

# CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES SESSION 2020

## MATHÉMATIQUES

### CRPE

#### GROUPE 2

#### 19 JUIN 2020

Durée de l'épreuve : 2h00

100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.  
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé  
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collègue » est autorisé

### Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

#### EXERCICE n° 1 — Les panneaux photovoltaïques

13 points

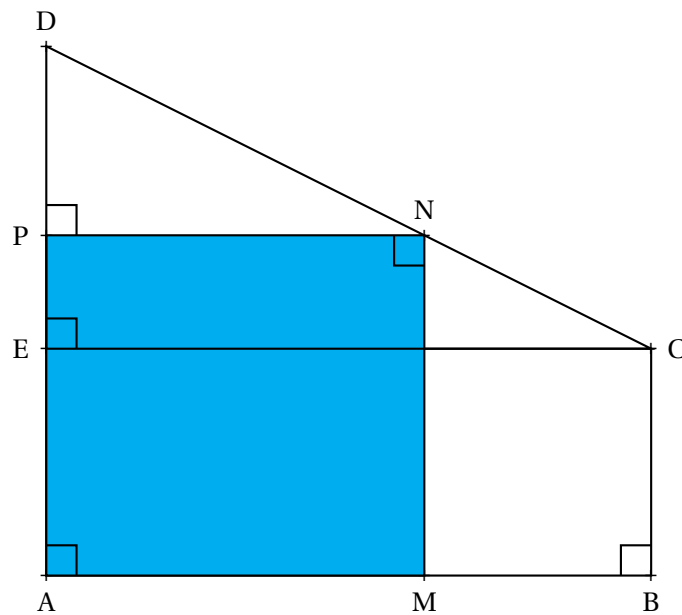
Madame Martin souhaite participer à l'effort de protection de la planète et s'engager dans le développement durable.

Elle a décidé d'installer des panneaux photovoltaïques, sur le toit de sa maison, pour produire sa propre énergie électrique ainsi qu'un récupérateur d'eau de pluie pour arroser son jardin.

#### PARTIE A : Installation de panneaux photovoltaïques

Le toit de la maison de madame Martin a la forme d'un trapèze rectangle ABCD représenté ci-dessous pour lequel on connaît les dimensions suivantes :

$$AB = 8 \text{ m} \quad AD = 7 \text{ m} \quad CB = 3 \text{ m}$$



Vue de dessus du toit (la figure n'est pas à l'échelle)

Le point E est le point de [AD] tel que ABCE soit un rectangle.

Le support dédié aux panneaux photovoltaïques correspond au rectangle AMNP où P est un point situé sur [DE] et N est l'intersection de la droite perpendiculaire à (AD) passant par P avec (CD).

On souhaite déterminer la position du point P sur [DE] pour que l'aire du support AMNP soit la plus grande possible.

On note  $x$  la longueur du segment [DP] exprimée en mètre et  $\mathcal{A}(x)$  l'aire du rectangle AMNP exprimée en mètre carré.

