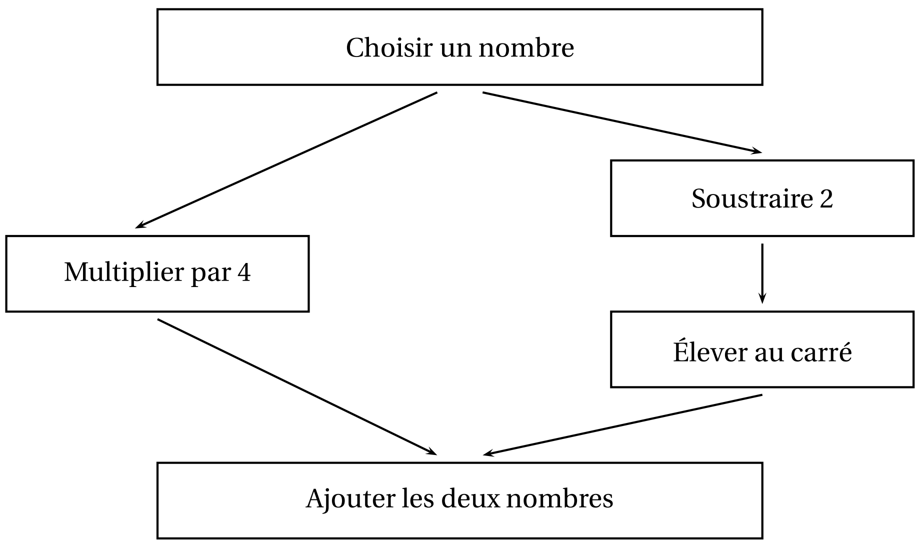
EXERCICE nº XIXGENANTV — Les deux programmes de calcul

Antilles-Guyane 2019 — Série générale

Programme de calcul — Expression littérale — Fractions — Conjecture — Nombres pairs et impairs

Voici deux programmes de calcul :

Programme A



Programme B

- Choisir un nombre ;
- calculer son carré ;
- ajouter 6 au résultat.

1.a. Montrer que, si l'on choisir le nombre 5, le résultat du **Programme A** est 29.

1.b. Quel est le résultat du **Programme B** si on choisit le nombre 5 ?

2. Si on nomme x le nombre choisi, expliquer pourquoi le résultat du **Programme A** peut s'écrire x^2+4.

3. Quel est le résultat du **Programme B** si l'on nomme x le nombre choisi ?

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
Justifier les réponses et écrire les étapes des éventuels calculs :

4.a. « Si l'on choisit le nombre $\frac{2}{3}$, le résultat du **Programme B** est $\frac{58}{9}$. »

4.b. « Si l'on choisit un nombre entier, le résultat du **Programme B** est un nombre entier impair. »

4.c « Le résultat du **Programme B** est toujours un nombre positif. »

4.d. « Pour un même nombre entier choisi, les résultats du **Programme A** et du **Programme B** sont ou bien tous les deux des entiers pairs, ou bien tous les deux des entiers impairs. »

Correction

1.a. En partant du nombre 5, le **Programme A** donne successivement :
$5 \times 4 = 20$ et d'autre part $5 - 2 = 3$ puis $3^2 = 9$ et enfin $20 + 9 = 29$.

En partant du nombre 5, le **Programme A** donne bien 29.

1.b. En partant du nombre 5, le **Programme B** donne successivement :
5 puis $5^2 = 25$ et enfin $25 + 6 = 31$.

En partant du nombre 5, le **Programme B** donne 31.

2. Si on note x le nombre de départ, le **Programme A** donne successivement :
$x \times 4 = 4x$ et d'autre part $x - 2$ puis $(x-2)^2$.

On obtient finalement $4x + (x-2)^2$.

Développons $\text{A} = 4x + (x-2)^2$
$\text{A} = 4x + x^2 - 4x + 4$
J'ai utilisé l'identité remarquable mais on peut développer $(x-2)^2 = (x-2)(x-2)$ *et la double distributivité.*
$\text{A} = x^2 + 4$

En partant du nombre générique x, le **Programme A** donne $x^2 + 4$.

3. Si on note x le nombre de départ, le **Programme B** donne successivement :
x puis x^2 et $x^2 + 6$.

En partant du nombre générique x, le **Programme B** donne $x^2 + 6$.

4.a. Il faut calculer :

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 6 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} + 6 = \frac{4}{9} + \frac{6 \times 9}{9} = \frac{4}{9} + \frac{54}{9} = \frac{58}{9}$$

Vraie

4.b. Le résultat avec le **Programme B** est $x^2 + 6$.
En prenant $x = 2$ le résultat vaut $2^2 + 6 = 4 + 6 = 10$, c'est un nombre pair !

Faux

4.c. Pour x un nombre quelconque, on sait que x^2 est un nombre positif ou nul.
Ainsi $x^2 + 6$ est un nombre supérieur ou égal à 6.

Vraie

4.d. Pour x un nombre de départ, le **Programme A** donne $x^2 + 4$ et le **Programme B** donne $x^2 + 6$.

On peut vérifier que quelques exemples :
Pour $x = 3$, $3^2 + 4 = 9 + 4 = 13$ et $3^2 + 6 = 9 + 6 = 15$.
Pour $x = 4$, $4^2 + 4 = 16 + 4 = 20$ et $4^2 + 6 = 16 + 6 = 22$.

Cette conjecture semble vraie !

Si on calcule la différence de ces deux programmes pour un nombre générique x on obtient :
$(x^2 + 6) - (x^2 + 4) = 2$.

L'écart entre ces nombres est 2. Si l'un de ces nombres est pair, alors l'autre aussi. Si l'un de ces nombres est impair, l'autre aussi.

Vraie