



Image — Développer — Nombres premiers — Approche fréquentiste — Trigonométrie — Contraposée du théorème de Pythagore

Pour chacune des six affirmations suivantes, indiquer sur votre copie, si elle est vraie ou fausse.

**On rappelle que chaque réponse doit être justifiée.**

1. On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 3x - 7$ .

**Affirmation n° 1 :** « L'image par  $f$  du nombre  $-1$  est  $2$ . »

2. On considère l'expression  $E = (x - 5)(x + 1)$ .

**Affirmation n° 2 :** « L'expression  $E$  a pour forme développée et réduite  $x^2 - 4x - 5$ . »

3.  $n$  est un entier positif.

**Affirmation n° 3 :** « Lorsque  $n$  est égal à  $5$ , le nombre  $2^n + 1$  est un nombre premier. »

4. On a lancé 15 fois un dé à six face numérotées de 1 à 6 et on a noté les fréquences d'apparition dans le tableau ci-dessous :

Numéro de la face apparente	1	2	3	4	5	6
Fréquence d'apparition	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	...

**Affirmation n° 4 :** « La fréquence d'apparition du 6 est  $0$ . »

5. On considère un triangle RAS rectangle en S.

Le côté [AS] mesure 80 cm et l'angle  $\widehat{ARS}$  mesure  $26^\circ$ .

**Affirmation n° 5 :** « Le segment [RS] mesure environ 164 cm. »

6. Un rectangle ABCD a pour longueur 160 cm et pour largeur 95 cm.

**Affirmation n° 6 :** « Les diagonales de ce rectangle mesurent exactement 186 cm. »



## CORRECTION

*Il faut absolument justifier ses réponses dans ce genre d'exercice!*

1. La fonction  $f$  est affine mais cela ne joue pas de rôle dans cet exercice.

$$f(-1) = 3 \times (-1) - 7 = -3 - 7 = -10$$

**Affirmation n° 1 : Fausse**

*On remarque que  $f(2) = 3 \times 2 - 7 = 6 - 7 = -1$*

*Ainsi l'image de 2 est  $-1$  par la fonction  $f$  ou encore  $-1$  est l'image de 2.*

2. Développons E :

$$E = (x - 5)(x + 1)$$

$$E = x^2 + x - 5x - 5$$

*Je déconseille d'écrire les détails de calculs comme  $x \times x$  ou  $-5 \times x$ . Il faut faire ce travail de tête et écrire directement chaque terme. Cela évite les erreurs car les détails des produits rendent l'écriture confuse.*

$$E = x^2 - 4x - 5$$

**Affirmation n° 2 : Vraie**

$$3. 2^5 + 1 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 1 = 32 + 1 = 33.$$

Or  $33 = 3 \times 11$  il n'est pas premier!

**Affirmation n° 3 : Fausse**

*Cette affirmation me fait penser aux nombres de la forme  $M_n = 2^n - 1$  sont des nombres de Mersenne (Marin Mersenne, moine et mathématicien français (1588-1648)). Quand un nombre de Mersenne est premier alors  $n$  est premier (la réciproque est fautive,  $M_{11} = 2^{11} - 1 = 2047 = 23 \times 89$ ).*

*Celui de l'exercice est premier, il s'agit de  $M_5$ . On connaît à ce jour 51 nombre de Mersenne premier. Le plus grand est  $M_{82589933}$ .*

4. La somme des fréquences d'apparition doit être égale à 1.

$$\text{On a : } \frac{3}{15} + \frac{4}{15} + \frac{5}{15} + \frac{2}{15} + \frac{1}{15} = \frac{15}{15} = 1.$$

Ainsi la fréquence d'apparition du 6 vaut 0.

**Affirmation n° 4 : Vraie**

5. Dans le triangle ARS rectangle en S.

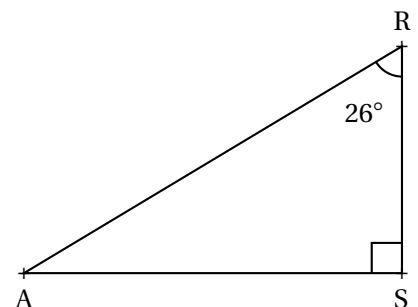
[AS] est le côté opposé à l'angle  $\widehat{ARS}$  et [RS] est le côté adjacent de cet angle.

Nous allons donc utiliser la tangente de l'angle à  $26^\circ$ .

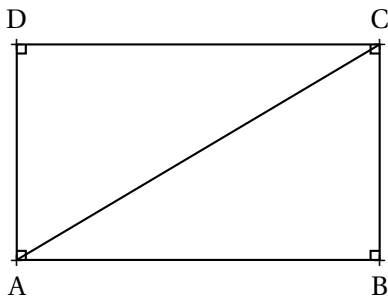
$$\tan 26^\circ = \frac{80 \text{ cm}}{\text{RS}} \text{ donc } \text{RS} = \frac{80 \text{ cm}}{\tan 26^\circ} \approx 164 \text{ cm}$$

**Affirmation n° 5 : Vraie**

6.



On sait que dans un rectangle les diagonales ont la même longueur.  
Calculons la mesure de la diagonale [AC] dans le triangle ABC rectangle en B.



D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$

$$160^2 + 95^2 = AC^2$$

$$25600 + 9025 = AC^2$$

$$AC^2 = 34625$$

$$AC = \sqrt{34625}$$

$$AC \approx 186,08$$

Or  $186^2 = 34596$  donc  $AC \neq 186$ .

**Affirmation n° 6 : Fausse**

*Attention à ne pas se laisser abuser par la valeur approchée de  $\sqrt{34625}$  !*