



EXERCICE n° XXIGENFRASV — Le composteur

France 2021 — Série générale

Théorème de Pythagore — Volume du prisme droit — Volume du pavé

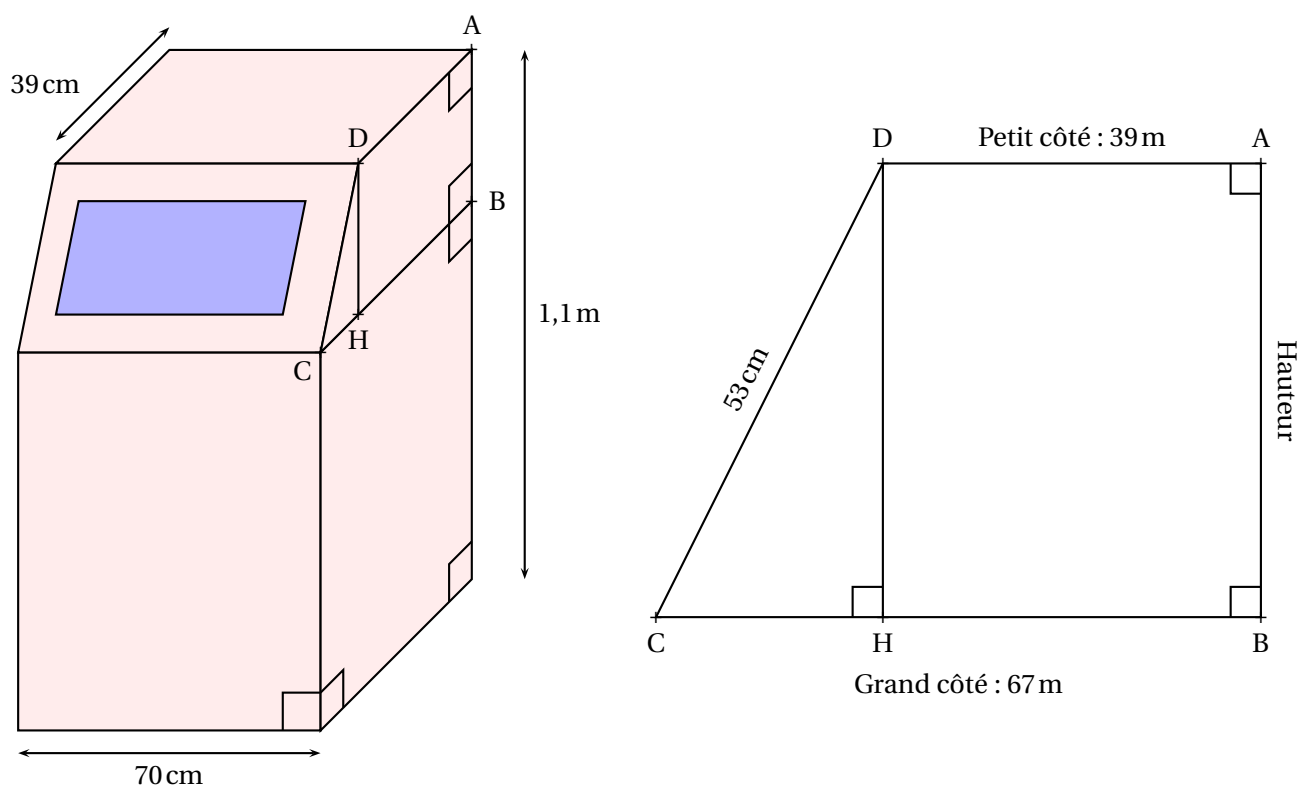
La production annuelle de déchets par Français était de 5,2 tonnes par habitant en 2007.
Entre 2007 et 2017, elle a diminué de 6,5 %.

1. De combien de tonnes la production annuelle de déchets par Français en 2017 a-t-elle diminué par rapport à l'année 2007?
2. Pour continuer à diminuer leur production de déchets, de nombreuses familles utilisent désormais un composteur.

Une de ces familles a choisi le modèle ci-dessous, composé d'un pavé droit et d'un prisme droit (la figure du composteur n'est pas à l'échelle).

Le descriptif indique qu'il a une contenance d'environ $0,5\text{ m}^3$.

On souhaite vérifier cette information.



2.a. Dans le trapèze ABCD, calculer la longueur CH.

2.b. Montrer que la longueur DH est égale à 45 cm.

2.d. Calculer le volume du composteur.

L'affirmation « il a une contenance d'environ $0,5\text{ m}^3$ » est-elle vraie? Justifier.

Rappels

$$\text{Aire du trapèze} = \frac{(\text{Petit côté} + \text{Grand côté}) \times \text{Hauteur}}{2}$$

$$\text{Volume du prisme droit} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

$$\text{Volume du pavé droit} = \text{Longueur} \times \text{Largeur} \times \text{Hauteur}$$



CORRECTION

1. La masse de déchet en 2007 était de 5,2 t et elle a diminué de 6,5 %.

Comme $1 - \frac{6,5}{100} = 1 - 0,065 = 0,935$, il faut calculer $0,935 \times 5,2 \text{ t} = 4,862 \text{ t}$.

Or $5,2 \text{ t} - 4,862 \text{ t} = 0,338 \text{ t}$.

La production de déchet par habitant a diminué de 0,338 t.

On pouvait aussi effectuer $5,2 \text{ t} \times \frac{6,5}{100} = 0,338 \text{ t}$.

2.a. $CH = 67 \text{ cm} - 39 \text{ cm} = 28 \text{ cm}$

2.b. Dans le triangle CHD rectangle en H,
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$HC^2 + HD^2 = CD^2$$

$$28^2 + HD^2 = 53^2$$

$$784 + HD^2 = 2809$$

$$HD^2 = 2809 - 784$$

$$HD^2 = 2025$$

$$HD = \sqrt{2025}$$

$$HD = 45$$

La longueur CH vaut exactement 45 cm.

2.c. Il suffit d'appliquer la formule fournie en rappel.

$$\text{Aire du trapèze} = \frac{(39 \text{ cm} + 67 \text{ cm}) \times 45 \text{ cm}}{2} = \frac{106 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}}{2} = \frac{4770 \text{ cm}^2}{2} = 2385 \text{ cm}^2$$

2.d. Il faut calculer le volume du pavé droit et le volume du prisme en utilisant le formulaire.

$$\text{Aire du pavé droit} = 70 \text{ cm} \times 67 \text{ cm} \times (1,1 \text{ m} - 45 \text{ cm}) = 4690 \text{ cm}^2 \times (110 \text{ cm} - 45 \text{ cm}) = 4690 \text{ cm}^2 \times 65 \text{ cm} = 304850 \text{ cm}^3$$

Attention, les bases parallèles pour le prisme droit sont les trapèzes. La hauteur de ce prisme mesure donc 70 cm. Une hauteur n'est pas systématiquement verticale!

$$\text{Aire du prisme} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur} = 2385 \text{ cm}^2 \times 70 \text{ cm} = 166950 \text{ cm}^3.$$

$$\text{Le volume total du composteur vaut donc } 304850 \text{ cm}^3 + 166950 \text{ cm}^3 = 471800 \text{ cm}^3.$$

$$\text{On sait que } 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000000 \text{ cm}^3 \text{ donc } 471800 \text{ cm}^3 = 0,4718 \text{ m}^3.$$

L'affirmation est vraie, le composteur a bien un volume d'environ 0,5 m³.