EXERCICE n° XIXGENFRAVI — Les deux programmes de calculs

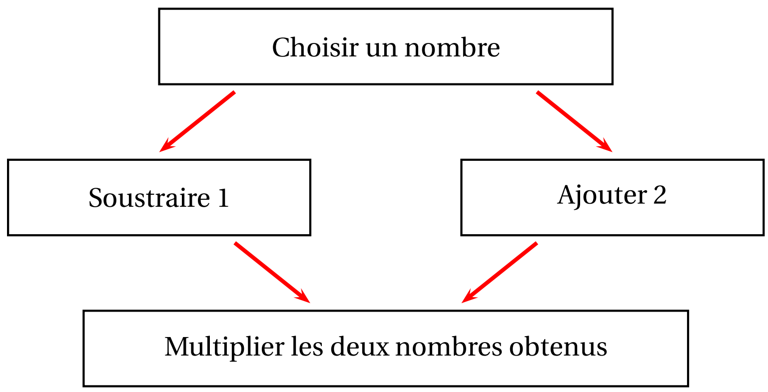
France 2019 — Série générale

Programme de calcul — Développement — Équation du premier degré — Équation produit

Programme 1

— Choisir un nombre ;
— le multiplier par 3 ;
— ajouter 1.

Programme 2



1. Vérifier que si on choisir 5 comme nombre de départ,
- le résultat du **Programme 1** vaut 16 ;
- le résultat du **Programme 2** vaut 28.

On appelle $A(x)$ le résultat du **Programme 1** en fonction du nombre x choisi au départ.
La fonction $B : x \to (x-1)(x+2)$ donne le résultat du **Programme 2** en fonction du nombre x choisi au départ.

2.a. Exprimer $A(x)$ en fonction de x.

2.b. Déterminer le nombre que l'on doit choisir au départ pour obtenir 0 comme résultat du **Programme 1**.

3. Développer et réduire l'expression :

$$B(x) = (x-1)(x+2)$$

4.a. Montrer que $B(x) - A(x) = (x+1)(x-3)$

4.b. Quels nombres doit-on choisir au départ pour que le **Programme 1** et le **Programme 2** donnent le même résultat ?
Expliquer votre démarche.

Correction

1. Avec le programme 1 en choisissant 5 comme nombre de départ on obtient successivement :
5 puis $5 \times 3 = 15$ et enfin $15 + 1 = 16$.

Avec le programme 2 en choisissant 5 comme nombre de départ on obtient successivement :
5 puis d'une part $5 - 1 = 4$ et d'autre part $5 + 2 = 7$ pour finalement obtenir $4 \times 7 = 28$

$\boxed{\text{On obtient bien 16 et 28 en prenant 5 au départ dans les programmes 1 et 2.}}$

2.a $\boxed{\mathrm{A}(x) = 3x + 1}$

2.b Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} \mathrm{A}(x) &= 0 \\ 3x + 1 &= 0 \\ 3x &= 0 - 1 \\ 3x &= -1 \\ x &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Vérifions en prenant $-\dfrac{1}{3}$ dans le programme 1 on obtient successivement :

$-\dfrac{1}{3}$ puis $-\dfrac{1}{3} \times 3 = -1$ et enfin $-1 + 1 = 0$.

$\boxed{\text{En prenant } -\dfrac{1}{3} \text{ au départ on obtient 0 dans le programme 1.}}$

3. $\mathrm{B}(x) = (x - 1)(x + 2)$
$\mathrm{B}(x) = x^2 + 2x - x - 2$
$\mathrm{B}(x) = x^2 + x - 2$

$\boxed{\text{La forme développée de } \mathrm{B}(x) \text{ est } x^2 + x - 2.}$

4.a On développe chaque membre de l'égalité pour comparer.

$\mathrm{B}(x) - \mathrm{A}(x) = (x - 1)(x + 2) - (3x + 1)$
$\mathrm{B}(x) - \mathrm{A}(x) = x^2 + x - 2 - 3x - 1$
$\mathrm{B}(x) - \mathrm{A}(x) = x^2 - 2x - 3$

Développons $(x + 1)(x - 3) = x^2 + x - 3x - 3 = x^2 - 2x - 3$

$\boxed{\text{On arrive ainsi à } \mathrm{B}(x) - \mathrm{A}(x) = (x + 1)(x - 3).}$

4.b Méthode experte :
x un nombre de départ tel que $\mathrm{A}(x) = \mathrm{B}(x)$ cela signifie que $\mathrm{B}(x) - \mathrm{A}(x) = 0$ puisque les deux résultats finaux sont égaux.
Il faut donc résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} \mathrm{B}(x) - \mathrm{A}(x) &= 0 \\ (x + 1)(x - 3) &= 0 \end{aligned}$$

On sait que **un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul.**

$$x+1=0 \qquad\qquad x-3=0$$

$$x=-1 \qquad\qquad x=3$$

Il y a donc deux nombres de départ qui donnent le même résultat pour les deux programmes : -1 et 3.

Vérifions :
Pour -1 le premier programme donne $3\times(-1)+1=-3+1=-2$
Le second donne $(-1-1)(-1+2)=(-2)\times 1=-2$

Pour 3 le premier programme donne $3\times 3+1=9+1=10$
Le second donne $(3-1)(3+2)=2\times 5=10$

Méthode empirique :
On pouvait tabuler à la calculatrice les deux fonctions $\mathrm{A}(x)$ et $\mathrm{B}(x)$ et déterminer des images communes.
On pouvait aussi faire des tests et espérer trouver une des deux solutions... ou les deux... -1 et 3 étaient accessibles !