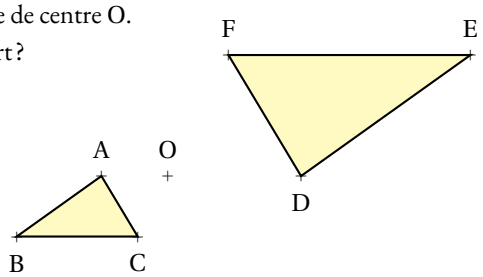
Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — QCM

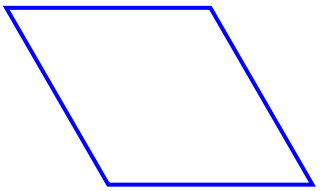
20 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque question, trois réponses (A, B ou C) sont proposées. Une seule réponse est exacte.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Citer trois diviseurs de 84	84, 168 et 252	2, 3 et 4	2, 5 et 7
2. La pyramide SABCD est un agrandissement de coefficient 2 de la pyramide SA'B'C'D'.  Par quel nombre doit-on multiplier le volume de la pyramide SA′B′C′D′ pour obtenir le volume de la pyramide SABCD ?	2	8	4
3. Quelle est la valeur de l'expression x^2+3x-5 pour $x=-2$?	-15	5	-7
4. Dans un sac opaque, on dispose de huit boules numérotées de 1 à 8. On tire une boule au hasard. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
5. Le triangle DEF est l'image du triangle ABC par une homothétie de centre O. Quel est son rapport ? 	-2	2	$-\frac{1}{2}$

Exercice n° 2 — Des losanges avec Scratch

14 points



1 Définir Losange
2 Stylo en position d'écriture
3 Répéter ..... fois
4 Avancer de 50 pas
5 Tourner de ↻ de 60 degrés
6 Avancer de ..... pas
7 Tourner de ↻ de 120 degrés
8 Relever le stylo

1. On souhaite tracer le losange ci-dessus de côté 50 pas à l'aide du bloc Losange.

On a écrit le script ci-dessous avec le logiciel Scratch.
Recopier les lignes 3 et 6 sur la copie en les complétant.

2. Préciser sur votre copie quelle figure est associée à chaque Script n° 1, n° 2 ou n° 3.
Aucune justification n'est demandée.

Figure A

Figure B

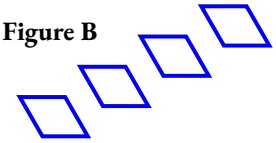
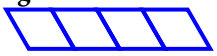


Figure C



Script n° 1

Quand 1 est cliqué
Aller à x : -220 y : 0
S'orienter à 90
Effacer tout
Répéter 4 fois
Losange
Avancer de 50 pas

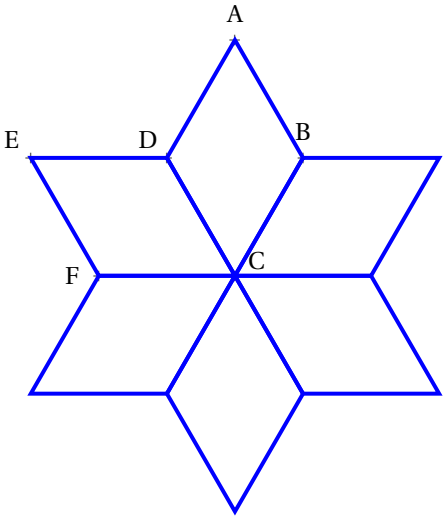
Script n° 2

Quand 1 est cliqué
Aller à x : -220 y : 0
S'orienter à 90
Effacer tout
Répéter 4 fois
Losange
Avancer de 100 pas

Script n° 3

Quand 1 est cliqué
Aller à x : -220 y : 0
S'orienter à 90
Effacer tout
Répéter 4 fois
Losange
Avancer de 50 pas
Ajouter 30 à y

3. Dans la figure ci-dessous obtenue par le programme associé, décrire une transformation qui permet d'obtenir le losange ABCD à partir du losange EDCF.
Préciser ses caractéristiques.



Quand ⚑ est cliqué
Effacer tout
Aller à x : 0 y : 0
Répéter 6 fois
Losange
Tourner ↻ de 60 degrés

Exercice n° 3 — Les tarifs de la piscine

22 points

Une piscine propose deux tarifs d'entrée pour l'année 2023.

Tarif A : 5,90 € l'entrée.

Tarif B : 4,40 € l'entrée avec une carte d'abonnement de 30 € valable toute l'année.

1.a. Quel est le prix total pour 10 entrées avec le **Tarif A** ?

1.b. Quel est le prix total pour 10 entrées avec le **Tarif B** ?

2. On note f et g les fonctions qui modélisent les prix, en euro, respectivement du **Tarif A** et du **Tarif B** en fonction du nombre x d'entrées.

Donner l'expression de $f(x)$, puis celle de $g(x)$.

3.a. Résoudre l'équation $5,90x = 4,40x + 30$.

3.b. Quel est le nombre d'entrées pour lequel les **Tarifs A et B** donnent le même prix à payer ?

On relève le nombre d'entrées par mois durant une année.

Mois	Jan.	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
Nombre d'entrées	12 500	13 700	10 400	13 600	12 300	11 700	10 400	11 600	10 200	13 800	12 600	11 800

4.a. Calculer le nombre moyen d'entrées par mois.

4.b. Calculer l'étendue du nombre d'entrées par mois.

5. La piscine a la forme d'un pavé droit de longueur 50 m, de largeur 25 m et de profondeur 3 m.

En admettant qu'elle soit entièrement remplie, déterminer en mètre cube, le volume d'eau qui sera évacué pour réaliser la vidange.

Exercice n° 4 — Le funiculaire

20 points

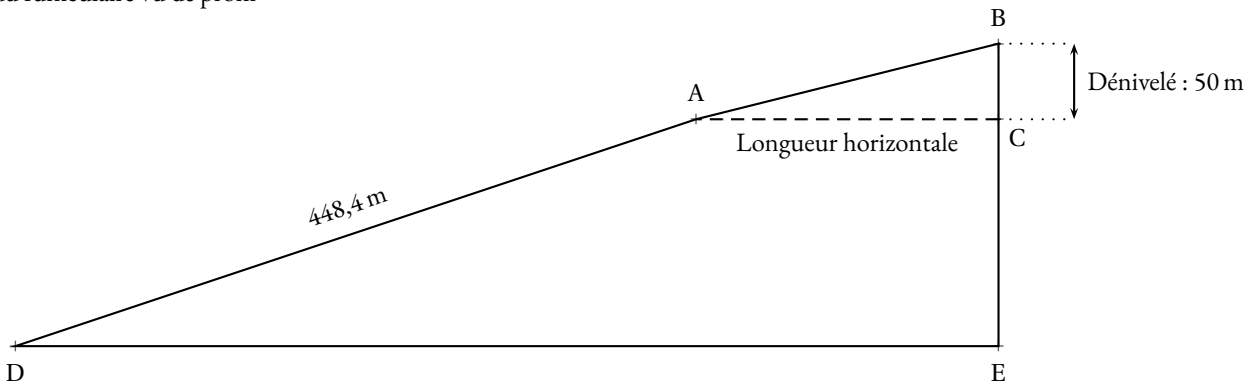
Un funiculaire est un type de transport en commun circulant sur des rails et dont la traction est assurée par câble.
Il est généralement utilisé pour des lignes comportant des fortes pentes.

Les documents suivants permettent de répondre aux questions.

Document n° 1 : le tarif du funiculaire

Tarif individuel (Tarif enfant accordé pour les enfants de 5 à 11 ans)		**Tarif de groupe à partir de 20 personnes** (Adultes et enfants)	
Aller simple par adulte	8 €	Aller simple par adulte	7 €
Aller-retour par adulte	10 €	Aller-retour adulte	8,50 €
Aller simple enfant	6,50 €	Aller simple enfant	5,50 €
Aller-retour enfant	8 €	Aller-retour enfant	7 €

Document n° 2 : trajet du funiculaire vu de profil



Un groupe constitué de 12 adultes et de 8 enfants (âgés de 6 à 10 ans) fait un aller-retour en funiculaire.

1.a. Quel est le prix à payer par le groupe en utilisant le tarif individuel ?

1.b. Quel est le prix à payer par le groupe en utilisant le tarif de groupe ?

1.c. Déterminer le pourcentage de la réduction obtenue en appliquant le tarif groupe par rapport au tarif individuel.

2. Sur la première partie du trajet [DA], le funiculaire parcourt 448,5 m en 8 min 45 s.

Quelle est sa vitesse moyenne en mètres par seconde ?
On donnera le résultat au centième près.

3. Sur la dernière partie du trajet [AB], la pente est de 25 % et le dénivelé BC est de 50 m.

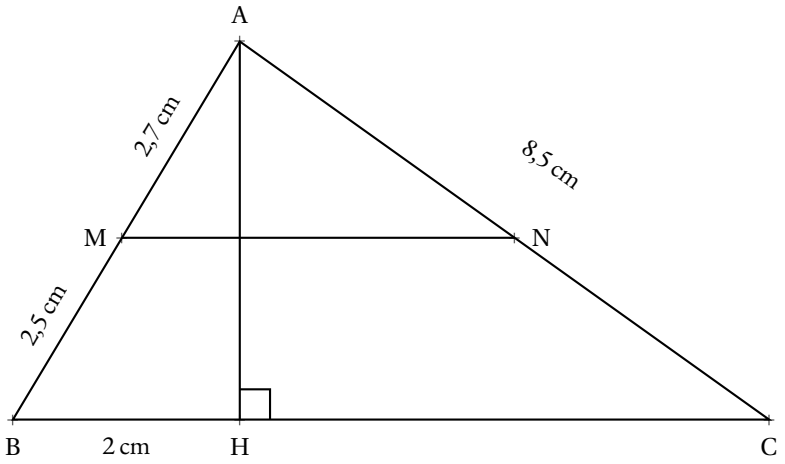
Calculer la longueur horizontale AC.

Définition :

$$\text{Pente} = \frac{\text{Dénivelé}}{\text{Longueur horizontale}}$$

Exercice n° 5 — Un pur exercice de géométrie *24 points*

La figure ci-dessous n'est pas à l'échelle.



Dans le triangle ABC ci-dessus, M est un point du côté [AB], N est un point du côté [AC], et H est un point du côté [BC] ; les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

On donne :

- AC = 8,5 cm ;
- AM = 2,7 cm ;
- MB = 2,5 cm ;
- BH = 2 cm.

On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

1. Calculer AB.

2. Montrer que la longueur AH est égale à 4,8 cm.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ACH}$. Arrondir au degré près.

4. Calculer la longueur HC. Arrondir au cm près.

5. Un élève affirme que : « AN est inférieure à 4 cm. »». A-t-il raison ?

6. Calculer l'aire du triangle AHC.

Brevet — 2023 — France Septembre — Série Générale

Correction

Exercice n° 1 — QCM

20 points

Diviseurs — Agrandissement - Calcul littéral — Probabilités — Homothétie

Un QCM assez simple.

1. $84 = 1 \times 84$, $168)2 \times 84$ et $252 = 3 \times 84$. La **Réponse A** correspond à des multiples de 84.

$84 = 2 \times 42$, $84 = 3 \times 28$ et $84 = 4 \times 21$, 2, 3 et 4 sont des diviseurs de 84.

$84 = 2 \times 42$ et $84 = 7 \times 12$. En revanche, $84 = 5 \times 16 + 4$. 5 n'est pas un diviseur de 84.

1. Réponse B

2. On sait que **Si on multiplie les longueurs d'un solide par k alors son volume est multiplié par k^3.**

Comme la pyramide SABCD est deux fois plus grandes que la pyramide $SA'B'C'D'$, c'est à dire que $k = 2$. Comme $2^3 = 8$, le volume est 8 fois plus grand.

2. Réponse B

3. Quand on remplace x par -2 dans l'expression, on obtient :
$(-2)^2 + 3 \times (-2) - 5 = 4 - 6 - 5 = -7$

3. Réponse C

La réponse -15 permettait de détecter l'erreur classique du calcul de $(-2)^2$.
$(-2)^2 = 4$ alors que $-2^2 = -4$. Il faut veiller à utiliser des parenthèses à la calculatrice.
Il faut surtout se souvenir que $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = +4$!

4. Nous sommes dans une expérience aléatoire à une épreuve constituée de huit issues équiprobables.
Les multiples de 2 parmi les nombres de 1 à 8 sont : 2; 4; 6 et 8. Il y en a quatre.
La probabilité cherchée est $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

4. Réponse A

5. On remarque que le triangle DEF est plus grand que le triangle ABC, en valeur absolue, le rapport doit être supérieur à 1.
On constate aussi que ces deux triangles sont situés de part et d'autre du centre O, le rapport est donc négatif.
Pour ces deux raisons, il ne peut s'agir que de -2.

5. Réponse A

Exercice n° 2 — Des losanges avec Scratch

14 points

Scratch — Losange — Rotation

Un exercice d'algorithmique assez simple

1. Il faut compléter le programme ainsi :

2. Les losanges ont quatre côté qui mesure 50 pas.
Le **Script nº 1** trace un losange puis avance de 50 pas, il répète cette action 4 fois. Les 4 losanges vont donc être collés les uns aux autres.

Le **Script nº 1** correspond à la **Figure C**

Le **Script nº 2** trace un losange puis avance de 100 pas, les 4 losanges vont être alignés horizontalement et séparés de 50 pas.

Le **Script nº 2** correspond à la **Figure A**

Le **Script nº 3** trace un losange, avance de 50 pas horizontalement puis monte de 30 pas verticalement et répète cela 4 fois.

Le **Script nº 3** correspond à la **Figure B**

3. Clairement, le losange ABCD est l'image du losange EDCF par une rotation de centre C dans le sens des aiguilles d'une montre.
Il reste à déterminer l'angle de rotation.

On constate que l'image du point F est le point D, que l'image du point E est le point A et que l'image du point D est le point B.
L'angle de rotation est donc l'angle $\widehat{FCD}$.
D'après le programme Losange, cet angle mesure 60°.

Le losange ABCD est l'image du losange EDCF par la rotation de centre C et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre.

Exercice nº 3 — Les tarifs de la piscine *22 points*

Fonctions — Équation du premier degré — Statistiques — Volume du pavé droit

Cet exercice ne pose pas de difficulté majeure.

1.a. Avec le **Tarif A**, on paye 5,90 € par entrée. Or $10 \times 5,90$ € $= 59$ €.

Pour 10 entrées avec le **Tarif A** on paye 59 €.

1.b. Avec le **Tarif B**, on paye 4,40 € par entrée et 30 € d'abonnement. Or 30 € $+ 10 \times 4,40$ € $= 30$ € $+ 44$ € $= 74$ €.

Pour 10 entrées avec le **Tarif B** on paye 74 €.

2. Notons x le nombre générique qui désigne le nombre d'entrée.

f correspond au **Tarif A**, ainsi $f(x) = 5,90x$

g correspond au **Tarif B**, ainsi $g(x) = 30 + 4,40x$

3.a. Résolvons :

$$\begin{aligned} 5,90x &= 4,40x + 30 \\ 5,90x - 4,40x &= 4,40x + 30 - 4,40x \\ 1,50x &= 30 \\ x &= \frac{30}{1,50} \\ x &= 20 \end{aligned}$$

La solution de cette équation est 20.

3.b. Comme le **Tarif A** correspond à la fonction $f(x) = 5,90x$ et que le **Tarif B** correspond à la fonction $g(x) = 4,40x + 30$, l'équation précédente correspond à :

$$f(x) = g(x)$$

C'est à dire au nombre générique x tel que les deux tarifs soient égaux. Ce nombre est 20 d'après **3.a.**
On peut vérifier que $f(20) = 5,90 \times 20 = 118$ et que $g(20) = 4,40 \times 20 + 30 = 88 + 30 = 118$.

Pour 20 entrées, les **Tarif A** et **Tarif B** sont égaux à 118 € .

4.a. Il faut effectuer le calcul suivant :

$$\frac{12\,500 + 13\,700 + 10\,400 + 13\,600 + 12\,300 + 11\,700 + 10\,400 + 11\,600 + 10\,200 + 13\,800 + 12\,600 + 11\,800}{12} = \frac{144\,600}{12} = 12\,050$$

La moyenne de cette série statistique vaut 12 050.

4.b. Le minimum de cette série statistique vaut 10 200. Le maximul vaut 13 800.

L'étendue de cette série statistique vaut $13\,800 - 10\,200 = 3600$.

5.a. Pour calculer le volume d'une pavé droit il suffit d'utiliser la formule :

$$\text{Volume}_{\text{Pavé}} = \text{Longueur} \times \text{Largeur} \times \text{Hauteur}$$

$\text{Volume}_{\text{Pavé}} = 50\,\text{m} \times 25\,\text{m} \times 3\,\text{m} = 3750\,\text{m}^3$.

Le volume d'eau à vidanger est de $3750\,\text{m}^3 = 3\,750\,000\,\text{L}$.

Exercice n° 4 — Le funiculaire

20 points

Lecture de tableau — Vitesse — Pente

Pas grand chose d'intéressant dans cet exercice. Même pas de trigonométrie.

1.a. Avec le tarif individuel on paye 10 € pour un adulte et 8 € pour un enfant.

Pour 12 adultes et 8 enfant en tarif individuel, on paye 12×10 € $+ 8 \times 8$ € $= 120$ € $+ 64$ € $= 184$ € .

1.b. Avec le tarif groupe on paye 8,50 € pour un adulte et 7 € pour un enfant.

Pour 12 adultes et 8 enfant en tarif groupe, on paye $12 \times 8,50$ € $+ 8 \times 7$ € $= 102$ € $+ 56$ € $= 158$ € .

1.c. On paye 184 € avec le tarif individuel et 158 € avec le tarif groupe soit 184 € $-$ 158 € $=$ 26 € de moins.

Comme $\frac{26\,€}{184\,€} \approx 0,14$ cela correspond à environ 14 % de réduction.

2. Quand on calcule une vitesse moyenne, il faut considérer que le temps et la distance de parcours sont des grandeurs proportionnelles.

Distance	448,5 m	$\dfrac{1\ s \times 448{,}5\,\text{m}}{525\ s} \approx 0{,}85\,\text{m}$
Temps	$8\ min\ 45\ s = 8 \times 60\ s + 45\ s = 525\ s$	$1\ s$

La vitesse du funiculaire est d'environ 0,85 m/s.

3. On sait que Pente $= \dfrac{\text{Dénivelé}}{\text{Longueur horizontale}} = \dfrac{25}{100} = 0,25 = 25\ \%$

Ainsi $\dfrac{50\,\text{m}}{\text{AC}} = 0,25$ d'où $\text{AC} = \dfrac{50\,\text{m}}{0,25} = 200\,\text{m}$.

La longueur horizontale mesure 200 m.

Exercice n° 5 — Un pur exercice de géométrie

24 points

Théorème de Pythagore — Trigonométrie — Aire — Théorème de Thalès

Un exercice très intéressant qui reprend tous les grands classiques de géométrie.

1. $\text{AB} = \text{AM} + \text{MB} = 2{,}7\,\text{cm} + 2{,}5\,\text{cm} = 5{,}2\,\text{cm}$

2. Dans le triangle ABH rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{HA}^2 + \text{HB}^2 = \text{AB}^2$$
$$\text{HA}^2 + 2^2 = 5,2^2$$
$$\text{HA}^2 + 4 = 27,04$$
$$\text{HA}^2 = 27,04 - 4$$
$$\text{HA}^2 = 23,04$$
$$\text{HA} = \sqrt{23,04}$$
$$\text{HA} = 4,8$$

Le côté [HA] mesure 4,8 cm.

3. Dans le triangle AHC rectangle en H.
En considérant l'angle $\widehat{\text{ACH}}$, on connaît la mesure du côté opposé [AH] et la mesure de l'hypoténuse [AC].
On peut donc calculer $\sin \widehat{\text{ACH}}$.

$$\sin \widehat{\text{ACH}} = \frac{\text{AH}}{\text{AC}} = \frac{4{,}8\,\text{cm}}{8{,}5\,\text{cm}} \approx 0,565$$

À la calculatrice, en utilisant la succession de touches Seconde sin $\left(\dfrac{4,8}{8,5}\right)$ on arrive à $\widehat{\text{ACH}} \approx 34°$ au degré près.

4. Pour calculer la longueur HC on peut utiliser l'une des méthodes suivantes :

Méthode n° 1 : théorème de Pythagore

Dans le triangle AHC rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{HA}^2 + \text{HC}^2 = \text{AC}^2$$
$$4,8^2 + \text{HC}^2 = 8,5^2$$

$$23,04 + HC^2 = 72,25$$
$$HC^2 = 72,25 - 23,04$$
$$HC^2 = 49,21$$
$$HC = \sqrt{49,21}$$
$$HC \approx 7$$

Méthode n° 2 : trigonométrie

Dans le triangle AHC rectangle en H,
On connaît l'hypoténuse du triangle ainsi que le côté opposé à l'angle $\widehat{ACH}$.
On cherche le côté opposé de l'angle $\widehat{ACH}$.
À nouveau il y a deux possibilités.

$\tan\widehat{ACH} = \dfrac{AH}{HC}$

$\tan 34° = \dfrac{4{,}8\,\text{cm}}{HC}$

Donc $HC = \dfrac{4{,}8\,\text{cm}}{\tan 34°} \approx 7$

$\cos\widehat{ACH} = \dfrac{HC}{AC}$

$\cos 34° = \dfrac{HC}{8{,}5\,\text{cm}}$

Donc $HC = 8{,}5\,\text{cm} \times \cos 34° \approx 7$

Dans tous les cas, on obtient $\boxed{HC \approx 7\,\text{cm au centimètre près.}}$

La méthode trigonométrique est moins précise si on utilise un arrondi de l'angle au degré près. Il est préférable de passer par le théorème de Pythagore.

5. Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A.
On peut aussi parler du triangle ABC *et des points* M *et* N *bien placés sur les segments.*

Les droites (BC) **et** (MN) **sont parallèles.**
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$
$$\frac{2{,}7\,\text{cm}}{5{,}2\,\text{cm}} = \frac{AN}{8{,}5\,\text{cm}} = \frac{MN}{BC}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$AN = \dfrac{8{,}5\,\text{cm} \times 2{,}7\,\text{cm}}{5{,}2\,\text{cm}}$ d'où $AN = \dfrac{22{,}95\,\text{cm}^2}{5{,}2\,\text{cm}}$ et $AN \approx 4{,}4\,\text{cm}$

$\boxed{\text{En effet, l'élève a raison, } AN > 4\,\text{cm.}}$

6. Pour calculer l'aire d'un triangle, il faut utiliser la formule suivante :

$$\text{Aire} = \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$$

$\text{Aire} = \dfrac{HA \times HC}{2} = \dfrac{4{,}8\,\text{cm} \times 7\,\text{cm}}{2} \approx 16{,}8\,\text{cm}^2$

$\boxed{\text{L'aire du triangle AHC mesure environ } 16{,}8\,\text{cm}^2.}$

Diplôme national du brevet
Session 2023

Mathématiques

Série Générale

Amérique du Sud

16 novembre 2023

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	14 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	20 points
Exercice n° 5	23 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

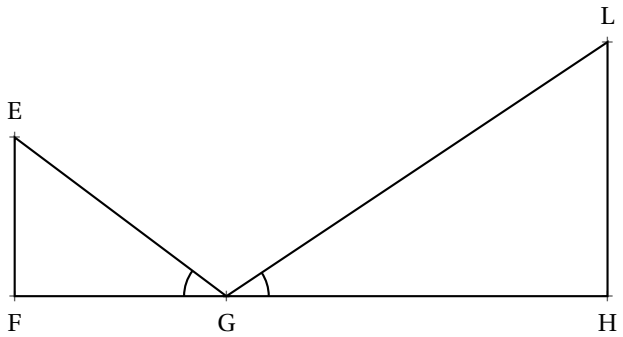
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Deux triangles semblables

20 points

On considère la figure ci-contre dans laquelle :

- Les points F, G et H sont alignés;
- (LH) est perpendiculaire à (FH);
- EF = 18 cm; FG = 24 cm; EG = 30 cm; GH = 38,4 cm;
- $\widehat{EGF} = \widehat{LGH}$



La figure n'est pas en vraie grandeur.

1. Montrer que le triangle EFG est rectangle en F.

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{EGF}$.
Donner l'arrondi au degré près.

3. Montrer que les triangles EGF et LGH sont semblables.

4. Parmi les propositions suivantes, quel est le coefficient d'agrandissement qui permet de passer du triangle EFG au triangle LHG?

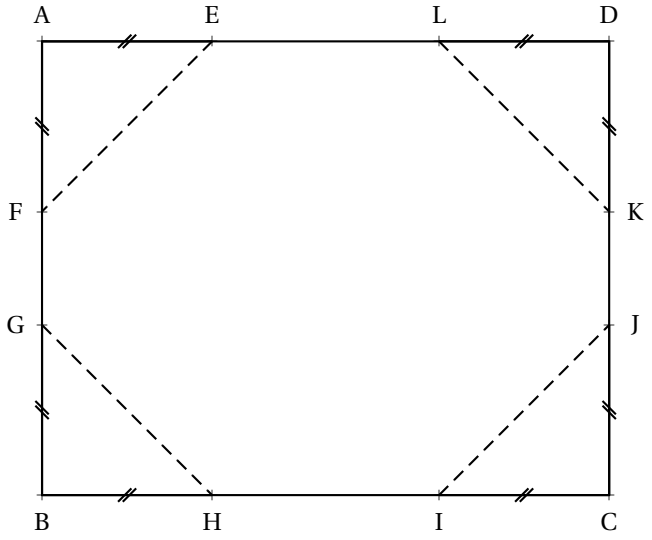
Expliquer.

0,625 ; 1,28 ; 1,6 ; 2,6

5. Quel est le périmètre du triangle LGH?

Exercice n° 2 — La feuille coupée au coin

14 points



À partir d'une feuille rectangulaire de dimension 10 cm sur 8 cm, on coupe les quatre coins de manière identique.

On obtient ainsi un polygone FELKJIHG et quatre triangles rectangles isocèles égaux comme représenté ci-contre.

AD = 10 cm ; AB = 8 cm.

Les deux parties sont indépendantes.

Première partie : on suppose que AE = 3 cm.

1. Quelle est l'aire du triangle AEF ?

2. En déduire l'aire du polygone FELKJIHG.

Deuxième partie :

On souhaite que l'aire du polygone FELKJIHG soit de 60 cm^2 .
Pour cela, on fait varier la longueur AE et on observe l'effet sur l'aire du polygone FELKJIHG.
On note x la longueur AE exprimée en centimètre.

3.a. Exprimer l'aire du triangle AEF en fonction de x.

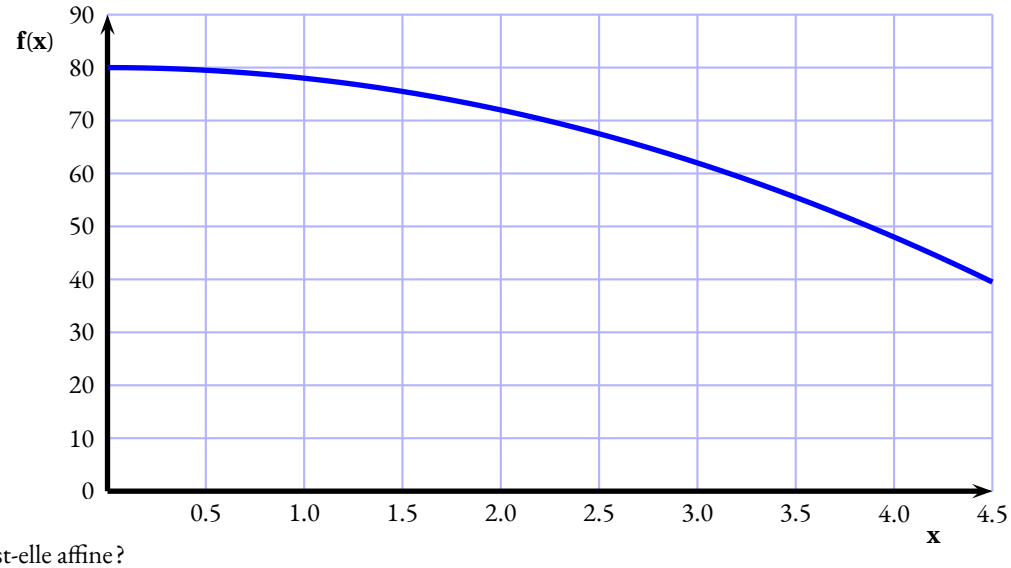
3.b. Montrer que l'aire du polygone FELKJIHG, en centimètre carré , est donnée par l'expression $80 - 2x^2$.

On considère la fonction $f : x \to 80 - 2x^2$
À l'aide d'un tableur, on a produit le tableau de valeurs ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
2	f(x)	80	79,5	78	75,5	72	67,5	62	55,5	48

4. Proposer une formule qui a pu être saisie en **B2** avant d'être étirée vers la droite. *Ne pas justifier*

Voici la courbe représentative de la fonction f.



5.a. La fonction f est-elle affine ?

5.b. Par lecture graphique, déterminer une valeur approchée de la longueur AE permettant d'obtenir un polygone FELKJIHG d'aire égale à 60 cm^2 .

5.c. Trouver par le calcul la valeur exacte de cette longueur.

Exercice n° 3 — Quatre affirmations

20 points

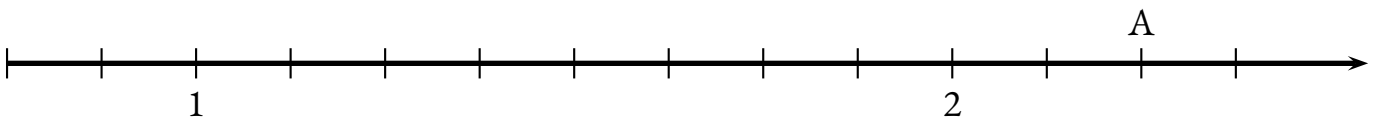
Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant votre réponse.

1. On considère le tableau ci-dessous :

Nombre de baguettes	1	2	3	4
Prix en euros	1,10	2,20	3,30	4

Affirmation n° 1 : « Le prix est proportionnel au nombre de baguettes. »

2. On considère ci-dessous le point A sur la droite graduée :



Affirmation n° 2 : « L'abscisse du point A est un nombre décimal. »

3. Affirmation n° 3 :
« Cet engrenage sera dans la même position au bout de 6 tours pour la roue A et de 4 tours pour la roue B ».

