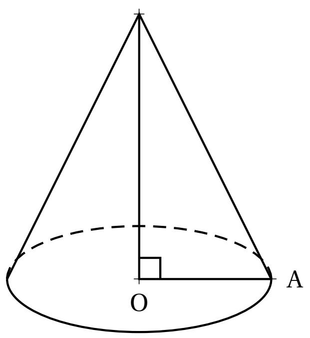
GÉOMÉTRIE DE L'ESPACE — GÉOMÉTRIE DES SOLIDES

EXERCICE N° 66 : Le cône



Le cône de révolution ci-contre a une génératrice [SA] qui mesure 6,5 cm et un rayon [OA] de 3,9 cm.

1. Calculer la valeur exacte de la hauteur de ce cône.

2. Tracer en vraie grandeur le patron de ce cône.

3. Calculer le volume en centilitre de ce cône.
Donner une valeur approchée au dixième près.

EXERCICE N° 66 : Géométrie de l'espace— Géométrie des solides

CORRECTION

Le cône

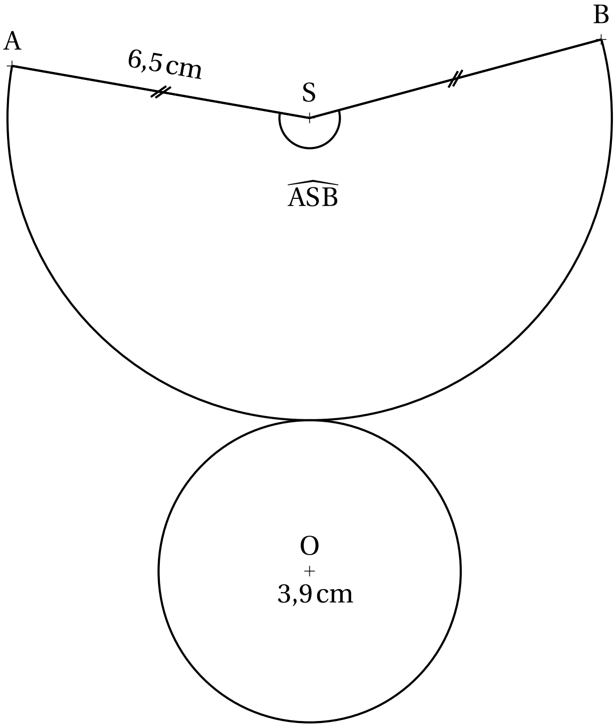
1. Le triangle SOA est rectangle en O.
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned} OS^2 + OA^2 &= SA^2 \\ OS^2 + 3,9^2 &= 6,5^2 \\ OS^2 + 15,21 &= 42,25 \\ OS^2 &= 42,25 - 15,21 \\ OS^2 &= 27,04 \\ OS &= \sqrt{27,04} \\ OS &= 5,2 \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Ce cône a une hauteur de 5,2 cm.}}$

2. *C'est une question difficile qui dépasse largement les compétences attendues au Brevet!*

On sait que le patron de ce cône peut-être modélisé ainsi :



Il faut trouver la mesure de l'angle $\widehat{ASB}$.

On sait que dans ce patron, l'arc de cercle entre le point A et le point B mesure exactement la même longueur que le cercle de rayon 3,9 cm.

Le périmètre du cercle de rayon 3,9 cm vaut $2\pi \times 3,9\,\text{cm} = 7,8\pi$ cm.

