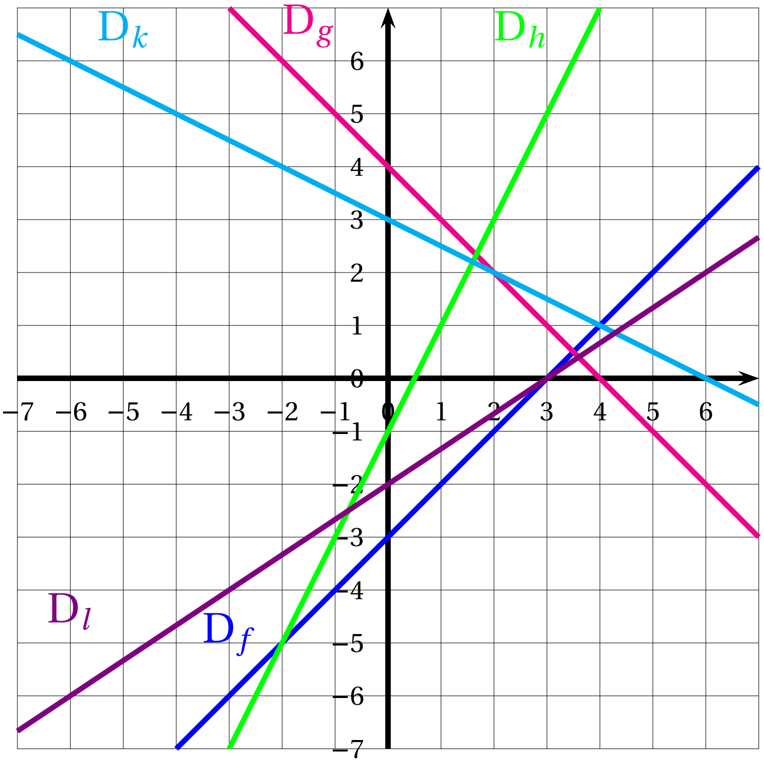
EXERCICE N° 39 : Analyser la représentation graphique d'une fonction affine



On a représenté graphiquement ci-dessus cinq fonctions affines.

1. Déterminer l'expression algébrique de chacune de ces fonctions affine.

2. Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection de la droite D_f et de la droite D_k.

EXERCICE N° 39 : Fonctions— Les fonctions affines CORRECTION

Analyser la représentation graphique d'une fonction affine

On sait que l'expression algébrique d'une fonction affine est de la forme $ax + b$. Il faut donc déterminer le nombre a et le nombre b.

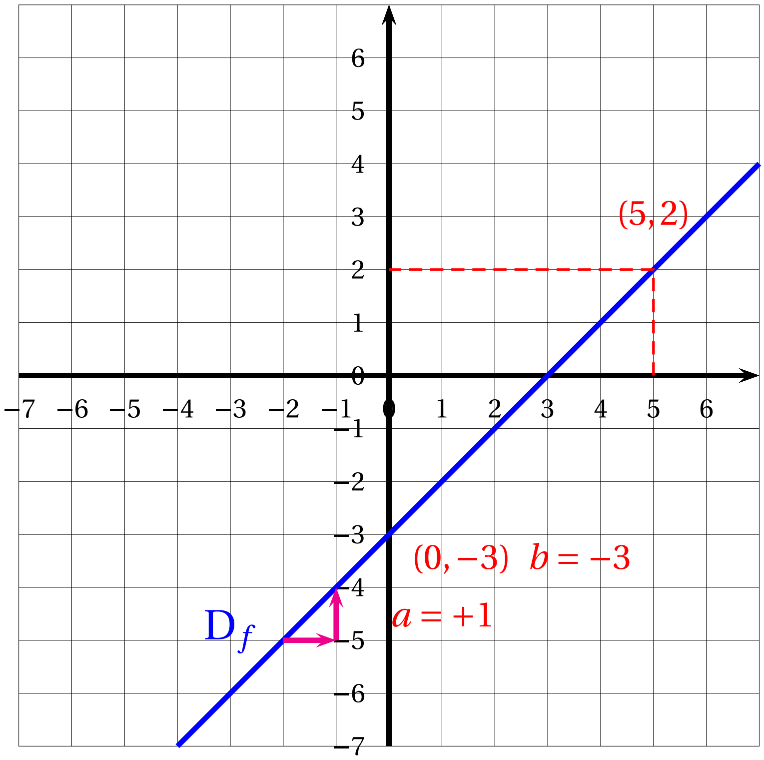
Le nombre a est le coefficient directeur de la droite (cette notion n'est pas exigible en troisième). Il correspond visuellement au déplacement vertical produit par une déplacement horizontal d'une unité positive.

