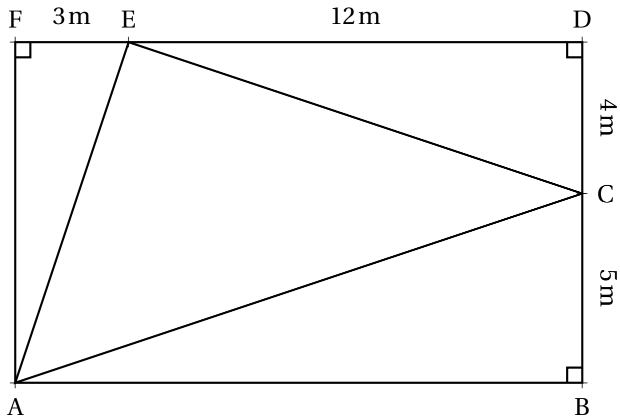
EXERCICE N° 53 : Démontrer qu'un triangle est rectangle



Sur la figure ci-dessus, qui n'est pas dessinée en vraie grandeur, on sait que :

- ABDF est un rectangle ;
- C ∈ [BD] et E ∈ [FD].

Démontrer que le triangle EAC est rectangle.

EXERCICE N° 53 : Géométrie plane— Théorème de Pythagore CORRECTION

Démontrer qu'un triangle est rectangle

Nous allons calculer la mesure de chacun des côtés du triangle ECA.

Dans le triangle ABC rectangle en ,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$
$$15^2 + 5^2 = AC^2$$
$$225 + 25 = AC^2$$
$$AC^2 = 250$$
$$AC = \sqrt{250}$$

Dans le triangle EDC rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DE^2 + DC^2 = EC^2$$
$$12^2 + 4^2 = EC^2$$
$$144 + 16 = EC^2$$
$$EC^2 = 160$$
$$EC = \sqrt{160}$$

Dans le triangle FEA rectangle en F,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$FE^2 + FA^2 = EA^2$$
$$3^2 + 9^2 = EA^2$$

$$9 + 81 = EA^2$$

$$EA^2 = 90$$

$$EA = \sqrt{90}$$

Comparons $EC^2 + EA^2$ et AC^2 :

$EC^2 + EA^2$	CA^2
$(\sqrt{160})^2 + (\sqrt{90})^2$	$(\sqrt{250})^2$
$160 + 90$	
250	250

Comme $EC^2 + EA^2 = AC^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle EAC est rectangle en E}}$.

On a intérêt dans ce genre d'exercice à travailler avec des valeurs exactes comme $\sqrt{250}$. Les valeurs approchées sont inutiles puisque le raisonnement final ne demande que des carrés.