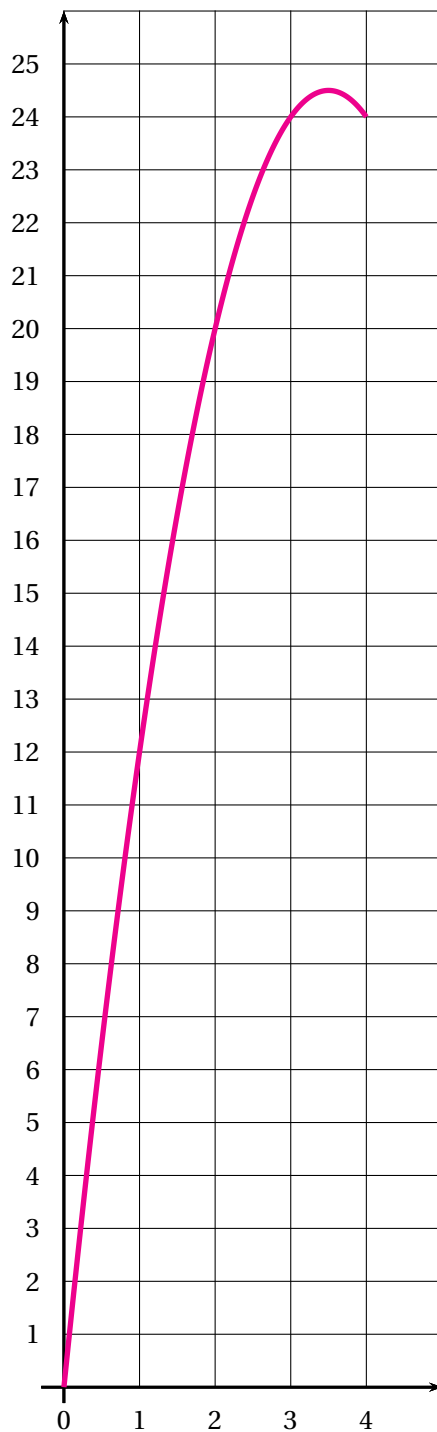
1. Expliquer pourquoi  $x$  doit être compris entre 0 et 4.

2. Démontrer que PN est égale à  $2x$ .

3. Montrer que, pour tout nombre  $x$  compris entre 0 et 4, on a :  $\mathcal{A}(x) = 14x - 2x^2$ .

4. Calculer l'aire du support, en mètre carré, si l'on choisit  $x = 2$ .

5. La figure ci-dessous représente l'aire du support, en mètre carré, en fonction de la longueur  $x$  en mètre.



Répondre par lecture graphique aux questions suivantes :

5.a. Quelle est l'aire, en mètre carré, du support si la longueur  $x$  est égale à 3 m ?

5.b. Pour quelle(s) valeur(s) de la longueur  $x$ , l'aire du support est-elle égale à 12 m<sup>2</sup> ?

5.c. Pour quelle valeur de la longueur  $x$ , l'aire du support est-elle maximale?

## PARTIE B : Les différentes énergie renouvelables

Les informations présentées dans cette partie sont extraites du site « RTE, Réseau de transport d'électricité ».

Le tableau ci-dessous indique la production française d'énergie électrique renouvelable par filière en 2017, exprimée en térawatt-heure (TWh).

| Filière                 | Production |
|-------------------------|------------|
| Filière éolienne        | 24 TWh     |
| Filière solaire         | 9,2 TWh    |
| Filière hydraulique     | 46,8 TWh   |
| Filière des bioénergies | 7 TWh      |

1. Calculer le pourcentage que représente l'énergie électrique produite par la filière solaire par rapport à l'énergie électrique produite par l'ensemble des filières des énergies renouvelables.

2. En 2017, l'électricité renouvelable a couvert 18,4 % de l'électricité consommée en France.

Calculer la quantité totale d'électricité consommée en France en 2017. On donnera l'arrondi au dixième de térawatt-heure.

## PARTIE C : Coût de l'énergie électrique

Chaque matin, madame Martin fait bouillir un demi-litre d'eau dans une bouilloire pour préparer son thé.

En utilisant les informations ci-dessous, calculer le prix de l'énergie électrique, toutes taxes comprises, utilisée par madame Martin pour préparer son thé chaque matin durant l'année 2018.

### Document 1 : Caractéristique de la bouilloire électrique de madame Martin

Durée de chauffage pour 0,5 L d'eau : 1 min 26 s

Puissance : 2200 W

### Document 2 : Énergie électrique

$$E = P \times t$$

E désigne l'énergie en watt-heure (Wh)

P désigne la puissance en watt (W)

t désigne le temps en heure (h)

