



EXERCICE n° XXIGENAI — Une agrandissement de carré

Asie 2021 — Série générale

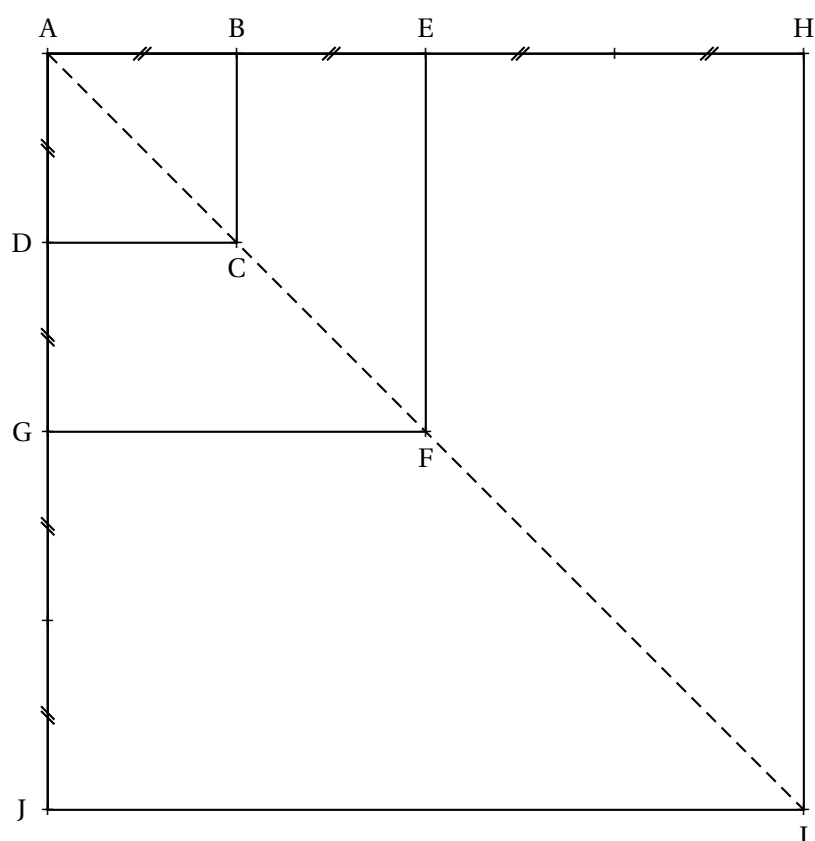
Théorème de Pythagore — Homothétie — Agrandissement / Réduction — Trigonométrie

Le quadrilatère ABCD est un carré de côté 1 cm. Il est noté **Carré ①**.

Les points A, B, E et H sont alignés, ainsi que les points A, D, G et J.

On construit ainsi une suite de carrés (**Carré ① — Carré ② — Carré ③ — ...**) en doublant la longueur du côté du carré, comme illustré ci-dessous pour les trois premiers carrés.

La figure n'est pas en vraie grandeur.



Carré ① : ABCD

Carré ② : ABCD

Carré ③ : ABCD

1. Calculer la longueur AC.

2. On choisit un carré de cette suite de carrés.

Aucune justification n'est demandée pour les questions 2.a. et 2.b..

2.a. Quel coefficient d'agrandissement des longueurs permet de passer de ce carré au carré suivant?

2.b. Quel type de transformation permet de passer de ce carré au carré suivant?

— — — —

3. L'affirmation « la longueur de la diagonale du **Carré ③** est trois fois plus grande que la longueur de la diagonale du **Carré ①** » est-elle correcte?

4. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de la mesure de l'angle \widehat{AJB} au degré près.



CORRECTION

1.

Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$

$$1^2 + 1^2 = AC^2$$

$$1 + 1 = AC^2$$

$$AC^2 = 2$$

$$AC = \sqrt{2}$$

$$AC \approx 1,41$$

Le segment [AC] mesure $\sqrt{2}$ cm $\approx 1,41$ cm.

2.a. On double la longueur à chaque étape. Le coefficient d'agrandissement des longueurs vaut donc 2.

2.b. Il s'agit d'une homothétie de centre A et de rapport 2.

3. Le Carré ③ a des longueurs deux fois plus grandes que le Carré ② qui lui même est deux fois plus grand que le Carré ①.

Le Carré ③ est donc $2 \times 2 = 4$ fois plus grand que le Carré ①.

Cette affirmation est fausse.

4. Le triangle AJB est rectangle en A.

On sait que le côté opposé à l'angle \widehat{AJB} est [AB], il mesure AB = 1 cm.

On sait que le côté adjacent à l'angle \widehat{AJB} est [AJ], il mesure AJ = 4 cm.

$$\tan \widehat{AJB} = \frac{1 \text{ cm}}{4 \text{ cm}} = 0,25.$$

À la calculatrice on trouve $\widehat{AJB} \approx 14^\circ$.