

EXERCICE N° 81 : Volume de la boule



Une boule de pétanque de compétition a un diamètre de 74 mm et une masse de 698 g. Elle est constituée d'acier.



1. Calculer le volume au centimètre cube près de cette boule.

On sait que la masse volumique de l'acier est 8 g/cm^3 .

2. Quelle serait la masse de cette boule si elle était pleine ?

3. Cette boule en acier n'est pas pleine. Le centre est vide.

Montrer que le volume de vide correspond au volume d'une boule de diamètre 62 mm.



EXERCICE N° 81 : Grandeurs et mesures— Les volumes

CORRECTION

Volume de la boule

1. On sait que le volume d'une boule de rayon r est donnée par la formule suivante :

$$\text{Volume} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Cette boule a un rayon de $37 \text{ mm} = 3,7 \text{ cm}$.

Une stratégie efficace pour éviter les difficultés de conversion avec les aires ou les volumes consiste à effectuer les conversions sur les unités simples avant de calculer. Ici on demande le résultat en centimètre cube donc on convertit le rayon en centimètre dès le début.

$$\text{Le volume d'une boule vaut } \frac{4}{3}\pi \times (3,7 \text{ cm})^3 = \frac{202,612\pi \text{ cm}^3}{3} \approx 212 \text{ cm}^3.$$

2. La masse volumique indique que 1 cm^3 pèse 8 g.

$$\text{Si la boule était pleine sa masse serait environ } 8 \text{ g} \times 212 \approx 1696 \text{ g}.$$

3. Calculons le volume d'une boule de diamètre 62 mm c'est à dire de rayon $31 \text{ mm} = 3,1 \text{ cm}$.

$$\frac{4}{3}\pi(3,1 \text{ cm})^3 = \frac{119,164\pi \text{ cm}^3}{3} \approx 125 \text{ cm}^3$$

Le volume d'acier dans cette boule est donc égal à $212 \text{ cm}^3 - 125 \text{ cm}^3 = 87 \text{ cm}^3$.

$$\text{Vérifions la masse : } 8 \text{ g} \times 87 = 696 \text{ g. C'est la réponse attendu à 2 g près.}$$

On pouvait tenter de résoudre le problème directement mais l'équation à résoudre est complexe.

On souhaite que la boule ait une masse de 698 g. Le volume d'acier en centimètre cube est donc $698 \div 8 = 87,25$.

La boule pleine a un volume de 212 cm^3 il faut donc trouver le rayon d'une boule vide de $212 \text{ cm}^3 - 87,25 \text{ cm}^3 = 124,75 \text{ cm}^3$.

Voici l'équation à résoudre où r désigne le rayon cherché :

$$\begin{aligned}\frac{4}{3}\pi r^3 &= 124,75 \\ r^3 &= \frac{124,75}{\frac{4}{3}\pi} \\ r^3 &\approx 29,782\end{aligned}$$

Cette dernière équation demande l'usage de la racine cubique à la calculatrice. Cela dépasse largement le niveau de fin de cycle 4!

Pour information on obtient $r \approx 3,0997$ cm ce qui explique l'écart de 2 g observé!