4. Affirmation n° 4 :
« Pour tout nombre x , l'égalité suivante est vraie : $(x+8)(2x-1) = 2x^2 - (8-15x)$ »

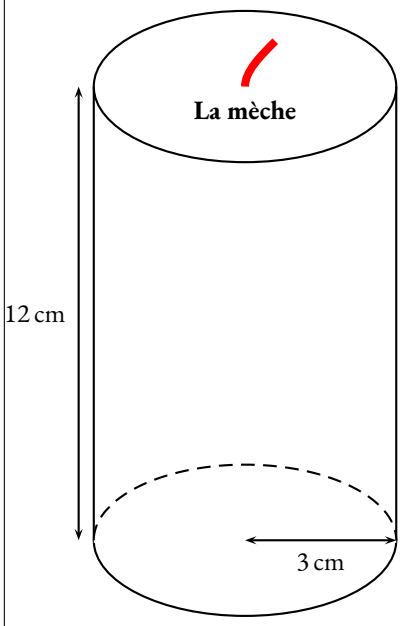
Exercice n° 4 — Les bougies parfumées

20 points

Une usine fabrique des bougies parfumées en cire de forme cylindrique.

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes

Document n° 1 : la bougie



— **Rayon du cylindre :** 3 cm

— **Hauteur du cylindre :** 12 cm

Document n° 2 : formulaire

Aire d'un disque = Rayon^2 × π

Volume d'un cylindre = Aire de la base × Hauteur

Document n° 3 : composition de la bouhie

— Une bougie est composée de cire et de parfum ;

— le volume de cire nécessaire à la fabrication d'une bougie correspond au $\frac{9}{10}$ du volume de cette bougie ;

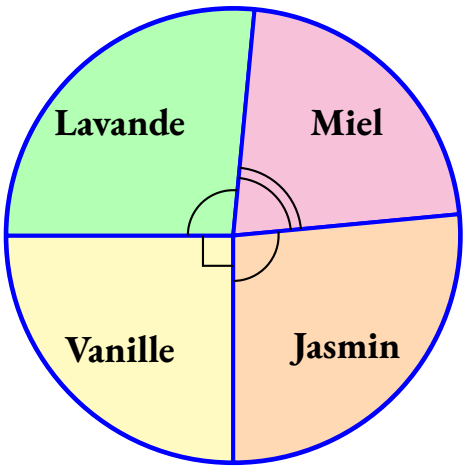
— 1 cm^3 de cire a une masse de 0,7 g.

1.a. Montrer que le volume d'une bougie est d'environ 339 cm^3 .

1.b. Quelle est la masse de cire nécessaire pour une bougie ?
On donnera une valeur approchée au gramme près.

Au mois de novembre, l'usine a fabriqué des bougies de 4 parfums différents :
vanille, miel, lavande et jasmin.

Le diagramme circulaire codé ci-contre donne la répartition, pour le mois de novembre, du nombre de bougies fabriquées en fonction de leur parfum.
Les bougies au miel représentent 22 % de la production du mois de novembre.



2. Quel est le pourcentage de bougies à la lavande fabriquées au mois de novembre ?

Durant les trois premiers mois de l'année suivante, l'entreprise se donne pour objectif de produire en moyenne 7900 bougies par mois.
En janvier, elle fabrique 6500 bougies et 8000 en février.

3. Quel est le nombre de bougies à produire en mars pour atteindre l'objectif ?

Exercice n° 5 — Une urne et un roue pour produire des nombres

23 points

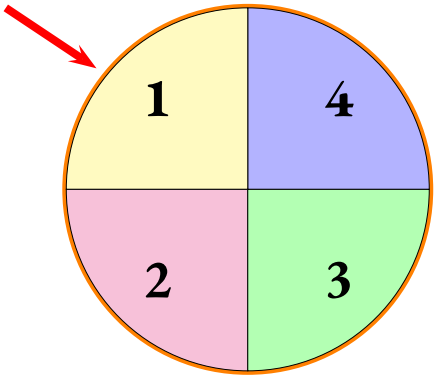
On dispose d'une roue dont les 4 secteurs ont tous la même aire et sont numérotés : 1; 2; 3; 4.
On dispose également d'une urne contenant 3 boules numérotées : 2; 3 et 4.
Les boules sont indiscernables au toucher.

On considère l'expérience aléatoire suivante :

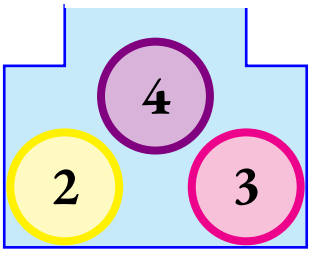
On fait tourner la roue puis on tire au hasard une boule dans l'urne. On forme alors un nombre entier à deux chiffres tel que :

— Le chiffre des dizaines est le numéro indiqué par la flèche sur la roue.

— Le chiffre des unités est le numéro de la boule tirée dans l'urne.



La roue : chiffre des dizaines



L'urne : chiffre des unités

Exemple : Si la flèche indique le numéro 1 sur la roue et que la boule tirée dans l'urne porte le numéro 3, on forme le nombre 13.

1. Écrire la liste des 12 issues possibles.

2. Déterminer la probabilité de l'évènement : « *Obtenir un nombre impair* ».

On considère l'évènement A : « *Le nombre formé est un nombre premier et inférieur à 30* ».

3.a. Quelle est la probabilité de l'évènement A ?

3.b. Quelle est la probabilité de son évènement contraire ?

À l'aide de cette expérience aléatoire, on crée un jeu de hasard. Le joueur gagne s'il obtient un multiple de 11.

4. Montrer que la probabilité d'obtenir un multiple de 11 est égale à 0,25.

On souhaite simuler ce jeu à l'aide d'un logiciel de programmation. On a rédigé le script ci-dessous :

```
1 Quand [drapeau] est cliqué
2 Mettre Gagné à 0
3 Répéter 100 fois
4     Mettre Chiffre des dizaines à Nombre aléatoire entre 1 et 4
5     Mettre Chiffre des unités à Nombre aléatoire entre ..... et .....
6     Si ..... = ..... alors
7         Ajouter 1 à Gagné
8 Dire Regrouper la fréquence d'apparition d'un multiple de 11 est de : et Gagné / 100 pendant 2 secondes
```

Nombre aléatoire entre 1 et 4

Cette commande renvoie un nombre aléatoire entre 1 et 4.

5.a. Écrire sur la copie comment compléter les deux cases vides de la ligne 5. *Ne pas justifier.*

5.b. Écrire sur la copie comment compléter les deux cases vides de la ligne 6. *Ne pas justifier.*

5.c. On a cliqué sur le drapeau et voici le résultat du programme : « *La fréquence d'apparition d'un multiple de 11 est 0,23.* »
Pourquoi le résultat est-il différent de celui obtenu dans la question **4.** ?

Brevet — 2023 — Amérique du Sud — Série Générale

Correction

Un très bon sujet, même s'il est à quelques endroits un peu difficile. Parfait pour une phase de préparation avec l'aide d'un enseignant. Du Scratch, du tableur, des triangles semblables. J'aime bien ce sujet et ses questions complexes !

Exercice n° 1 — Deux triangles semblables

20 points

Réciproque de Pythagore — Trigonométrie — Triangles semblables — Périmètre

Un solide exercice de géométrie qui demande de bonnes connaissances, en particulier des triangles semblables.

1. Comparons $FG^2 + FE^2$ et GE^2 :

$FG^2 + FE^2$	GE^2
$24^2 + 18^2$	30^2
$576 + 234$	
900	900

Comme

$$FG^2 + FE^2 = GE^2$$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle FEG est rectangle en F.

2. Dans le triangle FEG, rectangle en F, on peut calculer l'angle $\widehat{EGF}$ en utilisant l'une des méthodes suivantes :

On connaît la mesure du côté adjacent à l'angle $\widehat{EGF}$, FG, et la mesure de l'hypoténuse EG.
On peut ainsi calculer :

$$\cos\widehat{EFG} = \frac{FG}{EG} = \frac{24\,\text{cm}}{30\,\text{cm}} = 0,8$$

En utilisant la succession de touche Seconde cos 0,8 on obtient $\widehat{EFG} \approx 37°$.

On connaît la mesure du côté opposé à l'angle $\widehat{EGF}$, EF, et la mesure de l'hypoténuse EG.
On peut ainsi calculer :

$$\sin\widehat{EFG} = \frac{EF}{EG} = \frac{18\,\text{cm}}{30\,\text{cm}} = 0,6$$

En utilisant la succession de touche Seconde sin 0,6 on obtient $\widehat{EFG} \approx 37°$.

On connaît la mesure du côté adjacent à l'angle $\widehat{EGF}$, FG et la mesure du côté opposé EF.
On peut ainsi calculer :

$$\tan\widehat{EFG} = \frac{EF}{FG} = \frac{18\,\text{cm}}{24\,\text{cm}} = 0,75$$

En utilisant la succession de touche Seconde tan 0,75 on obtient $\widehat{EFG} \approx 37°$.

Dans tous les cas, l'angle $\widehat{EFG}$ mesure 37° au degré près.

3. Prouver que deux triangles sont semblables revient à démontrer qu'ils ont leurs trois angles égaux.

EFG est rectangle en F et GHL est rectangle en H : ils ont donc chacun un angle droit !

D'autre part, comme $\widehat{EGF} = \widehat{LGH}$, ils ont un deuxième angle en commun, cet angle mesure environ 37° au degré près.

Par conséquent, ces deux triangles ont aussi leur troisième angle égaux.
Plus précisemment, on sait que **la somme des angles dans un triangle vaut** 180°, ainsi le troisième angle dans chacun des triangles mesure $180° - 90° - 37° = 53°$.
On peut aussi dire que les angles dans un triangles rectangle sont complémentaires donc égaux à $90° - 37\circ = 53°$.

Ainsi EFG et LGH ont leurs trois angles égaux deux à deux : ils sont semblables.

4. Comme ces deux triangles sont semblables, il existe un coefficient multiplicateur d'agrandissement/réduction qui permet de passer de l'un à l'autre.
Comme $GH = 38,4\,\text{cm}$ et que FG est la mesure d'un côté homologue, il faut calculer :

$\dfrac{GH}{FG} = \dfrac{38,4\,\text{cm}}{24\,\text{cm}} = 1,6$, cela signifie que le triangle LGH est 1,6 fois plus grand que le triangle EGF.

Le coefficient cherché est $1,6$.

5. On peut se dire que le périmètre du triangle LGH est 1,6 fois plus grand que celle du triangle EGF.

Or le périmètre du triangle EGF mesure $18\,\text{cm} + 24\,\text{cm} + 30\,\text{cm} = 72\,\text{cm}$.
Le périmètre du triangle LGH mesure $1,6 \times 72\,\text{cm} = 115{,}2\,\text{cm}$.

Le périmètre du triangle LGH mesure 115,2 cm.

On pouvait aussi multiplier chaque longueur par 1,6 puis calculer le périmètre.

Exercice n° 2 — La feuille coupée au coin

14 points

Aire — Fonction — Tableur — Lecture graphique — Équation carré

Un exercice qui commence bien, avec une aire, un tableau et une lecture graphique. La dernière question est clairement hors programme.

Première partie

1. Le triangle AEF est un triangle rectangle isocèle. $\text{Aire}_{\text{AEF}} = \dfrac{\text{AE} \times \text{AF}}{2} = \dfrac{3\,\text{cm} \times 3\,\text{cm}}{2} = 4{,}5\,\text{cm}^3$

2. L'aire du polygone FELKJIHG est égale à l'aire du rectangle ABCD auxquelle il faut enlever les quatre triangles rectangles formant les coins.

$\text{Aire}_{\text{FELKJIHG}} = \text{Aire}_{\text{ABCD}} - 4 \times \text{Aire}_{\text{AEF}} = 10\,\text{cm} \times 8\,\text{cm} - 4 \times 4{,}5\,\text{cm}^2 = 80\,\text{cm}^2 - 18\,\text{cm}^2 = 62\,\text{cm}^2$

Deuxième partie

3.a. Le nombre générique x étant fixé, le triangle AEF est un triangle rectangle isocèle de côté x.

Son aire vaut $\text{Aire}_{\text{AEF}} = \dfrac{x \times x}{2} = \dfrac{x^2}{2}$

3.b. L'aire du polygone FELKJIHG mesure $\text{Aire}_{\text{FELKJIHG}} = \text{Aire}_{\text{ABCD}} - 4 \times \text{Aire}_{\text{AEF}} = 10 \times 8 - 4 \times \dfrac{x^2}{2} = 80 - \dfrac{4x^2}{2} = 80 - 2x^2$

L'aire cherchée s'exprime bien sous la forme $80 - 2x^2$.

4. La formule saisie dans la cellule **B2** est $= 80 - \text{B1}^2$ **ou** $= 80 - \text{B1}\,\hat{}\,2$ **ou** $= 80 - \text{B1} * \text{B1}$.

5.a. On sait que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

Clairement, la représentation graphique de la fonction f n'est pas une droite, cette fonction n'est pas affine.

C'est une fonction du second degré dont la représentation graphique est une parabole, mais vous verrez cela en seconde !

5.b. C'est une valeur de x comprise entre 3 et 3,5. On peut lire environ 3,2.

5.c. Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}
80 - 2x^2 &= 60 \\
80 - 2x^2 - 60 &= 60 - 60 \\
20 - 2x^2 &= 0 \\
20 - 2x^2 + 2x^2 &= 0 + 2x^2 \\
20 &= 2x^2 \\
2x^2 &= 20 \\
x^2 &= \frac{20}{2} \\
x^2 &= 10
\end{aligned}$$

Il y a deux solutions à cette équation, $-\sqrt{10}$ et $\sqrt{10}$.

Pour notre problème seule la valeur positive convient.

La valeur exacte cherchée est $\sqrt{10}$, ce nombre vaut environ 3,16 ce qui confirme la lecture graphique.

Cette question dépasse largement les attendus de fin de cycle 4 !

Exercice n° 3 — Quatre affirmations *20 points*

Proportionnalité — Droite graduée — Arithmétique — Expression littérale

Cet exercice est très inégal. La première question est intéressante, la deuxième sans intérêt. La suite est très utile. L'exercice sur les engrenages peut poser de réelles difficultés. Il faut le proposer en préparation de brevet !

1. Il y a plusieurs réponse équivalentes possibles :

Raisonnement simple

On constate que le prix à l'unité d'une baguette est 1,10 € . Ainsi 2 baguettes coûtent 2,20 € , les 3, 3,30 €. Le prix à l'unité est différent pour 4 baguettes, 1 €, donc le nombre de baguettes et le prix ne sont pas des grandeurs proportionnelles.

Le coefficient multiplicateur

On a $\frac{1,10\,€}{1} = \frac{2,20\,€}{2} = \frac{3,30\,€}{3} = 1,10\,€$ et $\frac{4\,€}{4} = 1\,€$

Combinaison linéaire

Le prix pour 2 baguettes est 2,20 € . Le prix pour le double, 4, n'est pas le double de 2,20 € soit 4,40 € ,mais 4 € .

Les produits en croix

On a $1 \times 2,20\,€ = 2 \times 1,10\,€ = 2,20\,€$. En revanche $4 \times 3,30\,€ = 13,20\,€ \neq 3 \times 4\,€ = 12\,€$.

La règle de trois

Si on suppose que ces grandeurs sont proportionnelles, on peut calculer le prix de 4 baguettes en appliquant la règle de trois.

Ce prix vaut $3,30\,€ \times 4 \div 3 = 4,40\,€ \neq 4\,€$.

Pour une de ces raisons, **l'Affirmation n° 1** est fausse.

2. Il y a 8 graduations entre 1 et 2. L'unité est partagée en huit soit $\frac{1}{8}$ par graduation.

Le nombre A est positionné à deux unités et deux huitièmes soit $2 + \frac{2}{8} = 2,25$

L'abscisse de A est bien à un nombre décimal. **L'Affirmation n° 2 est vraie**

Cette question est sans intérêt dans la recherche de compétences chez le candidat. Il aurait au moins fallu proposer une unité coupée en 9 ou en 7, ou alors se débrouiller pour que l'abscisse de A soit un nombre entier. Ici c'est un nombre décimal et le candidat peut penser qu'il s'agit « d'un nombre à virgule »et avoir raison !

3. La **Roue A** est constituée de 8 dents. La **Roue B** est constituée de 12 dents.
Il faut observer les multiples de 8 et 12 pour déterminer quand les engrenages seront dans la même position.
Les multiples de 8 sont : $8 \times 1 = 8$ — $8 \times 2 = 16$ — $8 \times 3 = 24$ — $8 \times 4 = 32$ — $8 \times 5 = 40$ — $8 \times 6 = 48$ — $8 \times 7 = 56$ — $8 \times 8 = 64$ ...
Les multiples de 12 sont : $12 \times 1 = 12$ — $12 \times 2 = 24$ — $12 \times 3 = 36$ — $12 \times 4 = 48$...

$24 = 8 \times 3 = 12 \times 2$ est le plus petit multiple commun à 8 et 12.

On pouvait aussi utiliser la décomposition en produits de facteurs premiers de 8 et 12.
Comme $8 = 2 \times 2 \times 2$ et que $12 = 2 \times 2 \times 3$, le plus petit multiple commun est constitué des facteurs présents dans les deux nombres soit $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

Les engrenages seront dans la même postion après 3 tours de la **Roue A** et 2 tours de la **Roue B**. **L'Affirmation n° 3 est fausse.**

4. Pour vérifier cette idendité, il faut développer le membre de gauche et le développer le membre de droite.

$(x+8)(2x-1) = 2x^2 - x + 16x - 8 = 2x^2 + 15x - 8.$

$2x^2 - (8 - 15x) = 2x^2 - 8 + 15x = 2x^2 + 15x - 8$

Pour tout nombre générique x on a bien $(x+8)(2x-1) = 2x^2 - (8-15x)$. **L'Affirmation n° 4 est vraie.**

Exercice n° 4 — Les bougies parfumées

20 points

Cylindre — Volume du cylindre — Pourcentage — Moyenne

Un exercice vraiment intéressant où de nombreux raisonnements alternatifs sont possibles.

1.a. Pour calculer le volume du cylindre nous utilisons les formules du **Document n° 2**.

Comme la base d'un cylindre est un disque de rayon 3 cm.

Aire de la base $= 3\,\text{cm} \times 3\,\text{cm} \times \pi = 9\pi\ cm^3$

Le volume de la bougie mesure : Volume $= 9\pi\ cm^3 \times 12\,\text{cm} = 108\pi\ cm^3 \approx 339\,\text{cm}^3$

Le volume de la bougie mesure bien environ $339\,\text{cm}^3$.

1.b. On sait d'après le **Document n° 3**, que $1\,\text{cm}^3$ a une masse de 1 g.

D'après le **Document n° 3**, le volume de cire correspond à $\dfrac{9}{10}$ du volume total.

On calcule $\dfrac{9}{10} \times 339\,\text{cm}^3 = 0,9 \times 339\,\text{cm}^3 \approx 305\,\text{cm}^3$

Comme la cire a un volume d'environ $305\,\text{cm}^3$, la masse de la bougie est de $0{,}7\,\text{g} \times 305 \approx 214\,\text{g}$ au gramme près.

2. On peut raisonner en pourcentage uniquement ou en passant par les angles.

En utilisant les angles

On sait qu'un cercle entier correspond à un angle au centre de 360°.
On remarque que la part de la vanille correspond à une angle de 90°.
Il reste ainsi $360° - 90° = 270°$ pour les trois dernieres parts.
Comme le miel représente 22 % du total, calculons les 22 % de 360°.

$360° \times \dfrac{22}{100} = 360° \times 0,22 = 79,2°$.

Il reste ainsi $270° - 79,2° = 190,8°$ pour les deux parts égales restantes.

Comme $\dfrac{190,8°}{2} = 95,4°$, cela représente deux parts dont l'angle au centre vaut $95,4°$.

Le pourcentage qui correspond se calcule ainsi $\dfrac{95,4°}{360°} = 0,265$ soit 26,5 %.

Sans utiliser les angles. *(Plus simple)*

Le cercle entier correspond à 100 % . La part de la vanille correspond à un quart du cercle soit 25 %.
Il reste ainsi 100 % $-$ 25 % $=$ 75 % pour les trois autres parts.
Or le miel représente 22 % du total.
Il reste ainsi 75 % $-$ 22 % $=$ 53 % pour les deux parts égales restantes.
Comme 53 % $\div 2 = 26,5$ %, on arrive au même résultat.

La part de la lavande représente 26,5 % de la totalité de la bougie.

3. On peut utiliser une équation ou un raisonnement direct.

Avec une équation

Notons x le nombre générique qui correspond aux bougies à produire en mars.

On a l'équation suivante à résoudre :

$$\frac{6500+8000+x}{3}=7900$$
$$\frac{14\,500+x}{3}=7900$$
$$14\,500+x=7900\times 3$$
$$14\,500+x=23\,700$$
$$14\,500+x-14\,500=23\,700-14\,500$$
$$x=9200$$

Avec un raisonnement direct

Si la moyenne sur trois mois vaut 7900 cela signifie que la somme des trois mois vaut $7900\times 3=23\,700$.
Or la production des deux premiers mois vaut $6500+8000=14\,500$.
Il manque ainsi $23\,700-14\,500=9200$ bougies pour le mois de mars.

On peut aussi raisonner en écart à la moyenne.

On veut une moyenne de 7900 bougies.
En janvier, il en manque $7900-6500=1400$.
En février, il y a un surplus de $8000-7900=100$.
En mars, il faut tenir compte des deux mois précédent. Il faut produire les 1400 bougies manquantes de janvier et ne pas produire les 100 bougies en trop de février. Soit $1400-100=1300$ bougies en plus de la moyenne. Comme $7900+1300=9200$, on retrouve le même résultat.

Pour atteindre l'objectif, il faut produire 9200 bougies en mars.

Exercice n° 5 — Une urne et un roue pour produire des nombres *23 points*

Expérience aléatoire à deux épreuves — Scratch

Un exercice assez difficile qui présente une expérience aléatoire à deux épreuves. Pour compléter le programme Scratch, il faut être particulièrement astucieux.

1. Nous sommes dans une expérience aléatoire à deux épreuves. On peut présenter les issues possibles dans un tableau à deux entrées.

Chiffre des dizaines / **Chiffres des unités**	1	2	3	4
???NOMBRE DE LIGNES ERRONÉ 2	12	22	32	42
3	13	23	33	43
4	14	24	34	44

Il y a bien $4\times 3=12$ issues possibles équiprobables.

2. Dans le tableau, les nombres impairs sont ceux dont le chiffre des unités est 3. Il y en a 4 : 13; 23; 33 et 43.

La probabilité cherchée est $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}\approx 0,33$ soit environ 33 %.

3.a. En observant la liste, les nombres inférieurs à 30 sont : 12; 13; 14; 22; 23; 24. Il y en a 6!

La probabilité cherchée est $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}=0,50$ soit 50 %.

3.b. L'événement contraire se calcule comme complément à 100 %.
En pratique, il s'agit de calculer la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 30. Ils sont 6 : 32; 33; 34; 42; 43; 44.

On peut aussi se contenter du chiffre des dizaines qui doit être 1 ou 2 à la première question et 3 ou 4 pour celle-ci.

La probabilité de l'événement contraire est $\frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0,50$ soit 50 %.

4. On a $11 \times 1 = 11$; $11 \times 2 = 22$; $11 \times 3 = 33$; $11 \times 4 = 44$; $11 \times 5 = 55$.
Les multiples de 11 présents dans le tableau sont : 22 ; 33 et 44. Il y en a 3.

La probabilité de l'événement cherchée est $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$ soit 25 %.

5.a. Pour les unités, il y a le choix entre 2, 3 ou 4. Il faut donc choisir un nombre aléatoire entre 2 et 4.

Nombre aléatoire entre 2 et 4

5.b. Cette question me semble difficile, j'avais pensé au départ à une série de conditions où on testerait l'égalité avec 22 ; 33 ou 44.
Il est compliqué de penser qu'il s'agit de tester si le chiffre des unités est égal au chiffre des dizaines.

Chiffre des dizaines = Chiffre des unités

5.c. La probabilité obtenue à la question **4.** est une **fréquence théorique**. C'est la fréquence « limite », en répétant l'expérience « une infinité »de fois.
La **fréquence observée** sur cent tentatives, mille ou un milliard, n'est pas forcément égale à la fréquence théorique.
On peut en effet obtenir 100 fois piles en lançant 100 fois une pièce de monnaie, c'est rare, mais c'est possible. Ce pourrait aussi indiquer qu'une expérience est mal réalisée.
Dans notre cas, 0,23 est cohérent avec la fréquence théorique de 0,25. L'expérience a été bien menée.

La fréquence observée n'est pas forcément égale à la fréquénce théorique.

Diplôme national du brevet
Session 2023

Mathématiques

Série Générale

Nouvelle-Calédonie

6 décembre 2023

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	15 points
Exercice n° 2	18 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	13 points
Exercice n° 5	20 points
Exercice n° 6	16 points

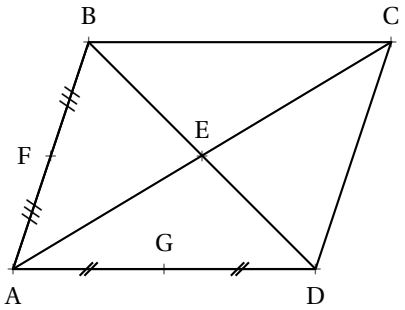
Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — QCM à cinq questions

15 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, **une seule des trois réponses proposées est exacte.**
Sur la copie, indiquer le numéro de la question et la réponse A, B ou C choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	D'après des chercheurs, la probabilité qu'une personne subisse une attaque mortelle par un requin au cours de sa vie, est de ...	$2,7 \times 10^{-7}$	$2,7 \times 10^{0}$	$2,7 \times 10^{7}$
2.	$\frac{3}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{7}{4} =$	$-\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{7}{20}$
3.	Sur un site, un pantalon est vendu 60 € au lieu de 80 € . Le pourcentage de réduction est ...	20 %	25 %	75 %
4.	ABCD est un parallélogramme de centre E  L'homothétie de centre A qui transforme B en F ...	a pour rapport 2.	transforme G en D.	transforme C en E.
5.	La médiane de la série ci-dessous est ... 11; 17; 8; 14; 3; 20; 5; 10; 12	3	5	11

Exercice n° 2 — Paniers de légume

18 points

José, un agriculteur vivant dans la commune du Mont-Dore, veut préparer des paniers de légumes bio pour ses clients.
Il a déjà récolté 39 salades, 78 carottes et 51 aubergines.

Il veut que tous les paniers aient la même composition et utiliser tous les légumes.

La décomposition de 39 en produit de facteurs premiers est : 3×13

1.a. Décomposer en facteurs premiers les nombres 78 et 51.

1.b. En déduire le nombre de paniers maximum que José peut préparer.

1.c. Combien de salades, de carottes et d'aubergines y aurait-il dans chaque panier ?

Finalement, José décide de préparer 13 paniers.

2.a. Combien d'aubergines ne seront pas utilisées ? *Justifier votre réponse.*

2.b. Combien doit-il cueillir au minimum d'aubergines supplémentaires pour pouvoir toutes les utiliser ?

José souhaite que ses 13 paniers contiennent également des tomates.
Il estime qu'il en a entre 110 et 125 prêtes à être récoltées.

3. Combien doit-il en cueillir au maximum pour éviter les pertes et pour que chaque panier ait toujours la même composition ?

Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.

Exercice n° 3 — L'isolation de la toiture

20 points

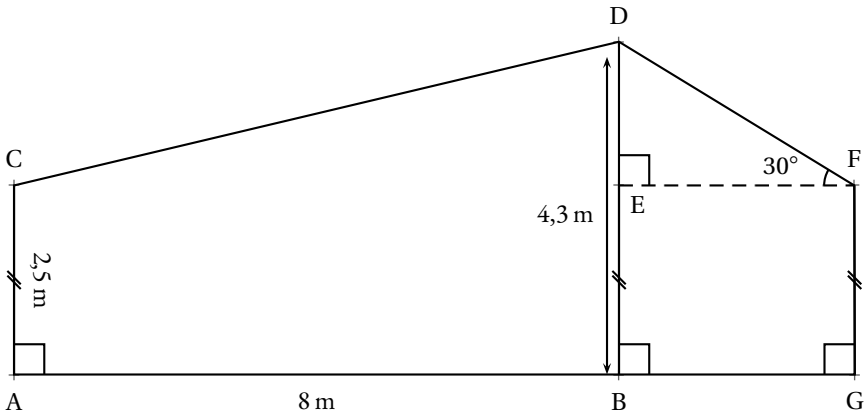
Matthieu souhaite isoler la toiture de sa maison.

Il compte utiliser de la laine de roche pour le toit de sa terrasse et de la ouate de cellulose pour le toit de la partie habitable.

Pour savoir quelles quantités de matériaux acheter, il doit effectuer des calculs.
Il a noté sur un plan de sa maison ci-dessous (vue de profil), toutes les mesures qu'il connait :

On donne :

- AC = 2,5 m
- AB = 8 m
- BD = 4,3 m
- $\widehat{EFD} = 30°$
- Les points D, E et D sont alignés
- Les points A, B et G sont alignés



1. Justifier que DE = 1,8 m.

2. Montrer que la longueur DF du toit de la terrasse est égale à 3,6 m.
Rédiger la réponse en faisant apparaître les différentes étapes.

On considère que :

- le toit de la terrasse est un rectangle de longueur 12 m et de largeur 3,6 m ;
- un rouleau de laine de roche couvre $6\,m^2$.

3. Déterminer le nombre de rouleaux de laine de roche qu'il doit acheter pour le toit de sa terrasse.

4. Montrer que la longueur CD du toit de la partie habitable est égale à 8,2 m.
Rédiger la réponse en faisant apparaître les différentes étapes.

On considère que :

- le toit de la partie habitable est un rectangle de longueur 12 m et de largeur 8,2 m ;
- Matthieu souhaite installer de la ouate de cellulose sur une épaisseur de 10 cm ;
- la densité de la ouate de cellulose est de $40\,kg/m^3$.

