

EXERCICE N° 28 : Résoudre une équation carré



Résoudre chacune des équations suivantes :

$$x^2 = 121$$

$$(4x + 3)^2 = 81$$

$$(3x - 1)^2 - (5x - 1)^2 = 0$$

$$3x^2 = 7$$

$$(7x - 1)^2 + 25 = 0$$

$$(6x - 3)^2 = (3 - 2x)^2$$



EXERCICE N° 28 : Calcul littéral— Équations

CORRECTION

Résoudre une équation carré

Résoudre chacune des équations suivantes :

*Le principe consiste à se ramener à une équation produit en utilisant l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.
Seule la première équation est un attendu pour le brevet. Les autres vont au delà des exigences du collège.*

$$x^2 = 121$$

$$x^2 - 121 = 121 - 121$$

$$x^2 - 121 = 0$$

$$x^2 - 11^2 = 0$$

$$(x + 11)(x - 11) = 0$$

$$(x + 11)(x - 11) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$x + 11 = 0$$

$$x + 11 - 11 = 0 - 11$$

$$x = -11$$

$$x - 11 = 0$$

$$x - 11 + 11 = 0 + 11$$

$$x = 11$$

Il y a donc deux solutions : -11 et 11

On peut aussi utiliser la leçon qui nous dit que l'équation $x^2 = a$ possède deux solutions quand $a > 0$. Ces deux solutions sont \sqrt{a} et $-\sqrt{a}$.

Dans notre cas ce sont $\sqrt{121} = 11$ et $-\sqrt{121} = -11$.

Ici il faut se souvenir que $(\sqrt{3})^2 = 3$ ou que $(\sqrt{7})^2 = 7$.

$$\begin{aligned}
3x^2 &= 7 \\
3x^2 - 7 &= 7 - 7 \\
3x^2 - 7 &= 0 \\
(\sqrt{3}x)^2 - (\sqrt{7})^2 &= 0 \\
(\sqrt{3}x + \sqrt{7})(\sqrt{3}x - \sqrt{7}) &= 0
\end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned}
\sqrt{3}x + \sqrt{7} &= 0 \\
\sqrt{3}x + \sqrt{7} - \sqrt{7} &= 0 - \sqrt{7} \\
\sqrt{3}x &= -\sqrt{7} \\
x &= -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sqrt{3}x - \sqrt{7} &= 0 \\
\sqrt{3}x - \sqrt{7} + \sqrt{7} &= 0 + \sqrt{7} \\
\sqrt{3}x &= \sqrt{7} \\
x &= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}
\end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ et $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$

Cet exercice est clairement du niveau seconde...

$$\begin{aligned}
(4x+3)^2 &= 81 \\
(4x+3)^2 - 81 &= 81 - 81 \\
(4x+3)^2 - 81 &= 0 \\
(4x+3)^2 - 9^2 &= 0 \\
[(4x+3)+3][(4x+3)-3] &= 0 \\
(4x+3+3)(4x+3-3) &= 0 \\
(4x+6)(4x) &= 0
\end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned}
4x + 6 &= 0 \\
4x + 6 - 6 &= 0 - 6 \\
4x &= -6 \\
x &= -\frac{6}{4} \\
x &= -1,5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
4x &= 0 \\
x &= \frac{0}{4} \\
x &= 0
\end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $-1,5$ et 0

$$\begin{aligned}
(7x-1)^2 &= 25 \\
(7x-1)^2 - 25 &= 25 - 25 \\
(7x-1)^2 - 25 &= 0 \\
(7x-1)^2 - 5^2 &= 0 \\
[(7x-1)+5] [(7x-1)-5] &= 0 \\
(7x-1+5)(7x-1-5) &= 0 \\
(7x+4)(7x-6) &= 0
\end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned}
7x+4 &= 0 \\
7x+4-4 &= 0-4 \\
7x &= -4 \\
x &= -\frac{4}{7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
7x-6 &= 0 \\
7x-6+6 &= 0+6 \\
7x &= 6 \\
x &= \frac{6}{7}
\end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $\frac{4}{7}$ et $\frac{6}{7}$

$$(3x-1)^2 - (5x-1)^2 = 0$$

$$\begin{aligned}
(3x-1)^2 - (5x-1)^2 &= 0 \\
[(3x-1) + (5x-1)] [(3x-1) - (5x-1)] &= 0 \\
(3x-1+5x-1)(3x-1-5x+1) &= 0 \\
(8x-2)(-2x) &= 0
\end{aligned}$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned}
8x-2 &= 0 \\
8x-2+2 &= 0+2 \\
8x &= 2 \\
x &= \frac{2}{8} \\
x &= \frac{1}{4} \\
x &= 0,25
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-2x &= 0 \\
x &= \frac{0}{-2} \\
x &= 0
\end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : 0,25 et 0

$$\begin{aligned}
(6x-3)^2 &= (3-2x)^2 \\
(6x-3)^2 - (3-2x)^2 &= (3-2x)^2 - (3-2x)^2 \\
(6x-3)^2 - (3-2x)^2 &= 0 \\
[(6x-3) + (3-2x)][(6x-3) - (3-2x)] &= 0 \\
(6x-3+3-2x)(6x-3-3+2x) &= 0 \\
(4x)(8x-6) &= 0
\end{aligned}$$

$$4x(8x-6) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned}
4x &= 0 \\
x &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
8x - 6 &= 0 \\
8x - 6 + 6 &= 0 + 6 \\
8x &= 6 \\
x &= \frac{6}{8} \\
x &= \frac{3}{4} \\
x &= 0,75
\end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : 0 et 0,75