Le nombre b est l'ordonnée à l'origine (vocabulaire non exigible en troisième). Il correspond à l'ordonnée du point d'abscisse zéro sur la droite.

Ce genre d'exercice n'est pas un attendu du cycle 4 et du brevet des collèges. Il me semble cependant utile pour une compréhension plus complète des fonctions affines et est indispensable pour nos futurs élèves de seconde générale.

1. La fonction f

Cette fonction affine a pour expression algébrique $f(x) = ax + b$. On cherche les nombres a et b.



On lit graphiquement que $f(0) = -3$ donc comme $f(0) = a \times 0 + b = b$ on en déduit que $b = -3$.

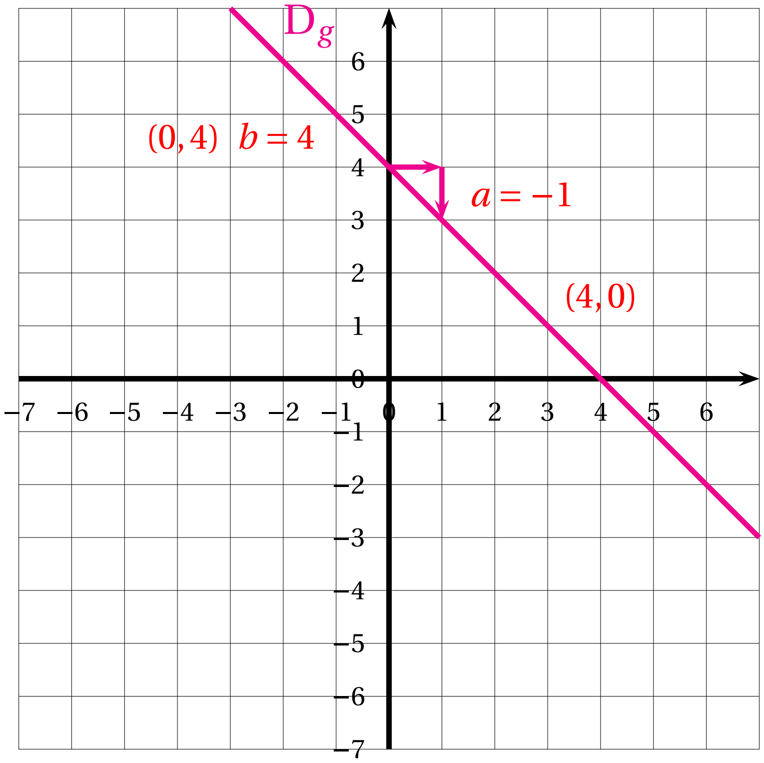
On lit aussi que $f(5) = 2$ (c'est un exemple possible) donc $f(5) = a \times 5 + b = a \times 5 - 3 = 5a - 3$.
Reste à résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 5a - 3 &= 2 \\ 5a - 3 + 3 &= 2 + 3 \\ 5a &= 5 \\ a &= \frac{5}{5} \\ a &= 1 \end{aligned}$$

Ainsi $\boxed{\text{La fonction représentée par } \mathrm{D}_f \text{ s'écrit algébriquement } f(x) = x - 3}$

On pouvait lire graphiquement cette expression.
Le point d'abscisse 0 *a bien pour ordonnée* -3.
En se plaçant sur la droite, par exemple au point de coordonnée $(-2, -5)$, *on constate qu'un déplacement horizontal d'une unité positive produit un déplacement d'une unité positive verticale. Le coefficient directeur a est donc égal à* 1.

1. La fonction g
Cette fonction affine a pour expression algébrique $g(x) = ax + b$. On cherche les nombres a et b.



On lit graphiquement que $g(0) = 4$ donc comme $g(0) = a \times 0 + b = b$ on en déduit que $b = 4$.

