

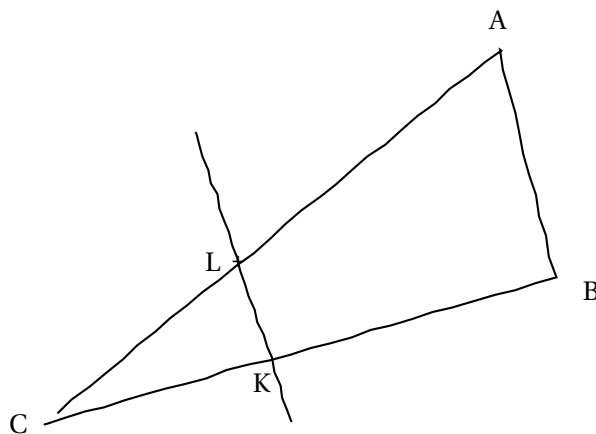


Construction — Réciproque du théorème de Pythagore — Théorème de Thalès — Trigonométrie

La figure ci-contre est dessinées à main levée.

On donne les informations suivantes :

- ABC est un triangle tel que
 $AC = 10,4 \text{ cm}$, $AB = 4 \text{ cm}$ et $BC = 9,6 \text{ cm}$;
- les points A, L et C sont alignés;
- les points B, K et C sont alignés;
- la droite (KL) est parallèle à la droite (AB);
- $CK = 3 \text{ cm}$.

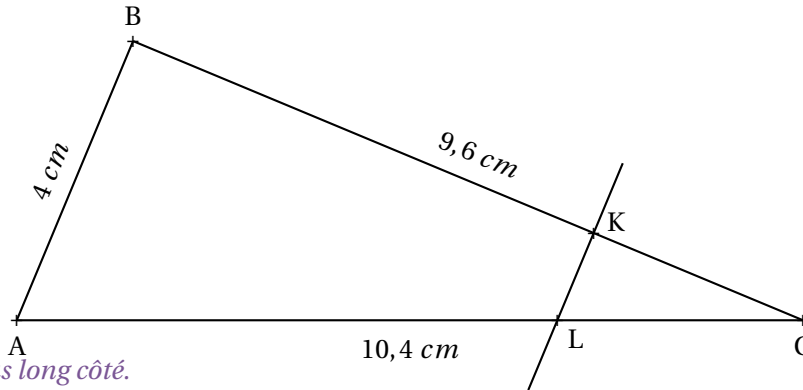


1. À l'aide des instruments de géométrie, construire la figure en vraie grandeur sur la copie en laissant les traits de construction apparents.
2. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.
3. Calculer la longueur CL en cm .
4. À l'aide de la calculatrice, calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle \widehat{CAB} , au degré près.



CORRECTION

1.



2. *Le côté AC est le plus long côté.*
 Comparons $BC^2 + BA^2$ et AC^2 :

$BC^2 + BA^2$	AC^2
$9,6^2 + 4^2$	$10,4^2$
$92,16 + 16$	$108,16$
$108,16$	$108,16$

Comme $BC^2 + BA^2 = AC^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle ABC est rectangle en B.

3. Les droites (LA) et (KB) sont sécantes en C, les droites (LK) et (AB) sont parallèles,
 D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{CK}{CB} = \frac{CL}{CA} = \frac{KL}{BA}$$

$$\frac{3 \text{ cm}}{9,6 \text{ cm}} = \frac{CL}{10,4 \text{ cm}} = \frac{KL}{4 \text{ cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$CL = \frac{10,4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}}{9,6 \text{ cm}} \text{ d'où } CL = \frac{31,2 \text{ cm}^2}{9,6 \text{ cm}} \text{ et } CL = 3,25 \text{ cm}$$

$$CL = 3,25 \text{ cm}$$

4. Dans le triangle CAB rectangle en B,

$$\cos \widehat{CAB} = \frac{BA}{AC} \text{ donc } \cos \widehat{CAB} = \frac{4 \text{ cm}}{10,4 \text{ cm}} = \frac{5}{13}$$

À la calculatrice on arrive à $\widehat{CAB} \approx 67^\circ$ au degré près.

On pouvait aussi utiliser le sinus de l'angle :

$$\sin \widehat{CAB} = \frac{BC}{AC} \text{ donc } \sin \widehat{CAB} = \frac{9,6 \text{ cm}}{10,4 \text{ cm}} = \frac{12}{13}$$

Ou la tangente :

$$\tan \widehat{CAB} = \frac{BC}{BA} \text{ donc } \tan \widehat{CAB} = \frac{9,6 \text{ cm}}{4 \text{ cm}} = 2,4$$