

EXERCICE N° 55 : Calculer une longueur dans une situation de Thalès triangle

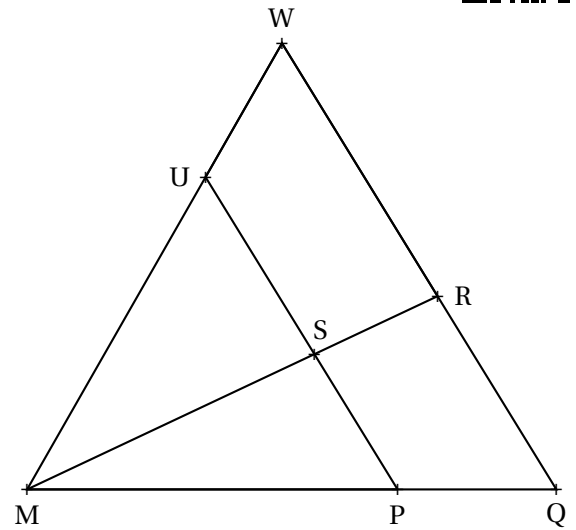


La figure ci-contre n'est pas réalisée en vraie grandeur.

On sait que :

- (UP) // (WQ);
- M, P et Q sont alignés ainsi que M, U et W;
- M, S et R sont alignés ainsi que U, S et P;
- W, R et Q sont alignés;
- MP = 7 cm, MQ = 10 cm, SP = 5 cm, MS = 6 cm;
- WR = 7 cm, UW = 4 cm

Donner la valeur exacte puis la valeurs approchée au millimètre près de RQ, SR, US et MU.



EXERCICE N° 55 : Géométrie plane— Théorème de Thalès

CORRECTION

Calculer une longueur dans une situation de Thalès triangle

Dans le triangle MRQ :

Les droites (SR) et (PQ) sont sécantes en M, les droites (SP) et (RQ) sont parallèles, i 'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{MP}{MQ} = \frac{MS}{MR} = \frac{PS}{QR}$$

$$\frac{7 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = \frac{6 \text{ cm}}{MR} = \frac{5 \text{ cm}}{RQ}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$MR = \frac{6 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}}{7 \text{ cm}} \text{ d'où } MR = \frac{60 \text{ cm}^2}{7 \text{ cm}} \text{ et } MR = \frac{60}{7} \text{ cm} \approx 8,6 \text{ cm}$$

$$RQ = \frac{5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}}{7 \text{ cm}} \text{ d'où } RQ = \frac{50 \text{ cm}^2}{7 \text{ cm}} \text{ et } \boxed{RQ = \frac{50}{7} \text{ cm} \approx 7,1 \text{ cm}}$$

$$\text{Ainsi } SR = MR - MS = \frac{60}{7} \text{ cm} - 6 \text{ cm} = \frac{60}{7} \text{ cm} - \frac{42}{7} \text{ cm} = \boxed{\frac{18}{7} \text{ cm} \approx 2,6 \text{ cm}}$$

Dans le triangle MRW :

Les droites (UW) et (SR) sont sécantes en M, les droites (US) et (WR) sont parallèles, i 'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{MS}{MR} = \frac{MU}{MW} = \frac{SU}{RW}$$

$$\frac{MS}{MR} = \frac{MU}{MU + 4 \text{ cm}} = \frac{SU}{7 \text{ cm}}$$

On peut reprendre la valeur approchée de MR mais il est plus malin de constater que $\frac{MS}{MR} = \frac{7}{10}$ d'après la première partie.

Ainsi

$$\frac{7}{10} = \frac{MU}{MU + 4 \text{ cm}} = \frac{SU}{7 \text{ cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$SU = \frac{7 \times 7 \text{ cm}}{10} \text{ d'où } SU = \frac{49 \text{ cm}}{10} \text{ et } \boxed{SU = 4,9 \text{ cm}}$$

La suite de cet exercice dépasse largement les attendus de fin de cycle 4 et les objectifs du brevet. C'est cependant un exemple intéressant pour de futurs élèves de seconde!

Comme $\frac{7}{10} = \frac{MU}{MU + 4}$ on arrive à l'égalité des produits en croix : $7 \times (MU + 4) = 10MU$.

Reste à résoudre :

$$7(MU + 4) = 10MU$$

$$7MU + 28 = 10MU$$

$$7MU + 28 - 7MU = 10MU - 7MU$$

$$28 = 3MU$$

$$3MU = 28$$

$$MU = \frac{28}{3}$$

$$\boxed{MU = \frac{28}{3} \text{ cm} \approx 9,3 \text{ cm}}$$