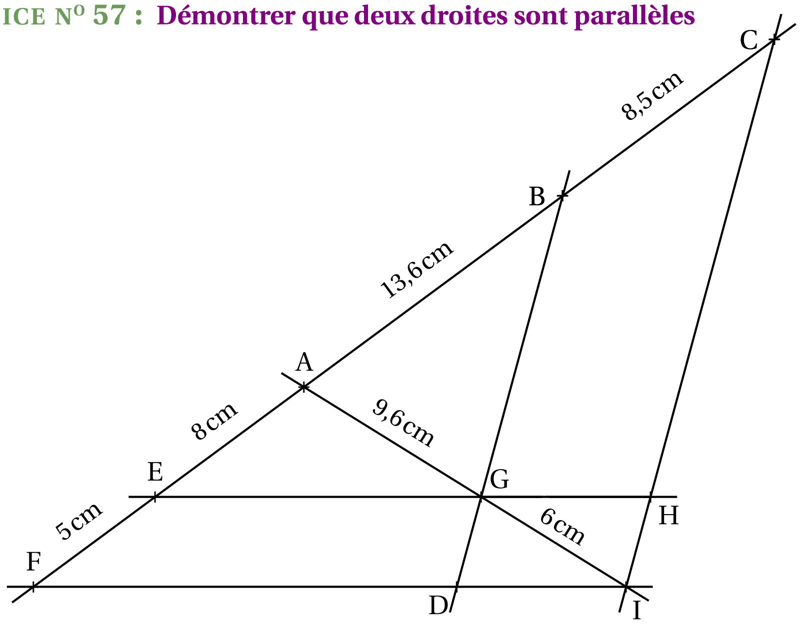
EXERCICE N° 57 : Démontrer que deux droites sont parallèles



Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :

- F, E, A, B et C sont alignés ;
- E, G et H sont alignés ;
- F, D et I sont alignés ;
- (EH)//(FI) ;
- (BG)//(CH).

1. Les droites (BG) et (CI) sont-elles parallèles ?

2. Les droites (EG) et (FI) sont-elles parallèles ?

EXERCICE N° 57 : Géométrie plane— Théorème de Thalès CORRECTION

Démontrer que deux droites sont parallèles

1. Dans le triangle AIC, comparons les quotients $\dfrac{AB}{AC}$ et $\dfrac{AG}{AI}$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{13{,}6\,\text{cm}}{13{,}6\,\text{cm} + 8{,}5\,\text{cm}} = \frac{13{,}6}{22{,}1} \qquad \frac{AG}{AI} = \frac{9{,}6\,\text{cm}}{9{,}6\,\text{cm} + 6\,\text{cm}} = \frac{9{,}6}{15{,}6}$$

Plutôt que d'observer une approximation décimale il est plus expert de passer par les produits en croix.

On a $13{,}6 \times 15{,}6 = 212{,}16$ et $22{,}1 \times 9{,}6 = 212{,}16$ donc $\dfrac{13{,}6}{22{,}1} = \dfrac{9{,}6}{15{,}6}$.

Finalement, $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AG}{AI}$.

Comme les points A, B et C sont alignés et dans le même ordre que les points A, G et I, d'après **la réciproque du théorème de Thalès** on peut affirmer que :

$\boxed{\text{Les droites (BG) et (CI) sont parallèles.}}$

2. Dans le triangle AFI, comparons les quotients $\dfrac{AG}{AI}$ et $\dfrac{AE}{AF}$

$$\frac{AG}{AI} = \frac{9{,}6\,\text{cm}}{9{,}6\,\text{cm} + 6\,\text{cm}} = \frac{9{,}6}{15{,}6} \qquad \frac{AE}{AF} = \frac{8\,\text{cm}}{8\,\text{cm} + 5\,\text{cm}} = \frac{8}{13}$$

Plutôt que d'observer une approximation décimale il est plus expert de passer par les produits en croix.

On a $13 \times 9{,}6 = 124{,}8$ et $8 \times 15{,}6 = 124{,}8$ donc $\dfrac{9{,}6}{15{,}6} = \dfrac{8}{13}$.

Finalement, $\dfrac{AG}{AI} = \dfrac{AE}{AF}$.

Comme les points A, E et F sont alignés et dans le même ordre que les points A, G et I, d'après **la réciproque du théorème de Thalès** on peut affirmer que :

Les droites (EG) et (FI) sont parallèles.