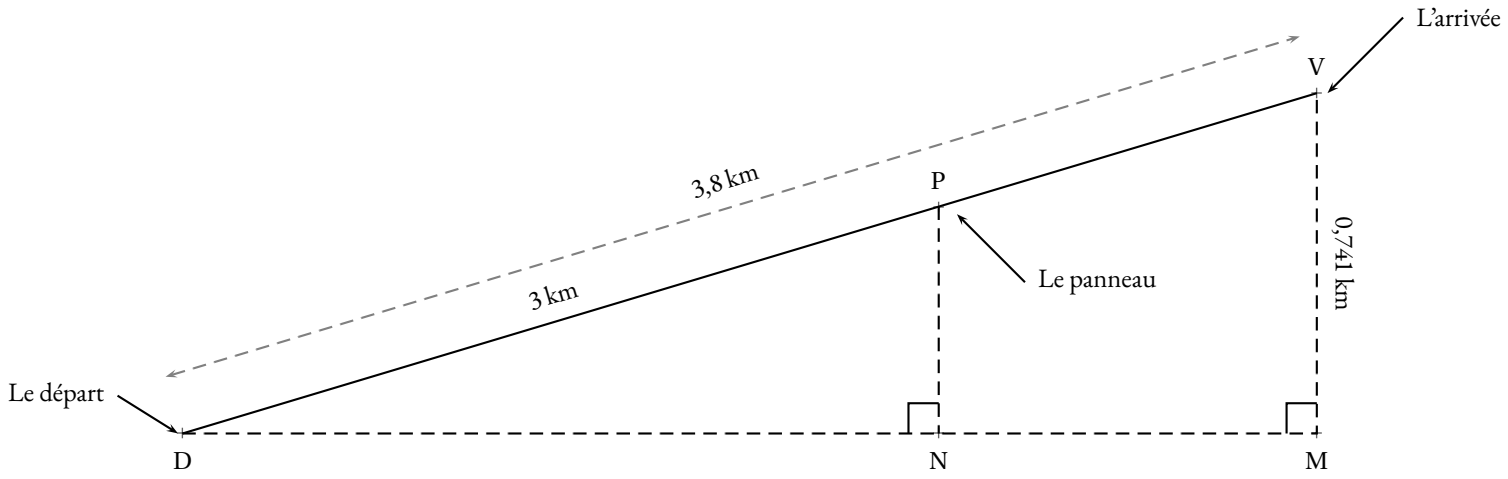
5. Déterminer la masse, en kilogrammes, de ouate de cellulose qu'il doit acheter pour le toit de la partie habitable.
Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.

Exercice n° 4 — Les roches de la Ouaïème *13 points*

À quelques kilomètres au nord du village de Hienghène, se trouve une des plus belles randonnées de Nouvelle-Calédonie appelée « les roches de la Ouaïème ».
Le départ se situe au niveau de la mer près d'une plage de sable blanc. Le sentier grimpe le long d'un versant de montagne et atteint un point de vue imprenable sur le Mont Panié et le lagon.
Voici quelques informations pratiques sur cette randonnée :

Durée estimée (Aller simple)	2 h 30 min
Distance (Aller simple)	3,8 km
Altitude	min : 0 m max : 741 m

On considère que la pente de la montagne est rectiligne.
On a schématisé le parcours [DV] de la randonnée par la figure ci-dessous :



Fabienne s'est engagée sur ce parcours en partant du point D.

Au bout de 2 heures, elle arrive au panneau P indiquant qu'elle a déjà parcouru 3 km.

1. Justifier que les droites (PN) et (VM) sont parallèles.

2. Déterminer à quelle altitude PN se trouve Fabienne lorsqu'elle se situe au panneau P.
Rédiger la réponse en faisant apparaître les différentes étapes.

3. À quelle vitesse moyenne, en kilomètre heure, a-t-elle parcouru le trajet [DP] ?

Sur la fin du parcours [PV], Fabienne marche à une vitesse moyenne de 1,2 km/h.
On rappelle que la durée de l'aller simple est estimée à 2 h 30 min.

4. A-t-elle dépassé cette durée ?
Justifier en faisant apparaître les différentes étapes.

Exercice n° 5 — Des fonctions, des graphiques et des équations *20 points*

1.a. La fonction f, dont la représentation graphique est en **ANNEXE** est-elle une fonction affine ?
Justifier votre réponse.

1.b. À l'aide de ce graphique, compléter le tableau de valeurs de la fonction f sur l'**ANNEXE**.

Parmi les trois formules suivantes, l'une correspond à l'expression de la fonction f.
Elle a été saisie dans la cellule **B2** puis étendue dans la cellule **C2** du tableau de l'**ANNEXE**.

=B1+1 **=(B1+3)*(B1-1)** **=SOMME(B1:G1)**

1.c. Noter la bonne formule sur votre copie.

On considère la fonction affine g définie par $g(x) = 2x + 1$

2.a. Calculer l'image de -2 par la fonction g.

2.b. Calculer $g(3)$.

2.c. Déterminer l'antécédent de 2 par la fonction g.

2.d. Tracer, sur le graphique de l'**ANNEXE**, la représentation graphique de la fonction g.

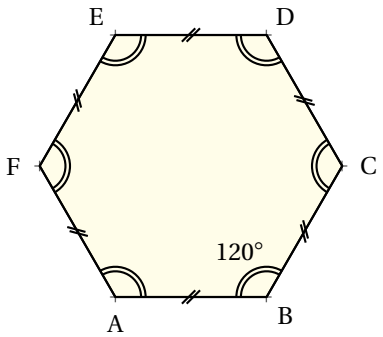
L'expression de la fonction f ci-dessus est $f(x) = (x + 3)(x1)$.

3.a. Développer et réduire l'expression $(x + 3)(x1)$.

3.b. Pour quelle(s) valeur(s) de x, a-t-on $f(x) = g(x)$?

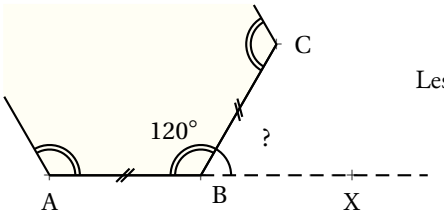
Exercice n° 6 — Hexagone régulier

16 points



Un hexagone régulier est un polygone à 6 côtés de même longueur et dont tous les angles mesurent 120°.
Les hexagones réguliers se retrouvent fréquemment dans la nature, notamment dans les ruches d'abeilles.

1.a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{XBC}$ dans la figure ci-dessous.

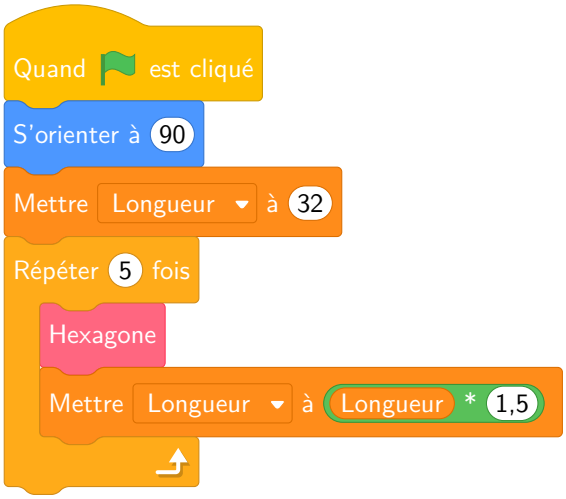


Les points A, B et X sont alignés.

1.b. Sur l'**ANNEXE**, compléter les deux informations manquantes du bloc Hexagone pour qu'il trace un hexagone régulier.

Rappel : s'orienter à 90° *permet au lutin de se déplacer vers la droite.*

On considère le script ci-contre qui utilise le bloc Hexagone de l'**ANNEXE** :

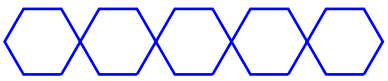
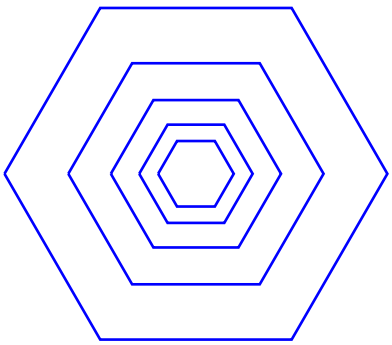
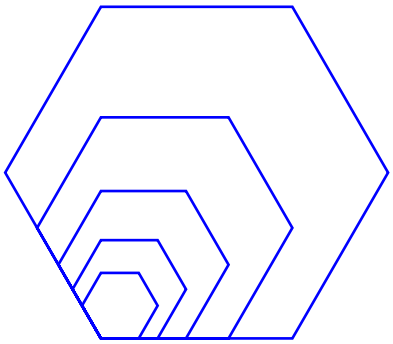


2.a. Combien d'hexagones réguliers ce script trace-t-il ?

2.b. Quelle est la longueur des côtés du 1er hexagone régulier tracé ?

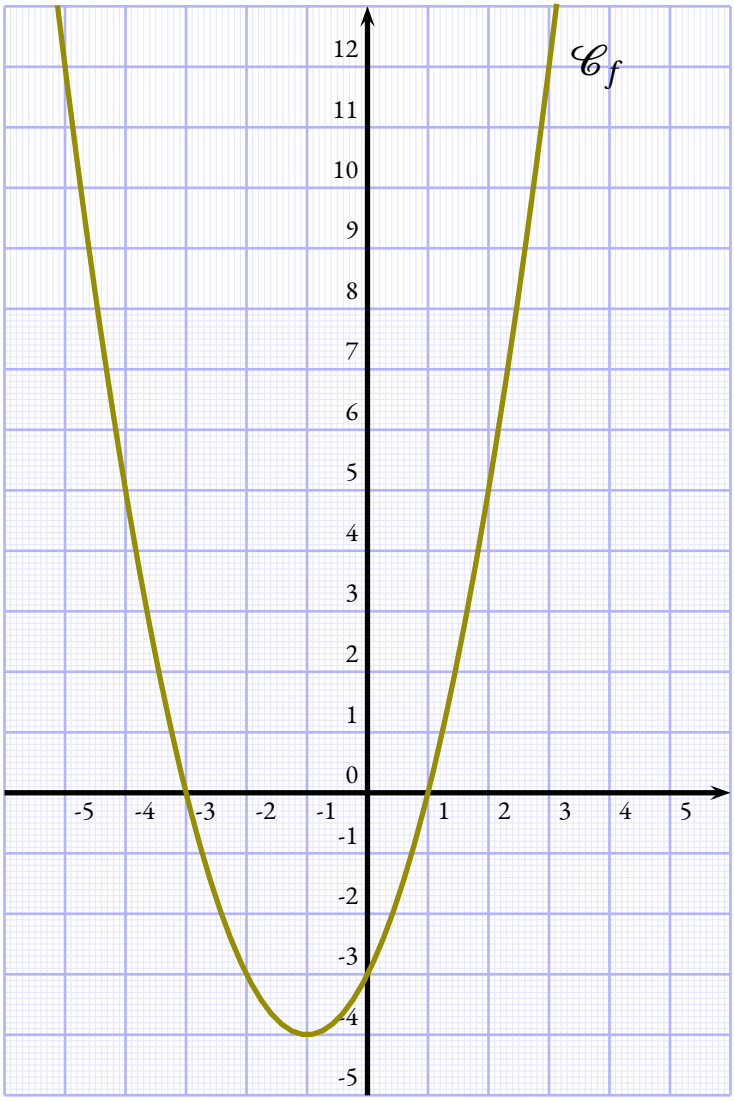
2.c. Quelle est la longueur des côtés du 2ème hexagone régulier tracé ?

2.d Parmi les dessins ci-dessous, lequel correspond à ce script ?

Dessin n° 1	**Dessin n° 2**	**Dessin n° 3**
		

ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice 5 — Questions 1. et 2.d.



Exercice 5 — Questions 1.b.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-3	-2	-1	0	1	2
2	f(x)	0	3	...	...	...	...

Exercice 6 — Question 1.b.

Brevet — 2023 — Nouvelle-Calédonie — Série Générale

Correction

Un sujet plutôt long, 6 exercices et très complet. Particulièrement utile pour les révisions

Exercice n° 1 — QCM à cinq questions *15 points*

Probabilités — Fractions — Pourcentage — Parallélogramme — Homothétie — Médiane

Un QCM assez complet.

1. On sait qu'une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.

$2,7 \times 10^{-7} = 0,00000027$ soit $\dfrac{27}{100000000}$, 27 « chances »sur cent millions.

$2,7 \times 10^{0} = 2,7$: ce n'est pas une probabilité car c'est supérieur à 1.

$2,7 \times 10^{7} = 27000000$: supérieur à 1.

Question 1 — Réponse A

2. $\dfrac{3}{5} - \dfrac{2}{5} \times \dfrac{7}{4} = \dfrac{3}{5} - \dfrac{2 \times 7}{5 \times 4} = \dfrac{3}{5} - \dfrac{14}{20} = \dfrac{3 \times 4}{5 \times 4} - \dfrac{14}{20} = \dfrac{12}{20} - \dfrac{14}{20} = -\dfrac{2}{20} = -\dfrac{1}{10}$

Question 2 — Réponse A

*Attention à la priorité opératoire, la multiplication est prioritaire et en cas d'oubli on arrive à la **Réponse C**.*

3. On peut présenter ces grandeurs dans un tableau. Le prix initial, la réduction et le prix réduit sont des grandeurs proportionnelles.

Prix	80 €	100 €
Réduction	20 €	$\dfrac{20\,€ \times 100\,€}{80\,€} = 25\,€$
Nouveau prix	60 €	$\dfrac{60\,€ \times 100\,€}{80\,€} = 75\,€$

Le pourcentage de réduction est donc de 25 %.

Question 3 — Réponse B

4. En utilisant le codage de la figure, on remarque que F est le milieu de [AB]. Cette homothétie transforme B en F. Ainsi le rapport de cette homothétie vaut 0,5. Elle réduit la taille de la figure.
Elle ne peut donc pas transformer G en D mais plutôt D en G.

Question 4 — Réponse C

5. Calculons cette médiane en triant ces nombres dans l'ordre croissant. Il y a 9 termes, donc la médiane est la cinquième valeur car $9 = 4 + 1 + 4$.

3 ; 5 ; 8 ; 10 ; **11** ; 12 ; 13 ; 14 ; 17

Question 5 — Réponse C

Exercice n° 2 — Paniers de légume *18 points*

Arithmétique — Diviseurs — Multiples

Un exercice assez facile d'arithmétique, même si on cherche le plus petit diviseur commun de trois puis quatre nombre. Les nombres mis en jeu sont inférieurs à 100 ce qui simplifie la recherche.

1.a.

78	2
39	3
13	13
1	

51	3
17	17
1	

$\boxed{78 = 2 \times 3 \times 13}$ $\boxed{51 = 3 \times 17}$

1.b. On a $39 = 3 \times 13$, $78 = 2 \times 3 \times 13$ et $51 = 3 \times 17$.
On cherche un diviseur commun, le plus grand possible.

On constate que 3 est le plus grand diviseur commun. José pourra faire 3 paniers.

1.c. On a $39 = 3 \times 13$, $78 = 3 \times 26$ et $51 = 3ă \times 17$.

José pourra faire 3 paniers contenant chacun 13 salades, 26 carottes et 17 aubergines.

2.a. 13 est un diviseur commun à 39 et 78, c'est même le plus grand puisque $39 = 13 \times 3$ et que $78 = 13 \times 6$.
En divisant 51 par 13 on arrive à $51 = 13 \times 3 + 12$.

En faisant 13 paniers, il restera 12 aubergines.

2.b. Considérons les multiples de 13 : $13 \times 1 = 13$, $13 \times 2 = 26$, $13 \times 3 = 39$, $13 \times 4 = 52$.

José a 51 aubergines, il lui en manque 1 pour en avoir 52 qui est aussi un multiple de 13.

3. Il faut déterminer les multiples de 13 compris entre 110 et 125.

En divisant 110 par 13 on obtient : $110 = 13 \times 8 + 6$.
Le nombre $13 \times 9 = 117$ est un multiples de 13 qui convient. On remarque que $13 \times 10 = 130$ n'est pas dans l'intervalle choisi.

José doit cueillir 117 tomates au maximum pour ne pas avoir de perte.

Exercice n° 3 — L'isolation de la toiture

20 points

Trigonométrie — Rectangle — Théorème de Pythagore — Aire — Volume du pavé — Densité

Un exercice de géométrie assez difficile. Il rappelle de mauvais souvenirs à certains d'entre nous, le toit avec des bottes de paille d'il y a bien longtemps. Il me semble que la question 4 demande une justification assez complexe. La fin est aussi compliqué pour nos élèves ordinaires de troisième.

1. D'après le codage, $CA = BE = 2{,}5\,\text{m}$. Or B, D et E sont alignés donc $\boxed{DE = BD - BE = 4{,}3\,\text{m} - 2{,}5\,\text{m} = 1{,}8\,\text{m}}$.

2. Dans le triangle DEF, rectangle en E, on connaît la mesure de l'angle $\widehat{EFD} = 30°$ et la mesure du côté opposé à l'angle $\widehat{EFD}$, $DE = 1{,}8\,\text{m}$. On cherche la mesure DF de l'hypoténuse. Nous allons donc utiliser le sinus de l'angle.

$\sin 30° = \dfrac{DE}{DF} = \dfrac{1{,}8\,\text{m}}{DF}$ ainsi $\boxed{DF = \dfrac{1{,}8\,\text{m}}{\sin 30°} = 3{,}6\,\text{m}}$

3. Il faut calculer l'aire du rectangle de longueur 12 m et de largeur 3,6 m qui modélise le toit.

$\text{Aire}_{Toit} = 12\,\text{m} \times 3{,}6\,\text{m} = 43{,}2\,\text{m}^2$

D'après le document, il faut un rouleau pour $6\,\text{m}^2$, comme $43{,}2\,\text{m}^2 \div 6\,\text{m}^2 = 7{,}2$, il faut 8 rouleaux de laine de roche.

4. Considérons le quadrilatère ABEC. Il possède deux angles droits, en A et en B.
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors ces droites sont parallèles entre elles.**
Par conséquent, (CA)//(EB).
Comme les côtés [CA] et [EB] du quadrilatère sont parallèles et de même longueur, et comme on sait que **si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme**, alors ABEC est un parallélogramme.

Enfin, ABEC est un parallélogramme ayant deux angles droit, et on sait que **si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle**, on en conclut que ABEC est un rectangle.

Cela paraît un peu long, mais il me semble que rien n'indique que (CE)ă ⊥ (DE) *sans avoir prouvé au préablable que* ABEC *est un rectangle. On en sait même pas si* C, E *et* F *sont alignés.*

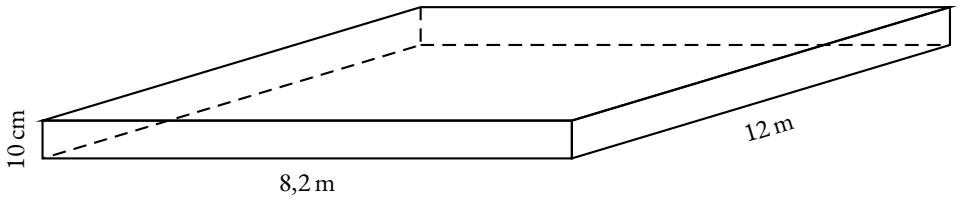
Dans le triangle DEC rectangle en E,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{ED}^2 + \mathrm{EC}^2 = \mathrm{CD}^2$$
$$1,8^2 + 8^2 = \mathrm{CD}^2$$
$$3,24 + 64 = \mathrm{CD}^2$$
$$\mathrm{CD}^2 = 67,24$$
$$\mathrm{CD} = \sqrt{67,24}$$
$$\mathrm{CD} = 8,2$$

La longueur CD = 8,2 m.

5. Il faut calculer l'aire du rectangle représentant le toit de la partie habitable : $textAire = 8{,}2\,\mathrm{m} \times 12\,\mathrm{m} = 98{,}4\,\mathrm{m}^2$.

La ouate de cellulose est installée sur ce toit sur une épaisseur de 10 cm.
Elle forme ainsi un pavé droit qui ressemble vaguement à cela :



Le volume de ce pavé droit mesure Volume = $\mathrm{Aire}_{\mathrm{Toit}} \times 10\,\mathrm{cm} = 98{,}4\,\mathrm{m}^2 \times 10\,\mathrm{cm} = 98{,}4\,\mathrm{m}^2 \times 0{,}1\,\mathrm{m} = 9{,}84\,\mathrm{m}^3$.

La densité de la ouate de cellulose vaut $40\,\mathrm{kg/m}^3$ ce qui signifie que $1\,\mathrm{m}^3$ pèse 40 kg.

La masse de ouate de cellulose est donc de $9,84 \times 40\,\mathrm{kg} = 393{,}60\,\mathrm{kg}$

Exercice n° 4 — Les roches de la Ouaïème *13 points*

Théorème de Thalès — Vitesse

Un exercice assez simple qui mélange géométrie et vitesse.

1. On constate, d'après le codage, que les droites (PN) et VM sont perpendiculaires à la même droite (DM).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Ainsi les droites (PN) et (VM) sont parallèles.

2. Les droites (PV) et (NM) sont sécantes en D.
Les droites (PN) **et** (VM) **sont parallèles.**
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\mathrm{DN}}{\mathrm{DM}} = \frac{\mathrm{DP}}{\mathrm{DV}} = \frac{\mathrm{NP}}{\mathrm{MV}}$$

$$\frac{\mathrm{DN}}{\mathrm{DM}} = \frac{3\,\mathrm{km}}{3{,}8\,\mathrm{km}} = \frac{\mathrm{NP}}{0{,}741\,\mathrm{km}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{NP} = \dfrac{0{,}741\,\text{km} \times 3\,\text{km}}{3{,}8\,\text{km}}$ d'où $\text{NP} = \dfrac{2{,}223\,\text{km}^2}{3{,}8\,\text{km}}$ et $\text{NP} \approx 0{,}535\,\text{km}$

L'altitude où se situe le panneau P est 0,535 km=535 m.

3. Fabienne a mis 2 h pour parcourir 3 km. En 1 h, soit la moitié, il parcourt 1,5 km. La vitesse moyenne est de 1,5 km/h.

4. Fabienne marche ensuite 3,8 km-3 km=0,8 km à 1,2 km/h.

La distance étant proportionnelle au temps, nous avons :

Distance	1,2 km	0,8 km
Temps	1 h =60 min	$\dfrac{0{,}8\,\text{km} \times 60\ min}{1{,}2\,\text{km}} = 40\ min$

Elle a parcouru la première partie en 2 h et la seconde en 40 min, soit 2 h 40 min en tout, ce qui dépasse la durée théorique.

Exercice n° 5 — Des fonctions, des graphiques et des équations

20 points

Fonction affine — Image — Antécédent — Tableur — Représentation graphique — Équation carrée

Un exercice très complet sur les fonctions, les équations et la représentation graphique de fonction. Un équation carrée pour finir.

1.a. On sait que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

Clairement, la représentation graphique de la fonction f n'est pas une droite, ce n'est donc pas une fonction affine.

1.b.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-3	-2	-1	0	1	2
2	f(x)	0	3	-4	-3	0	5

1.c. La première formule, **=B1+3**, modélise une fonction dont l'expression est $x+3$. Il s'agit d'une fonction affine, puisqu'elle est de la forme $ax+b$. Par conséquent, cela ne peut pas être l'expression de la fonction f.

La dernière formule, **=SOMME(B1:G1)**, correspond à la somme $(-3)+(-2)+(-1)+0+1+2=-3$. Il s'agit d'une fonction affine constante, et ce n'est pas l'expression dde la fonction f.

Par élimination, la formule cherchée est **=(B1+3)*(B1-1)**

2.a. Calculons l'image de -2, $g(-2) = 2 \times (-2) + 1 = -4 + 1 = -3$. L'image de -2 par la fonction g, $g(-2)$ est -3.

2.b. Calculons l'image de 3, $g(3) = 2 \times 3 + 1 = 6 + 1 = 7$. L'image de 3 par la fonction g, $g(3)$ est 7.

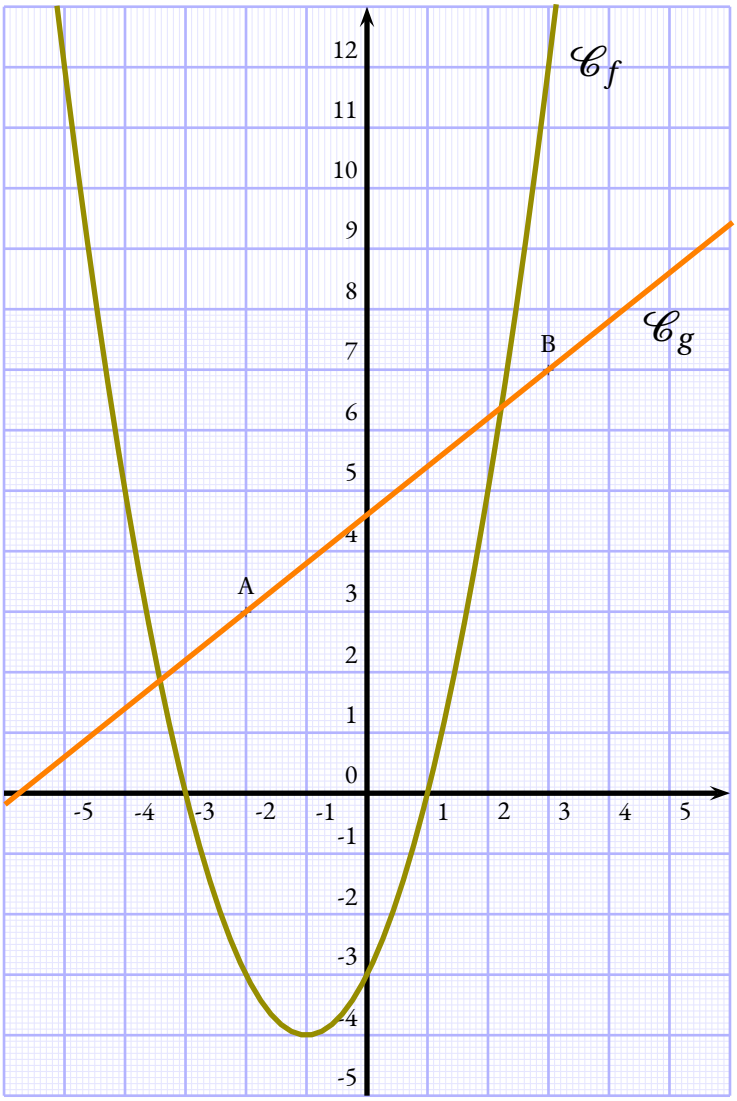
2.c. Déterminer l'antécédent de 2 par la fonction g est la solution de l'équation :

$$\begin{aligned} g(x) &= 2 \\ 2x+1 &= 2 \\ 2x+1-1 &= 2-1 \\ 2x &= 1 \\ x &= \frac{1}{2} \\ x &= 0,5 \end{aligned}$$

On a bien $g(0,5) = 2 \times 0,5 + 1 = 1 + 1 = 2$, $\boxed{\text{l'antécédent de 2 par } g \text{ est 0,5.}}$

2.d. On sait que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite. Pour tracer une droite, il suffit d'avoir placé deux points.
À l'aide des question **2.a.**, **2.b.** et **2.c.**, nous avons 3 points. En effet on sait que $g(-2) = -3$, $g(3) = 7$ et que $g(0,5) = 2$.
On peut par exemple placer les points A$(-2;-3$ qui correspond à $g(-2)$, B$(3;7)$ qui correspond à $g(3)$.

$\boxed{\text{La représentation graphique de fonction } g \text{ est la droite (AB).}}$



3.a. Développons $f(x)$

$f(x) = (x+3)(x-1)$
$f(x) = x^2 - x + 3x - 3$

$\boxed{f(x) = x^2 + 2x - 3}$

3.b. Il faut résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ x^2+2x-3 &= 2x+1 \\ x^2+2x-3-2x &= 2x+1-2x \\ x^2-3 &= 1 \\ x^2-3+3 &= 1+3 \\ x^2 &= 4 \end{aligned}$$

On reconnaît une équation carrée, on sait que les solutions sont $\sqrt{4}=2$ et $-\sqrt{4}=-2$.

On peut aussi reprendre la démonstration vue en classe :

$$\begin{aligned} x^2 &= 4 \\ x^2-4 &= 4-4 \\ x^2-4 &= 0 \\ x^2-2^2 &= 0 \\ (x+2)(x-2) &= 0 \end{aligned}$$

$$(x+2)(x-2)=0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} x+2 &= 0 \\ x+2-2 &= 0-2 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-2 &= 0 \\ x-2+2 &= 0+2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Il y a deux solutions à l'équation $f(x)=g(x)$, les nombres 2 et -2.

Exercice n° 6 — Hexagone régulier

16 points

Hexagone régulier — Scratch

Un exercice d'algorithmique géométrique assez intéressant. Classique et assez simple.

1. Comme les points A, B et X sont alignés, l'angle $\widehat{ABX}$ est plat, il mesure 180°.

On a donc $\widehat{ABC}+\widehat{CBX}=180°$ ce qui signifie que $120°+\widehat{CBX}=180°$, d'où $\widehat{CBX}=180°-120°=60°$

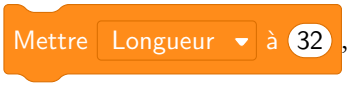
Cela revient à dire que les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{CBX}$ sont complémentaires, leur somme vaut 180°.

1.b.

2.a. On remarque le code 

.

Ce script trace 5 hexagones.

2.b. Au départ, 

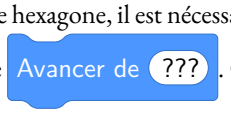
, le premier hexagone mesure 32 pixels.

2.c. La ligne, 

, indique qu'à chaque étape, la longueur de l'hexagone est multipliée par $1,5$.

Ainsi, La longueur du deuxième hexagone mesure 32 pixels $\times 1,5 = 48$ pixels

2.d. Le **Dessin n° 1** montre 5 hexagones de même taille. Or le script précédent multiplie la longueur de l'hexagone par $1,5$. Ce ne peut pas être le **Dessin n° 1**.