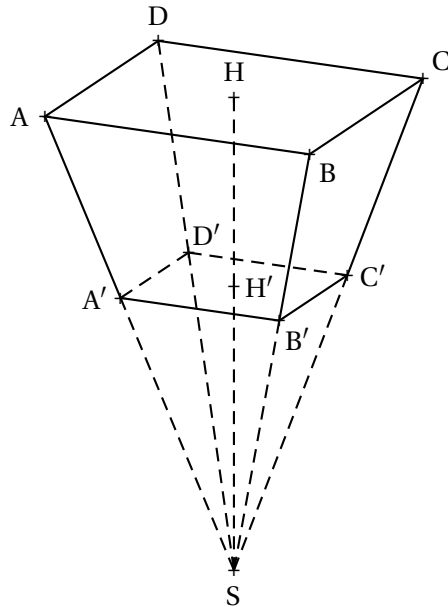
### Document 3 : Prix de l'énergie électrique

Prix hors TVA d'un kilowatt-heure (kWh) : 0,997 €

TVA sur l'énergie électrique : 20 %

## PARTIE D : Installation d'un récupérateur d'eau

Madame Martin choisit d'installer un récupérateur d'eau ayant la forme d'une pyramide à base rectangulaire tronquée, représentée par le solide ABCDA'B'C'D' sur le schéma ci-dessous qui n'est pas à l'échelle. Le plan (A'B'C') est parallèle au plan (ABC).



On donne les dimensions suivantes :

$$AB = 1,9 \text{ m}$$

$$A'B' = 92 \text{ cm}$$

$$HH' = 1,84 \text{ m}$$

$$SH = 4,60 \text{ m}$$

1. Calculer le volume  $V_1$  de la pyramide SABCD, en mètre cube, arrondi au litre.

On rappelle la formule du volume de la pyramide :

$$V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

2.a. Calculer le coefficient de réduction permettant de passer de la pyramide SABCD à la pyramide SA'B'C'D'.

2.b. En déduire le volume  $V_2$  de la pyramide SA'B'C'D', en mètre cube, arrondi au litre.

3. Montrer que le volume  $V$  du récupérateur d'eau est environ égal à  $2,101 \text{ m}^3$ .

4. Madame Martin possède un arrosoir d'une capacité de 12 litres.

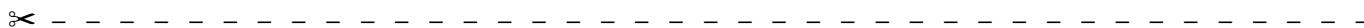
Calculer le nombre d'arrosoirs qu'elle peut remplir complètement avec l'eau contenue dans son récupérateur plein.











# BREVET — 2020 — GROUPE 2 — CRPE

CORRECTION



## EXERCICE n° 1 — Les panneaux photovoltaïques

13 points

### Thème

### Première partie

1. Le point P appartient au segment [DE]. Ce segment mesure  $DE = AD - CB = 7\text{ m} - 3\text{ m} = 4\text{ m}$ .  $x$  désigne la distance DP en mètre.

$x$  est bien compris entre 0 et 4.

2. *Même si ce n'est pas demandé dans l'exercice, je commence par un cas particulier,  $x = 3$ .*

On considère que  $DP = 3\text{ m}$ .

Les droites (PN) et (EC) sont perpendiculaires à la droite (DE).

On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Ainsi dans le triangle DEC, les droites (PN) et (EC) sont parallèles.

Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A, les droites (BC) et (MN) sont parallèles,

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{DP}{DE} = \frac{DN}{DC} = \frac{PN}{EC}$$

$$\frac{3\text{ m}}{4\text{ m}} = \frac{DN}{DC} = \frac{PN}{8\text{ m}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$PN = \frac{3\text{ m} \times 8\text{ m}}{4\text{ m}} \text{ d'où } PN = 3\text{ m} \times 2 = 6\text{ m}.$$

Passons maintenant au cas général où  $DP = x$ .

