

EXERCICE N° 18 : Comprendre un programme de calcul



Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre;
- Ajouter 2;
- Multiplier ce résultat par lui même;
- Enlever le quadruple du nombre de départ;
- Ajouter -9.

1. Tester ce programme de calcul avec les nombres 5, -1 et -8.
2. Montrer que l'expression de ce programme en fonction du nombre de départ x peut s'écrire :

$$P(x) = x^2 - 5$$

3. Quel(s) nombre(s) de départ faut-il choisir pour obtenir 44 à la fin?
4. Quel(s) nombre(s) de départ faut-il choisir pour obtenir 0 à la fin?
5. Quel(s) nombre(s) de départ faut-il choisir pour obtenir -9 à la fin?



EXERCICE N° 18 : Calcul littéral— Substitution

Comprendre un programme de calcul

1.

Avec le nombre 5 on obtient successivement :

- 5;
- $5 + 2 = 7$;
- $7 \times 7 = 49$;
- $49 - 4 \times 5 = 49 - 20 = 29$;
- $29 + (-9) = 20$

On obtient 20

Avec le nombre -1 on obtient successivement :

- -1;
- $-1 + 2 = 1$;
- $1 \times 1 = 1$;
- $1 - 4 \times (-1) = 1 + 4 = 5$;
- $5 + (-9) = -4$

On obtient -4

Avec le nombre -8 on obtient successivement :

- -8;
- $-8 + 2 = 6$;
- $6 \times 6 = 36$;
- $36 - 4 \times (-8) = 36 + 32 = 68$;
- $68 + (-9) = 59$

On obtient 59

2. Notons x le nombre de départ.

On a donc successivement : x , $x + 2$ puis $(x + 2) \times (x + 2)$.

Or $(x + 2)(x + 2) = x^2 + 2x + 2x + 4 = x^2 + 4x + 4$.

Ensuite on effectue $x^2 + 4x + 4 - 4x = x^2 + 4$ et enfin $x^2 + 4 + (-9) = x^2 - 5$.

En fonction de x le nombre de départ le programme donne $P(x) = x^2 - 5$.

3. Il faut résoudre :

$$\begin{aligned}
 x^2 - 5 &= 44 \\
 x^2 - 5 + 5 &= 44 + 5 \\
 x^2 &= 49 \\
 x^2 - 49 &= 0 \\
 x^2 - 7^2 &= 0 \\
 (x + 7)(x - 7) &= 0
 \end{aligned}$$

$$(x + 7)(x - 7) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned}
 x + 7 &= 0 \\
 x + 7 - 7 &= 0 - 7 \\
 x - 7 &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x - 7 &= 0 \\
 x - 7 + 7 &= 0 + 7 \\
 x &= 7
 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : 7 et -7

On peut aussi utiliser directement le résultat du cours sur les solutions de l'équation $x^2 = a$ comme dans le cas ci-dessous.

On sait ainsi que l'équation $x^2 = a$:

- si $a > 0$, il y a deux solutions \sqrt{a} et $-\sqrt{a}$;
- si $a = 0$, il y a une solution 0;
- si $a < 0$, il n'y a pas de solution.

4. Il faut résoudre :

$$\begin{aligned}
 x^2 - 5 &= 0 \\
 x^2 - 5 + 5 &= 0 + 5 \\
 x^2 &= 5
 \end{aligned}$$

Il y a deux solutions $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$: Deux solutions : $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$.

5. Il faut résoudre :

$$\begin{aligned}
 x^2 - 5 &= -9 \\
 x^2 - 5 + 5 &= -9 + 5 \\
 x^2 &= -4
 \end{aligned}$$

On sait qu'un carré est toujours positif : Il n'y a donc pas de solution.