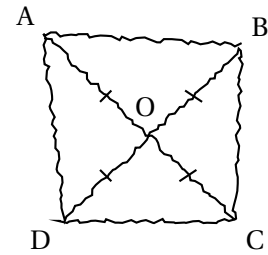




EXERCICE n° XIXGENASIV — Essence ou diesel

Asie 2019 — Série générale

La figure ci-contre est codée et réalisée à main levée.
Elle représente un quadrilatère ABCD dont les diagonales se croisent en un point O.
On donne : $OA = 3,5$ cm et $AB = 5$ cm.



On s'intéresse à la nature du quadrilatère ABCD qui a été représenté.

1. Peut-on affirmer que ABCD est un rectangle?
2. Peut-on affirmer que ABCD est un carré?



CORRECTION

Cet exercice demande de caractériser correctement les carrés et rectangles.

1. D'après le codage, les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu. Or on sait que :

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.

On constate par le codage que $AC = 2 \times 3,5 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$ et que $BD = 2 \times 3,5 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$ donc que $AC = BD$. Or on sait que :

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle.

ABCD est un rectangle!

2. On sait qu'un carré est un rectangle puisqu'il possède quatre angles droits! Un carré est également un losange puisqu'il a ses quatre côtés égaux! Nous savons également que :

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.

Vérifions si les diagonales de ABCD sont perpendiculaires. Dans le triangle ABO calculons et comparons $OA^2 + OB^2$ et AB^2

$$OA^2 + OB^2 = 3,5^2 + 3,5^2$$

$$AB^2 = 5^2$$

$$OA^2 + OB^2 = 12,25 + 12,25$$

$$AB^2 = 25$$

$$OA^2 + OB^2 = 24,5$$

Ainsi $OA^2 + OB^2 \neq AB^2$ d'après le **théorème contraposé de Pythagore** le triangle OAB n'est pas rectangle. Les diagonales du rectangle ABCD ne sont pas perpendiculaires.

ABCD n'est pas un carré.