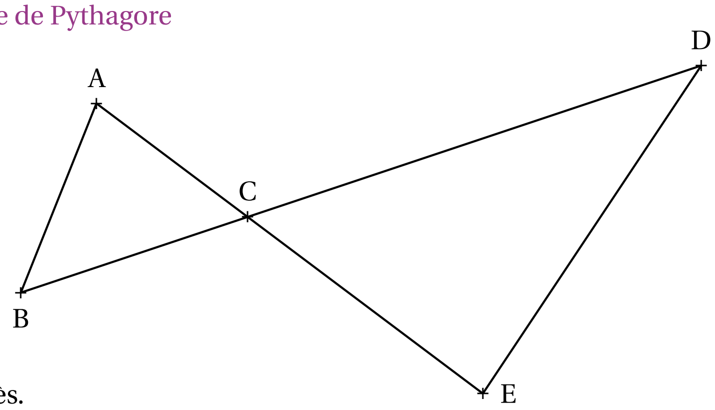
EXERCICE n° XXGENNCIV — La régate

Nouvelle-Calédonie 2020 — Série générale

Vitesse — Théorème de Thalès — Réciproque du théorème de Pythagore



Sur la figure suivante, on donne les distances en mètres :
AB = 400 m, AC = 300 m, BC = 500 m et CD = 700 m.

Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.

Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

1. Calculer la longueur DE.

2. Montrer que le triangle ABC est rectangle.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. Arrondir au degré près.

Lors d'une course les concurrents doivent effectuer plusieurs tours du parcours représenté ci-dessus. Ils partent du point A puis passent par les points B, C, D et E dans cet ordre puis de nouveau par le point C pour ensuite revenir au point A.

Mattéo, le vainqueur, a mis 1 h 48 min pour effectuer 5 tours du parcours. La distance parcourue pour faire un tour est 2 880 m.

4. Calculer la distance totale parcourue pour effectuer les 5 tours du parcours.

5. Calculer la vitesse moyenne de Mattéo. Arrondir à l'unité.

Correction

1.
Les droites (AE) et (BD) sont sécantes en C, les droites (AB) et (DE) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{CA}}{\text{CE}} = \frac{\text{CB}}{\text{CD}} = \frac{\text{AB}}{\text{ED}}$$

$$\frac{300\ m}{\text{CE}} = \frac{500\ m}{700\ m} = \frac{400\ m}{\text{ED}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{ED} = \dfrac{400\ m \times 700\ m}{500\ m}$ d'où $\text{ED} = \dfrac{280\,000\ m^2}{500\ m}$ et $\text{ED} = 560\ m$.

$\boxed{\text{DE} = 560\ m.}$

2. Comparons $\text{AB}^2 + \text{AC}^2$ et BC^2 :

$\text{AB}^2 + \text{AC}^2$	BC^2
$400^2 + 300^2$	500^2
$160\,000 + 90\,000$	
$250\,000$	$250\,000$

Comme

$$\text{AB}^2 + \text{AC}^2 = \text{BC}^2$$

, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle ABC est rectangle en A}}$.

3. Dans le triangle ABC rectangle en A on a :

On peut calculer le cosinus, le sinus ou la tangente de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$.

$\cos\widehat{\text{ABC}} = \dfrac{\text{AB}}{\text{BC}}$	$\sin\widehat{\text{ABC}} = \dfrac{\text{AC}}{\text{BC}}$	$\tan\widehat{\text{ABC}} = \dfrac{\text{AC}}{\text{AB}}$
$\cos\widehat{\text{ABC}} = \dfrac{400\ m}{500\ m}$	$\sin\widehat{\text{ABC}} = \dfrac{300\ m}{500\ m}$	$\tan\widehat{\text{ABC}} = \dfrac{300\ m}{400\ m}$
$\cos\ \widehat{\text{ABC}} = \dfrac{4}{5}$	$\sin\ \widehat{\text{ABC}} = \dfrac{3}{5}$	$\tan\ \widehat{\text{ABC}} = \dfrac{3}{4}$
$\cos\widehat{\text{ABC}} = 0,8$	$\sin\widehat{\text{ABC}} = 0,6$	$\tan\widehat{\text{ABC}} = 0,75$

Dans tous les cas, à la calculatrice on trouve $\boxed{\widehat{\text{ABC}} \approx 37° \text{ à } 1° \text{ près.}}$

4. Cinq tours de $2\,880\ m$ chacun. $2\,880\ m \times 5 = 14\,400\ m$.

$\boxed{\text{La distance totale parcourue mesure } 14\,400\ m.}$

5. Mattéo a parcouru les $14\,400\ m$ en $1\ h\ 48\ min$.
Calculons la vitesse moyenne en considérant que la distance parcourue et le temps sont proportionnels.

Distance	$14\,400\ m$	$\dfrac{60\ min \times 14\,400\ m}{108\ min} = 8\,000\ m$
Temps	$1\ h\ 48\ min = 108\ min$	$1\ h = 60\ min$

Comme $8\,000\ m = 8\ km$, $\boxed{\text{Mattéo a effectué le parcours à la vitesse moyenne de } 8\ km/h.}$