

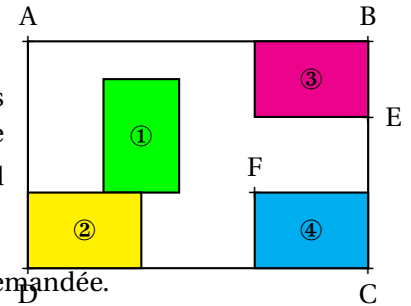


EXERCICE n° XIXGENFRAV — Le tableau constitué de quatre rectangles

France 2019 — Série générale

Ratio — Aire du rectangle — Translation — Rotation — Homothétie

Olivia s'est acheté un tableau pour décorer le mur de son salon.
Ce tableau, représenté ci-contre, est constitué de quatre rectangles identiques nommés ①, ②, ③ et ④ dessinés à l'intérieur d'un grand rectangle ABCD d'aire égale à $1,215 m^2$. Le ratio longueur : largeur est égal à 3 : 2 pour chacun des cinq rectangles.



1. Recopier, en les complétant, les phrases suivantes. Aucune justification n'est demandée.

1.a. Le rectangle l'image du rectangle par la translation qui transforme C en E.

1.b. Le rectangle ③ est l'image du rectangle par la rotation de centre F et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

1.c. Le rectangle ABCD est l'image du rectangle par l'homothétie de centre et de rapport 3.
(Il y a plusieurs réponses possibles, une seule est demandée.)

2. Quelle est l'aire d'un petit rectangle?

3. Quelles sont la longueur et la largeur du rectangle ABCD?



CORRECTION

1.a Le rectangle [3] est l'image du rectangle [4] par la translation qui transforme C en E

1.b Le rectangle [3] est l'image du rectangle [1] par la rotation de centre F et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

1.c Le rectangle ABCD est l'image du rectangle [2] par l'homothétie de centre D et de rapport 3.

Le rectangle ABCD est l'image du rectangle [3] par l'homothétie de centre B et de rapport 3.

Le rectangle ABCD est l'image du rectangle [4] par l'homothétie de centre C et de rapport 3.

2. Les petits rectangles ont des mesures 3 fois plus petites que celles du grand rectangle.

Or on sait que si les mesures d'un objet géométrique sont multipliées par k alors les aires sont multipliées par k^2 .

Ainsi les petits rectangles ont des aires $3^3 = 9$ fois plus petites que celle du grand rectangle.

Or $1,215 \text{ m}^2 \div 9 = 0,135 \text{ m}^2$. Les petits rectangles ont une aire de $0,135 \text{ m}^2$

On peut observer assez facilement qu'il y a exactement 9 petits rectangles dans le grand!

3. *Cette question est extrêmement difficile... au point que je me demande quels élèves de troisième est capable de produire un de ces raisonnements... et sans erreur... (je me suis moi-même trompé avant de trouver une réponse convenable!)*

On sait que la longueur et la largeur du grand rectangle sont dans un ratio 3 : 2.

Cela signifie que $\frac{L}{3} = \frac{l}{2}$ ou encore que $\frac{L}{l} = \frac{3}{2}$ et surtout que L et l sont proportionnels aux nombres 3 et 2.

Méthode 1 : passage à l'unité

On peut poser $u = \frac{L}{3} = \frac{l}{2}$ on a ainsi $L = 3u$ et $l = 2u$

Cherchons u tel que $L \times l = 1,215$ c'est à dire $3u \times 2u = 6u^2 = 1,215$. Il faut résoudre l'équation :

$$6u^2 = 1,215$$

$$u^2 = 1,215 \div 6$$

$$u^2 = 0,2025$$

$$u = \sqrt{0,2025}$$

$$u = 0,45$$

Ainsi $L = 3 \times 0,45 \text{ m} = 1,35 \text{ m}$ et $l = 2 \times 0,45 \text{ m} = 0,90 \text{ m}$... on a bien $1,35 \text{ m} \times 0,90 \text{ m} = 1,215 \text{ m}^2$.

Méthode 2 : équation en L ou l

On a $\frac{L}{3} = \frac{l}{2}$ donc $2L = 3l$.

$$2L \times 3l = 6L \times l = 6 \times 1,215 \text{ cm}^2 = 7,29 \text{ cm}^2$$

De plus comme $2L = 3l$ on arrive à $2L \times 3l = 2L \times 2L = 4L^2$ ou $2L \times 3l = 3l \times 3l = 9l^2$

Reste à résoudre l'une des deux équations :

$$4L^2 = 7,29$$

$$L^2 = 7,29 \div 4$$

$$L^2 = 1,8225$$

$$L = \sqrt{1,8225}$$

$$L = 1,35$$

$$9l^2 = 7,29$$

$$l^2 = 7,29 \div 9$$

$$l^2 = 0,81$$

$$l = \sqrt{0,81}$$

$$l = 0,90$$

Ouf!!