



EXERCICE n° XIXGENASII — Nina et Claire et les programmes de calcul

Asie 2019 — Série générale

Programme de calcul — Fractions — Équation du premier degré

Nina et Claire ont chacune un programme de calcul.

Programme de Nina	Programme de Claire
Choisir un nombre de départ	Choisir un nombre de départ
Soustraire 1.	Multiplier ce nombre par $-\frac{1}{2}$
Multiplier le résultat par -2	Ajouter 1 au résultat
Ajouter 2.	

1. Montrer que si les deux filles choisissent 1 comme nombre de départ, Nina obtiendra un résultat final 4 fois plus grand que celui de Claire.
2. Quel nombre de départ Nina doit-elle choisir pour obtenir 0 à la fin ?
3. Nina dit à Claire : « Si on choisit le même nombre de départ, mon résultat sera toujours quatre fois plus grand que le tien ».

A-t-elle raison ?



CORRECTION

1. En partant du nombre de départ 1, Nina obtient successivement :
1 puis $1 - 1 = 0$ et $0 \times (-2) = 0$ enfin $0 + 2 = 2$

En partant du nombre de départ 1, Claire obtient successivement :

1 puis $-\frac{1}{2} \times 1 = -\frac{1}{2}$ enfin $-\frac{1}{2} + 1 = -\frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$. Or $4 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

En prenant 1 au départ, Nina obtient bien un nombre quatre fois plus grand que celui de Claire.

2. *On peut utiliser deux méthodes : résolution d'équation ou remontée du programme à l'envers!*

Méthode de la remontée :

Le nombre final est 0. Comme en dernière étape Nina a ajouté 2, on enlève 2.

Donc $0 - 2 = -2$. Elle avait multiplié par -2 , nous allons diviser par -2 : $-2 \div (-2) = 1$.

Elle a commencé par soustraire 1, ajoutons 1 : $1 + 1 = 2$

Vérifions : on part de 2 puis $2 - 1 = 1$ et $1 \times (-2) = -2$ enfin $-2 + 2 = 0$. C'est bon!!

Méthode de l'équation :

Posons x le nombre de départ qui permet d'obtenir 0 à la fin.

On obtient successivement : x puis $x - 1$ et $(x - 1) \times (-2)$ enfin $-2(x - 1) + 2$. Il faut résoudre :

$$-2(x - 1) + 2 = 0$$

$$-2x + 2 + 2 = 0$$

$$-2x + 4 = 0$$

$$-2x = -4$$

$$x = \frac{-4}{-2}$$

$$x = 2$$

En prenant 2 comme nombre de départ Nina obtient 0 à la fin.

3. *Il faut cette fois-ci modéliser les programmes de Nina et Claire à l'aide d'une expression littérale.*

Posons x le nombre de départ pour les deux programmes.

Nous avons vu que Nina obtient $-2(x - 1) + 2 = -2x + 2 + 2 = -2x + 4$ à la fin.

Claire obtient successivement : x puis $-\frac{1}{2}x$ et $-\frac{1}{2}x + 1$

Testons la conjecture : $4 \left(-\frac{1}{2}x + 1 \right) = -\frac{4}{2}x + 4 = -2x + 4$. Nina a raison.