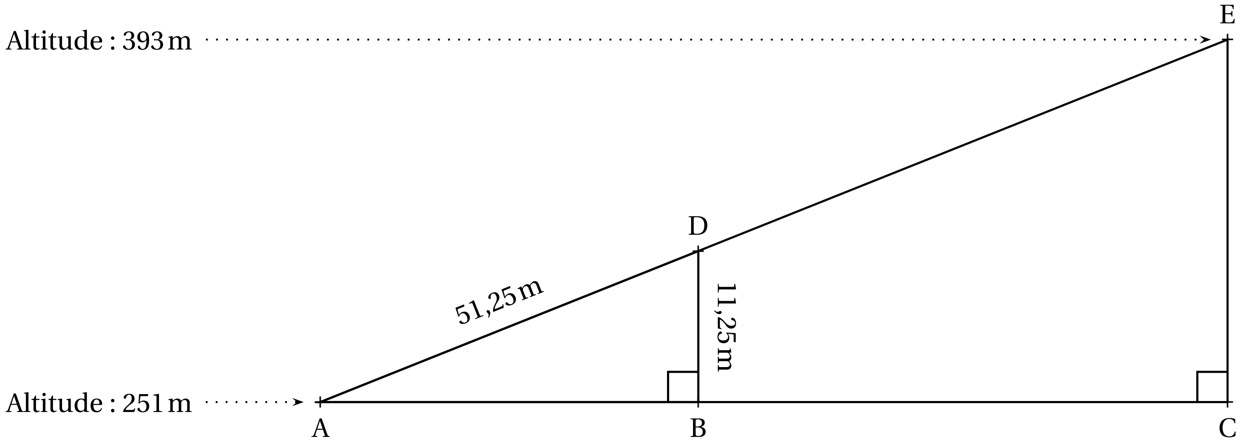
EXERCICE n° XXIGENGEIV — Le col de Hardknott

Théorème de Thalès — Vitesse — Pourcentages — Théorème de Pythagore

Aurélie fait du vélo en Angleterre au col de Hardknott.
Elle est partie d'une altitude de 251 mètres et arrivera au sommet à une altitude de 393 m.
Sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le point de départ est représenté par le point A et le sommet par le point E. Aurélie est actuellement au point D.



Les droites (AB) et (DB) sont perpendiculaires. Les droites (AC) et (CE) sont perpendiculaires.
Les points A, D et E sont alignés. Les points A, B et C sont alignés.
AD = 51,25 m et DB = 11,25 m.

1. Justifier que le dénivelé qu'Aurélie aura parcouru, c'est-à-dire la hauteur EC, est égal à 142 m.

2.a. Prouver que les droites (DB) et (EC) sont parallèles.

2.b. Montrer que la distance qu'Aurélie doit encore parcourir, c'est-à-dire la longueur DE, est d'environ 596 m.

3. On utilisera pour la longueur DE la valeur 596 m.

Sachant qu'Aurélie roule à une vitesse moyenne de 8 km/h, si elle part à 9 h 55 min du point D, à quelle heure arrivera-t-elle au point E ? Arrondir à la minute près.

4. La pente d'une route est obtenue par le calcul suivant :

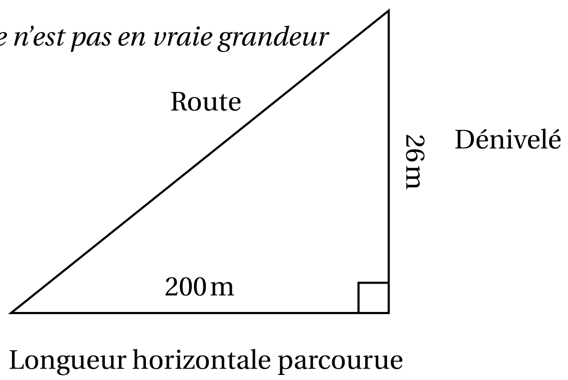
$$\text{pente} = \frac{\text{dénivelé}}{\text{longueur horizontale parcourue}}$$

La pente s'exprime en pourcentage.

Démontrer que la pente de la route parcourue par Aurélie est de 22, 5 %.

Exemple d'une pente à 13 %

La figure n'est pas en vraie grandeur



Correction

1. Il suffit de calculer l'écart entre les altitudes.

$\boxed{EC = 393\,\text{m} - 251\,\text{m} = 142\,\text{m}}$

2.a. Les droites (BD) et (EC) sont perpendiculaires à la droite (AC).
On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Les droites (BD) et (EC) sont donc parallèles.

2.b.
Les droites (AE) et (AC) sont sécantes en A, les droites (BD) et (EC) sont parallèles,
D"après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{BD}{CE}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{51{,}25\,\text{m}}{AE} = \frac{11{,}25\,\text{m}}{142\,\text{m}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$AE = \dfrac{51{,}25\,\text{m} \times 142\,\text{m}}{11{,}25\,\text{m}}$ d'où $AE = \dfrac{7\,277{,}5\,\text{m}^2}{11{,}25\,\text{m}}$ et $AE \approx 647\,\text{m}$

$\boxed{\text{Finalement } DE = AE - AD = 647\,\text{m} - 51{,}25\,\text{m} \approx 596\,\text{m}}$

3. Aurélie roule à la vitesse moyenne de 8 km/h, la distance et le temps sont proportionnels :

Distance	$8\,\text{km} = 8\,000\,\text{m}$	$596\,\text{m}$
Temps	$1\,\text{h} = 60\,\text{min}$	$\dfrac{596\,\text{m} \times 60\,\text{min}}{8\,000\,\text{m}} \approx 4{,}47\,\text{min}$

Aurélie arrivera à environ 9 h 59 min.

4. Il faut d'abord calculer la distance horizontale AC.
Dans le triangle ACE rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CA^2 + CE^2 = AE^2$$
$$CA^2 + 142^2 = (51,25 + 596)^2$$
$$CA^2 + 142^2 = 647,25^2$$
$$CA^2 = 647,25^2 - 142^2$$
$$CA^2 \approx 398\,769$$
$$CA \approx \sqrt{398\,769}$$
$$CA \approx 631$$

La distance horizontale mesure environ 631 m.

$\boxed{\text{La pente est égale à } \dfrac{142\,\text{m}}{631\,\text{m}} \approx 0,225 \text{ soit environ } 22,5\ \%.}$