



# Fractions IX

Troisième - Seconde



EXPRESSIONS TRÈS COMPLEXES ET FRACTIONS

HORS CATÉGORIE

Calculer et réduire des expressions très difficiles mettant en jeu toutes les opérations sur les fractions

## PROPRIÉTÉ :

$a, b, c$  et  $d$  des nombres relatifs non nuls,

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Dans une succession d'opérations, les multiplications sont prioritaires.

## EXEMPLES :

$$Z = \frac{1 - \frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}}$$

$$Z = \left(1 - \frac{2}{3}\right) \div \left(1 + \frac{2}{3}\right)$$

$$Z = \left(\frac{3}{3} - \frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{3}{3} + \frac{2}{3}\right)$$

$$Z = \frac{1}{3} \div \frac{5}{3}$$

$$Z = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5}$$

$$Z = \frac{1 \times 3}{3 \times 5}$$

$$Z = \frac{3}{5}$$

Effectuer puis simplifier au maximum le résultat obtenu :

$$A = \frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}}$$

$$B = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$$

$$C = \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{5}}{\frac{4}{5} - \frac{1}{5}}$$

$$D = \left(\frac{3}{4} \div 5\right) \left(1 - \frac{2}{3}\right) - 1$$

$$E = \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{25}{9}\right) \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{7}{4}\right)$$

$$F = \frac{\frac{5}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{9}{25}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{8}{3}}$$

$$G = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{5}{3} \times \frac{6}{5} - 4$$



$$H = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}$$



$$I = 1 - \frac{2}{3 - \frac{4}{5 - \frac{6}{7 - \frac{8}{9}}}}$$





# Fractions IX — Correction



Troisième - Seconde

Les calculs écrits avec ce style et précédés par le symbole sont des commentaires. Il n'est pas utile des les écrire sur votre copie. Il s'agit de la procédure mentale qui permet d'obtenir le résultat.

Effectuer puis simplifier au maximum le résultat obtenu :

$$A = \frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}}$$

$$A = \frac{\frac{4}{4} + \frac{3}{4}}{\frac{4}{4} - \frac{3}{4}}$$

$$A = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{1}{4}}$$

$$A = \frac{7}{4} \div \frac{1}{4}$$

$$A = \frac{7}{4} \times \frac{4}{1}$$

$$A = \frac{7 \times 4}{4 \times 1}$$

$$A = \frac{7}{1}$$

$$A = 7$$

$$B = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$$

$$B = \frac{\frac{1 \times 4}{3 \times 4} - \frac{1 \times 3}{4 \times 3}}{\frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3}}$$

$$B = \frac{\frac{4}{12} - \frac{3}{12}}{\frac{4}{12} + \frac{3}{12}}$$

$$B = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{7}{12}}$$

$$B = \frac{1}{12} \div \frac{7}{12}$$

$$B = \frac{1}{12} \times \frac{12}{7}$$

$$B = \frac{1 \times 12}{12 \times 7}$$

$$B = \frac{1}{7}$$

$$C = \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{5}}{\frac{5}{4} - \frac{1}{5}}$$

$$C = \frac{\frac{3 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1 \times 4}{5 \times 4}}{\frac{5 \times 5}{5 \times 4} - \frac{1 \times 4}{5 \times 4}}$$

$$C = \frac{\frac{15}{20} - \frac{4}{20}}{\frac{25}{20} - \frac{4}{20}}$$

$$C = \frac{\frac{11}{20}}{\frac{21}{20}}$$

$$C = \frac{11}{20} \times \frac{20}{21}$$

$$C = \frac{11 \times 20}{20 \times 21}$$

$$C = \frac{11}{21}$$

$$D = \left(\frac{3}{4} \div 5\right) \left(1 - \frac{2}{3}\right) - 1$$

$$D = \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{5}\right) \left(\frac{3}{3} - \frac{2}{3}\right) - 1$$

$$D = \frac{3 \times 1}{4 \times 5} \times \frac{1}{3} - 1$$

$$D = \frac{3}{20} \times \frac{1}{3} - 1$$

$$D = \frac{3 \times 1}{20 \times 3} - 1$$

$$D = \frac{3}{60} - \frac{60}{60}$$

$$D = -\frac{57}{60}$$

$$D = -\frac{3 \times 19}{3 \times 20}$$

$$D = -\frac{19}{20}$$

$$E = \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{25}{9}\right) \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{7}{4}\right)$$

$$E = \left(\frac{3}{5} - \frac{3 \times 25}{5 \times 9}\right) \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1 \times 7}{3 \times 4}\right)$$

$$E = \left(\frac{3}{5} - \frac{3 \times 5 \times 5}{5 \times 3 \times 3}\right) \div \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{12}\right)$$

