

EXERCICE N° 93 : Approche fréquentiste

Le programme suivant permet de simuler mille tirages aléatoires d'une pièce de monnaie parfaitement équilibrée.



1. Compléter ce programme en indiquant par quoi remplacer le symbole ❶.
2. Quelles informations sont contenus dans les variables Pile et Face à la fin de ce programme?
3. Pierre a utilisé quatre fois de suite le programme, il a saisi les résultats dans un tableur.

	A	B	C
1		Nombre de Piles	Nombre de Faces
2	Tentative 1	556	
3	Tentative 2	435	
4	Tentative 3	452	
5	Tentative 4	705	
6	Somme		

```

Quand est cliqué
Mettre Pile à 0
Mettre Face à 0
Répéter ❶ fois
  Mettre Lancer à Nombre aléatoire entre 1 et 2
  Si Lancer = 1
    Mettre Pile à Pile + 1
  Si Lancer = 2
    Mettre Pile à Face + 1
    
```

- 3.a. Quelle formule saisir dans la cellule C2 puis recopier vers la bas pour obtenir le nombre de Faces à chaque tentative.
  - 3.b. Quelle formule saisir dans la cellule B6 puis recopier vers la droite pour obtenir la somme du nombre de Piles et du nombre de Faces.
  - 3.c. Indiquez en justifiant par le calcul les nombres manquant dans cette feuille de calcul.
4. Dans cette expérience aléatoire qui consiste à lancer une pièce équilibrée, quelle est la probabilité d'obtenir Pile?
  5. Pierre est surpris par le résultat de la quatrième tentative. Qu'en pensez-vous?
  6. Quelles sont les fréquences d'apparition de Pile et de Face sur l'ensemble des quatre tentatives? Qu'en pensez-vous?



EXERCICE N° 93 : Probabilités et statistiques— Probabilités

Approche fréquentiste

1. Il faut remplacer ❶ par 1000.
2. Ces deux variables contiennent le nombre d'occurrences de Piles et de Faces sur les 1000 lancers.
- 3.a. = 1000 - B2
- 3.b. = B2 + B3 + B4 + B5 ou = SOMME(B2 : B5).
- 3.c.

	A	B	C
1		Nombre de Piles	Nombre de Faces
2	Tentative 1	556	1000-556=444
3	Tentative 2	435	1000-435=565
4	Tentative 3	452	1000-452=548
5	Tentative 4	705	1000-705=295
6	Somme	556+435+452+705=2148	4000-2148=1852

4. La probabilité d'obtenir Pile est la même que celle d'obtenir Face soit  $\frac{1}{2} = 0,5, 50 \%$ .

5. Lors de la quatrième tentative la fréquence de Pile est de  $\frac{705}{1000} = 0,705$  soit 70,5 %.

C'est en effet très éloignée de la probabilité qui est de 50 %.

Il faut cependant se souvenir que la probabilité est une valeur théorique. Elle correspond à la fréquence théorique que nous pourrions obtenir en procédant à un très grand nombre de lancers. Même si 1000 est un nombre relativement grand, ce nombre de lancers ne permet que d'obtenir un ordre de grandeur de la probabilité. D'ailleurs tout est possible sur un nombre fini de lancers. La probabilité est une valeur théorique!

*On pourrait se demander quelle est la probabilité d'obtenir 705 Piles sur 1000 lancers. On dépasse alors largement le cadre du collège. Il faudrait utiliser un loi Binomiale de paramètres  $p = 0,5$ ,  $n = 1000$  et  $k = 705$ .*

*Le calcul  $C_{1000}^{705} 0,5^{1000}$  demande de la puissance de calcul. Le site <https://wolframalpha.com> donne environ  $7 \times 10^{-40}$  ce qui est très peu... mais possible!*

*D'ailleurs la probabilité pour obtenir exactement 500 piles et 500 faces sur 1000 lancers est d'environ 2 %, ce qui peut paraître surprenant.*

*Il ne faut cependant pas se laisser piéger par ce genre de réponses. Déterminer la probabilité d'obtenir pile ou face sur un lancer n'a rien à voir avec le nombre d'occurrences sur 1000 lancers.*

6. Sur 4000 tentatives les fréquences d'apparition de pile ou de face sont respectivement :

$$\frac{2148}{4000} = 0,537 \text{ et } \frac{1852}{4000} = 0,463 \text{ soit } 53,7 \% \text{ et } 46,3 \%$$

La fréquence pratique c'est un peu approchée de la fréquence théorique. En augmentant encore le nombre de lancers on approche encore mieux la probabilité attendue.

*Ici tout fini bien! Mais cela aurait pu se passer autrement et la fréquence obtenue sur 4000 aurait pu rester très éloignée de la probabilité cherchée sans que cela ne remette en cause la validité du générateur de nombres aléatoires!*