Le **Dessin n° 2** montre 5 hexagones ayant le même centre. Entre le tracé de chaque hexagone, il est nécessaire de lever le stylo et de déplacer le lutin avant de baisser le stylo pour tracer. Dans le script, on ne voit pas de commande du type 

. Cela élimine ce dessin.

Le **Dessin n° 3** montre aussi 5 hexagones. Après le premier tracé, le second se fait à la suite sans déplacement stylo levé.

Ce script permet d'obtenir le **Dessin n° 3** .

Annales 2024

Diplôme national du brevet
Session 2024

Mathématiques

Série Générale

Amérique du Nord

29 mai 2024

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	25 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	21 points
Exercice n° 5	19 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Cinq affirmations

20 points

Voici cinq affirmations. Pour chacune d'entre elles, dire si elle est vraie ou fausse.
On rappelle que chaque réponse doit être justifiée.

1. Voici les prix en euros d'un vêtement relevés dans différents magasins.

12 ; 15 ; 10 ; 7 ; 13

Affirmation A : La moyenne des prix est 11,40 €.

Affirmation B : La médiane des prix est 10 €.

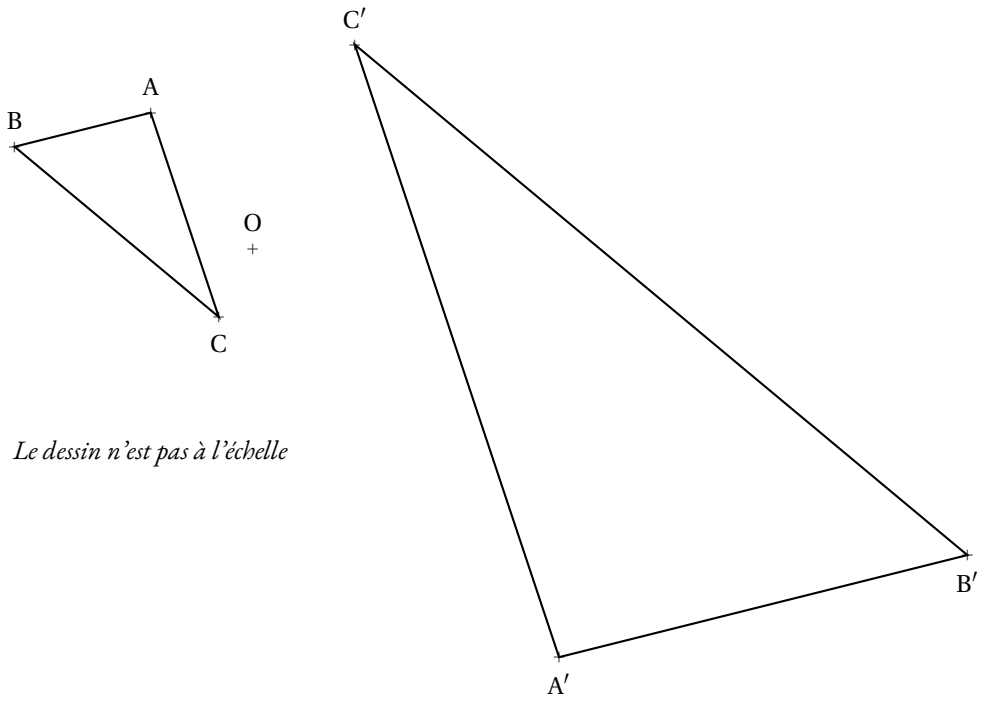
2. Lors d'un entraînement, une élève court 20 m en 6 secondes.

Affirmation C : Lors de cet entraînement, sa vitesse moyenne était de 14 km/h.

3. Une urne contient 15 boules indiscernables numérotées de 1 à 15.

Affirmation D : La probabilité de tirer au hasard une boule sur laquelle apparaît un nombre premier est $\frac{7}{15}$.

4. Le triangle A′B′C′ est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport (−3).

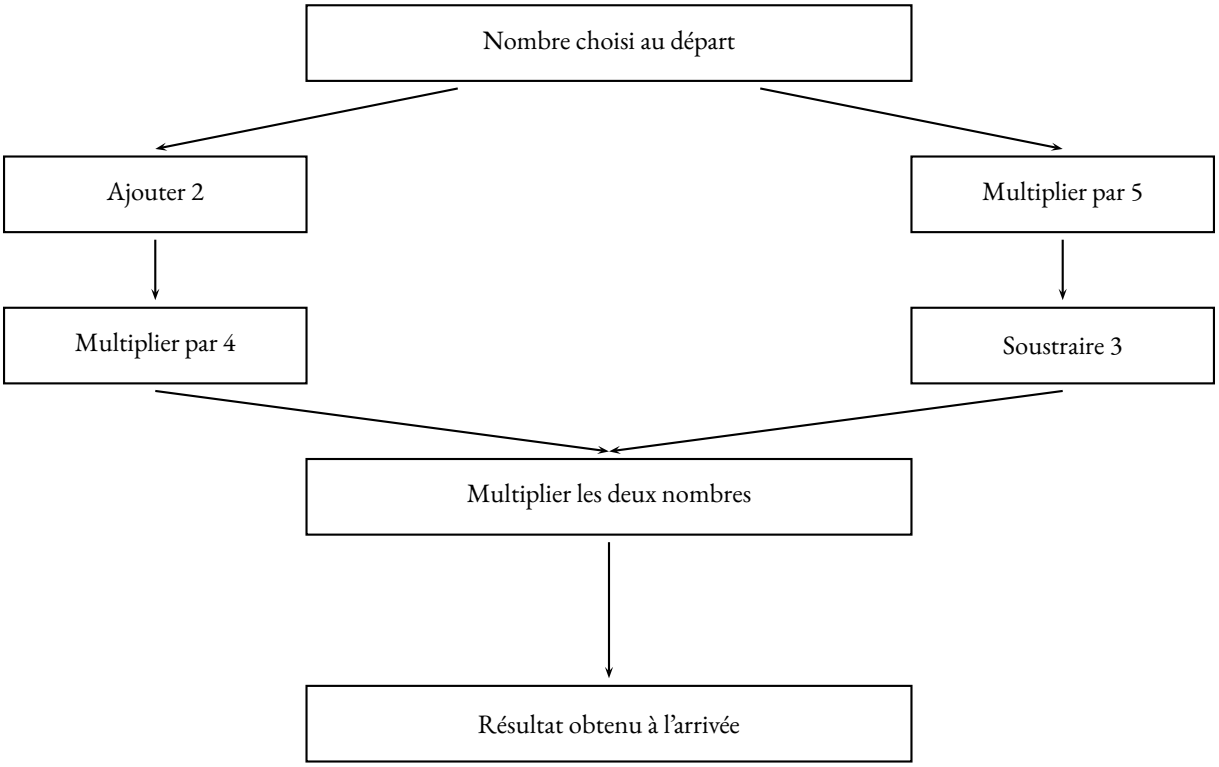


Le dessin n'est pas à l'échelle

Affirmation E : L'aire du triangle A′B′C′ est égale à 3 fois l'aire du triangle ABC.

Exercice n° 2 — Un programme de calcul *25 points*

Voici un programme de calcul :



1. Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ, le résultat à l'arrivée est 112.

2. Quel est le résultat obtenu à l'arrivée quand on choisit -3 comme nombre de départ ?

3. On choisit x comme nombre de départ.
Parmi les expressions suivantes, lesquelles permettent d'exprimer le résultat à l'arrivée de ce programme de calcul. Aucune justification n'est demandée.

Expression A	**Expression B**	**Expression C**	**Expression D**
$(x+2\times 4)\,(x\times 5-3)$	$(4x+2)(5x-3)$	$(4x+8)(5x-3)$	$(x+2)\times 4\times(5x-3)$

4. Trouver les deux nombres de départ qui permettent d'obtenir 0 à l'arrivée. Expliquer la démarche.

5. Développer et réduire l'expression B.

Exercice n° 3 — Les tarifs au cinéma

20 points

Un cinéma propose trois tarifs :

Tarif « Classique » : La personne paye chaque entrée 11 €.
Tarif « Essentiel » : La personne paye un abonnement annuel de 50 € puis chaque entrée coûte 5 €.
Tarif « Liberté » : La personne paye un abonnement annuel de 240 € avec un nombre d'entrées illimité.

1. Avec le **Tarif « Classique »**, une personne souhaite acheter trois entrées au cinéma. Combien va-t-elle payer ?

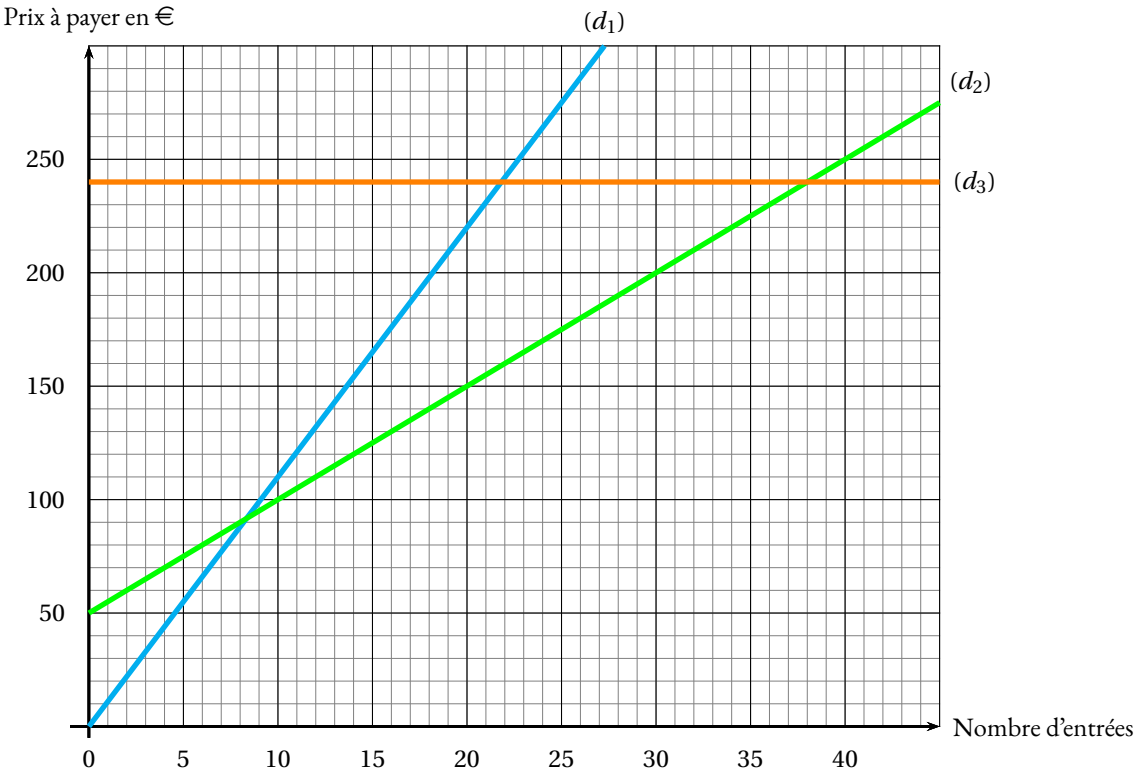
2. Avec le **Tarif « Essentiel »**, une personne souhaite aller huit fois au cinéma. Montrer qu'elle va payer 90 €.

3. Dans la suite, x désigne le nombre d'entrées au cinéma.

On considère les trois fonctions f, g et h suivantes :

$f : x \to 50 + 5x$
$g : x \to 240$
$h : x \to 11x$

Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions au tarif correspondant.
Le graphique ci-dessous représente le prix à payer en fonction du nombre d'entrées pour chacun de ces trois tarifs.



La droite (d_1) représente la fonction correspondant au **Tarif « Classique »**.
La droite (d_2) représente la fonction correspondant au **Tarif « Essentiel »**.
La droite (d_3) représente la fonction correspondant au **Tarif « Liberté »**.

4. Quel tarif propose un prix proportionnel au nombre d'entrées ?

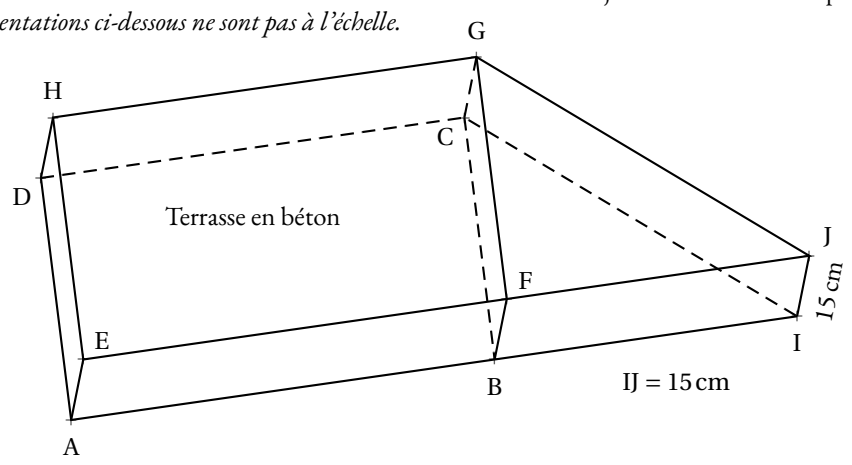
Pour les questions suivantes, aucune justification n'est attendue.

5.a. Avec 150 €, combien peut-on acheter d'entrées au maximum avec le **Tarif « Essentiel »** ?
5.b. À partir de combien d'entrées, le **Tarif « Liberté »** devient-il le tarif le plus intéressant ?
5.c. Si on décide de ne pas dépasser un budget de 200 €, quel est le tarif qui permet d'acheter le plus grand nombre d'entrées ?

Exercice n° 4 — La terrasse en béton

21 points

M. et Mme Martin veulent construire une terrasse en béton dans leur jardin. Ils souhaitent que leur terrasse ait une hauteur de 15 cm.
Les représentations ci-dessous ne sont pas à l'échelle.

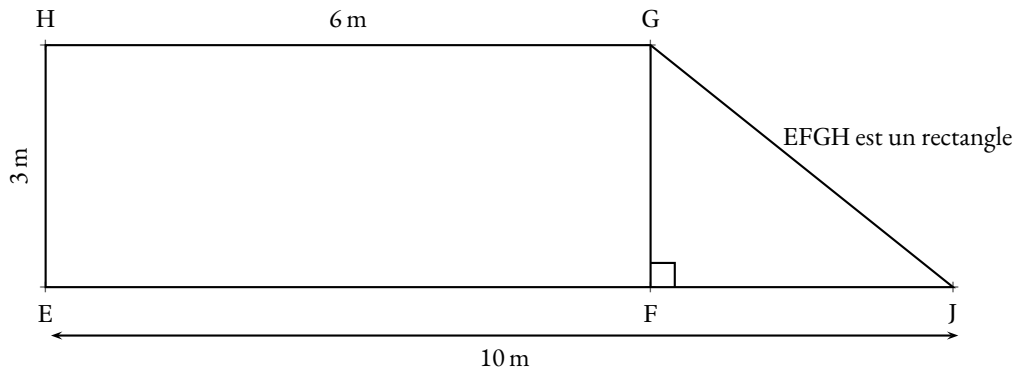


Rappel

Le volume d'un prisme :

Volume = Aire de la base × Hauteur

Vue de dessus de la terrasse



1. Montrer que FJ = 4 m.

2. Afin de pouvoir couler le béton, M. et Mme Martin doivent délimiter la terrasse en installant des planches tout autour.
Quelle longueur de planches doivent-ils acheter au minimum ?

M. et Mme Martin souhaitent réaliser 4 m^3 de béton.

3.a. Montrer que le volume de la terrasse est bien inférieur à 4 m^3.

3.b. Sachant que pour faire 1 m^3 de béton, il faut 250 kg de ciment, quelle masse de ciment (en kg) doivent-ils acheter pour réaliser 4 m^3 de béton ?

3.c. Pour faire du béton, on ajoute de l'eau à un mélange de ciment, de gravier et de sable.
Dans ce mélange, les masses de ciment – gravier – sable sont dans le ratio 2 : 7 : 5.
Déterminer (en kg), la masse de gravier et la masse de sable nécessaires pour réaliser les 4 m^3 de béton.

4. M. et Mme Martin souhaitent peindre la surface supérieure de leur terrasse.
À l'aide des documents 1, 2 et 3, déterminer le type et le nombre de pots nécessaires pour effectuer ces travaux avec un coût minimum.

Document n° 1 : Pots de peinture

	Pot A	Pot B
Contenance en litres	5	10
Prix en euros	79,90	129,90

Document n° 2 : L'offre du mois

Moins 50 % sur le deuxième article.

Document n° 3 :

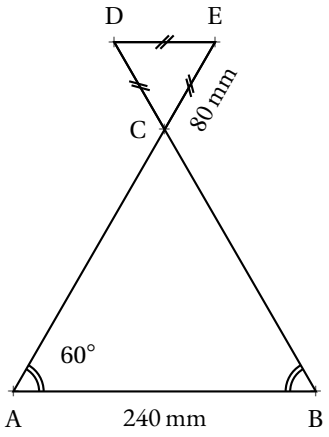
Deux couches de peinture sont nécessaires.
Un litre de peinture permet de réaliser une couche de 5 m^2.

Exercice n° 5 — Thalès et Scratch

19 points

Dans cet exercice on considère la figure codée ci-contre.

- Les points A, C et E sont alignés ;
- Les points B, C et D sont alignés ;
- AB = 240 mm ;
- CE = 80 mm.



Le dessin n'est pas à l'échelle

Partie A

1. Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

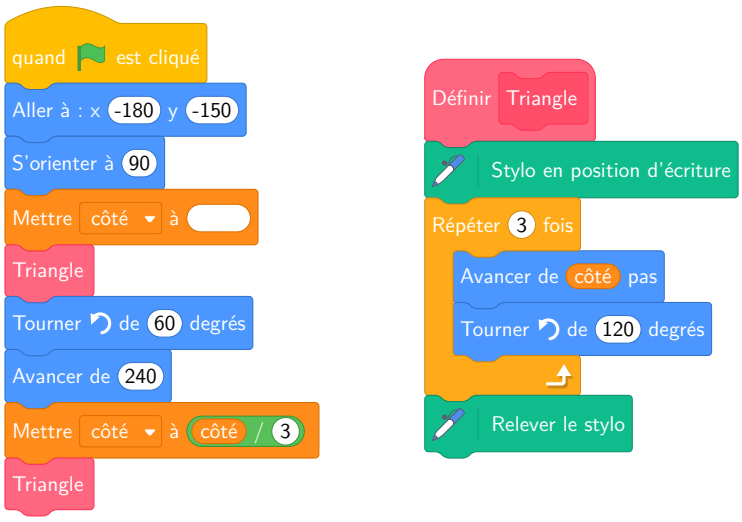
2. Montrer que les droites (DE) et (AB) sont parallèles.

Partie B

On donne le programme suivant qui permet de tracer la figure précédente.
Ce programme comporte une variable nommée côté.

Les longueurs sont données en pas : **1 pas représente 1 mm.**

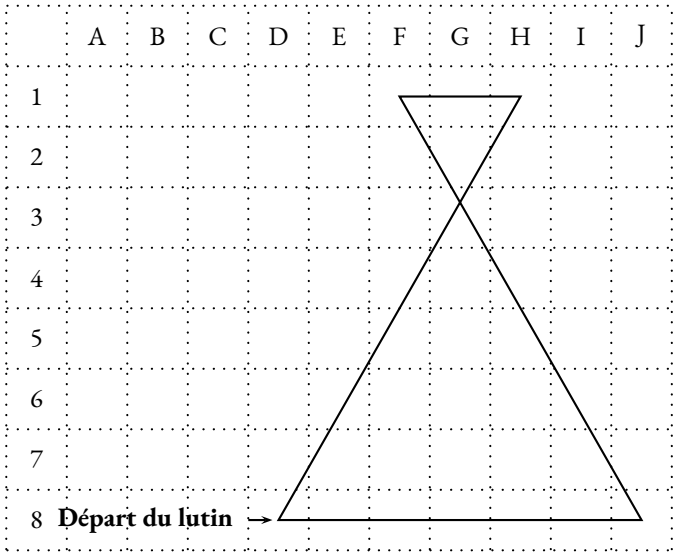
On rappelle que l'instruction S'orienter à 90 signifie que le lutin se dirige horizontalement vers la droite.



1. Quelles sont les coordonnées du point de départ du lutin ?
Aucune justification n'est demandée.

2. Quelle valeur doit être saisie à la ligne 4 dans le programme ?
Aucune justification n'est demandée.

3. Le lutin démarre à la case **D8**.
Dans quelle case se trouve-t-il lorsqu'il vient d'exécuter la ligne 7 du programme ?
Aucune justification n'est demandée.



4. Expliquer l'instruction côté / 3 de la ligne 8 du programme pour le tracé de la figure.

Brevet — 2024 — Amérique du Nord — Série Générale

Correction

Exercice n° 1 — Cinq affirmations

20 points

Médiane — Moyenne — Vitesse — Probabilités — Homothétie

Cinq affirmations qui ne présentent pas de difficulté particulière.

Affirmation A

Pour calculer la moyenne, il faut effectuer $\dfrac{12+15+10+7+13}{5} = \dfrac{57}{5} = 11,4$

Affirmation A : Vraie

Affirmation B

Pour calculer la médiane, il faut classer ces prix dans l'ordre croissant. La médiane correspond au prix central. Comme il y a 5 prix, 5=2+1+2, il s'agit du troisième prix.

Le classement : 7 ; 10 ; **12** ; 13 ; 15

Affirmation B : Fausse. La médiane est égale à 12

Affirmation C

On cherche une vitesse moyenne, cela signifie que la distance et le temps sont proportionnels.

Distance	20 m	$\dfrac{3600\,\text{s} \times 20\,\text{m}}{6\,\text{s}} = 12\,000\,\text{m} = 12\,\text{km}$
Temps	6 s	1 h=60 min=3600 s

Affirmation C : Fausse. La vitesse moyenne est de 12 km/h

Affirmation D

Nous sommes dans **une expérience aléatoire à une épreuve** constituée de 15 issues équiprobables.
Pour les nombres entiers entre 1 et 15, les nombres premiers sont 2; 3; 5; 7; 11 et 13. Il y a 6 nombres premiers.

La probabilité cherchée est donc $\dfrac{6}{15}$ et non pas $\dfrac{7}{15}$.

Affirmation D : Fausse.

Affirmation E

D'après le cours, on sait que si une figure a ses longueurs multipliées par k, alors son aire est multipliée par k^2.
Or une homothétie de rapport -3 multiplie les longueurs du résultat par 3.
Ainsi le triangle A′B′C′ a une aire $3^2 = 9$ fois plus grande que le triangle ABC.

Affirmation E : Fausse.

Exercice n° 2 — Un programme de calcul

25 points

Programme de calcul — Calcul littéral

Un programme de calcul assez classique. Il y a un piège à la question 3 où deux réponses sont attendues !

1. En partant du nombre 2 on obtient successivement :

- En ajoutant 2 : $2+2=4$
- On multiplie par 4 : $4\times 4=16$
- On multiplie par 5 : $2\times 5=10$
- On soustrait 3 : $10-3=7$
- On multiplie les deux nombres : $16\times 7=112$

En partant du nombre 2 au départ on arrive à la fin au nombre 112.

2. En partant du nombre -3 on obtient successivement :

- En ajoutant 2 : $-3+2=-1$
- On multiplie par 4 : $4\times(-1)=-4$
- On multiplie par 5 : $-3\times 5=-15$
- On soustrait 3 : $-15-3=-18$
- On multiplie les deux nombres : $-4\times(-18)=72$

En partant du nombre -3 au départ on arrive à la fin au nombre 72.

3. En partant du nombre générique x on obtient successivement :

- En ajoutant 2 : $x+2$
- On multiplie par 4 : $4\times(x+2)=4x+8$
- On multiplie par 5 : $5x$
- On soustrait 3 : $5x-3$
- On multiplie les deux nombres : $(4x+8)(5x-3)$ ou encore $4(x+2)(5x-3)=(x+2)\times 4\times(5x-3)$

En partant du nombre x au départ on arrive à la fin au nombre à l'**Expression C** ou l'**Expression D**.

4. La démarche la plus rigoureuse consiste à résoudre l'équation :

$$(4x+8)(5x-3)=0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} 4x+8&=0\\ 4x+8-8&=0-8\\ 4x&=-8\\ x&=-\frac{8}{4}\\ x&=-2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x-3&=0\\ 5x-3+3&=0+3\\ 5x&=3\\ x&=\frac{3}{5}\\ x&=0,6 \end{aligned}$$

Il y a deux nombres pour lesquels le programme donne 0, les nombres -2 et $0,6$.

On pouvait trouver la solution -2 par essais erreurs successifs !

5. Développons :

$\mathrm{B}=(4x+2)(5x-3)$
$\mathrm{B}=20x^2-12x+10x-6$

$\mathrm{B}=20x^2-2x-6$

Exercice n° 3 — Les tarifs au cinéma

20 points

Représentation graphique — Fonction linéaire — Fonction affine

Un exercice dont le thème sont les fonctions linéaires et affines, sans grande difficulté !

1. Avec **le Tarif « Classique »**, une personne paye 11 € par entrée.

Comme 3×11 € $= 33$ €, cette personne paye 33 €.

2. Avec **le Tarif « Essentiel »**, la personne paie un abonnement de 50 € puis chaque entrée coûte 5 €.

Ainsi en comptant l'abonnement, pour 8 places, elle va payer 50 € $+ 8 \times 5$ € $= 50$ € $+ 40$ € $= 90$ €, qui est la réponse attendue.

3. Notons x le nombre générique qui désigne le nombre de places achetées.
Il n'est pas demandé de justifier. Voici néanmoins quelques éléments sur le raisonnement à mener.

Le **Tarif « Classique »** revient à multiplier x par 11, il s'agit de $h(x) = 11x$.
Le **Tarif « Essentiel »** revient à multiplier x par 5 et à ajouter 50, il s'agit de $f(x) = 50 + 5x$.
Le **Tarif « Liberté »** est constant égal à 240, il s'agit de $g(x) = 240$.

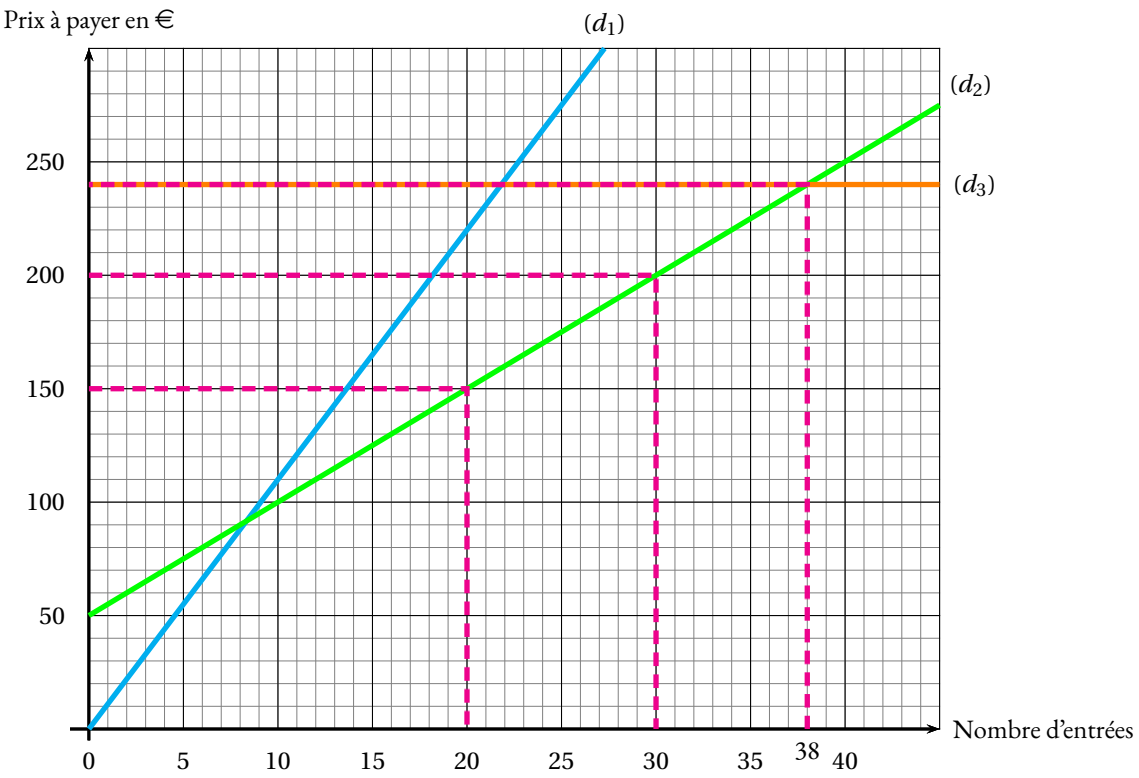
4. On sait d'après le cours que **les fonctions linéaires modélisent les situations où les antécédents et les images sont proportionnels et que la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine.**

Clairement h est de la forme ax, elle est linéaire ce que confirme sa représention graphique la droite (d_1).

Le **Tarif « Classique »** propose un prix proportionnel au nombre de places achetées.

On pouvait évidemment ne pas faire référence à la fonction linéaire et se contenter de signaler que ce tarif était le seul qui correspondait à un coefficient multiplicateur unique, 11, pour passer du nombre de places au prix.

5. L'absence de justification laisse entendre qu'on attendait une lecture graphique.



5.a. On lit graphiquement que l'on paye 150 € avec le **Tarif essentiel** pour 20 places achetées.
On pouvait aussi résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned} f(x) &= 150 \\ 50+5x &= 150 \\ 50+5x-50 &= 150-50 \\ 5x &= 100 \\ x &= \frac{100}{5} \\ x &= 20 \end{aligned}$$

5.b. Le **Tarif Liberté** est plus avantageux à partir de 39 places achetées.

On pouvait aussi résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 50+5x &= 240 \\ 50+5x-50 &= 240-50 \\ 5x &= 190 \\ x &= \frac{190}{5} \\ x &= 38 \end{aligned}$$

5.c. Avec 200 € de budget, le tarif le plus intéressant est **le Tarif « Essentiel »** qui permet d'acheter 30 places.