Le raisonnement précédent est exactement le même et on arrive à :

$$\frac{DP}{DE} = \frac{DN}{DC} = \frac{PN}{EC}$$

$$\frac{x}{4\text{ m}} = \frac{DN}{DC} = \frac{PN}{8\text{ m}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$PN = \frac{x \times 8 \text{ m}}{4 \text{ cm}} \text{ d'où } PN = x \times 2 = 2x.$$

En posant  $DP = x$  on a bien  $PN = 2x$

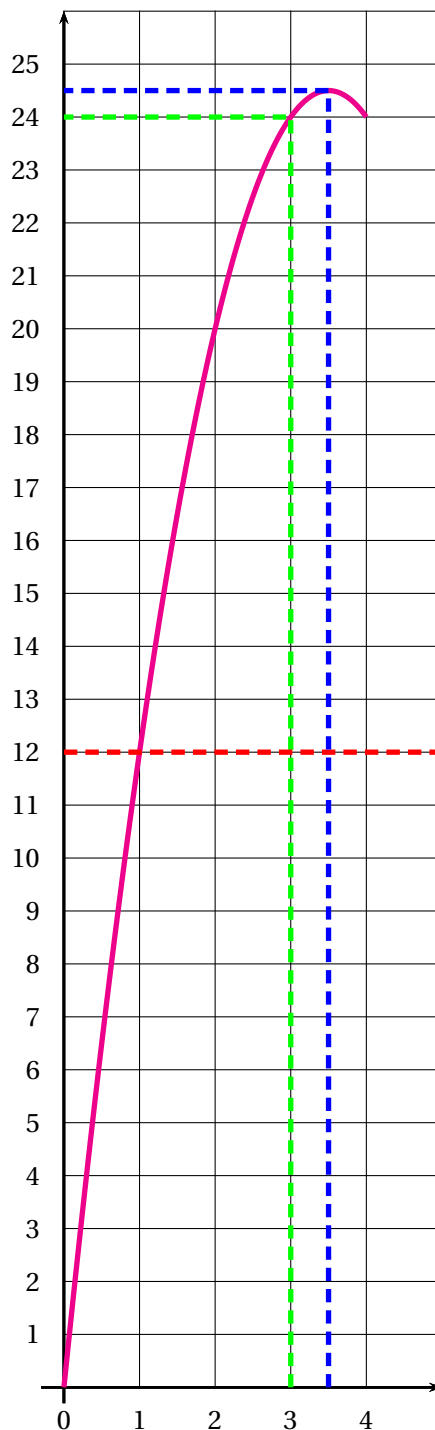
3. Le panneau photovoltaïque est un rectangle dont les mesures sont PA et PN.

On sait que  $PN = 2x$ .

$PA = AD - DP = 7 - x$  ou encore  $PA = PE + EA = 4 - x + 3 = 7 - x$ .

$$\mathcal{A}(x) = 2x(7 - x) = 14x - 2x^2. \quad \text{Il s'agit bien de l'expression attendue!}$$

4. Calculons  $\mathcal{A}(2) = 14 \times 2 - 2 \times 2^2 = 28 - 2 \times 4 = 28 - 8 = 20$ .  $\mathcal{A}(2) = 20$



5.a. Pour  $x = 3$ ,  $\mathcal{A}(x) = 24$

5.b. L'aire est égale à  $12 \text{ m}^2$  pour  $x = 1$

5.c. L'aire maximale est obtenue pour  $x = 3,5$  elle mesure alors environ  $24,5 \text{ m}^2$

## Deuxième partie

1. L'ensemble des filières d'énergie renouvelable produit :  $24 \text{ TWh} + 9,2 \text{ TWh} + 46,8 \text{ TWh} + 7 \text{ TWh} = 87 \text{ TWh}$   
La filière solaire représente  $9,2 \text{ TWh}$ .

Le pourcentage de l'énergie solaire sur l'ensemble est  $\frac{9,2 \text{ TWh}}{87 \text{ TWh}} \approx 0,11$  soit  $11 \%$ .

2. La somme des énergies renouvelables représente  $87 \text{ TWh}$  soit  $18,4 \%$  de l'électricité totale en France.  
On peut utiliser un tableau de proportionnalité :

|                        |  |      |
|------------------------|--|------|
| Énergies renouvelables | $87 \text{ TWh}$   | 18,4 |
| Total                  | $\frac{87 \text{ TWh} \times 100}{18,4} \approx 472,8 \text{ TWh}$ | 100  |

La consommation totale d'électricité en France est d'environ  $472,8 \text{ TWh}$ .

