

EXERCICE N° 37 : Déterminer l'expression d'une fonction affine

1. Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine f telle que $f(0) = -7$ et $f(5) = 13$.
2. Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine g telle que $g(0) = 3$ et $g(-4) = -2$.
3. Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine h telle que $h(-3) = 20$ et $h(5) = -12$.
4. Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine k telle que $k(-2) = 5$ et $k(7) = -5$.

**EXERCICE N° 37 : Fonctions— Les fonctions affines**

CORRECTION

Déterminer l'expression d'une fonction affine

1. Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine f telle que $f(0) = -7$ et $f(5) = 13$.

f est de la forme $f(x) = ax + b$. Il faut déterminer les nombres a et b .

Comme $f(0) = -7$ et $f(0) = a \times 0 + b = b$ on en déduit que $b = -7$.

Ainsi $f(x) = ax - 7$. Or $f(5) = 13$ et $f(5) = 5a - 7$.

Il faut donc résoudre l'équation :

$$5a - 7 = 13$$

$$5a - 7 + 7 = 13 + 7$$

$$5a = 20$$

$$a = \frac{20}{5}$$

$$a = 4$$

Ainsi La fonction f a pour expression algébrique $f(x) = 4x - 7$.

Vérifions : $f(0) = -7$ et $f(5) = 4 \times 5 - 7 = 20 - 7 = 13$.

2. Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine g telle que $g(0) = 3$ et $g(-4) = -2$.

g est de la forme $g(x) = ax + b$. Il faut déterminer les nombres a et b .

Comme $g(0) = 3$ et $g(0) = a \times 0 + b = b$ on en déduit que $b = 3$.

Ainsi $g(x) = ax + 3$. Or $g(-4) = -2$ et $g(-4) = -4a + 3$.

Il faut donc résoudre l'équation :

$$-4a + 3 = -2$$

$$-4a + 3 - 3 = -2 - 3$$

$$-4a = -5$$

$$a = \frac{-5}{-4}$$

$$a = 1,25$$

Ainsi La fonction g a pour expression algébrique $g(x) = 1,25x + 3$.

Vérifions : $g(0) = 3$ et $g(-4) = 1,25 \times (-4) + 3 = -5 + 3 = -2$.

3. Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine h telle que $h(-3) = 20$ et $h(5) = -12$.

Cet exercice est plus difficile et plus éloigné des exigences du cycle 4.

h est de la forme $h(x) = ax + b$. Il faut déterminer les nombres a et b .

$h(-3) = 20$ et $h(-3) = -3a + b$ ainsi $-3a + b = 20$. En ajoutant $3a$ dans chaque membre on en déduit que $b = 20 + 3a$.

$h(5) = -12$ et $h(5) = 5a + b$ ainsi $5a + b = -12$. En ajoutant $-5a$ dans chaque membre on en déduit que $b = -12 - 5a$.

On arrive ainsi à l'équation :

$$\begin{aligned}20 + 3a &= -12 - 5a \\20 + 3a - 20 &= -12 - 5a - 20 \\3a &= -32 - 5a \\3a + 5a &= -32 - 5a + 5a \\8a &= -32 \\a &= \frac{-32}{8} \\a &= -4\end{aligned}$$

Ainsi $h(x) = -4x + b$. Comme $b = 20 + 3a$ on en déduit que $b = 20 + 3 \times (-4) = 20 - 12 = 8$.

Finalement La fonction h a pour expression algébrique $h(x) = -4x + 8$.

Vérifions : $h(-3) = -4 \times (-3) + 8 = 12 + 8 = 20$ et $h(5) = -4 \times 5 + 8 = -20 + 8 = -12$.

4. Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine k telle que $k(-2) = 5$ et $k(7) = -5$.

Cet exercice est plus difficile et plus éloigné des exigences du cycle 4.

k est de la forme $k(x) = ax + b$. Il faut déterminer les nombres a et b .

$k(-2) = 5$ et $k(-2) = -2a + b$ ainsi $-2a + b = 5$. En ajoutant $2a$ dans chaque membre on en déduit que $b = 5 + 2a$.

$k(7) = -5$ et $k(7) = 7a + b$ ainsi $7a + b = -5$. En ajoutant $-7a$ dans chaque membre on en déduit que $b = -5 - 7a$.

On arrive ainsi à l'équation :

$$\begin{aligned}5 + 2a &= -5 - 7a \\5 + 2a - 5 &= -5 - 7a - 5 \\2a &= -10 - 7a \\2a + 7a &= -10 - 7a + 7a \\9a &= -10 \\a &= \frac{-10}{9}\end{aligned}$$

Ainsi $k(x) = -\frac{10}{9}x + b$. Comme $b = 5 + 2a$ on en déduit que $b = 5 + 2 \times \frac{-10}{9} = 5 - \frac{20}{9} = \frac{45}{9} - \frac{20}{9} = \frac{25}{9}$.

Finalemnt La fonction k a pour expression algébrique $k(x) = -\frac{10}{9}x + \frac{25}{9}$.

$$\text{Vérifions : } k(-2) = -2 \times \frac{-10}{9} + \frac{25}{9} = \frac{20}{9} + \frac{25}{9} = \frac{45}{9} = 5$$

$$k(7) = 7 \times \frac{-10}{9} + \frac{25}{9} = \frac{-70}{9} + \frac{25}{9} = \frac{-45}{9} = -5.$$