On pouvait aussi résoudre les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} h(x) &= 200 \\ 11x &= 200 \\ x &= \frac{200}{11} \\ x &\approx 18,2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 20050+5x \qquad = 200 \\ 50+5x-50 &= 200-50 \\ 5x &= 150 \\ x &= \frac{150}{5} \\ x &= 30 \end{aligned}$$

Exercice n° 4 — La terrasse en béton

21 points

Pythagore — Prisme droit — Volume — Ratio

Décidément, les professeurs de mathématiques passent leur temps libre à faire de la maçonnerie. Un exercice qui demande une bonne connaissance des prismes droits. Un ratio pour finir

1. Comme EFGH est un rectangle, EF = HG = 6 m.
En faisant l'hypothèse que les points E, F et J sont alignés, ce qui paraît raisonnable, on a $\boxed{\text{FJ} = 10\,\text{m} - 6\,\text{m} = 4\,\text{m}}$

2. Il faut calculer le périmètre du quadrilatère EJGH. Pour cela, il ne manque que la longueur GJ.
On sait que, comme EFGH est un rectangle, HE = GF = 3 m.
Dans le triangle GFJ rectangle en F,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned} \text{FG}^2 + \text{FJ}^2 &= \text{GJ}^2 \\ 4^2 + 3^2 &= \text{GJ}^2 \\ 16 + 9 &= \text{GJ}^2 \end{aligned}$$

$$GJ^2 = 25$$
$$GJ = \sqrt{25}$$
$$GJ = 5$$

Ainsi $\boxed{\text{le périmètre du quadrilatère mesure } 10\,\text{m} + 5\,\text{m} + 6\,\text{m} + 3\,\text{m} = 24\,\text{m}\text{, c'est la longueur de planches cherchée.}}$

3.a. Pour calculer le volume de ce prisme, on applique la formule rappelée :

$$\text{Volume} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

Le prisme AICDEJGH est un prisme droit dont les bases sont les quadrilatères superposables AICD et EJGH. La hauteur de ce prisme est la longueur $JI = 15\,\text{cm}$.

Pour calculer l'aire du quadrilatère EJGH, nous le décomposons en le rectangle EFGH et le triangle rectangle GFI.

Aire du quadrilatère EJGH $= 6\,\text{m} \times 3\,\text{m} = 18\,\text{m}^2$

L'aire d'un triangle rectangle vaut la moitié de celle du rectangle associé.

Aire du triangle rectangle GFI $= \dfrac{4\,\text{m} \times 3\,\text{m}}{2} = \dfrac{12\,\text{m}^2}{2} = 6\,\text{m}^2$

Ainsi Aire de la base $= 18\,\text{m}^2 + 6\,\text{m}^2 = 24\,\text{m}^2$

Volume du prisme $= 24\,\text{m}^2 \times 15\,\text{cm} = 24\,\text{m}^2 \times 0{,}15\,\text{m} = 3{,}6\,\text{m}^3$

$\boxed{\text{Le volume de cette terrasse vaut } 3{,}6\,\text{m}^3\text{, ce qui est bien inférieur à } 4\,\text{m}^3.}$

3.b. Le volume de béton est proportionnel à la masse de ciment. Ce n'est pas précisé dans l'énoncé, ce qui est formellement une erreur !

Volume de béton	$1\,\text{m}^3$	$4\,\text{m}^3$
Masse de ciment	$250\,\text{kg}$	$4 \times 250\,\text{kg} = 1000\,\text{kg} = 1\,\text{t}$

$\boxed{\text{Il faut 1000 kg=1 t de ciment pour } 4\,\text{m}^3 \text{ de béton.}}$

3.c. Dire que les proportions de ciment, gravier et sable sont dans un ratio 2 : 7 : 5 dans ce mélange signifie que les masses de ces matériaux sont proportionnelles aux nombres 2 ; 7 ; 5.
On a vu, à la question précédente que la masse de ciment était de 1000 kg.
On peut représenter cette situation dans un tableau :

	Ciment	Gravier	Sable
Ratio	2	7	5
Masse	1000 kg	$\dfrac{7 \times 1000\,\text{kg}}{2} = 3500\,\text{kg}$	$\dfrac{5 \times 1000\,\text{kg}}{2} = 2500\,\text{kg}$

$\boxed{\text{Il faut 1000 kg de ciment, 3500 kg de gravier et 2500 kg de sable pour réaliser } 4\,\text{m}^3 \text{ de béton.}}$

5. Nous avons vu dans la question **1.** que l'aire de la terrasse mesurait $24\,\text{m}^2$
D'après le **Document n° 3**, il faut deux couches, il faut donc peindre $2 \times 24\,\text{m}^2 = 48\,\text{m}^2$.

D'après le **Document n° 3**, il faut 1 L pour peindre $5\,\text{m}^2$. Comme $48\,\text{m}^2 \div 5\,\text{m}^2 = 9{,}6$, il faut 9,6 L de peinture.

D'après le **Document n° 1**, on peut donc acheter deux pots A de 5 L ou un pot B de 10 L.

En achetant le pot B, cela va coûter 129,90 €.

D'après le **Document n° 2**, il y a 50 % de réduction sur le deuxième pot.
On peut effectuer $79{,}90\,€ \times \dfrac{50}{100} = 79{,}90\,€ \times 0{,}50 = 39{,}95\,€$.
On pouvait aussi utiliser un produit en croix dans un tableau montrant les valeurs proportionnelles.

Pourcentage	100	50
Prix	$79,90\,€$	$\dfrac{79,90\,€ \times 50}{100} = 39,95\,€$

Finalement, en achetant deux pots A ils vont payer $79,90\,€ + 39,95\,€ = 119,85\,€$.

Il est plus rentable d'acheter deux pots A, cela va coûter 119,35 €.

Exercice n° 5 — Thalès et Scratch

19 points

Thalès — Scratch

Partie A

1. On sait que **dans un triangle, la somme des angles vaut** $180°$.
On remarque que dans le triangle ABC, il y a deux angles égaux à $60°$.
Ainsi on a $60° + 60° + \widehat{ACB} = 180°$ soit $120° + \widehat{ACB} = 180°$ c'est à dire $\widehat{ACB} = 180° - 120° = 60°$

Comme le triangle ABC a trois angles égaux, ABC est équilatéral.

2. On sait que ABC est équilatéral et que $AB = BC = CA = 240\,mm$.
On sait aussi que DEC est équilatéral et que $CD = DE = EC = 80\,mm$.

Comparons les quotients $\dfrac{CA}{CE}$ et $\dfrac{CB}{CD}$.

$\dfrac{CA}{CE} = \dfrac{80\,mm}{240\,mm}$ $\qquad$ $\dfrac{CB}{CD} = \dfrac{80\,mm}{240\,mm}$

$\dfrac{CA}{CE} = \dfrac{1}{3}$ $\qquad$ $\dfrac{CB}{CD} = \dfrac{1}{3}$

On constate que $\dfrac{CA}{CE} = \dfrac{CB}{CD}$ et que les points A, C et E sont alignés et dans le même ordre que les points alignés B, C et D.

Ainsi, d'après **la réciproque du théorème de Thalès**, les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Partie B

1. On voit le bloc Aller à x : -180 y : -150. Le point de départ du lutin est donc $(-180; -150)$.

2. Il faut écrire Mettre côté à 240

3. Le lutin se situe dans la case **G3**

4. L'instruction côté / 3 permet de diviser la longueur du deuxième triangles équilatéral, celui du « haut », par 3.
En effet, dans la première partie, on a constaté que le petit triangle était trois fois plus petit que le grand puisque $240\,mm \div 80\,mm = 3$.

Cette instruction divise la longueur du triangle équilatéral par 3.

Diplôme national du brevet
Session 2024

Mathématiques

Série Générale

Centres étrangers

10 juin 2024

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	20 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	16 points
Exercice n° 5	24 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Cinq propositions

20 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, quatre réponses sont proposées, **une seule est exacte**.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

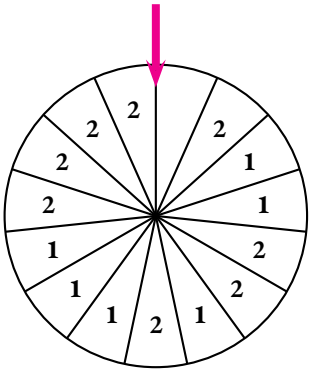
1. Donner l'écriture scientifique de $0,193 \times 10^{-100}$.

$1,93 \times 10^{-99}$	$1,93 \times 10^{-101}$	193×10^{-103}	193×10^{-97}

2. Lili part en vacances, elle parcourt 480 km en 5 h 42 min.
Quelle est sa vitesse moyenne en km/h, arrondie au dixième ?

88,6	84,2	1,4	23,4

3. Sam fait tourner la roue ci-contre et regarde le nombre désigné par les flèches, qui peut être 1 ou 2.
On admet que chaque secteur a autant de chance d'être désigné.
Le nombre écrit dans un des secteurs a été effacé. Est-il possible d'écrire un nombre dans ce secteur de sorte que la probabilité que la flèche désigne le nombre 2 soit égale à $\frac{3}{5}$?



Oui, en écrivant le nombre 1	Oui, en écrivant le nombre 2	Ce n'est pas possible	Oui, en laissant le secteur vide

4. On considère la liste de nombres suivante : 5 ; 1 ; 3 ; 10 ; 17 ; 11 ; 10 .
Pour cette liste de nombres, que représente le nombre 5 ?

La médiane	L'étendue	La moyenne	Rien de particulier

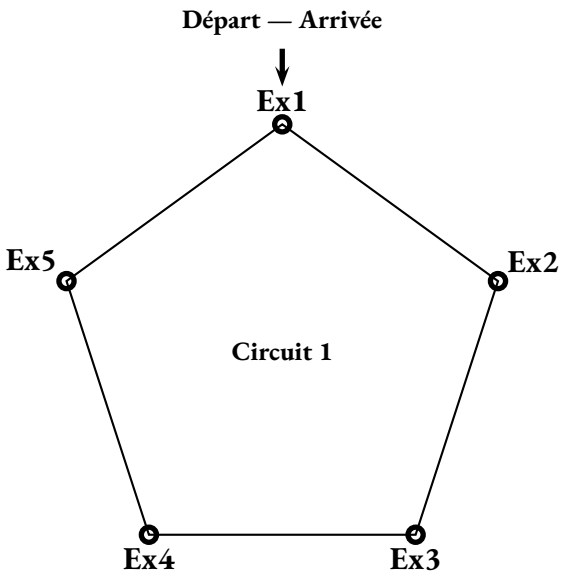
5. Léa achète un vélo électrique. Pour le réserver, elle paye $\frac{1}{5}$ du prix au magasin. Le magasin lui propose de payer le reste en trois paiements d'un même montant.
Quelle fraction du prix du vélo représente l'un de ces trois paiements ?

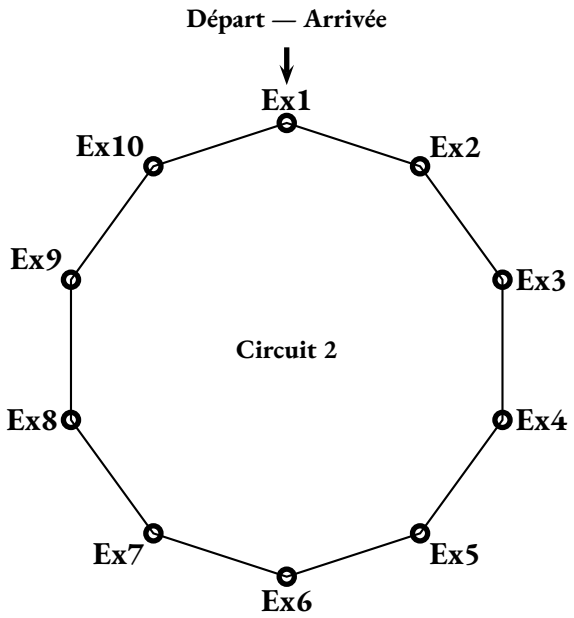
$\frac{12}{5}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{5}$

Exercice n° 2 — Les deux circuits d'entraînement *20 points*

Un entraîneur de sport prépare deux circuits d'entraînement contenant plusieurs exercices de cardio et de renforcement musculaire :

- un circuit commence à l'exercice 1 et se termine en revenant à l'exercice 1 ;
- le **Circuit 1** contient cinq exercices. Chaque exercice dure 40 secondes et doit être suivi de 16 secondes de repos permettant de se rendre à l'exercice suivant ;
- le **Circuit 2** contient dix exercices. Chaque exercice dure 30 seconde et doit être suivi de 5 secondes de repos permettant de se rendre à l'exercice suivant.





1. Montrer que le **Circuit 1** s'effectue en 280 secondes et que le **Circuit 2** s'effectue en 350 secondes.

2. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de 280 et 350.

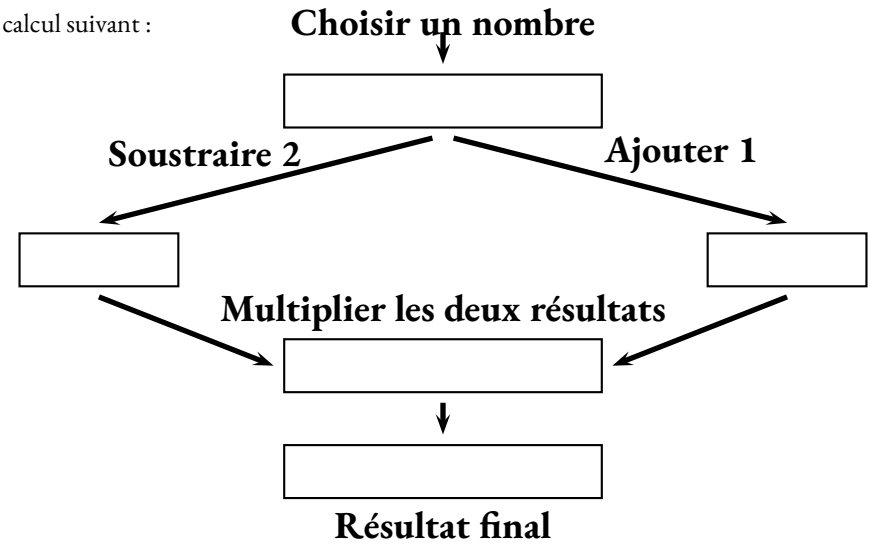
Une séance d'entraînement est constituéede plusieurs tours du même circuit.
Au coup de sifflet de l'entraîneur, Camille commence une séance d'entraînement sur le **Circuit 1** et Dominique sur le **Circuit 2**.

3.a. Expliquer pourquoi, lorsque 2800 secondes se sont écoulées à partir du coup de sifflet, Camille se trouve de nouveau au départ du **Circuit 1**.
Préciser où se trouve Dominique sur le **Circuit 2** lorsque 2800 secondes se sont écoulées.

3.b. Après le coup de sifflet, combien de temps faut-il à Camille et Dominique pour se retrouver en même temps pour la première fois au départ de leur circuit ?
Exprimer cette durée en minute et seconde.

Exercice n° 3 — Le programme de calcul et les graphiques *20 points*

On considère le programme de calcul suivant :



Partie A

1. Justifier qu'en choisissant 5 comme nombre de départ, le nombre final obtenu est 18

2. Calculer le résultat final donné par ce programme lorsque le nombre de départ est $-\frac{3}{2}$.

3. Le script donné en **ANNEXE**, écrit avec un logiciel de programmation, correspond au programme de calcul ci-dessus.
Compléter le lignes 3, 4 et 5 du script sur l'**ANNEXE**, à rendre avec la copie. *Aucune justification n'est attendue.*

Partie B

Soit la fonction g, définie, pour un nombre x donné par $g(x) = x^2 - x - 2$.

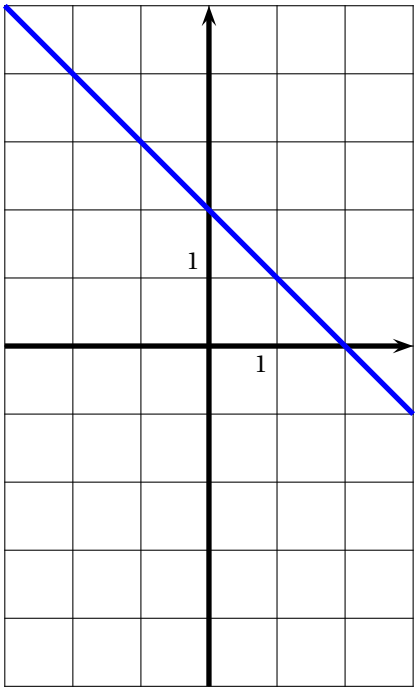
1. Prouver que $(x-2)(x+1) = x^2 - x - 2$.

2.a. Résoudre l'équation $(x-2)(x+1) = 0$.

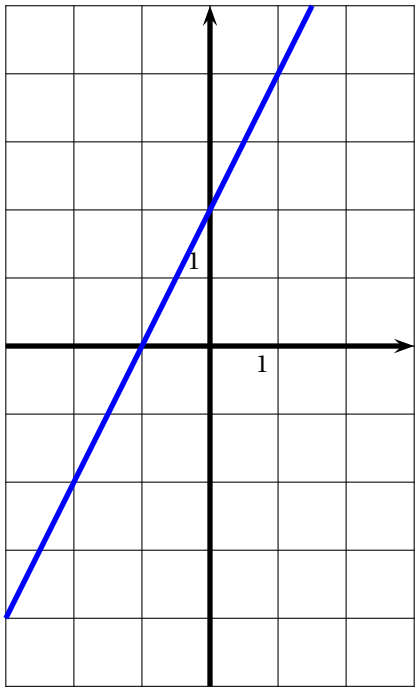
2.b. En déduire un antécédent de 0 par la fonction g. *Aucune justification n'est attendue.*

3. Parmi les trois graphiques ci-dessous, lequel correspond à la représentations graphique de la fonction g ?
Aucune justification n'est attendue.

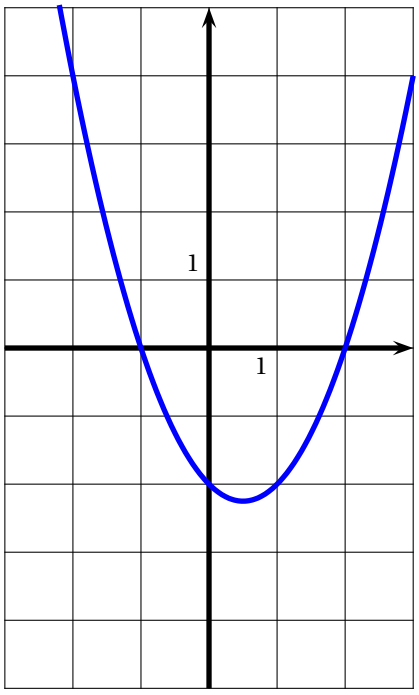
Graphique n° 1



Graphique n° 2

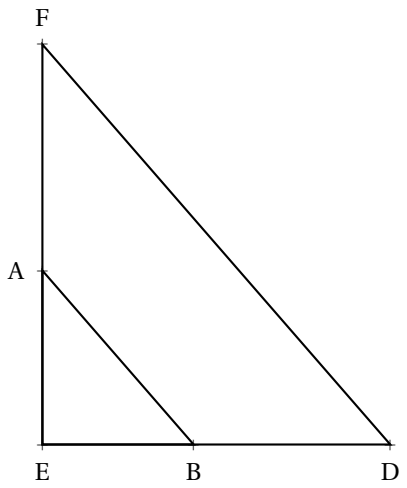


Graphique n° 3



4. Quel(s) nombres faut-il choisir comme nombre de départ pour que le programme de calcul donne 0 comme résultat final ?

Exercice n° 4 — Un classique de géométrie *16 points*



La figure n'est pas à l'échelle.

Sur la figure ci-contre :

- Les points E, A et F sont alignés ;
- les points E, B et D sont alignés ;
- les droites (FD) et (AB) sont parallèles ;
- AE = 4,4 cm ; EB = 3,3 cm ; AB = 5,5 cm et BD = 6,6 cm

1. Démontrer que le triangle ABE est rectangle.

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABE}$, arrondie au degré près.

3. Calculer la longueur FD.

4. Une homothétie de centre E transforme le triangle EAB en le triangle EFD.
Quel est le rapport de cette homothétie ?

Aucune justification n'est attendue.

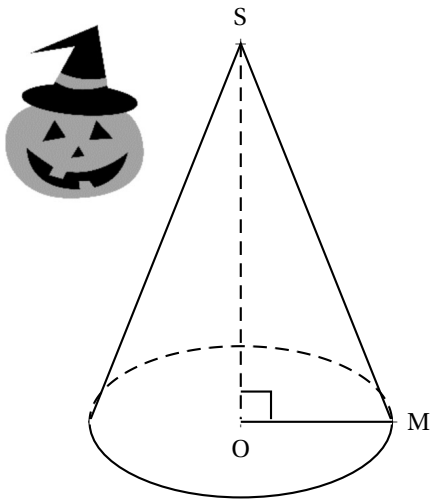
Exercice n° 5 — Le chapeau d'Halloween

24 points

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

Léo veut fabriquer un chapeau en forme de cône pour se déguiser en sorcier lors de la fête d'Halloween.
Voici la représentation de ce chapeau en perspective cavalière.



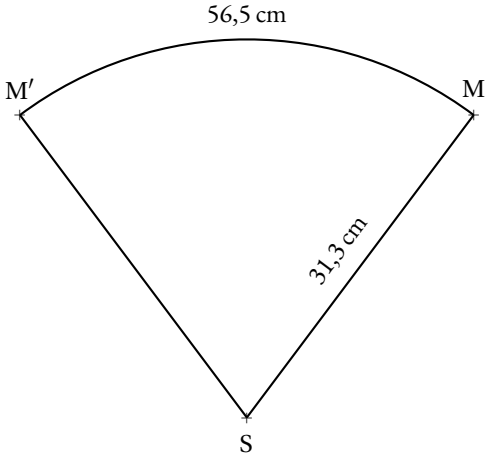
Le rayon OM de la base de ce cône mesure 9 cm et la hauteur OS mesure 30 cm.

1. Démontrer que la longueur MS, arrondie au dixième de centimètre, est 31,3 cm.

Léo souhaite vérifier que le chapeau sera adapté à son tour de tête qui mesure 56 cm.

2. Les dimensions choisies pour concevoir le chapeau sont-elles adaptées au tour de tête de Léo ?

Léo a représenté ci-contre le patron de son chapeau.
Il a reporté dessus les mesures des longueurs qu'il connaît et nommé $\widehat{M'M}$ l'arc de cercle de longueur 56,5 cm.



3.a. Démontrer que la longueur du cercle de centre S et de rayon SM, arrondie au dixième de centimètre, est égale à 196,7 cm.

Pour dessiner en grandeur réelle son chapeau, il a besoin de calculer la mesure de l'angle $\widehat{M'SM}$ qui est proportionnelle à la longueur de l'arc de cercle $\widehat{M'M}$

Il décide de représenter cette situation par le tableau de proportionnalité donné en **ANNEXE**.

3.b. Placer la valeur 196,7 obtenue à la question précédente dans le tableau donné en **ANNEXE** à rendre avec la copie.

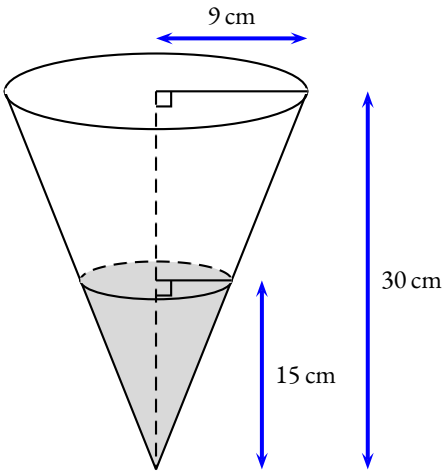
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{M'SM}$ correspondant à une longueur d'arc de 56,5 cm qui permettra à Léo de tracer le patron de son chapeau.
Donner le résultat arrondi au degré.

Partie B

On rappelle que la hauteur du chapeau mesure 30 cm.

1. Montrer que le volume total du chapeau, arrondi au cm^3, est de $2545\,\text{cm}^3$.

> On rappelle que la formule du volume d'un cône de rayon R et de hauteur h est :
>
> $$V = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h$$



2. Léo décide d'utiliser son chapeau pour transporter les bonbons qu'il a récoltés pendant la fête d'Halloween. En arrivant chez lui, il constate que les bonbons atteignent le milieu de la hauteur de son chapeau. Il estime que sa récolte de bonbons n'a pas été bonne car il pense que le volume occupé par les bonbons représente moins de 15 % du volume total de son chapeau.

Son estimation est-elle correcte ?

ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice 3 — Question 3

Exercice 5 — Question 3

Mesure de l'angle $\widehat{M'SM}$ (en degré)	360	.....
Longueur de l'arc $\overset{\frown}{M'M}$ en centimètre (Valeur arrondie au dixième de centimètre)	.....	56,5

Brevet — 2024 — Centres étrangers — Série Générale

Correction

Exercice n° 1 — Cinq propositions

20 points

Écriture scientifique — Vitesse — Statistiques — Probabilités — Fractions

Quelques originalités dans cet exercice, notament en statistiques et en probabilités.

1. L'écriture scientifique du nombre $0,193 \times 10^{-100}$ commence par le nombre décimal $1,93$.

Or $0,193 = 1,93 \times 10^{-1}$ donc $0,193 \times 10^{-100} = 1,93 \times 10^{-1} \times 10^{-100} = 1,93 \times 10^{-101}$

La réponse est $1,93 \times 10^{-101}$

2. On considère que la vitesse est constante et que par conséquent, la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles.
$5\ h\ 42\ min = 5 \times 60\ min + 42\ min = 300\ min + 42\ min = 342\ min$

Distance	480 km	$\dfrac{60\ min \times 480\,\text{km}}{342\ min} \approx 84,2\ km$
Temps	5 h 42 min=342 min	1 h=60 min

La réponse est 84,2

3. Nous sommes dans une expérience aléatoire constituée de 15 issues, les secteurs, équiprobables.
Il y a 8 nombres 2 visibles sur la roue.
La fraction $\dfrac{8}{15}$ n'est pas égale à $\dfrac{3}{5}$, en effet $\dfrac{3}{5} = \dfrac{3 \times 3}{5 \times 3} = \dfrac{9}{15}$.
Pour passer de la fraction $\dfrac{8}{5}$ à la fraction $\dfrac{9}{15}$, il faut écrire un 2 dans la case vide.

La réponse est « Oui, en écrivant le nombre 2 ».

4. Classons cette liste de 7 nombres dans l'ordre croissant : $1 < 3 < 5 < \mathbf{10} < 10 < 11 < 17$.
Comme il y a 7 nombres et que $7 = 3 + 1 + 3$, la médiane est le quatrième nombre, c'est à dire 10.

La moyenne de cette série est égale à $\dfrac{5+1+3+10+17+11+10}{7} = \dfrac{57}{7} \neq 5$.

Le plus petit nombre de cette série est 1, le plus grand 17. L'étendue est donc $17 - 1 = 16$.

La réponse est « Rien de particulier »

5. Comme elle paye $\dfrac{1}{5}$ à la réservation, il reste $1 - \dfrac{1}{5} = \dfrac{5}{5} - \dfrac{1}{5} = \dfrac{4}{5}$ du prix à payer.
Il faut ensuite partager cette fraction en 3.
$\dfrac{4}{5} \div 3 = \dfrac{4}{5} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{4}{15}$.

La réponse est $\dfrac{4}{15}$.

Exercice n° 2 — Les deux circuits d'entraînement

20 points

Arithmétique

1. Pour le **Circuit 1**, il y a 5 exercices de 40 s soit $5 \times 40\ s = 200\ s$. Chaque exercice est suivi d'une pause de 16 s, $5 \times 16\ s = 80\ s$.

Au total le **Circuit 1** se fait en $200\ s + 80\ s = 280\ s$.

Pour le **Circuit 2**, il y a 10 exercices de 30 s soit $10 \times 30\ s = 300\ s$. Chaque exercice est suivi d'une pause de 5 s, $10 \times 5\ s = 50\ s$.

Au total le **Circuit 2** se fait en $300\ s + 50\ s = 350\ s$.

2.

280	2
140	2
70	2
35	5
7	7
1	

$280 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7$

350	2
175	5
35	5
7	7
1	

$350 = 2 \times 5 \times 5 \times 7$

3.a. Comme $2800 = 280 \times 10$, Camille a fait exactement 10 tours du **Circuit 1**. Elle se retrouve donc bien au point de départ.

Il faut diviser 2800 par 350. $2800 = 350 \times 8$.

Dominique a fait 8 tours entiers du **Circuit 2**, elle se retrouve au point de départ également.

3.b. Cette question revient à trouver un multiple commun à 280 et 350. On cherche le plus petit tel multiple.
On peut faire la liste des multiples et comparer.
Les multiples de 280 : 280 — 560 — 840 — 1120 — **1400** — 1680 — 1960 — 2240 — 2520 — **2800**
Les multiples de 350 : 350 — 700 — 1050 — **1400** — 1750 — 2100 — 2450 — **2800**

On peut aussi utiliser les décompositions en produit de facteurs premiers.
Comme $280 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 2^3 \times 5^1 \times 7^1$ et que $350 = 2 \times 5 \times 5 \times 7 = 2^1 \times 5^2 \times 7^1$, la décomposition en facteurs premiers du plus petit commun multiple à ces deux entiers, contient tous les nombres premiers qui apparaissent dans au moins une des décompositions en facteurs premiers de ces entiers, chacun affecté du plus grand exposant qui apparait dans celles-ci.
Ainsi le plus petit multiple commun à ces deux nombres est $2^3 \times 5^2 \times 7^1 = 1400$.

Camille et Dominique se retrouvent au début du circuit au bout de 1400 s=23 ×60 s+20 s=23 min 20 s.

Exercice n° 3 — Le programme de calcul et les graphiques

20 points

Programme de calcul — Scratch — Représentation graphique — Équation produit — Antécédent

Un exercice assez complet qui travaille la notion d'image et d'antécédent.

Partie A

1. En partant de 5 on obtient :
$5 - 2 = 3$ d'une part et $5 + 1 = 6$ d'autre part. Le nombre final est $3 \times 6 = 18$, c'est le résultat attendu.

