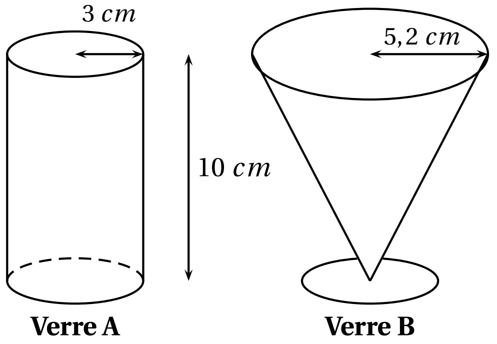
EXERCICE nº XIXGENANTVI — Les deux verres de jus de fruits

Antilles-Guyane 2019 — Série générale

Volume du cône — Volume du cylindre droit — Lecture graphique — Équation du premier degré — Substitution

Pour servir ses jus de fruits, un restaurateur a le choix entre deux types de verres : un verre cylindrique **A** de hauteur 10 cm et de rayon 3 cm et un verre conique **B** de hauteur 10 cm et de rayon 5,2 cm.



Rappels :

— Volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h :

$$\pi \times r^2 \times h$$

— Volume d'un cône de rayon r et de hauteur h :

$$\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

— $1\ \mathrm{L} = 1\ dm^3$

Le graphique situé en **ANNEXE 1.2** représente le volume de jus de fruits dans chacun des verres en fonction de la hauteur de jus de fruits qu'ils contiennent.

1. Répondre aux questions suivantes à l'aide du graphique en **ANNEXE 1.2** :

1.a. Pour quel verre le volume et la hauteur de jus de fruits sont proportionnels ? Justifier

1.b. Pour le verre **A**, quel est le volume de jus de fruit si la hauteur est de 5 cm ?

1.c. Quelle est la hauteur de jus de fruits si on verse 50 cm^3 dans le verre **B** ?

2. Montrer, par le calcul, que les deux verres ont le même volume total à 1 cm^3 près.

3. Calculer la hauteur du jus de fruit servi dans le verre **A** pour que le volume de jus soit égal à 200 cm^3. Donner une valeur approchée au centimètre près.

4. Un restaurateur sert ses verres de telle sorte que la hauteur de jus de fruits dans le verre soit égale à 8 cm.

4.a. Par lecture graphique, déterminer quel type de verre le restaurateur doit choisir pour servir le plus grand nombre possible de verres avec 1 L de jus de fruits.

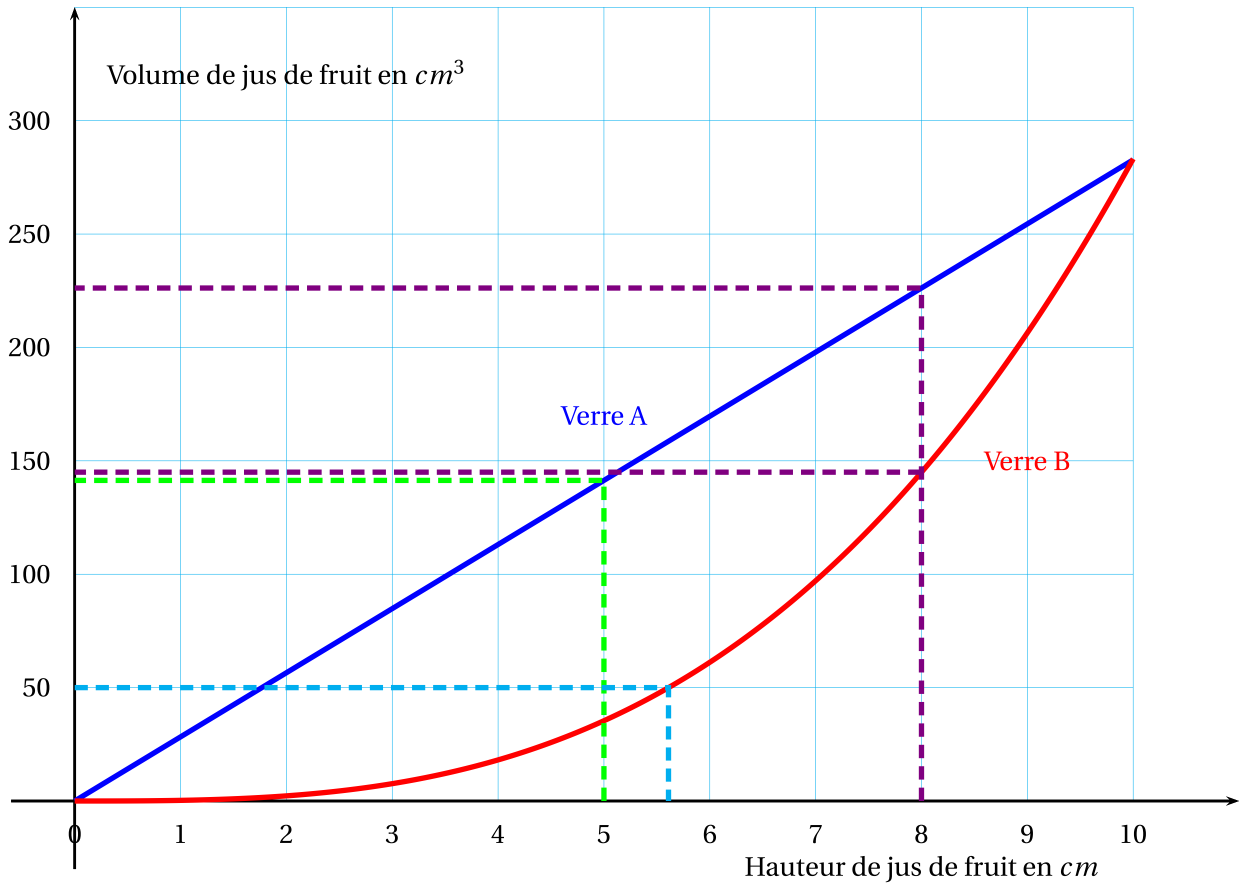
4.b. Par le calcul, déterminer le nombre maximal de verre **A** qu'il pourra servir avec 1 L de jus de fruits.

