EXERCICE N° 62 : Le pavé droit

FGHIJKLM est un pavé droit dont les arêtes mesurent 25 m, 10 m et 15 m.

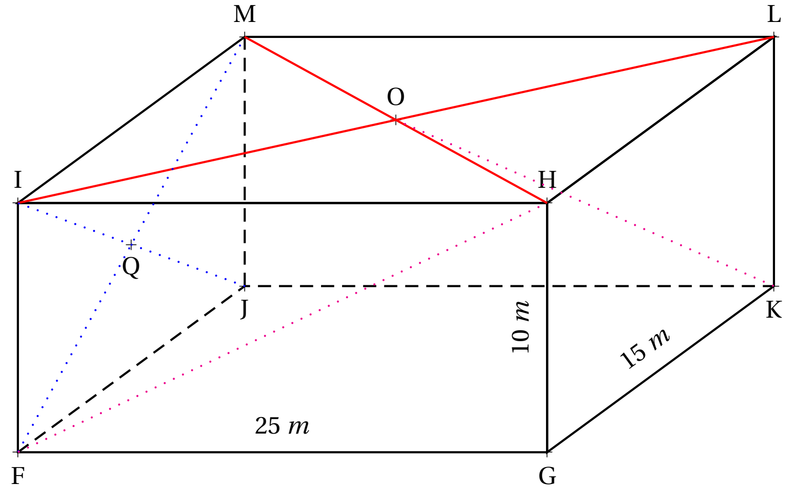
1. Calculer la valeur exacte puis approchée au centimètre près de la diagonale IL

2. Quelle est la nature du triangle LOK ?

3. Calculer la valeur exacte puis approchée au centimètre près de OK.

4. Le triangle FMH est-il rectangle ?

5. Calculer le volume en litre de ce pavé.



EXERCICE N° 62 : Géométrie de l'espace— Géométrie des solides CORRECTION

Le pavé droit

1. FGHIJKLM est un pavé droit. La face IHLM est donc un rectangle. *Attention à ne pas se laisser influencer par la déformation cons conséquence de la perspective cavalière.*

Dans le triangle IHL rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{HI}^2 + \mathrm{HL}^2 = \mathrm{IL}^2$$
$$25^2 + 15^2 = \mathrm{IL}^2$$
$$625 + 225 = \mathrm{IL}^2$$
$$\mathrm{IL}^2 = 850$$
$$\mathrm{IL} = \sqrt{850}$$
$$\mathrm{IL} \approx 29,2$$

$\boxed{\text{La diagonale [IL] mesure exactement } \sqrt{850} \text{ cm} \approx 29{,}2\,\text{cm.}}$

2. La droite (LK) est perpendiculaire à la droite (LM) et à la droite (LH) qui sont deux droites de la face IHLM. Ainsi le droite (LK) est orthogonale à la face (IHLM) ce qui signifie qu'elle est perpendiculaire à toutes les droites tracées sur cette face. Ainsi (LK) $\perp$ (LO).

$\boxed{\text{Le triangle LOK est rectangle en L.}}$

3.
Dans le triangle LOK rectangle en L,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{LO}^2 + \mathrm{LK}^2 = \mathrm{OK}^2$$

$$\left(\frac{\sqrt{850}}{2}\right)^2 + 10^2 = OK^2$$

$$\frac{(\sqrt{850})^2}{2^2} + 100 = OK^2$$

$$\frac{850}{4} + 100 = OK^2$$

$$212,5 + 100 = OK^2$$

$$OK^2 = 321,5$$

$$OK = \sqrt{312,5}$$

$$OK \approx 17,7$$

$\boxed{\text{Le segment [OK] mesure exactement } \sqrt{312,5} \text{ cm} \approx 17,7\,\text{cm.}}$

4. La face HIML est un rectangle, les diagonales [MH] et [IL] ont donc la même longueur. Ainsi $MH = \sqrt{850}$.

Dans le triangle MJF rectangle en J,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$JM^2 + JF^2 = MF^2$$

$$10^2 + 15^2 = MF^2$$

$$100 + 225 = MF^2$$

$$MF^2 = 325$$

$$MF = \sqrt{325}$$

Dans le triangle FIH rectangle en I,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$IF^2 + IH^2 = FH^2$$

$$10^2 + 25^2 = FH^2$$

$$100 + 625 = FH^2$$

$$FH^2 = 725$$

$$FH = \sqrt{725}$$

Comparons $FH^2 + FM^2$ et MH^2 :

$FH^2 + FM^2$	MH^2
$(\sqrt{725}^2 + \sqrt{325}^2$	$(\sqrt{850}^2$
$725 + 325$	
1050	850

Comme

$$FH^2 + FM^2 \neq MH^2$$

, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle FHM n'est pas rectangle}}$.

5. On sait que IHLM est un rectangle, les diagonales sont donc de même longueur : IL = MH. Elles se coupent en leur milieu.

$\text{MO} = \dfrac{\sqrt{850}}{2}$.

Calculons la longueur de la diagonale [MF] du rectangle IMJF.

Dans le triangle MJF rectangle en J,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{JM}^2 + \text{JF}^2 = \text{MF}^2$$
$$10^2 + 15^2 = \text{MF}^2$$
$$100 + 225 = \text{MF}^2$$
$$\text{MF}^2 = 325$$
$$\text{MF} = \sqrt{325}$$
$$\text{MF} \approx 18$$

Ainsi $\text{MQ} = \dfrac{\sqrt{325}}{2}$.

Dans le triangle MOQ rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{MO}^2 + \text{MQ}^2 = \text{OQ}^2$$
$$\left(\frac{\sqrt{850}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{325}}{2}\right)^2 = \text{OQ}^2$$
$$\frac{(\sqrt{850})^2}{2^2} + \frac{(\sqrt{325})^2}{2^2} = \text{OQ}^2$$
$$\frac{850}{4} + \frac{325}{4} = \text{OQ}^2$$
$$212,5 + 81,25 = \text{OQ}^2$$
$$\text{OQ}^2 = 293,75$$
$$\text{OQ} = \sqrt{293,75}$$
$$\text{OQ} \approx 17,1$$

Le segment [OQ] mesure exactement $\sqrt{293,75}$ cm ≈ 17,1 cm.

6. Le volume de ce pavé mesure $25\,\text{m} \times 10\,\text{m} \times 15\,\text{m} = 3\,750\,\text{m}^3$.
On sait que $1\,\text{L} = 1\,\text{dm}^3$ et que $1\,\text{m}^3 = 1\,000\,\text{dm}^3$.

Le volume de ce pavé vaut $3\,750\,\text{m}^3 = 3\,750\,000\,\text{L}$.