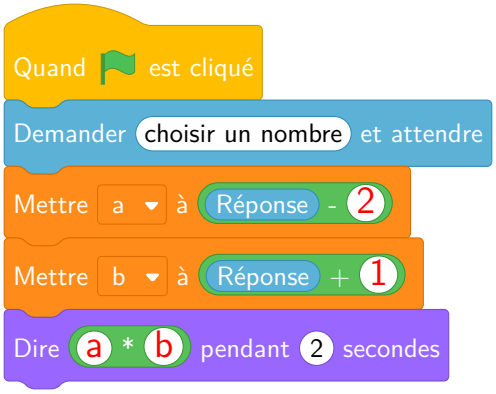
2. En partant du nombre $-\frac{3}{2}$.
D'une part, $-\frac{3}{2} - 2 = -\frac{3}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{7}{2}$. D'autre part, $-\frac{3}{2} + 1 = -\frac{3}{2} + \frac{2}{2} = -\frac{1}{2}$. Finalement, $-\frac{7}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{4}$.

En partant du nombre $-\frac{3}{2}$, le nombre de final est $\frac{7}{4}$.

On pouvait calculer en utilisant l'écriture décimale puisque $-\frac{3}{2} = -1,5$.

On obtient alors d'une part $-1,5-2=-3,5$ et $-1,5+1=-0,5$ d'autre part. Enfin $-3,5\times(-0,5)=1,75$
En fin de troisième, on peut attendre un calcul détaillé utilisant les fractions.

3.



Partie B

1. Développons :
$(x-2)(x+1)=x^2+x-2x-2=x^2-x-2$

$\boxed{\text{On a bien } (x-2)(x+1)=x^2-x-2.}$

2.a.

$$(x-2)(x+1)=0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} x-2&=0\\ x-2+2&=0+2\\ x&=2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+1&=0\\ x+1-1&=0-1\\ x&=-1 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $\boxed{2 \text{ et } -1}$

2.b. Déterminer les antécédents de 0 par la fonction g revient à résoudre l'équation :

$$g(x)=0$$

Or $g(x)=(x-2)(x+1)$ d'après la question **1.**.
Finalement, les solutions de la question **2.** sont les antécédents de 0 par la fonction g.

$\boxed{\text{Les antécédents de 0 par la fonction } g \text{ sont 2 et } -1.}$

3. Les représentations graphiques 1 et 2 sont des droites. On sait que cela caractérise les **fonctions affines**, c'est à dire les fonctions dont l'expression algébrique s'écrit sous la forme $ax+b$ où a et b sont des nombres connus.
Par élimination, $\boxed{\text{la représentation graphique de la fonction } g \text{ correspond au } \textbf{Graphique n° 3}.}$

On peut reconnaître cette représentation graphique par élimination. La connaissance de l'allure d'une courbe correspondant à une fonction polynomiale de degré 2 n'est bien sûr pas au programme du collège.
On pouvait aussi vérifier une image.
*Par exemple, le **Graphique 3** passe par les points de coordonnées $(-1;0)$, $(0;-2)$, $(2;0)$ ou encore $(1;-2)$.*
*Le point $(1;-2)$ n'appartient qu'au **Graphique n° 3**.*
Calculons $g(1)=1^2-1-2=1-1-2=-2$, cela confirme notre réponse !

4. Il faut modéliser le **Programme de calcul** sous la forme d'une expression algébrique.
Quand on prend le nombre générique x comme nombre de départ.
On obtient, d'une part, $(x-2)$ et d'autre part $(x+1)$ soit au final $(x-2)(x+1)$.
On reconnaît la forme factorisée de la fonction g.
Les nombres de départ qui donnent 0 à la fin sont les antécédents de 0 par la fonction g.

Nous avons résolu cette question en **2.b.**

Les nombres de départ qui permettent d'obtenir 0 à la fin sont les antécédents de 0 par g c'est-à-dire 2 et -1.

Exercice n° 4 — Un classique de géométrie

16 points

Réciproque de Pythagore — Trigonométrie — Homothétie — Thalès

Un exercice de géométrie sans fioriture. Basique, efficace !

1. Comparons $EB^2 + EA^2$ et BA^2 puisque BA est le plus long côté :

$$\begin{aligned} & EB^2 + EA^2 \\ & 3,3^2 + 4,4^2 \\ & 10,89 + 19,36 \\ & 30,25 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} & BA^2 \\ & 5,5^2 \\ & 30,25 \end{aligned}$$

Comme

$$EB^2 + EA^2 = BA^2$$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle EAB est rectangle en E.

Le triangle, fameux, 3 4 5 est difficilement masqué dans cette question. Un petit coefficient 1,1 !

2. Dans le triangle ABE rectangle en E.
Comme on connaît les mesures des trois côtés, on peut utiliser, au choix, une des méthodes suivantes :

$$\cos\widehat{ABE} = \frac{EB}{AB} \qquad \sin\widehat{ABE} = \frac{AE}{AB} \qquad \tan\widehat{ABE} = \frac{AE}{EB}$$

$$\cos\widehat{ABE} = \frac{3,3\,\text{cm}}{5,5\,\text{cm}} \qquad \sin\widehat{ABE} = \frac{4,4\,\text{cm}}{5,5\,\text{cm}} \qquad \tan\widehat{ABE} = \frac{4,4\,\text{cm}}{3,3\,\text{cm}}$$

$$\cos\widehat{ABE} = 0,6 \qquad \sin\widehat{ABE} = 0,8 \qquad \tan\widehat{ABE} = \frac{4}{3}$$

À la calculatrice en saisissant Seconde cos (0,6),

À la calculatrice en saisissant Seconde sin (0,8),

À la calculatrice en saisissant Seconde tan $\left(\frac{4}{3}\right)$,

on obtient dans chacun des cas précédents, $\widehat{ABE} \approx 53°$

3. Les droites (FA) et (DB) sont sécantes en E.
On peut aussi parler du triangle EAB *et du fait que les points* B *et* A *sont bien sur les côtés !*

Les droites (AB) **et** (FD) **sont parallèles.**

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EA}{EF} = \frac{EB}{ED} = \frac{AB}{FD}$$

$$\frac{4,4\,\text{cm}}{EF} = \frac{3,3\,\text{cm}}{3,3\,\text{cm} + 6,6\,\text{cm}} = \frac{5,5\,\text{cm}}{FD}$$

$$\frac{4,4\,\text{cm}}{EF} = \frac{3,3\,\text{cm}}{9,9\,\text{cm}} = \frac{5,5\,\text{cm}}{FD}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$FD = \frac{5,5\,\text{cm} \times 9,9\,\text{cm}}{3,3\,\text{cm}} \quad \text{d'où} \quad FD = \frac{54,45\,\text{cm}^2}{3,3\,\text{cm}} \quad \text{et} \quad FD = 16,5\,\text{cm}$$

$FD = 16,5\,\text{cm}$

4. Il faut revenir aux trois quotients de Thalès précédents.
On voit par exemple que $\frac{EB}{ED} = \frac{3{,}3\,cm}{9{,}9\,cm} = \frac{1}{3}$

Cela signifie que le triangle EAB est trois fois plus petits que le triangle EDF, ou encore que EAB est $\frac{1}{3}$ « de fois »plus petit que EDF.
Finalement, EDF est trois fois plus grand que le triangle EAB.

Le triangle EDF est l'image du triangle EAB par l'homothétie de centre E et de rapport 3.

Les triangles EAB *et* EDF *ont un angle droit en commun.*
D'autre part, comme les droites (AB) *et* (FD) *sont parallèles, les angles correspondants sont égaux.*
Par conséquent, les triangles EAB *et* EDF *sont* ***semblables****.*
De plus, ces triangles ont deux côtés communs, il existe bien une homothétie qui permet de passer de l'un à l'autre !

Exercice n° 5 — Le chapeau d'Halloween *24 points*

Périmètre du cercle — Cône — Proportionnalité — Volume

Cela fait des années que je dis à mes élèves que je trouve très difficile la construction du patron du cône. Je les rassurais, pour l'instant, en leur disant que je ne voyais pas un tel exercice arriver au brevet. Et bien, c'est fait ! Nous voici avec un patron de cône qui tape là où cela fait mal : la recherche de l'angle... C'est tellement difficile, que je me demande si cela vaut le coup d'embêter l'élève moyen avec cela !

Partie A

1. Dans le triangle SOM rectangle en O,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$OS^2 + OM^2 = SM^2$$
$$30^2 + 9^2 = SM^2$$
$$900 + 81 = SM^2$$
$$SM^2 = 981$$
$$SM = \sqrt{981}$$
$$SM \approx 31{,}3$$

La longueur MS mesure bien 31,3 cm.

2. Il faut calculer le périmètre d'un cercle de rayon 9 cm.
On sait que le périmètre d'un cercle est donnée par la formule suivante :

$$\text{Périmètre du cercle} = \pi \times \text{Diamètre} = 2\pi \times \text{Rayon}$$

Or $2 \times \pi \times 9\,cm = 18\pi\ cm \approx 56{,}5\,cm$, ce chapeau est bien adapté à la tête de Léo.

3.a. De même on a $2 \times \pi \times SM = 2 \times \pi \times 31{,}3\,cm = 62{,}6\pi\ cm \approx 196{,}7\,cm$, qui est le résultat attendu.

3.b.

Mesure de l'angle $\widehat{M'SM}$ (en degré)	360°	.....
Longueur de l'arc $\overset{\frown}{M'M}$ en centimètre (Valeur arrondie au dixième de centimètre)	196,7 cm	56,5 cm

3.c.

Mesure de l'angle $\widehat{M'SM}$ (en degré)	360°	$\dfrac{56{,}5\,\text{cm} \times 360°}{196{,}7\,\text{cm}} \approx 103°$
Longueur de l'arc $\overset{\frown}{M'M}$ en centimètre (Valeur arrondie au dixième de centimètre)	196,7 cm	56,5 cm

L'angle cherché mesure 103°.

Je le répète ici, cette question est très difficile. Je ne suis pas sûr que mes élèves soit capable de comprendre cette relation de proportionnalité entre l'angle et la mesure de l'arc. D'ailleurs c'est l'objet de la construction du radian au lycée. Trop compliqué !

Partie B

1. Il suffit d'appliquer la formule donnée.

Volume du cône $= \dfrac{1}{3} \times \pi \times 9\,\text{cm} \times 9\,\text{cm} \times 30\,\text{cm} = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 2430\,\text{cm}^3 = 810\pi\ cm^3 \approx 2545\,\text{cm}^3$

Le volume de ce cône mesure bien $2545\,\text{cm}^3$ à l'unité près.

2. Le chapeau entier a un volume de $2545\,\text{cm}^3$

On peut utiliser l'une des deux méthodes suivantes pour répondre à ce problème.

Méthode n° 1

Calculons les dimensions caractéristiques du cônes constitué par les bonbons :

Ce cône est deux fois plus petits que le cône initial. Sa hauteur mesure 15 cm et son rayon 4,5 cm.

$\text{Volume}_{\text{Bonbons}} = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 4{,}5\,\text{cm} \times 4{,}5\,\text{cm} \times 15\,\text{cm} = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 33{,}75\,\text{cm}^3 = 101{,}25\pi\ cm^3 \approx 318\,\text{cm}^3$

Pour déterminer le pourcentage, il suffit de calculer le quotient $\dfrac{318\,\text{cm}^3}{2545\,\text{cm}^3} \approx 0{,}12$ soit 12 %.

Méthode n° 2

On sait que le cône de bonbons est deux fois plus petit que le cône initial.
Or d'après le cours, **si les longueurs d'un solide sont multipliées par k alors son volume est multiplié par k^3.**

Les dimensions du cône de bonbons est multiplié par $\dfrac{1}{2}$, son volume est donc multiplié $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$.
Cela signifie que le cône de bonbons a un volume 8 fois plus petit que le cône initial.
Or $\dfrac{1}{8} = 0{,}125$ soit 12,5 %

Ainsi Léo a raison, le cône de bonbons représente 12,5 % du chapeau soit moins de 15 %.

Diplôme national du brevet
Session 2024

Mathématiques

Série Générale

Asie Pacifique

19 juin 2024

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	18 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	26 points
Exercice n° 5	16 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Cinq questions sans justification

20 points

Ce exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Aucune justification n'est démandée. Pour chaque question, quatre réponses (A,B, C et D) sont proposées. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse.

Question n° 1

Lequel de ces quatre nombres est premier.

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1	21	37	54

Question n° 2

L'aire totale du patron d'un cube d'arête 5 cm est égale à ...

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$125\,\text{cm}^2$	$150\,\text{cm}^2$	$120\,\text{cm}^2$	$100\,\text{cm}^2$

Question n° 3

Une forme factorisée de l'expression littérale $4x^2 - 9$ est ...

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$(4x-3)(4x+3)$	$(2x-3)(2x+3)$	$(2x-3)^2$	$(4x-9)(4x+9)$

Question n° 4

Un écran de télévision est au format 16:9 ce qui signifie que la longueur et la largeur de l'écran sont dans un ratio 16:9.
Dans ce cas, si la longueur de l'écran est de 110 cm, sa largeur est d'environ...

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
62 cm	103 cm	196 cm	94 cm

Question n° 5

On considère la série de valeurs : 4,1 — 3,67 — 4,23 — 4,5 — 3,4
Quelle est la médiane de cette série ?

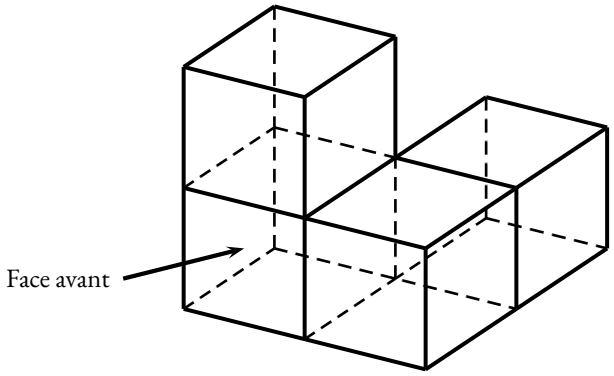
Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
0,83	4,1	4,23	3,98

Exercice n° 2 — Trois affirmations

18 points

Voici trois affirmations. Pour chacune d'entre elles, justifier si elle est vraie ou fausse.

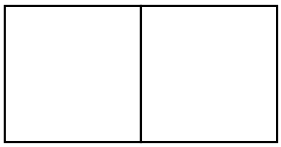
1. Voici un assemblage de quatre cubes identiques représenté en perspective cavalière.



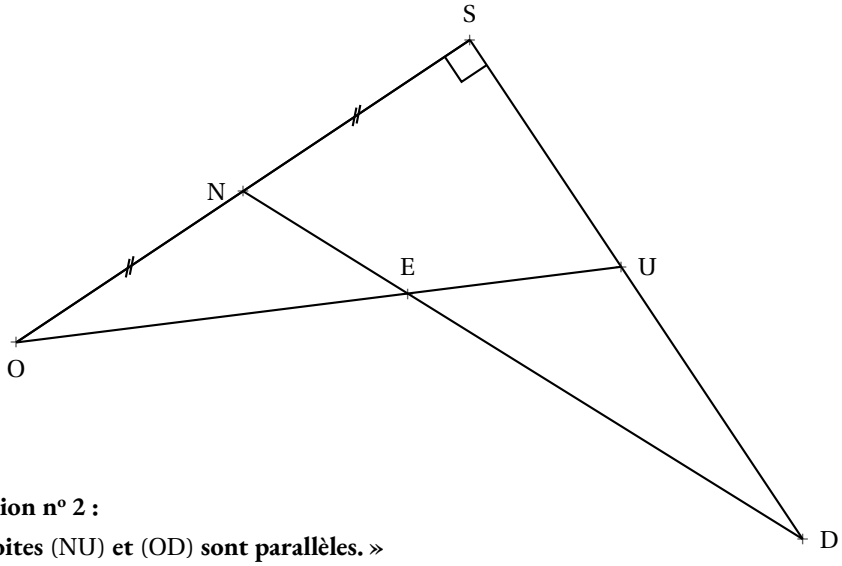
Affirmation n° 1 :

« La vue de droite est représentée par le dessin ci-dessous. »

La figure n'est pas à l'échelle



2. On considère le schéma ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) :



- ON = 6 cm
- SU = 5 cm
- UD = 6 cm

Affirmation n° 2 :

« Les droites (NU) **et** (OD) **sont parallèles. »**

3. On considère deux expériences aléatoires.

Dans la première expérience aléatoire, on tire une boule dans une urne opaque et annonce sa couleur. Dans l'urne, il y a 4 boules rouges et 6 boules bleues indiscernables au toucher.

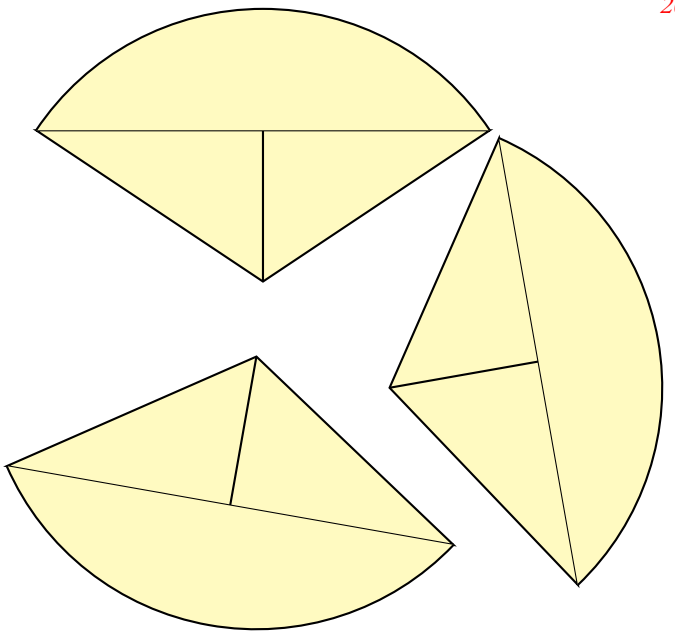
Dans la deuxième expérience aléatoire, on lance un dé non truqué avec des faces numérotées de 1 à 6 et on annonce le nombre qui apparaît sur la face du dessus.

Affirmation n° 3 :

« La probabilité d'obtenir une boule bleue dans l'urne est supérieure à la probabilité d'obtenir un nombre pair sur le dé. »

Exercice n° 3 — Le puzzle à trois pièces

20 points

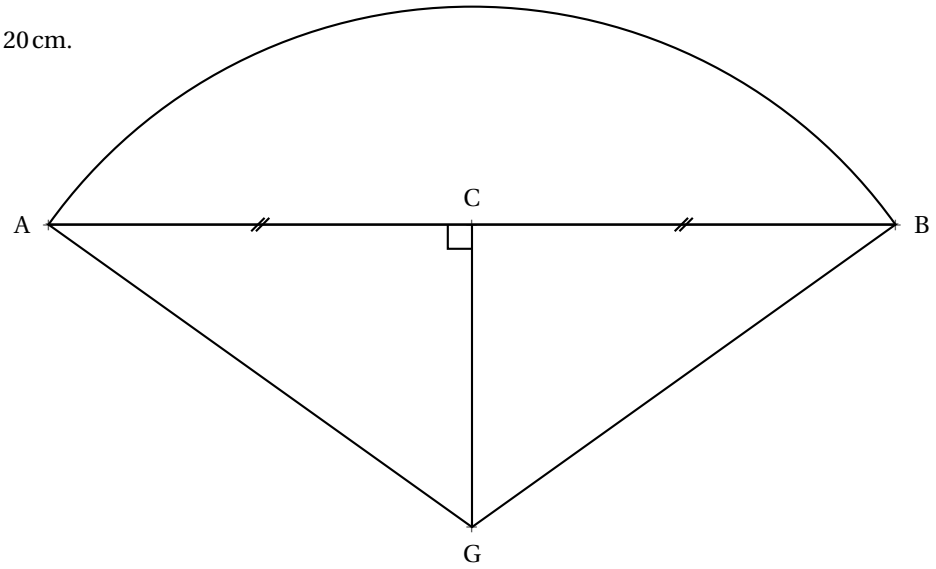


Trois élèves construisent chacun en vraie grandeur une même figure puis la découpe.

Ils obtiennent ainsi, à eux trois, trois pièces identiques, comme ci-contre.

Le schéma ci-dessous représente la pièce construite par chaque élève avec les indications suivantes :

- Les droites (AB) et (CG) sont perpendiculaires.
- Les points A, C et B sont alignés.
- L'arc de cercle qui relie le point A au point B a pour centre le point G.
- AC = CB.
- CG = 10 cm et BG = 20 cm.



1. Démontrer que la longueur BC mesure environ 17,3 cm.

2. Quelle est l'aire du triangle BAG ?
On donnera une valeur arrondie à l'unité.

3.a. Montrer que l'angle $\widehat{CGB}$ mesure exactement 60°.

3.b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{AGB}$.

4. Les trois élèves pensent qu'ils peuvent former un dique complet avec leurs trois pièces.
Expliquer pourquoi ils ont raison.

5. En déduire l'aire de la pièce obtenue par chacun des élèves.
On donnera une valeur arrondie à l'unité.

Exercice n° 4 — La location de voiture

26 points

Des amis habitent Strasbourg et préparent leurs vacances. Cette année ils ont décidé de partir découvrir une grande ville française pendant une semaine. Pour s'y rendre, ils louent une voiture. Une fois arrivés sur place, ils feront ensuite tous leurs trajets à pied ou en transport en commun.

Une agence de location de voitures propose des trois formules suivantes pour une location sur une semaine :

Formule A	Formule B	Formule C
0,50 €pour chaque kilomètre parcouru	Forfait fixe de 300 € puis 0,25 € pour chaque kilomètre parcouru	Forfait fixe de 900 € pour un kilomètrage illimité

Tableau indicatif des distances, en kilomètres, entre les villes françaises.

Bordeaux						
675	**Grenoble**					
792	771	**Lille**				
555	280	1005	**Marseille**			
338	741	584	909	**Nantes**		
546	280	215	772	379	**Paris**	
907	771	498	803	864	442	**Strasbourg**

Exemple : la distance la plus courte entre Nantes et Grenoble est de 741 km.

Partie A : les amis souhaitent se rendre à Marseille. Ils ont un budget de 1000 € pour le voyage.

1. Quelle distance, en kilomètres, vont-ils parcourir pour le trajet aller-retour ?

2. En choisissant la **Formule B**, montrer que la location de voiture coûtera 701,50 € .

3. Quelle est la formule la plus avantageuse ?

Voici des informations pour le voyage :

Information n° 1	Information n° 2	Information n° 3
Prix moyen du gazole en 2023 1,87 € par litre	**Voiture proposée** Type de carburant : gazole Consommation : 5,6 L pour 100 km	**Coût total pour les péages** 115,80 €

4. Leur budget sera-t-il suffisant ?
Dans cette question, toute trace de recherche sera prise en compte dans la correction.

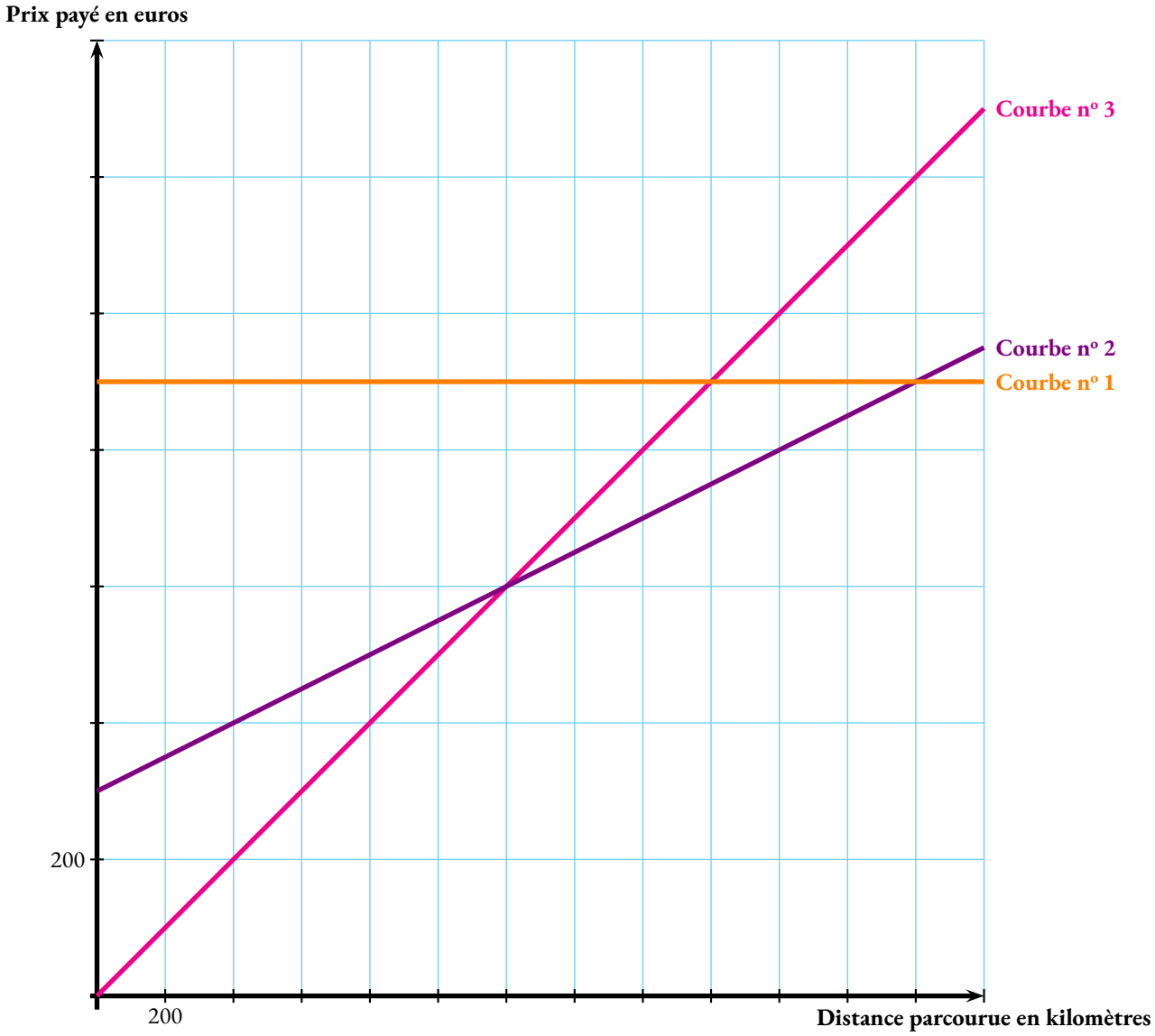
Partie B : Étude des formules

Formule A	Formule B	Formule C
0,50 €pour chaque kilomètre parcouru	Forfait fixe de 300 € puis 0,25 € pour chaque kilomètre parcouru	Forfait fixe de 900 € pour un kilomètrage illimité

5. Soit x le nombre de kilomètres parcourus, exprimer en fonction de x le prix payé pour chaque formule de location.

6. On a représenté ci-dessous, pour chacune des formules, le coût de location, en euros, en fonction de la distance parcourue en kilomètres.

Associer à chaque courbe à la formule de location correspondante. *Ne pas justifier.*



7. Résoudre l'équation $0,25x + 300 = 0,5x$. Interpréter le résultat.

8.a. Si la distance parcourue est de 2500 km, quelle formule doit-on choisir pour payer le moins cher ? *Ne pas justifier.*

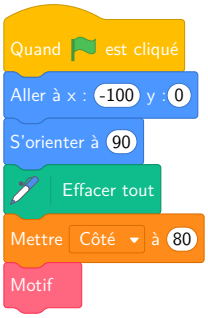
8.b. Donner la distance parcourue pour laquelle la **Formule A** est la plus intéressante. *Ne pas justifier.*

8.c. Déterminer graphiquement quelle formule de location est la moins chère en fonction de la distance parcourue pour une distance inférieure à 2600 km.

Exercice n° 5 — Les motifs en forme de losange

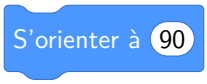
16 points

On donne le programme suivant :



Rappel

Le bloc



Signifie, s'orienter vers la droite.

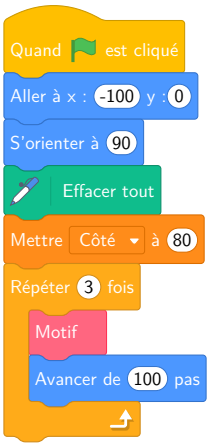
Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue.

1. À quelles coordonnées le lutin se positionne-t-il juste après avoir cliqué sur le drapeau vert ?

2. En prenant 1 cm pour 20 pas, dessiner en vraie grandeur la figure obtenue en exécutant le script principal.

3. On modifie le script principal de trois façons différentes. Associer à chaque script la figure qui lui correspond.

Script n° 1



Script n° 2

Script n° 3

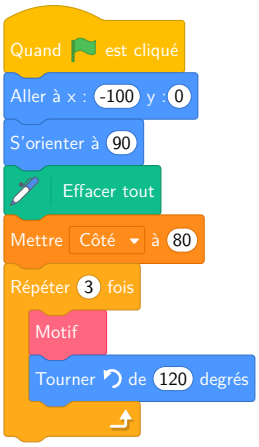
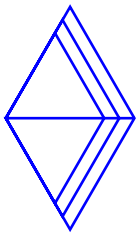
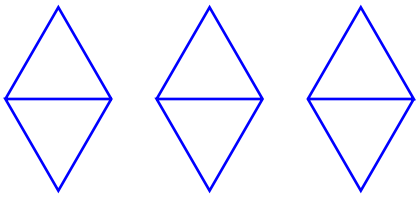
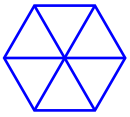
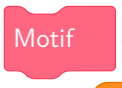


Figure A	Figure B	Figure C
		

Dans cette question on s'intéresse au **Script n° 2**

4.a. Combien de fois le bloc 

est-il exécuté ?

4.b. Quelle est la valeur de la variable 

à la fin du script ?

Brevet — 2024 — Asie Pacifique — Série Générale

Correction

Un sujet très adapté aux préparations de fin d'année. Certaines questions sont surprenantes.

Exercice n° 1 — Cinq questions sans justification

20 points

Nombres premiers — Patron du cube — Factorisation — Ratio — Médiane

Un QCM complet qui peut poser des difficultés. On y trouve un ratio et une question surprenante sur le patron du cube. Attention, 1 n'est pas premier !

