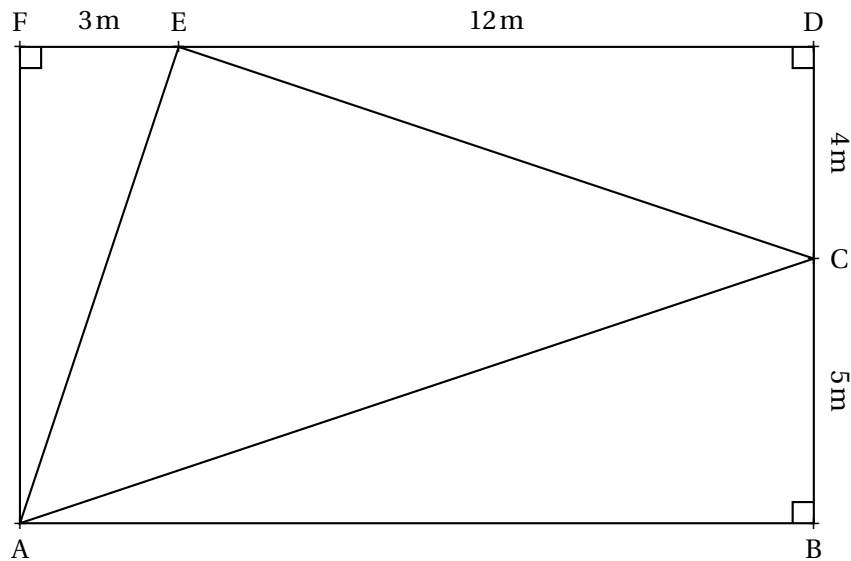


EXERCICE N° 53 : Démontrer qu'un triangle est rectangle



Sur la figure ci-dessus, qui n'est pas dessinée en vraie grandeur, on sait que :

- ABDF est un rectangle ;
- $C \in [BD]$ et $E \in [FD]$.

Démontrer que le triangle EAC est rectangle.



EXERCICE N° 53 : Géométrie plane— Théorème de Pythagore

CORRECTION

Démontrer qu'un triangle est rectangle

Nous allons calculer la mesure de chacun des côtés du triangle ECA.

Dans le triangle ABC rectangle en B,

D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$

$$15^2 + 5^2 = AC^2$$

$$225 + 25 = AC^2$$

$$AC^2 = 250$$

$$AC = \sqrt{250}$$

Dans le triangle EDC rectangle en D,

D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DE^2 + DC^2 = EC^2$$

$$12^2 + 4^2 = EC^2$$

$$144 + 16 = EC^2$$

$$EC^2 = 160$$

$$EC = \sqrt{160}$$

Dans le triangle FEA rectangle en F,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$FE^2 + FA^2 = EA^2$$

$$3^2 + 9^2 = EA^2$$

$$9 + 81 = EA^2$$

$$EA^2 = 90$$

$$EA = \sqrt{90}$$

Comparons $EC^2 + EA^2$ et AC^2 :

$$\begin{aligned} & EC^2 + EA^2 \\ & (\sqrt{160})^2 + (\sqrt{90})^2 \\ & 160 + 90 \\ & 250 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & CA^2 \\ & (\sqrt{250})^2 \\ & 250 \end{aligned}$$

Comme $EC^2 + EA^2 = AC^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle EAC est rectangle en E .

On a intérêt dans ce genre d'exercice à travailler avec des valeurs exactes comme $\sqrt{250}$. Les valeurs approchées sont inutiles puisque le raisonnement final ne demande que des carrés.