$$E = \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{3}\right) \div \left(\frac{1 \times 4}{3 \times 4} - \frac{7}{12}\right)$$

$$E = \left(\frac{3 \times 3}{5 \times 3} - \frac{5 \times 5}{3 \times 5}\right) \div \left(\frac{4}{12} - \frac{7}{12}\right)$$

$$E = \left(\frac{9}{15} - \frac{25}{15}\right) \div -\frac{3}{12}$$

$$E = -\frac{16}{15} \div -\frac{3}{3 \times 4}$$

$$E = -\frac{16}{15} \div -\frac{1}{4}$$

$$E = -\frac{16}{15} \times \frac{-4}{1}$$

$$E = \frac{16 \times 4}{15 \times 1}$$

$$E = \frac{64}{15}$$

$$F = \frac{\frac{5}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{9}{25}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{8}{3}}$$

$$F = \frac{\frac{5}{3} - \frac{5 \times 9}{3 \times 25}}{\frac{1}{4} - \frac{1 \times 8}{4 \times 3}}$$

$$F = \frac{\frac{5}{3} - \frac{1 \times 8}{4 \times 3}}{\frac{5}{4} - \frac{5 \times 9}{5 \times 4}}$$

$$F = \frac{\frac{5}{3} - \frac{5 \times 3 \times 3}{3 \times 5 - 5 \times 3}}{\frac{1}{4} - \frac{1 \times 4 \times 2}{4 \times 3}}$$

$$F = \frac{\frac{5}{3} - \frac{3}{3}}{\frac{1}{4} - \frac{2}{3}}$$

$$F = \frac{\frac{5 \times 5}{3 \times 5} - \frac{3 \times 3}{5 \times 3}}{\frac{1 \times 3}{4 \times 3} - \frac{2 \times 4}{3 \times 4}}$$

$$F = \frac{\frac{25}{12} - \frac{9}{12}}{\frac{3}{12} - \frac{8}{12}}$$

$$F = \frac{16}{\frac{15}{5}}$$

$$F = \frac{16}{15} \times -\frac{12}{5}$$

$$F = -\frac{16 \times 12}{15 \times 5}$$

$$F = -\frac{16 \times 3 \times 4}{3 \times 5 \times 5}$$

$$F = -\frac{16 \times 4}{5 \times 5}$$

$$F = -\frac{64}{25}$$

$$G = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{5}{3} \times \frac{6}{5} - 4$$

$$G = \left(\frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{2 \times 4}{3 \times 4}\right)^2 - \frac{5 \times 6}{3 \times 5} - 4$$

$$G = \left(\frac{9}{12} - \frac{8}{12}\right)^2 - \frac{6}{3} - 4$$

$$G = \left(\frac{1}{12}\right)^2 - 2 - 4$$

$$G = \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} - 6$$

$$G = \frac{1}{144} - \frac{6 \times 144}{144}$$

$$G = \frac{1}{144} - \frac{864}{144}$$

$$G = -\frac{863}{144}$$

$$H = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}$$

$$H = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + 1}}$$

$$H = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}$$

$$H = 1 + \frac{1}{\frac{2}{2} + \frac{1}{2}}$$

$$H = 1 + \frac{1}{3}$$

$$H = 1 + 1 \div \frac{3}{2}$$

$$H = 1 + 1 \times \frac{2}{3}$$

$$H = \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$$

$$H = \frac{5}{3}$$

$$I = 1 - \frac{2}{3 - \frac{6}{5 - \frac{8}{7 - \frac{8}{9}}}}$$

$$I = 1 - \frac{2}{3 - \frac{6}{5 - \frac{7 \times 9}{9} - \frac{8}{9}}}$$

$$I = 1 - \frac{2}{3 - \frac{6}{5 - \frac{63}{9} - \frac{8}{9}}}$$

$$I = 1 - \frac{2}{3 - \frac{6}{5 - \frac{55}{9}}}$$

$$I = 1 - \frac{2}{3 - \frac{6 \times 9}{5 \times 55}}$$

$$I = 1 - \frac{2}{3 - \frac{54}{55}}$$

$$I = 1 - \frac{2}{3 - \frac{4}{221}}$$

$$I = 1 - \frac{2}{3 - 4 \times \frac{55}{221}}$$

$$I = 1 - \frac{2}{3 - \frac{220}{221}}$$

$$I = 1 - \frac{2}{\frac{3 \times 221}{221} - \frac{220}{221}}$$

$$I = 1 - \frac{2}{\frac{663}{221} - \frac{220}{221}}$$

$$I = 1 - \frac{2}{\frac{443}{221}}$$

$$I = 1 - 2 \times \frac{221}{443}$$

$$I = 1 - \frac{442}{443}$$

$$I = \frac{443}{443} - \frac{442}{443}$$

$$I = \frac{1}{443}$$

$$I = \frac{1}{443}$$