Question n° 1

Un nombre est premier s'il possède exactement 2 diviseurs.
1 n'a qu'un seul diviseur : lui-même, il n'est pas premier.
$21 = 3 \times 7$ a quatre diviseurs : 1; 3; 7 et 21, il n'est pas premier.
$54 = 6 \times 9$ a au moins quatre diviseurs : 1; 6 : 9 et 54 (il en a même 8 : 1; 2; 3; 6; 9; 18; 27; 54), il n'est pas premier.
37 n'a que deux diviseurs : 1 et 37, il est premier.

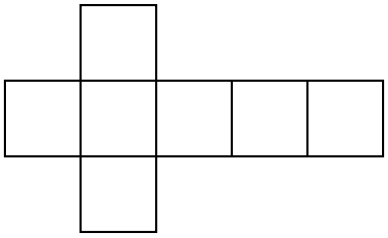
Question n° 1 — Réponse C

Question n° 2

Le patron du cube est constituée de chacune des faces du cube. Un cube possède 6 faces carrés identiques.
L'aire d'un carré de côté 5 cm vaut $5\,\text{cm} \times 5\,\text{cm} = 25\,\text{cm}^2$.
L'aire d'un patron du cube mesure ainsi $6 \times 25\,\text{cm}^2 = 150\,\text{cm}^2$.

Question n° 2 — Réponse B

On peut aussi dessiner un tel patron (il en existe 11 non superposables) pour aider aux calculs, chacun des six quadrilatères est un carré de côté 5 cm.



Question n° 3

L'expression $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2$ fait penser à l'identité remaquable $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

On a donc $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x-3)(2x+3)$

Question n° 3 — Réponse B

Il était aussi possible de développer chaucune des expressions pour éliminer les mauvaises réponses.
$(4x-3)(4x+3) = 16x^2 + 12x - 12x - 9 = 16x^2 - 9$
$(2x-3)(2x+3) = 4x^2 + 6x - 6x - 9$: c'est la bonne réponse !
$(2x-3)^2 = (2x-3)(2x-3) = 4x^2 - 6x - 6x + 9 = 4x^2 - 12x + 9$
$(4x-9)(4x+9) = 16x^2 + 36x - 36x - 81 = 16x^2 - 81$

Question n° 4

Être dans le ratio 16 pour 9 revient à dire que la longueur et largeur sont des grandeurs proportionnelles à 16 et 9.

Ratio	16	9
Longueur	110 cm	$\dfrac{110\,\text{cm} \times 9}{16} = 61{,}875\,\text{cm} \approx 62\,\text{cm}$

Question n° 4 — Réponse A

On pouvait aussi tester les quotients, on calcule d'abord $\frac{16}{9} \approx 1,78$

$\frac{110\,\text{cm}}{62\,\text{cm}} \approx 1,77$; $\frac{110\,\text{cm}}{103\,\text{cm}} \approx 1,08$; $\frac{110\,\text{cm}}{196\,\text{cm}} \approx 0,561$; $\frac{110\,\text{cm}}{94\,\text{cm}} \approx 1,17$

On peut aussi remarquer que $\frac{196\,\text{cm}}{110\,\text{cm}} \approx 1,78$, on souhaitait nous faire faire cette erreur !

Question n° 5

C'est un série constituée de cinq valeurs. Il faut les classer dans l'ordre croissant et chosir le troisième puisque $5 = 2 + 1 + 2$.

$3,4 < 3,67 < \mathbf{4,1} < 4,23 < 4,5$

Question n° 5 — Réponse B

Exercice n° 2 — Trois affirmations

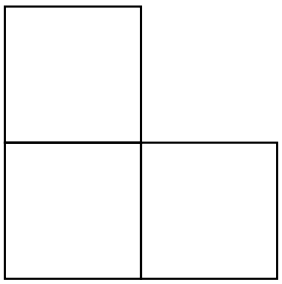
18 points

Perspective — Thalès — Expérience aléatoire à une épreuve

Encore des surprises pour cet exercice. La première question vient de nul part, elle n'est pas difficile, mais surprenante. La deuxième situation est volontairement piégeuse. On termine par des expériences aléatoires à une épreuve.

Affirmation n° 1 :

C'est une question originale !
Si on observe cet objet depuis la droite, on voit la figure ci-dessous :



Affirmation n° 1 — Fausse

Affirmation n° 2 :

Comme d'après le codage, $\text{ON} = \text{NS} = 6\,\text{cm}$ donc $\text{SO} = 6\,\text{cm} + 6\,\text{cm} = 12\,\text{cm}$ et on a $\text{SD} = \text{SU} + \text{UD} = 5\,\text{cm} + 6\,\text{cm} = 11\,\text{cm}$

Comparons les quotients $\frac{\text{SN}}{\text{SO}}$ et $\frac{\text{SU}}{\text{SD}}$.

$\frac{\text{SN}}{\text{SO}} = \frac{6\,\text{cm}}{12\,\text{cm}}$

$\frac{\text{SN}}{\text{SO}} = \frac{1}{2} = 0,5$

$\frac{\text{SU}}{\text{SD}} = \frac{5\,\text{cm}}{11\,\text{cm}}$

$\frac{\text{SU}}{\text{SD}} \approx 0,45$

On peut aussi comparer les produits en croix.
$6 \times 11 = 66$ et $5 \times 12 = 60$

On constate ainsi que $\frac{1}{2} \neq \frac{5}{11}$ et donc que $\frac{\text{SN}}{\text{SO}} \neq \frac{\text{SU}}{\text{SD}}$.

D'après **le théorème de Thalès** dans sa version contraposée, les droites (NU) et (OD) ne sont pas parallèles, elles sont sécantes.

Affirmation n° 2 — Fausse

Affirmation n° 3 :

La première expérience aléatoire est une expérience aléatoire à une épreuve constituée de $4 + 6 = 10$ issues équiprobables.

Il y a 6 boules bleues, ainsi la probabilité d'obtenir une boule bleue est de $\frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$ soit 60 %.

La seconde expérience aléatoire est une expérience aléatoire à une épreuve constituée de 6 issues équiprobables.

Il y a 3 faces portant un nombre pair, les faces 2 ; 4 et 6. La probabilité d'obtenir un nombre pair est donc de $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$ soit 50 %.

On constate que $0,6 > 0,5$ donc **Affirmation n° 3 — Vraie**

Exercice n° 3 — Le puzzle à trois pièces

20 points

Théorème de Pythagore — Trigonométrie — Aire du disque

Un exercice assez difficile qui demande de bonnes compétences en géométrie.

1. Dans le triangle BCG rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned} CB^2 + CG^2 &= BG^2 \\ CB^2 + 10^2 &= 20^2 \\ CB^2 + 100 &= 400 \\ CB^2 &= 400 - 100 \\ CB^2 &= 300 \\ CB &= \sqrt{300} \\ CB &\approx 17,3 \end{aligned}$$

La longueur longueur BC mesure environ 17,3 cm.

2. Pour calculer l'aire du triangle BAG on peut utiliser la formule :

$$\text{Aire d'un triangle} = \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$$

Dans notre cas, on peut considérer la base [AB] relative à la hauteur [CG].

Ainsi $\text{Aire}_{BAG} = \frac{AB \times CG}{2} = \frac{2 \times 17{,}3\,\text{cm} \times 10\,\text{cm}}{2} = 173\,\text{cm}^2$.

On pouvait aussi considérer que le triangle BAG est constitué de deux triangles rectangles formant un rectangle mesurant 17,3 cm sur 10 cm.

L'aire du triangle BAG mesure $173\,\text{cm}^2$.

3.a. L'adverbe « exactement », nous incite à utiliser deux mesures exactes du triangle CGB, les longueurs $CG = 10\,\text{cm}$ et $BG = 20\,\text{cm}$.

Dans le triangle CGB rectangle en C, on connaît l'hypoténuse [BG] qui mesure 20 cm et le côté adjacent à l'angle $\widehat{CGB}$, le côté [CG] qui mesure 10 cm.
Nous pouvons ainsi calculer le cosinus de l'angle $\widehat{CGB}$.

$\cos\widehat{CGB} = \frac{CG}{BG} = \frac{10\,\text{cm}}{20\,\text{cm}} = \frac{1}{2} = 0,5$.

À la calculatrice, en utilisant les touches Seconde cos (0,5) on obtient $\widehat{CGB} = 60°$

3.b. Les triangles ACG et GCB sont l'un et l'autre rectangle en C. Ils ont un côté commun, le côté [CG].
De plus CA = CB, on en déduit que AG = GB, ces deux triangles sont égaux, ils sont superposables.
Par conséquent, les angles $\widehat{AGC}$ et $\widehat{BGC}$ sont égaux.

Finalement, l'angle $\widehat{AGB} = \widehat{AGC} + \widehat{CGB} = 60° + 60° = 120°$.

4. On constate que les pièces étant identiques, on peut les places les unes à la suite des autres.

L'angle $\widehat{AGB} = 2 \times \widehat{CGB} = 2 \times 60° = 120°$.
En regroupant, les trois pièces, l'angle centre fait exactement $3 \times 120° = 360°$.
Cela correspond bien à un tour complet.

Ces trois pièces assemblées forment bien un disque complet de rayon 20 cm.

5. On sait que l'aire d'un disque est donnée par la formule suivante :

$$\text{Aire d'un disque} = \pi \times \text{Rayon}^2$$

Le disque complet obtenu avec les trois pièces a donc une aire de $\pi \times 20\,\text{cm} \times 20\,\text{cm} = 400\pi\ cm^2$.

L'aire d'une pièce mesure donc $400\pi\ cm^2 \div 3 = \dfrac{400\pi}{3}\ cm^2 \approx 419\,\text{cm}^2$

Exercice n° 4 — La location de voiture

26 points

Tâche complexe — Équation — Expression littérale — Fonctions affines et linéaires

Un exercice de lecture graphique assez simple. La petite tâche complexe est largement à la portée de nos élèves.

Partie A

1. En lisant le tableau kilomètrique, à l'intersection de la ligne Strasbourg et de la colonne Marseille, on lit 803 soit 803 km.

Pour un aller-retour Strasbourg Marseille, ils vont parcourir $2 \times 803\,\text{km} = 1606\,\text{km}$

2. La **Formule B** propose un forfait fixe de 300 € puis 0,25 € par kilomètre.

Pour un voyage de 1606 km, cela va coûter avec la **Formule B**, $300\,€ + 1606 \times 0,25\,€ = 300\,€ + 401,50\,€ = 701,50\,€$

3. Pour la **Formule A**, le prix est : $1606 \times 0,50\,€ = 803\,€$.
Pour la **Formule B**, le prix est : 701,50 €.
Pour la **Formule C**, le prix est : 900 €.

La formule la plus avantageuse est donc la **Formule B**.

4. D'après l'**Information n° 2**, la voiture consomme 5,6 L pour 100 km.
On suppose que la consommation d'essence est proportionnelle à la distance parcourue.

Distance	100 km	1606 km
Consommation	5,6 L	$\dfrac{5,6\,\text{L} \times 1606\,\text{km}}{100\,\text{km}} = 89,936\,\text{L}$

D'après l'**Information n° 1**, le prix moyen du gazole en 2023 est de 1,87 € par litre.
Le coût du carburant est $89,936 \times 1,87\,€ \approx 168,18\,€$.

Il faut ajouter $115,80\,€$ pour les péages.

Finalement le voyage va couter 701,50 € pour la location, 168,18 € pour le carburant et 115,80 € pour les péages.

Soit un total de $701,50\,€ + 168,18\,€ + 115,80\,€ = 985,48\,€$, leur budget de 1000 € sera donc suffisant.

Partie B

5. Notons par le nombre générique x, la distance en kilomètres parcourue.

Formule A : $0,50x$

Formule B : $300 + 0,25x$

Formule C : 900

6. On peut repérer les formules en examinant les coordonnées des intersections avec l'axe des ordonnées.

Pour la **Courbe 3**, le prix est de 0 € pour 0 km parcouru, ce qui correspond à la **Formule A**.

Pour la **Courbe 2**, le prix est de 300 € pour 0 km parcouru, ce qui correspond à la **Formule B**.

Pour la **Courbe 1**, le prix est de 900 € pour 0 km parcouru, ce qui correspond à la **Formule C**.

On peut aussi se dire que chacune des fonctions ci-dessus est une fonction affine de la forme $ax + b$. Leurs représentations graphiques sont des droites.

La fonction qui correspond à la **Formule A** est une fonction linéaire, c'est une droite qui passe par l'origine, il s'agit de la **Courbe 3**.

La fonction qui correspond à la **Formule C** est une fonction constante, c'est une droite parallèle à l'axe des abscisses, il s'agit de la **Courbe 1**.

La fonction qui correspond à la **Formule B** est seulement affine, il s'agit de la **Courbe 2**.

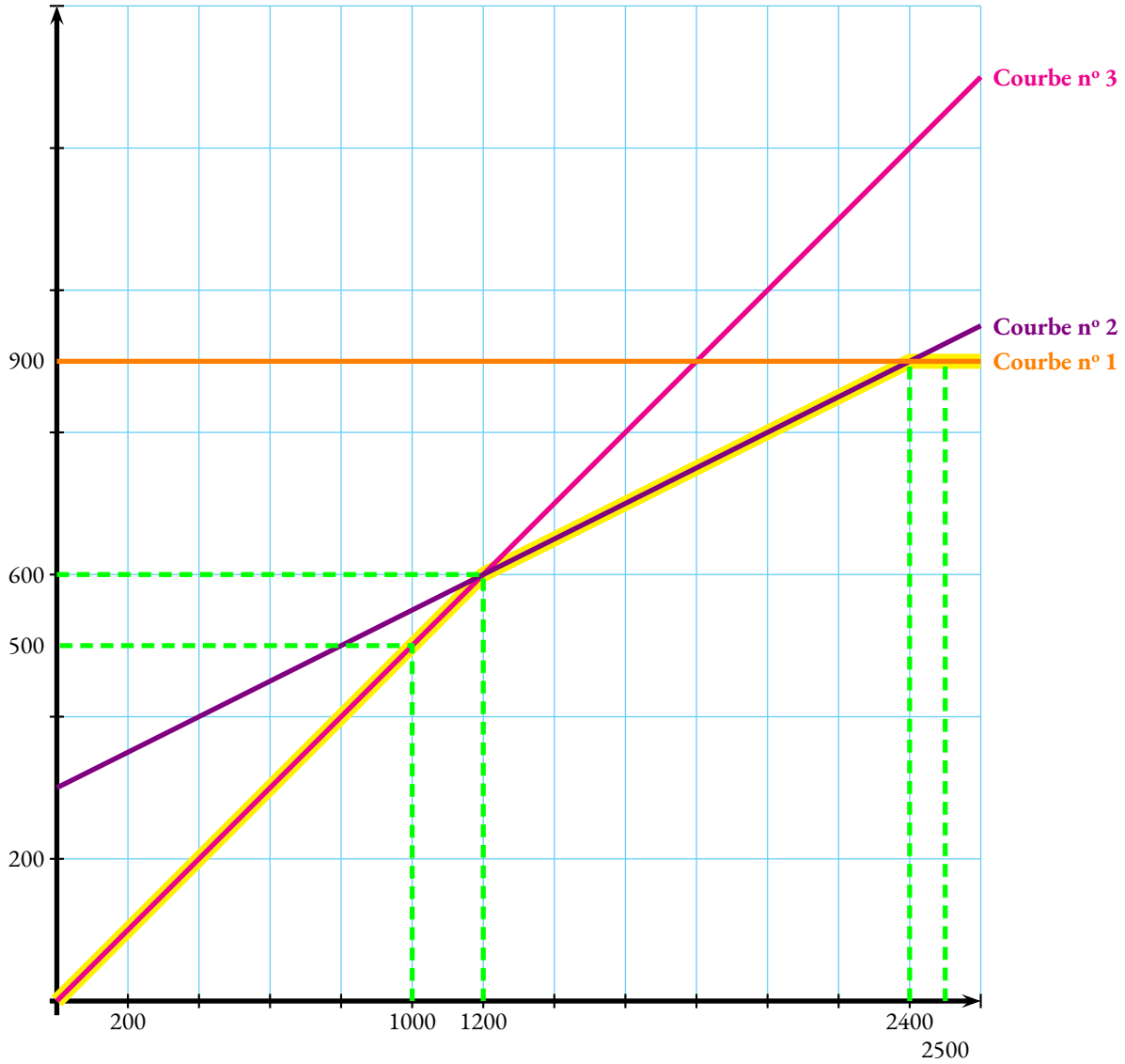
La **Courbe 3** correspond à la **Formule A**, la **Courbe 2** à la **Formule B** et la **Courbe 1** à la **Formule C**.

7. Résolvons l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
0,25x + 300 &= 0,50x \\
0,25x + 300 - 0,25x &= 0,50x - 0,25x \\
300 &= 0,25x \\
0,25x &= 300 \\
x &= \frac{300}{0,25} \\
x &= 1200
\end{aligned}$$

Le nombre 1200 correspond à la distance en kilomètres pour laquelle la **Formule A** coûte le même prix que la **Formule B**.

Il s'agit aussi de l'abscisse du point d'intersection des droites **Courbe 3** et **Courbe 2**.



8.a. La formule la moins chère, d'après le graphique, pour 2500 km est la **Formule C**.

8.b. La **Formule A** est la plus intéressante pour une distance comprise entre 0 km et 1200 km, par exemple 1000 km.

8.c. Il faut observer la ligne fluotée sur le graphique.

Entre 0 km et 1200 km, la **Formule A** est la moins chère, puis la **Formule B** jusqu'à 2400 km, puis la **Formule C** jusqu'à 2600 km.

Exercice nº 5 — Les motifs en forme de losange

16 points

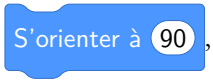
Scratch

Un exercice d'algorithmique très complet et pas si simple. Il demande une bonne maîtrise.

1. On remarque le code 

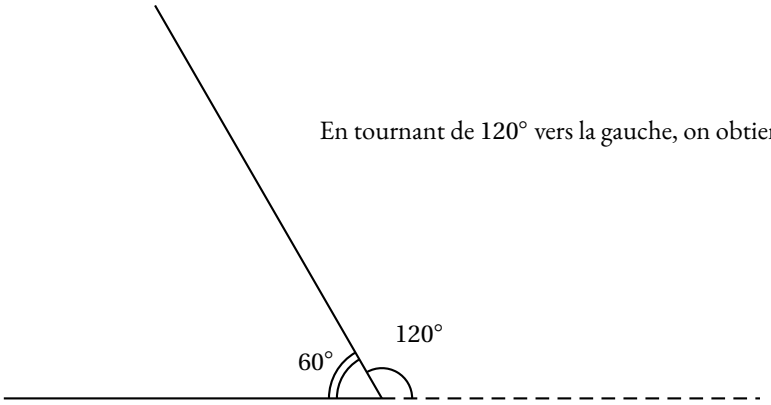
. Le lutin se trouve aux coordonnées $(-100;0)$

2. Il faut bien veiller à la commande 

Comme au départ on a 

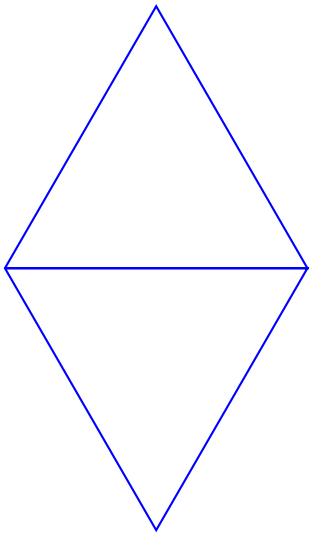
, le lutin se dirige vers la droite.

On peut représenter la situation ainsi :



En tournant de 120° vers la gauche, on obtient un angle supplémentaire de 60°.

Voici la figure que l'on obtient en utilisant le script et en prennant 1 cm pour 20 pas.



3. On constate à la fin du bloc [Motif] que le stylo est relevé. Il est en position d'écriture au début.

Ainsi le **Script nº 1** répéte 3 fois de tracer le **Motif** puis d'avancer de 100 pas, stylo levé, il permet d'obtenir la **Figure B**.

Le **Script nº 2** contient le block [Mettre Côté à Côté * 1.2], ce qui augmente la taille du côté du losange à chaque fois.

Ce script permet donc d'obtenir la **Figure A**.

Par élimination, mais aussi pour le block [Tourner de 120 degrés], le **Script nº 3** permet d'obtenir la **Figure C**.

Le **Script nº 1** donne la **Figure B**, le **Script nº 2** la **Figure A** et le **Script nº 3**, la **Figure C**.

4.a. Dans le **Script nº 2**, le bloc [Motif] est exécuté 3 fois.

4.b. Au début, la variable côté vaut 80.
La première fois dans la boucle de répétition, elle passe à $1,2 \times 80 = 96$.
La deuxième fois à $1,2 \times 96 = 115,2$ et la dernière fois à $1,2 \times 115,2 = 138,24$.

À la fin du **Script nº 2** la variable [Côté] vaut 138,24.

Diplôme national du brevet
Session 2024

Mathématiques

Série Générale

Polynésie

27 juin 2024

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	17 points
Exercice n° 3	22 points
Exercice n° 4	18 points
Exercice n° 5	23 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — Cinq questions sans justification

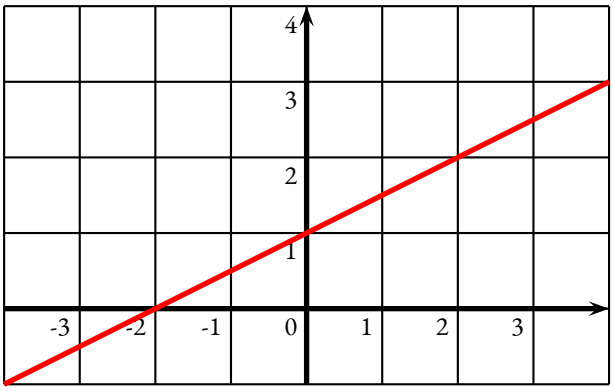
20 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, quatre affirmations sont proposées. Une seule affirmation est exacte.
Sur la copie, écrire le numéro de la question et l'affirmation choisie. Aucune justification n'est attendue.

1. ABC est un triangle tel que AB = 20 cm, BC = 21 cm et AC = 29 cm. On peut affirmer que :

ABC est un triangle rectangle en A	ABC est un triangle rectangle en B	ABC est un triangle rectangle en C	ABC n'est pas un triangle rectangle

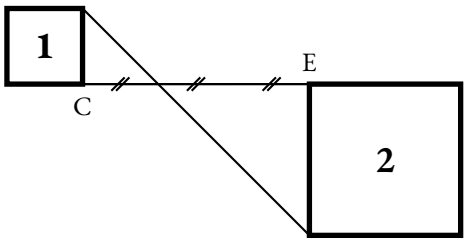
2. Voici la représentation graphique d'une fonction f.



La fonction f est définie par :

$f(x) = 2x - 2$	$f(x) = 2x + 1$	$f(x) = \frac{x}{2} - 2$	$f(x) = \frac{x}{2} + 1$

3. Sur la figure ci-contre, le carré n° 2 est l'image du carré n° 1 par :



La symétrie centrale de centre O	La translation qui transforme C en D	L'homothétie de centre O et de rapport 2	L'homothétie de centre O et de rapport -2

4. Le cocktail Bora-Bora est composé de jus d'ananas, de jus de fruit de la passion et de jus de citron dans le ratio de 10 : 6 : 2.
Pour réaliser 90 cL de ce cocktail, il faut prévoir exactement :

6 cL de fruit de la passion	30 cL de fruit de la passion	54 cL de fuit de la passion	45 cL de fruit de la passion

5. 5. Un maraîcher a cueilli 408 pommes et 168 poires. Il décide de remplir des sacs pour ses clients comportant chacun le même nombre de pommes et le même nombre de poires, en utilisant tous les fruits cueillis.
Le plus grand nombre de sacs qu'il peut ainsi remplir est :

48 sacs	24 sacs	8 sacs	6 sacs

Exercice n° 2 — Les jeux olympiques *17 points*

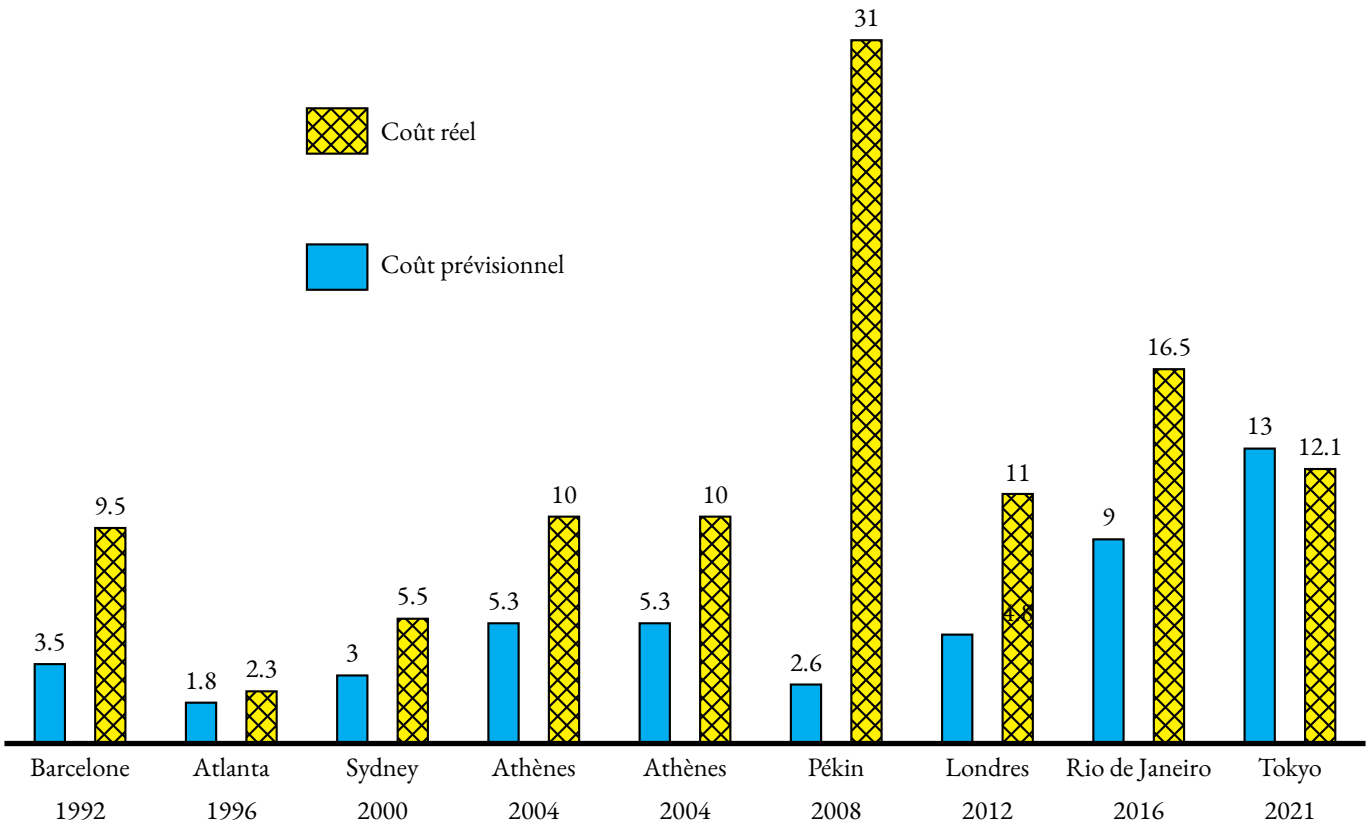
Les jeux Olympiques (JO) d'été ont généralement lieu tous les 4 ans.
Dans cet exercice, on s'intéresse aux coûts d'organisation des dernières éditions des JO d'été.

On rappelle que le coût est l'ensemble des dépenses entraînées par l'organisation des JO.
On précise que :

— le coût prévisionnel désigne les dépenses prévues par les organisateurs avant l'édition des JO ;
— le coût réel désigne les dépenses réelles qui ont été nécessaires pour l'organisation des JO.

Le graphique ci-dessous compare ces deux coûts pour les dernières éditions des JO d'été.

Comparaison entre le coût prévisionnel et le coût réel de chaque édition des JO depuis 1992, en milliard d'euros



La crise sanitaire de la Covid-19 a décalé à 2021 les Jeux Olympiques de Tokyo prévus en 2020.

1. Entre 1992 et 2021, combien d'éditions ont eu un coût réel supérieur ou égal à 10 milliards d'euros ?

2. Calculer le pourcentage d'augmentation entre le coût prévisionnel et le coût réel lors de l'édition des JO de Rio de Janeiro 2016, arrondi à l'unité.

??? d'ici jusqu'à ???FIN des lignes ont pu être insérées/effacées **3.** Montrer que le coût réel moyen entre 1992 et 2021 est 12,2 milliards d'euros, arrondi au dixième de milliard.

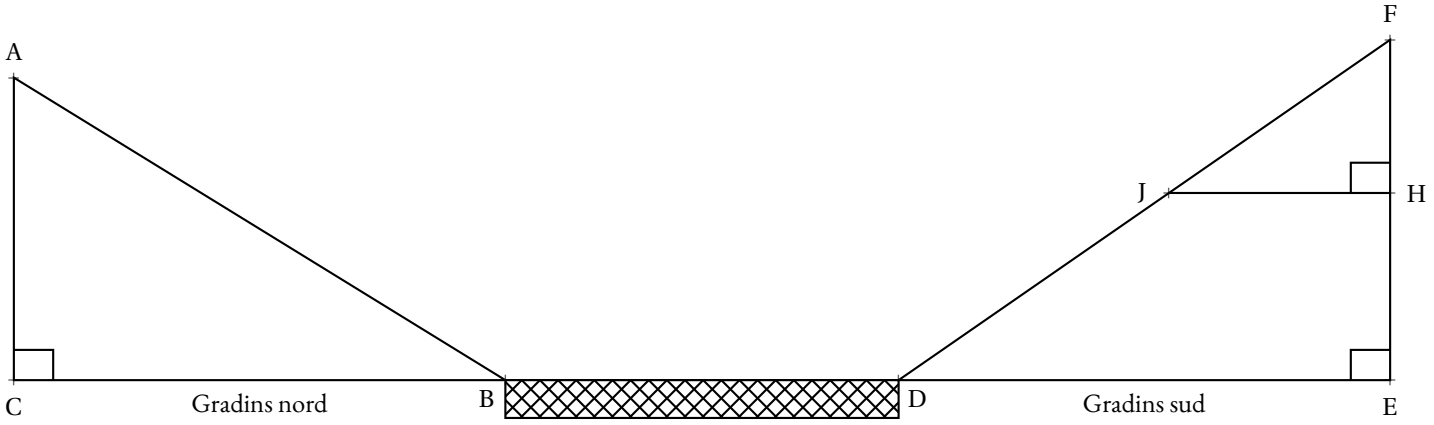
Questions de journalistes

4.a. Un journaliste mentionne que le coût réel moyen des JO sur la période 1992 à 2021 est de 12,2 milliards d'euros.
Il poursuit en affirmant : « Cela signifie que la moitié des éditions entre 1992 et 2021 ont un coût réel supérieur à 12,2 milliards d'euros. »
Que penser de cette affirmation ?