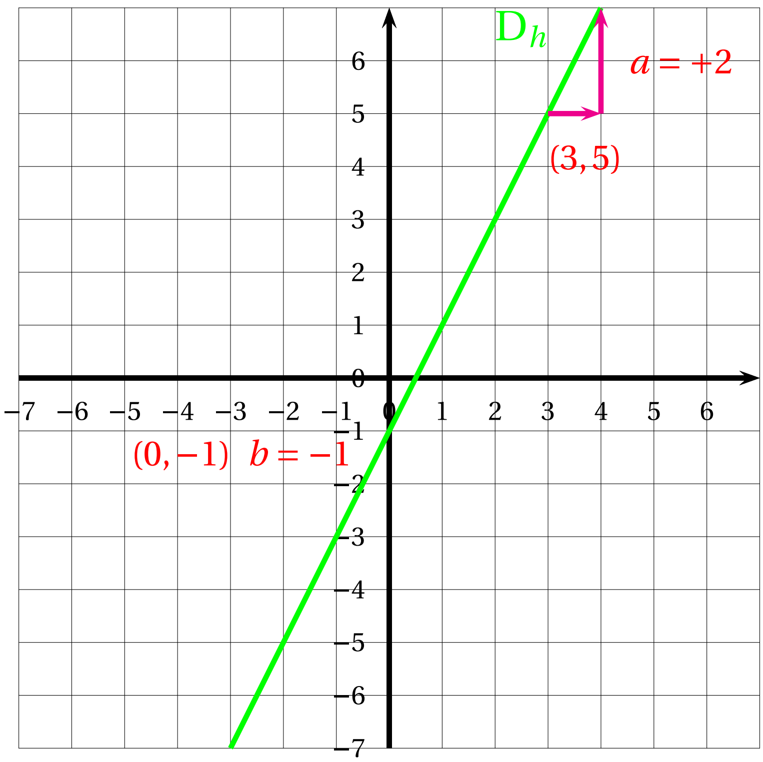
On lit aussi que $g(4) = 0$ (c'est un exemple possible) donc $g(4) = a \times 4 + b = a \times 4 + 4 = 4a + 4$.
Reste à résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 4a + 4 &= 0 \\ 4a + 4 - 4 &= 0 - 4 \\ 4a &= -4 \\ a &= \frac{-4}{4} \\ a &= -1 \end{aligned}$$

Ainsi $\boxed{\text{La fonction représentée par } \mathrm{D}_g \text{ s'écrit algébriquement } g(x) = -x + 4}$

On pouvait lire graphiquement cette expression.
Le point d'abscisse 0 *a bien pour ordonnée* 4.
En se plaçant sur la droite, par exemple au point de coordonnée $(0, 4)$, *on constate qu'un déplacement horizontal d'une unité positive produit un déplacement d'une unité négative verticale. Le coefficient directeur a est donc égal à* -1.

1. La fonction h
Cette fonction affine a pour expression algébrique $h(x) = ax + b$. On cherche les nombres a et b.



On lit graphiquement que $h(0) = -1$ donc comme $h(0) = a \times 0 + b = b$ on en déduit que $b = -1$.

On lit aussi que $h(3) = 5$ (c'est un exemple possible) donc $h(3) = a \times 3 + b = a \times 3 - 1 = 3a - 1$.
Reste à résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 3a - 1 &= 5 \\ 3a - 1 + 1 &= 5 + 1 \\ 3a &= 6 \\ a &= \frac{6}{3} \\ a &= 2 \end{aligned}$$

Ainsi $\boxed{\text{La fonction représentée par } D_h \text{ s'écrit algébriquement } h(x) = 2x - 1}$

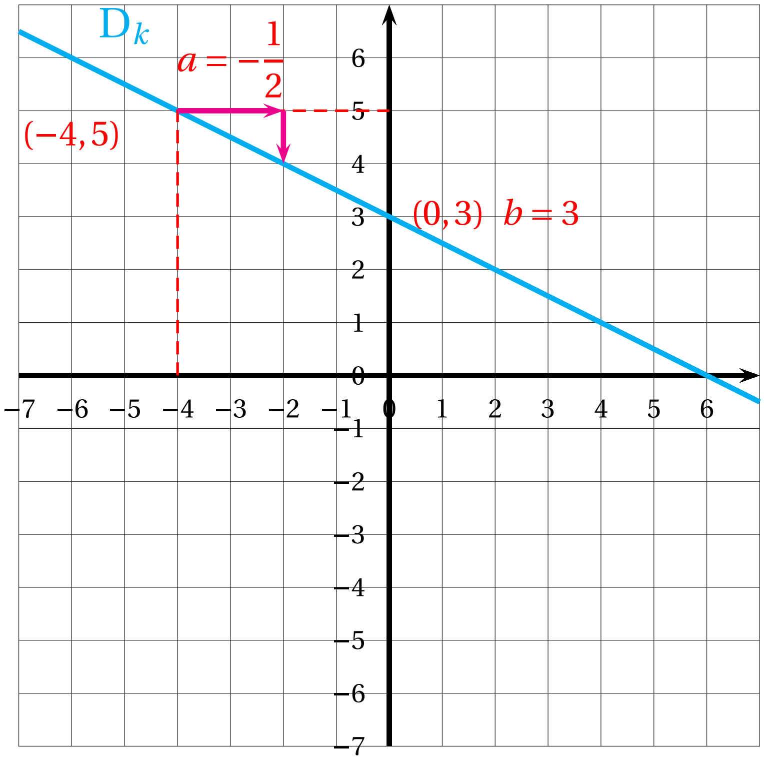
On pouvait lire graphiquement cette expression.