CORRECTION

1.a. On sait que la représentation graphique de deux grandeurs proportionnelles est une droite passant par l'origine du repère.

Pour le **Verre A** le volume est proportionnel à la hauteur.

ANNEXE 1.2



1.b. Le volume est d'environ 140 cm^3.

Une valeur approchée obtenue par le calcul vaut environ 141,37 cm^3 *au centième près.*

1.c. La hauteur mesure environ $5,6$ cm

Une valeur approchée obtenue par le calcul vaut environ 5,61 cm *au centième près.*

2. Calculons le volume de chaque verre.

Verre A : le volume vaut $\pi \times (3\ cm)^2 \times 10\ cm = 90\pi\ cm^3 \approx 282,74\ cm^3$.

Verre B : le volume vaut $\dfrac{1}{3} \times \pi \times (5,2\ cm)^2 \times 10\ cm = \dfrac{270,4}{3}\pi\ cm^3 \approx 283,16\ cm^3$.

Comme $283,16\ cm^3 - 282,74\ cm^3 = 0,42\ cm^3$

Les deux verres ont le même volume à 1 cm^3 près.

3. Notons h la hauteur de jus dans le verre A. Le volume de jus de fruit en fonction de la hauteur est donné par l'expression :

$$3^2 \times \pi \times h = 9\pi h$$

Il faut donc résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 9\pi h &= 200 \\ h &= \frac{200}{9\pi} \\ h &\approx 7 \end{aligned}$$

$\boxed{\text{En servant environ 7 } cm \text{ de jus de fruit, le volume est de 200 } cm^3 \text{ dans le verre A.}}$

4.a. La hauteur de jus de fruit dans chaque verre est de 8 cm.
On lit graphiquement (en violet) que cela remplit le verre A d'environ 230 cm^3 et le verre B d'environ 150 cm^3.
Pour servir un maximum de verre, il faut choisir celui qui contient le moins de jus de fruit !

$\boxed{\text{Il faut choisir le verre B.}}$

4.b. Calculons le volume de jus de fruit dans le verre A pour une hauteur de 8 cm.
Le volume vaut : $(3\ cm)^2 \times \pi \times 8\ cm = 72\pi\ cm^3$.

On sait que $1\ \text{L} = 1\ dm^3 = 1\,000\ cm^3$. Or $\dfrac{1\,000\ cm^3}{72\pi\ cm^3} \approx 4,4$.

$\boxed{\text{On peut remplir au maximum quatre verre A avec 1 L de jus de fruits.}}$