## Troisième partie

### Calcul du temps d'usage de la théière

2018 était une année ordinaire de 365  $j$ . Il y a  $60 \times 60 \text{ s} = 3600 \text{ s}$  dans une heure.

Calculons :  $1 \text{ min } 26 \text{ s} \times 365 = 86 \text{ s} \times 365 = 31390 \text{ s}$  cela représente  $\frac{31390 \text{ s}}{3600 \text{ s}} \approx 8,72 \text{ h}$

### Calcul de la consommation annuelle pour la théière

$8,72 \text{ h} \times 2200 \text{ W} = 19184 \text{ Wh}$ . Comme  $1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}$ , la consommation annuelle est  $19,184 \text{ kWh}$

En prenant  $\frac{31390}{3600} \text{ h}$  à la place de  $8,72 \text{ h}$  on obtient environ  $19,182 \text{ kWh}$ .

### Calcul du coût de fonctionnement de la théière

$19,184 \times 0,0997 \text{ €} \approx 1,91 \text{ €}$ .

### Calcul du prix taxe comprise

Il faut ajouter  $20 \%$  au prix.

On peut calculer  $\frac{20}{100} \times 1,91 \text{ €} = 0,382 \text{ €}$  puis  $1,91 \text{ €} + 0,382 \text{ €} = 2,292 \text{ €}$ .

Ou on applique le taux d'augmentation soit  $1 + \frac{20}{100} = 1 + 0,20 = 1,20$ .

Ainsi le prix incluant la taxe vaut :  $1,91 \text{ €} \times 1,20 = 2,292 \text{ €}$ .

Le prix toutes taxes comprises pour la consommation de la théière est d'environ  $2,29 \text{ €}$ .

## Quatrième partie

1. La pyramide SABCD a une base rectangulaire. L'aire du rectangle ABCD mesure :  $1,9 \text{ m} \times 92 \text{ cm} = 1,9 \text{ m} \times 0,92 \text{ m} = 1,748 \text{ m}^2$ .

Sa hauteur est le segment [SH], il mesure  $4,60 \text{ m}$ .

$$V_1 = \frac{1}{3} \times 1,748 \text{ m}^2 \times 4,60 \text{ m} \approx 2,680 \text{ m}^3$$

On sait que  $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$ .

Le volume de la pyramide SABCD a un volume d'environ  $2,680 \text{ m}^3$  au litre près.

2.a. Le coefficient de réduction qui permet de passer de la pyramide SABCD à la pyramide SA'B'C'D' est le quotient  $\frac{SH'}{SH}$ . On sait que  $SH' = SH - HH' = 4,60 \text{ m} - 1,84 \text{ m} = 2,76 \text{ m}$ .

Le coefficient de réduction vaut  $\frac{SH'}{SH} = \frac{2,76 \text{ m}}{4,60 \text{ m}} = 0,6$ .

2.b. On sait que : **Si les longueurs d'un objet géométrique sont multipliées par un nombre  $k$  alors les aires sont multipliées par  $k^2$  et le volume par  $k^3$ .**

Ainsi Le volume de la pyramide SA'B'C'D' mesure  $V_1 \times 0,6^3 \approx 2,680 \text{ m}^3 \times 0,216 \approx 0,589 \text{ m}^3$  au litre près.

3. Le volume du récupérateur d'eau mesure environ  $2,680 \text{ m}^3 - 0,589 \text{ m}^3 = 2,091 \text{ m}^3$  au litre près.

4. Ce récupérateur d'eau contient  $2,091 \text{ m}^3 = 2091 \text{ L}$ .

Un arrosoir à un volume de  $12 \text{ L}$ .

$$\frac{2091 \text{ L}}{12 \text{ L}} = 174,25.$$

Madame Martin peut remplir 174 arrosoirs.



**EXERCICE n° 2** — Titre

Thème

0 points



**EXERCICE n° 3** — Titre

Thème

0 points



**EXERCICE n° 4** — Titre  
Thème

*0 points*