4.b. Le coût prévisionnel moyen entre 1992 et 2024 est de l'ordre de 5,5 milliards d'euros.
Une journaliste cherche à connaître le coût prévisionnel des JO de Paris 2024 pour préparer son intervention télévisée.
Calculer le coût prévisionnel des JO de Paris 2024 qu'elle devrait annoncer.

Exercice n° 3 — Le centre olympique de Saint-Denis *22 points*

La construction du Centre Aquatique Olympique de Saint-Denis a débuté en 2021 pour accueillir les épreuves de natation artistique des jeux Olympiques de Paris 2024.
Alyssa et Jules visitent le Centre Aquatique Olympique et s'installent dans les gradins.
On a schématisé leurs positions par rapport à la piscine olympique sur la figure ci-dessous, qui modélise la situation : Alyssa est installée dans les gradins Nord au point A et Jules est assis dans les gradins Sud au point J.
La figure n'est pas à l'échelle.



On donne : AC = FJ = 15 m ; BC = 27 m ; FH = 7 m ; EF = 18 m.
Les points F, J et D sont alignés.
Les points F, H, et E sont alignés.
Les points C, B, D, E sont alignés.

Jules et Alyssa discutent entre eux pour savoir qui est le mieux placé pour assister à l'événement.

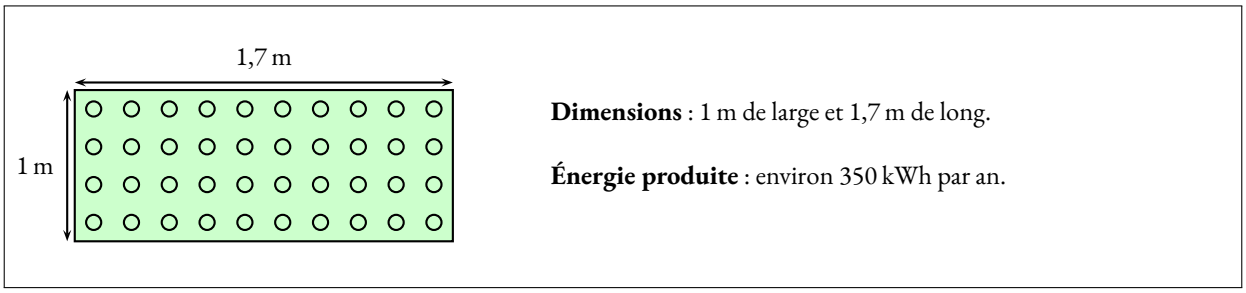
1.a. Calculer la distance entre Alyssa et le bord de la piscine, c'est-à-dire calculer la longueur AB. Arrondir le résultat au mètre près.

1.b. Vérifier que la distance entre Jules et le bord de la piscine, c'est-à-dire la longueur JD, est de 24 m, arrondie au mètre près.

1.c. En déduire lequel des deux amis est le plus proche d'un bord de la piscine.

2. Pour respecter les normes de sécurité, l'angle d'inclinaison $\widehat{ABC}$ des gradins Nord ne doit pas dépasser 35°.
Les gradins Nord respectent-ils cette norme ?

3. Le toit du Centre Aquatique Olympique a une surface de 5000 m^2. On estime que 4678,4 m^2 de ce toit est recouvert de panneaux photovoltaïques.
Voici les caractéristiques d'un panneau photovoltaïque standard fournies par le constructeur :



Montrer que la quantité annuelle d'énergie produite par l'ensemble des panneaux photovoltaïques du toit du Centre Aquatique Olympique est de 963 200 kilowattheures (kWh).

4. La température règlementaire de l'eau contenue dans la piscine lors des jeux Olympiques doit être comprise entre 25° et 28°. Pour respecter cette réglementation, on souhaite que l'eau contenue dans la piscine olympique de Saint-Denis soit à une température de 26°.
On admet que l'eau contenue dans cette piscine occupe un pavé droit dont les dimensions sont :
Longueur : 50 m — Largeur : 25 m — Profondeur : 3 m

On suppose qu'avant la première mise en chauffe de la piscine olympique, l'eau est à 18°.
On estime qu'il faut environ 9,3 kWh pour chauffer 1 m^3 d'eau de 18° jusqu'à 26°.
Quelle quantité d'énergie, en kWh, sera nécessaire pour chauffer toute l'eau de la piscine olympique jusqu'à 26° ?

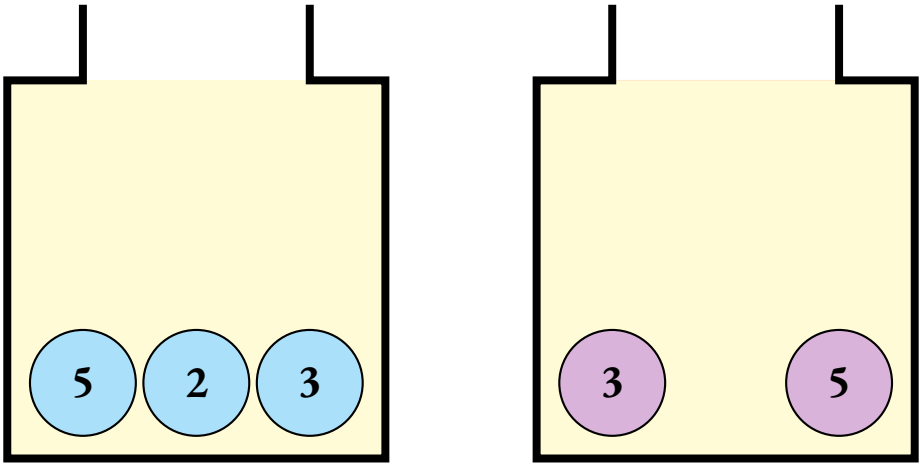
Exercice n° 4 — Une expérience aléatoire à deux épreuves *18 points*

On dispose de deux boîtes contenant des boules numérotées, indiscernables au toucher.

La première boîte contient trois boules numérotées 2, 3 et 5.
La deuxième boîte contient deux boules numérotées 3 et 5.

On tire au hasard une boule dans la première boîte puis une boule dans la deuxième boîte.
On s'intéresse au produit des nombres inscrits sur ces deux boules.

Par exemple, si on tire la boule numérotée 2 dans la première boîte puis la boule numérotée 5 dans la deuxième boîte, on obtient comme résultat : $2 \times 5 = 10$.



1. Compléter sur l'**ANNEXE**, à rendre avec la copie, le tableau à double entrées afin de faire apparaître tous les résultats possibles de cette expérience.

2. Quelle est la probabilité d'obtenir 15 comme résultat ?

3. L'affirmation suivante est-elle vraie ?

Affirmation : « *Il y a 2 chances sur 3 d'obtenir un multiple de 3.* »

On ajoute une troisième boîte contenant deux boules numérotées avec des nombres entiers.
On tire au hasard une boule dans la première boîte, puis une boule dans la deuxième boîte, puis une boule dans la troisième boîte.
On multiplie les nombres inscrits sur ces boules et on s'intéresse au produit de ces trois nombres.
Anissa a obtenu comme résultat 165 et Bilel a obtenu 78.

4. Quels sont les nombres inscrits sur les boules de la troisième boîte ?

Exercice n° 5 — Une fonction affine et une fonction du second degré *23 points*

Dans cet exercice, les deux parties sont indépendantes.

On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = (x+2)^2 - x$ et $g(x) = 7x + 4$.

Partie A

1. Calculer $f(4)$.

2. Déterminer un antécédent de 3 par la fonction g.

Partie B

Trois élèves, Paul, Jane et Morgane, cherchent à résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ par trois méthodes différentes.

1. Paul utilise un tableur.

Il calcule ainsi les images des entiers compris entre -3 et 3 par les fonctions f et g .

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	f(x)	4	2	2	4	8	14	22
3	g(x)	17	-10	-3	4	11	18	25

1.a. Quelle formule a-t-il saisie en cellule **B3** puis étirée vers la droite pour compléter la ligne 3 du tableau ?

1.b. Avec cette méthode, quelle(s) solution(s) trouve-t-il à l'équation $f(x) = g(x)$?

Jane utilise un logiciel de programmation.
Le programme qu'elle a créé permet de tester l'égalité $f(x) = g(x)$ pour une valeur de x choisie par l'utilisateur.
Ce programme se trouve en **ANNEXE**.

Elle décide de tester toutes les valeurs entières entre -5 et 3.

2.a. Compléter sur l'**ANNEXE**, à rendre avec la copie, la ligne 4 du programme de Jane afin d'obtenir l'image par la fonction g du nombre choisi.

2.b. Quelle réponse donne le programme si le nombre choisi est 0 ?

2.c. En déduire une solution de l'équation $f(x) = g(x)$.

Morgane décide de résoudre cette équation par le calcul.

3.a. Démontrer que l'équation $f(x) = g(x)$ peut se ramener à l'équation $x^2 - 4x = 0$.

3.b. Factoriser l'expression $x^2 - 4x$.

3.c. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

4. Dire pour chaque élève s'il a résolu l'équation $f(x) = g(x)$. Expliquer pourquoi.

ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice 4 — Question 1

Second tirage / Premier tirage	3	5
5		
2		$2 \times 5 = 10$
3		

Exercice 5 — Question 2.a

```
1 Quand [flag] est cliqué
2 Demander (Choisir un nombre) et attendre
3 Mettre (Image par f) à ((Réponse) + (2)) * ((Réponse) + (2)) - (Réponse)
4 Mettre (Image par g) à ((.....) * (Réponse)) + (.....))
5 Si ((Image par f) = (Image par g)) alors
6     Dire (Le nombre choisi est une solution de l'équation f(x)=g(x)) pendant (2) secondes
7 sinon
8     Dire (Le nombre choisi n'est pas une solution de l'équation f(x)=g(x)) pendant (2) secondes
```

Brevet — 2024 — Polynésie — Série Générale

Correction

C'est un sujet d'un bon niveau avec des parties assez difficiles. Excellent pour les révisions.

Exercice n° 1 — Cinq questions sans justification

20 points

Théorème de Pythagore — Fonction affine — Homothétie — Ratio — Arithmétique

Un QCM complet qui peut poser des difficultés. Un ratio et une homothétie. La question sur la fonction affine est délicate.

1. Comme AC est le plus long côté du triangle ABC, comparons $BA^2 + BC^2$ et AC^2 :

$BA^2 + BC^2$	AC^2
$20^2 + 21^2$	29^2
$400 + 441$	
441	841

Comme $BA^2 + BC^2 = AC^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle ABC est rectangle en B.

Question n° 1 : ABC est un triangle rectangle en B.

2. En considérant le graphique, on constate que c'est une droite. Il s'agit donc de la représentation graphique d'une fonction affine.
Chacune des propositions est de la forme $ax + b$, tout va bien !

Méthode n° 1 : calcul de certaines images.

On constate aussi que cette droite passe par quelques points dont il est facile de lire les coordonnées : $A(-4;-1)$, $B(-2;0)$, $C(0;1)$, $D(2;1)$.

Il reste à vérifier en calculant les images. En utilisant le graphique, on doit avoir $f((-4) = -1$, $f(-2) = 0$, $f(0) = 1$ et $f(2) = 1$ (voir les points A, B, C et D).
La valeur $f(0)$ est facile à calculer. Elle vaut -2 pour la première fonction, 1 pour la deuxième, -2 pour la troisième et 1 pour la dernière.

Il reste donc, par élimination, $f(x) = 2x + 1$ ou $f(x) = \dfrac{x}{2} + 1$.
En utilisant les points A, C ou D, c'est à dire $f(-4)$, $f(-2)$ ou $f(2)$ on élimine l'une des deux.
Pour la fonction $f(x) = 2x + 1$, il est facile de voir que $f(-4) = -8 + 1 = -7$, que $f(-2) = -3$ ou que $f(2) = 5$.

La fonction cherchée est donc $f(x) = \dfrac{x}{2} + 1$.

Méthode n° 2 : par une méthode directe.

La fonction affine cherchée est de la forme $ax + b$. On sait que b est l'ordonnée à l'origine, c'est à dire l'ordonnée du points de la droite ayant pour abscisse 0.
Cette ordonnée correspond à celle du point C, donc $b = 1$.

Pour déterminer a, le coefficient directeur, on remarque, par exemple en partant du point C qu'il faut avancer de deux unités en abscisse pour monter d'une unité en ordonnée. En effet en partant du point $C(0;1)$, on arrive au point $D(2;1)$ en avancant de deux unités horizontales pour une unité verticale.
Le coefficient directeur est égal au quotient de ces deux écarts. Ces deux grandeurs sont proportionnelles, et le coefficient multiplicateur a permet de passer de l'écart horizontal à l'écart vertical.

$2a = 1$ donc $a = \dfrac{1}{2}$, la fonction est donc $f(x) = \dfrac{1}{2}x + 1 = \dfrac{x}{2} + 1$.

Question n° 2 : $f(x) = \dfrac{x}{2} + 1$

3. Le carré n° 2 est clairement deux fois plus grand que le carré n° 1. Il s'agit donc d'une homothétie. Or le carré n° 1 et le carré n° 2 sont de part et d'autre du point O, il s'agit donc d'une homothétie de rapport négatif.

Question n° 3 : l'homothétie de centre O et de rapport -2.

4. Être dans un ration 10:6:2 signifie que les quantités d'ingrédients sont proportionnelles au nombre 10, 6 et 2.
On peut ainsi dresser un tableau contenant les grandeurs proportionnelles :

	Ananas	Fruit de la passion	Citron	Total
Ratio	10	6	2	10+6+2=18
Quantité		$\frac{6 \times 90\,\text{cL}}{18} = \frac{540\,\text{cL}}{18} = 30\,\text{cL}$		90 cL

Question nº 4 : 30 cL de jus de fruit de la passion.

On pouvait aussi remarquer que ce cocktail est constitué de 10+6+2=18 portions de fruits et que le jus de fruit de la passion en représente un tiers, $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$.

5. Nous sommes à la recherche du plus grand diviseur commun à ces deux nombres.

Première méthode : par élimination.

Il suffit de diviser 408 et 168 par chacune des propositions.

$408 = 48 \times 8 + 24$ et $168 = 48 \times 3 + 24$: il ne peut pas faire 48 sacs.
$408 = 24 \times 17$ et $168 = 24 \times 7$: il peut faire 24 sacs.
$408 = 8 \times 51$ et $168 = 8 \times 21$: il peut faire 8 sacs.
$408 = 6 \times 68$ et $168 = 6 \times 28$: il peut faire 6 sacs.
Le plus grand diviseur proposé est donc 24.

Seconde méthode : méthode directe par décomposition en produit de facteurs premiers.

408	2
204	2
102	2
51	3
17	17
1	

168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

$408 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 17$

$168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$

En comparant les décompositions, on peut construire le plus grand diviseur commun, sa décomposition en produit de facteurs premiers contient les facteurs communs au deux décomposition.
Il s'agit de $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

Question nº 5 : 24 sacs.

Exercice nº 2 — Les jeux olympiques

17 points

Lecture diagramme — Moyenne — Pourcentage — Médiane

Un exercice assez simple qui utilise quelques éléments statistiques.

1. Le éditions qui ont eu un coup réel supérieur ou égal à 10 milliard d'euros sont Athènes 2004, Pékin 2008, Londres 2012, Rio 2016 et Tokyo 2021.

Cinq éditions ont eu un coup supérieur ou égal à 10 milliards d'euros.

2. Pour les JO de Rio de Janeiro, le coût prévisionnel était de 9 milliards et le coût réel de 16,5 milliards.

Méthode nº 1 : un produit en croix.

Coût en milliards d'euros	9	16,5
Pourcentage	100	$\dfrac{100 \times 16,5}{9} \approx 183,33$

C'est une augmentation d'environ $83,33$ %.

Méthode n° 2 : le coefficient d'augmentation.
On cherche le nombre k vérifiant :

$$\begin{aligned} 9 \times k &= 16,5 \\ k &= \frac{16,5}{9} \\ k &\approx 1,8333 \end{aligned}$$

Or $1{,}8333 = 1 + 0{,}8333 = 1 + \dfrac{83,33}{100}$ soit un augmentation d'environ $83,33$ %.

L'augmentation du budget réel par rapport au budget prévision pour les JO de Rio de Janeiro en 2016 est d'environ 83 %.

3. Il faut calculer $\dfrac{9,3+2,3+5,5+10+31+11+16,5+12,1}{8} = \dfrac{97,7}{8} = 12{,}2125$

Le coût réel moyen entre 1992 et 2021 a été d'environ 12,2 milliards d'euros au dixième de milliards près.

4.a. Ce journaliste semble confondre la médiane et la moyenne d'une série statistique.
D'ailleurs, sur les huit éditions, six ont un coût réel inférieur à 12,2 milliards d'euros.

Ce journaliste confond la médiane et la moyenne de cette série statistique.

4.b. La prévision du journaliste consiste à dire que la moyenne sur les neufs éditions entre 1992 et 2024 du coût prévisionnel est de 5,5 milliards d'euros.
Pour faire ce calcul il faut faire la somme des neuf coûts prévionnels puis diviser par 9.

Ajoutons les huit coûts prévisionnels connus : $3,5+1,8+3+5,3+2,6+4,8+9+13 = 43$.
En ajoutant le coût prévisuonnel pour Paris puis en divisant par neuf on veut obtenir 5,5 milliards d'euros. Cela signifie que la somme des neuf coût prévisionnels vaut $9 \times 5,5 = 49,5$.
Le coût prévisionnel pour Paris correspond donc au nombre à ajouter à 43 pour obtenir $49,5$ soit $49,5 - 43 = 6,5$.

Le coût prévisionnel pour Paris est de 6,5 milliards d'euros.

On peut vérifier en calculant : $\dfrac{3,5+1,8+3+5,3+2,6+4,8+9+13+6,5}{9} = \dfrac{49,5}{9} = 5,5$.

Exercice n° 3 — Le centre olympique de Saint-Denis *22 points*

Théorème de Pythagore — Théorème de Thalès — Trigonométrie — Grandeurs composées — Volume du pavé droit

Un exercice de géométrie très complet qui termine sur des questions qui concernent une grandeur composée.

1.a. Dans le triangle ABC rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned} CA^2 + CB^2 &= AB^2 \\ 15^2 + 27^2 &= AC^2 \\ 225 + 729 &= AC^2 \\ AC^2 &= 954 \\ AC &= \sqrt{954} \\ AC &\approx 31 \end{aligned}$$

La distance entre Alyssa et le bord de la piscine mesure environ 31 m.

1.b. On constate en observant la figure que (JH)ă ⊥ (FE) et que (DE) ⊥ (FE).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**
Ainsi (JH)//(DE)

Dans le triangle DFE, **Les droites (JH) et (DE) sont parallèles.**
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{FH}{FE} = \frac{FJ}{FD} = \frac{HJ}{ED}$$

$$\frac{7\,m}{18\,m} = \frac{15\,m}{FD} = \frac{JH}{DE}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$FD = \dfrac{15\,m \times 18\,m}{7\,cm}$ d'où $FD = \dfrac{270\,m^2}{7\,m}$ et $FD \approx 39\,m$

Finalement $JD = FD - FJ = 39\,m - 15\,m = 24\,m$

On a bien $JD \approx 24\,m$ au mètre près.

1.c. Alyssa est environ à 31 m du bord de la piscine et Jules a environ 24 m, donc Jules est le plus près.

2. Dans le triangle ABC rectangle en C on connaît la mesure des trois côtés. On peut donc calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ d'une des trois manières suivantes :

AB est l'hypoténuse.
BC est le côté adjacent à $\widehat{ABC}$.

$\cos\widehat{ABC} = \dfrac{27\,m}{31\,m}$

À la calculatrice :
Seconde cos (27 ÷31)

AB est l'hypoténuse.
AC est le côté opposé à $\widehat{ABC}$.

$\sin\widehat{ABC} = \dfrac{15\,m}{31\,m}$

À la calculatrice :
Seconde sin (27 ÷31)

BC est le côté adjacent à $\widehat{ABC}$.
AC est le côté opposé à $\widehat{ABC}$.

$\tan\widehat{ABC} = \dfrac{15\,m}{27\,m}$

À la calculatrice :
Seconde tan (27 ÷31)

Dans tous les cas, on arrive à $\widehat{ABC} \approx 29°$ au degré près, ce qui est conforme à la norme car inférieur à 35°.

Je conseille d'utiliser la tangente qui ne met en jeu que des longueurs fournies dans l'énoncé !

4. Même si l'énoncé ne l'indique pas de manière explicite, le document suggère que l'énergie produite est proportionnelle à la surface de panneaux photovoltaïques.

Le panneau proposé mesure 1 m de large sur 1,7 m de long. Sa surface est donc de $1\,m \times 1{,}7\,m = 1{,}7\,m^2$.

On peut présenter cette situation dans un tableau présentant des grandeurs proportionnelles :

Surface	$1{,}7\,m^2$	$4678{,}4\,m^2$
Énergie	350 kWh	$\dfrac{350\,kWh \times 4678{,}4\,m^2}{1{,}7\,m^2} \approx 963\,200\,kWh$

L'énergie produite sur ce toit est donc bien de 963 200 kWh.

5. Il faut calculer le volume de cette piscine. Elle est en forme de pavé droite de longueur 50 m, de largeur 25 m et de profondeur 3 m.

Son volume mesure $50\,m \times 25\,m \times 3\,m = 3750\,m^3$.

Il faut 9,3 kWh pour chauffer $1\,m^3$ d'eau.

Comme $3750 \times 9{,}3\,kWh = 34\,875\,kWh$, il faut 34 875 kWh pour chauffer l'eau de cette piscine.

Exercice n° 4 — Une expérience aléatoire à deux épreuves

18 points

Expérience aléatoire à deux épreuves — Arithmétique

Un exercice assez classique qui met en œuvre une expérience aléatoir à deux épreuves. La dernière question est intéressante.

1.

Premier tirage \ Second tirage	3	5
5	$5 \times 3 = 15$	$5 \times 5 = 25$
2	$2 \times 3 = 6$	$2 \times 5 = 10$
3	$3 \times 3 = 9$	$3 \times 5 = 15$

2. Comme on le voit dans le tableau à double entrée, il y a 6 issues équiprobables possibles à cette expérience aléatoire à deux épreuves.
Or deux issues permettent d'obtenir 15.

La probabilité cherchée est de $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0,33$ soit environ 33 %.

3. Les issues suivantes sont des multiples de trois : $15 = 3 \times 5$, $6 = 3 \times 2$, $3 = 3 \times 3$ et $15 = 3 \times 5$.
Cela fait 4 issues sur 6 possibles.

La probabilité cherchée est donc $\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0,67$ soit environ 67 %.

L'affirmation est donc vraie.

4. Décomposons les nombres 168 et 78 en produits de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 78 & 2 \\ 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$168 = 3 \times 5 \times 11$ $\qquad$ $78 = 2 \times 3 \times 13$

Les facteurs 11 et 13 indiquent les numéros inscrits sur les boules de la troisième urne.

Exercice n° 5 — Une fonction affine et une fonction du second degré

23 points

Algorithmique — Tableur — Équation du premier degré — Équation produit

Un exercice particulièrement difficile qui insiste sur le sens de la résolution d'une équation. Les aspects techniques sont complexes sur la fin.

Partie A

1. $f(-4) = (-4+2)^2 - (-4) = (-2)^2 + 4 = 4 + 4 = 8$

2. Il faut résoudre l'équation suivante :

$$
\begin{aligned}
g(x) &= 3 \\
7x+4 &= 3 \\
7x+4-4 &= 3-4 \\
7x &= -1 \\
x &= -\frac{1}{7}
\end{aligned}
$$

$-\frac{1}{7}$ est l'antécédent de 3 par la fonction g.

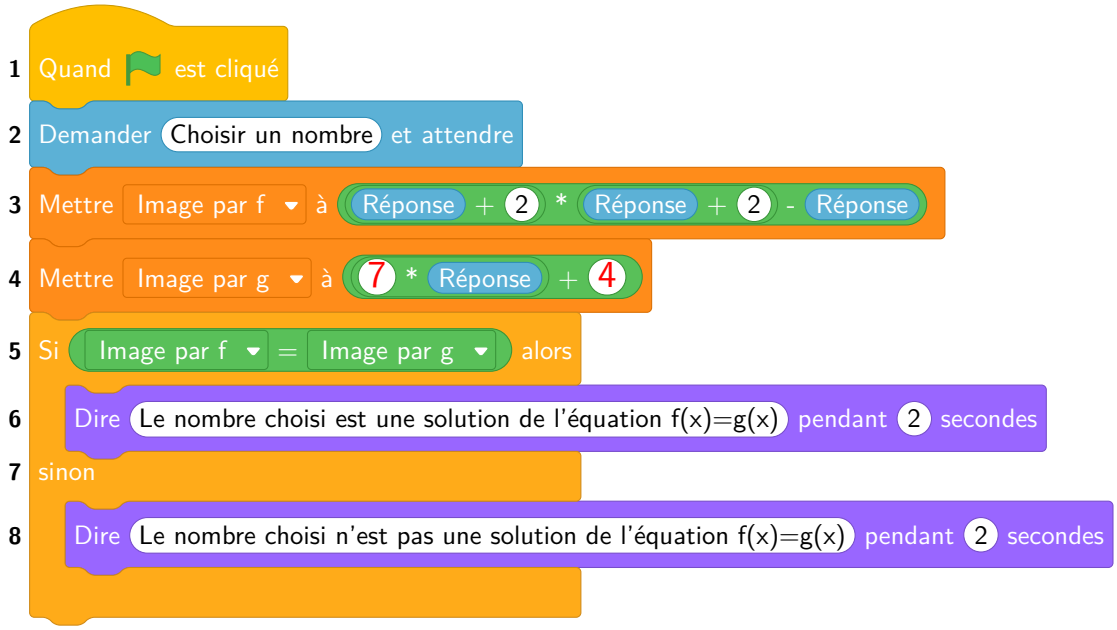
Partie B

1.a. Dans la cellule **B3** a été saisie la formule **=7*B1+4**

1.b. On constate que dans la colonne **E** les cellules **E2** et **E3** contiennent le même nombre 4.

Paul trouve une solution avec sa méthode, pour le nombre 0, f et g ont la même image 4.

2.a.



2.b. En choisissant 0 comme nombre de départ, on obtient $f(0) = 4$ et $g(0) = 4$ comme on l'a vu à la question **1.b.**

Le programme va répondre : **Le nombre choisi est une solution de l'équation f(x)=g(x).**

2.c. Une solution de l'équation $f(x) = g(x)$ est 0.

3.a. Résolvons l'équation :

$$
\begin{aligned}
f(x) &= g(x) \\
(x+2)^2 - x &= 7x+4 \\
(x+2)(x+2) - x &= 7x+4 \\
x^2+2x+2x+4-x &= 7x+4 \\
x^2+3x+4 &= 7x+4 \\
x^2+3x+4-4 &= 7x+4-4 \\
x^2+3x &= 7x \\
x^2+3x-7x &= 7x-7x \\
x^2-4x &= 0
\end{aligned}
$$

Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont strictement les mêmes que celles de l'équation $x^2 - 4x = 0$.

Je trouve cette question particulièrement difficile !

3.b. Factorisons :
$x^2 - 4x = x \times x - 4 \times x = x \times (x - 4)$

La forme factorisée de $x^2 - 4x$ est $x(x - 4)$.

3.c. Il reste ainsi à résoudre :

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ x^2 - 4x &= 0 \\ x(x-4) &= 0 \end{aligned}$$

$$x(x-4) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$x = 0$$

$$\begin{aligned} x - 4 &= 0 \\ x - 4 + 4 &= 0 + 4 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions à cette équation : 0 et 4.

4. Résoudre une équation revient à déterminer **toutes** les valeurs de x telles que l'égalité soit vérifiée.

Jane et Paul n'ont trouvé qu'une solution, 0. Morgane est la seule à avoir résolu l'équation en trouvant les deux seules solutions 0 et 4.

Diplôme national du brevet
Session 2024

Mathématiques

Série Générale

France

1er juillet 2024

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — *00 points*

Bientôt

Bientôt

Bientôt

Bientôt

Bientôt

ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice n° 1 — *00 points*

Bientôt

Exercice n° 2 — *00 points*

Bientôt

Exercice n° 3 — *00 points*

Bientôt

Exercice n° 4 — *00 points*

Bientôt

Exercice n° 5 — *00 points*

Un exercice particulièrement difficile qui insiste sur le sens de la résolution d'une équation. Les aspects techniques sont complexes sur la fin.

Bientôt

Diplôme national du brevet
Session 2024

Mathématiques

Série Professionnelle

France

1er juillet 2024

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — *00 points*

Bientôt

Bientôt

Bientôt

Bientôt

Bientôt

ANNEXES à rendre avec sa copie

Exercice n° 1 — *00 points*

Bientôt

Exercice n° 2 — *00 points*

Bientôt

Exercice n° 3 — *00 points*

Bientôt

Exercice n° 4 — *00 points*

Bientôt

Exercice n° 5 — *00 points*

Un exercice particulièrement difficile qui insiste sur le sens de la résolution d'une équation. Les aspects techniques sont complexes sur la fin.

Bientôt

Bilan

46 sujets corrigés

255 exercices

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr

- **Dernière modification :** 30 juin 2024 à 22:11

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTex 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprennant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code defini un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **Brevets.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 30 juin 2024 à 22:11.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : `https://pi.ac3j.fr/brevet`.

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr

- **Dernière modification :** 30 juin 2024 à 22:11

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTex 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprennant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code defini un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **Brevets.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 30 juin 2024 à 22:11.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : `https://pi.ac3j.fr/brevet`.