Le point d'abscisse 0 a bien pour ordonnée -1.

En se plaçant sur la droite, par exemple au point de coordonnée $(3, 5)$, on constate qu'un déplacement horizontal d'une unité positive produit un déplacement de deux unités positives verticales. Le coefficient directeur a est donc égal à 2.

1. La fonction k

Cette fonction affine a pour expression algébrique $k(x) = ax + b$. On cherche les nombres a et b.



On lit graphiquement que $k(0) = 3$ donc comme $k(0) = a \times 0 + b = b$ on en déduit que $b = 3$.

On lit aussi que $k(-4) = 5$ (c'est un exemple possible) donc $k(-4) = a \times (-4) + b = a \times (-4) + 3 = -4a + 3$.
Reste à résoudre l'équation :

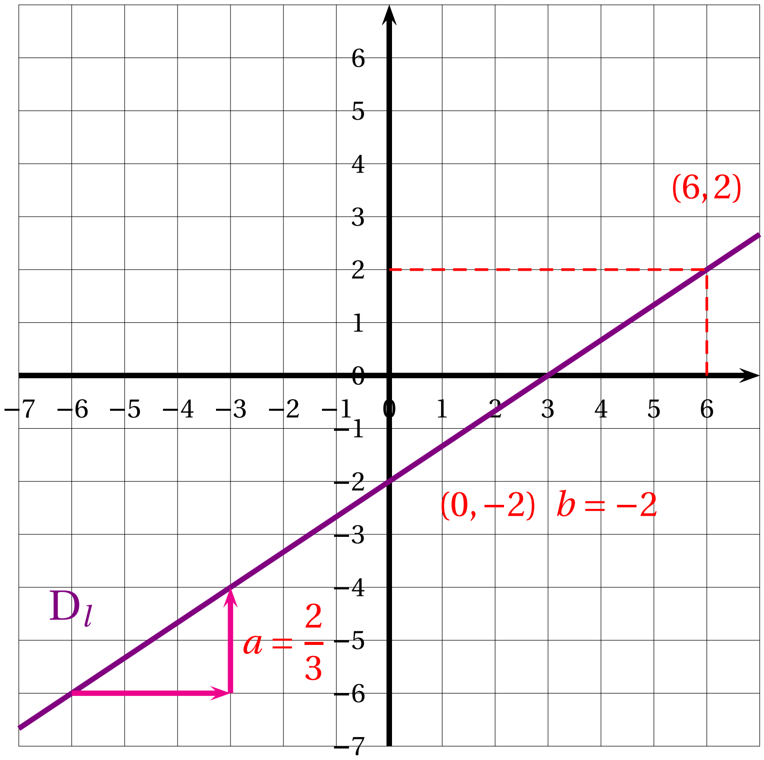
$$\begin{aligned} -4a + 3 &= 5 \\ -4a + 3 - 3 &= 5 - 3 \\ -4a &= 2 \\ a &= \frac{2}{-4} \\ a &= -0,5 \end{aligned}$$

Ainsi $\boxed{\text{La fonction représentée par } D_k \text{ s'écrit algébriquement } k(x) = -0,5x + 3}$

On pouvait lire graphiquement cette expression.
Le point d'abscisse 0 *a bien pour ordonnée* 3.
En se plaçant sur la droite, par exemple au point de coordonnée $(-4, 5)$, *on constate qu'un déplacement horizontal de unité positive produit un déplacement d'une demi unité négative ou encore qu'un déplacement de deux unités horizontales positives produit un déplacement d'une unité négative verticale. Le coefficient directeur a est donc égal à* $-0,5$.

1. La fonction l

Cette fonction affine a pour expression algébrique $l(x) = ax + b$. On cherche les nombres a et b.



On lit graphiquement que $l(0) = -2$ donc comme $l(0) = a \times 0 + b = b$ on en déduit que $b = -2$.

On lit aussi que $l(6) = 2$ (c'est un exemple possible) donc $l(6) = a \times 6 + b = a \times 6 - 2 = 6a - 2$.
Reste à résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 6a - 2 &= 2 \\ 6a - 2 {\color{red}+2} &= 2 {\color{red}+2} \\ 6a &= 4 \\ a &= \frac{4}{6} \\ a &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Ainsi $\boxed{\text{La fonction représentée par } D_l \text{ s'écrit algébriquement } l(x) = \frac{2}{3}x - 2}$

On pouvait lire graphiquement cette expression.
Le point d'abscisse 0 *a bien pour ordonnée* -2.
En se plaçant sur la droite, par exemple au point de coordonnée $(-6, -6)$, *on constate qu'un déplacement horizontal de trois unités positives produit un déplacement de deux unités positives verticales. Le coefficient directeur a est donc égal à* $\frac{2}{3}$.