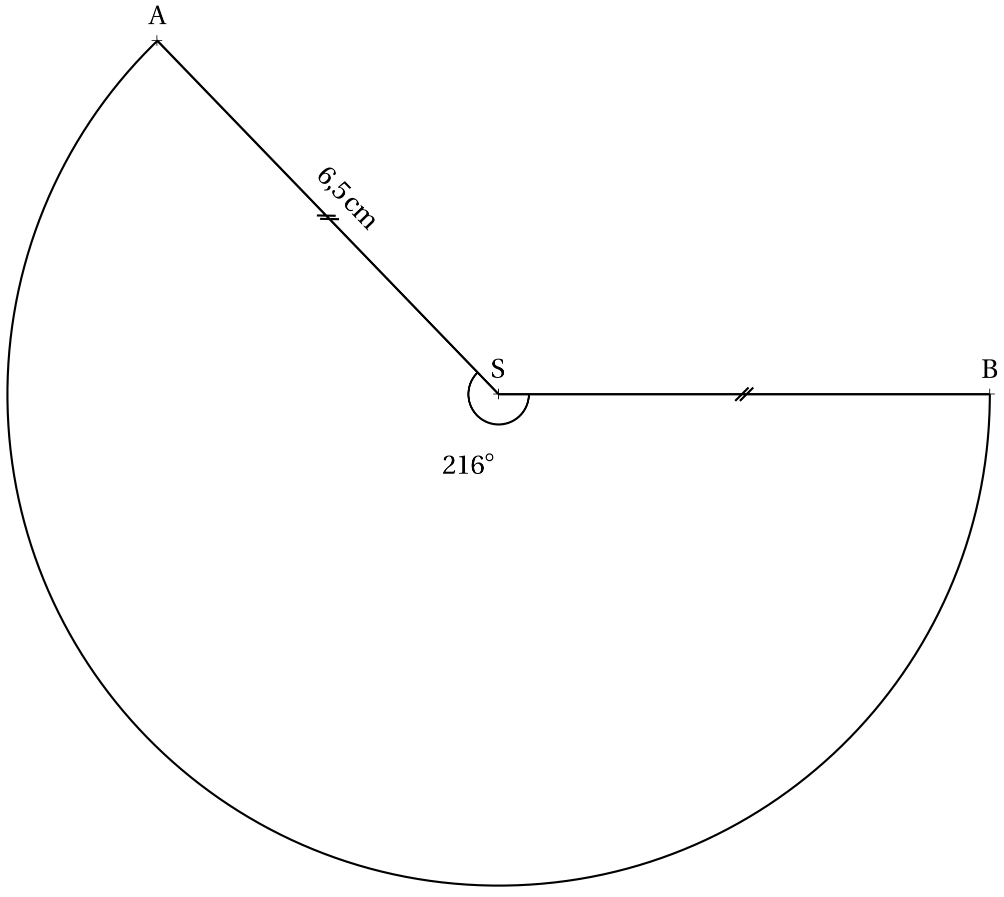
Il faut admettre que l'angle d'un arc de cercle est proportionnel à son périmètre.

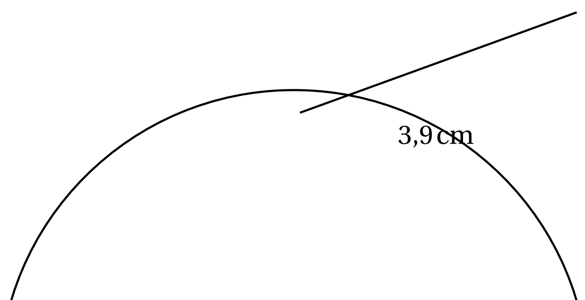
Le périmètre d'un cercle de rayon 6,5 cm vaut $2\pi \times 6,5\,\text{cm} = 13\pi$ cm.
Un cercle complet correspond à un angle de 360°.

Nous avons donc des grandeurs proportionnelles :

Angles	360°	$\dfrac{7,8\pi\text{ cm} \times 360°}{13\pi\text{ cm}} = \dfrac{7,8}{13} \times 360° = 216°$
Longueur de l'arc	13π cm	$7,8\pi$ cm

Voici le patron en vraie grandeur :





3. La volume d'un cône est donné par la formule Volume $= \dfrac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$.

Ainsi $V = \dfrac{2\pi \times (3{,}9\,\text{cm})^2 \times 5{,}2\,\text{cm}}{3} = \dfrac{83{,}655\pi\ \text{cm}^3}{3} = 27{,}885\pi\ \text{cm}^3 \approx 88\,\text{cm}^3$
Or on sait que $1\,\text{L} = 1\,\text{dm}^3 = 1\,000\,\text{cm}^3$ donc $1\,\text{cL} = 10\,\text{cm}^3$.

Le volume de ce cône mesure environ 8,8 cL.