

ARITHMÉTIQUE

LA DIVISION EUCLIDIENNE

Si a et b sont deux nombres entiers naturels avec $b \neq 0$,
Alors il existe un unique couple de nombres entiers naturels q et r tels que

$$a = b \times q + r \quad \text{et} \quad 0 \leq r < b$$

a est le **dividende**, b le **diviseur**, q le **quotient** et r le **reste** de la **division euclidienne**.

EXEMPLES :

$\begin{array}{r l} 2021 & 15 \\ 52 & 134 \\ 71 & \\ 11 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 2022 & 56 \\ 342 & 36 \\ 6 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 2021 & 43 \\ 301 & 47 \\ 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 2022 & 6 \\ 22 & 337 \\ 42 & \\ 0 & \end{array}$
--	---	---	--

$$2021 = 15 \times 134 + 11$$

$$2022 = 56 \times 36 + 6$$

$$2021 = 43 \times 47$$

$$2022 = 6 \times 337$$

REMARQUES : un nombre entier est toujours divisible par 1 et par lui-même.

VOCABULAIRE

Quand le reste de la **division euclidienne** est nul, par exemple quand on divise 2021 par 43, on dit que 2021 est un **multiple** de 43 ou que 2021 est **divisible** par 43 ou encore que 43 est un **diviseur** de 2021.

EXEMPLES :

Un **nombre entier pair** est un nombre dont le reste dans la division euclidienne par 2 vaut zéro.
Ainsi tout nombre pair peut s'écrire sous la forme $2 \times n$ où n est un entier naturel.

Un **nombre entier impair** est un nombre dont le reste dans la division euclidienne par 2 vaut un.
Ainsi tout nombre impair peut s'écrire sous la forme $2 \times n + 1$ où n est un entier naturel.

CRITÈRES DE DIVISIBILITÉ

- Un entier est divisible par **2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un entier est divisible par **3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- Un entier est divisible par **4** si le nombre formé par le chiffre de ses dizaines et celui de ses unités est un multiple de 4.
- Un entier est divisible par **5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un entier est divisible par **9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

NOMBRES PREMIERS

Un nombre entier est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs.
Un nombre entier est **premier** s'il n'est divisible que par 1 et lui-même.

REMARQUE : 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur, lui-même!

EXEMPLE : voici la liste des nombres premiers inférieurs à 100.

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 91 ; 97

DÉCOMPOSITION EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

Tout nombre entier peut s'écrire de manière unique (à l'ordre près) sous la forme d'un produit de nombres premiers.

EXEMPLES : $2021 = 43 \times 47$; $2022 = 2 \times 3 \times 337$; $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

FRACTION IRRÉDUCTIBLE

Une **fraction est irréductible** si elle n'est pas simplifiable. Cela signifie que 1 est le seul diviseur commun à son numérateur et son dénominateur.

APPLICATIONS :

360	2	540	2
180	2	270	2
90	2	135	3
45	3	45	3
15	3	15	3
5	5	5	5
1		1	

$$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

Ainsi $2 \times 2 = 4$ est un diviseur de 360 ; $3 \times 3 \times 5 = 45$ est un diviseur de 540 ...

$$\frac{360}{540} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5} = \frac{2}{3}. \text{ On a simplifié par } 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90.$$

90 est le plus grand diviseur commun à 360 et 540. On a $360 = 4 \times 90$ et $540 = 6 \times 90$.

Si nous avons à notre disposition 360 fleurs rouges et 540 fleurs jaunes, nous pouvons au maximum réaliser 90 bouquets tous identiques composés chacun de 4 fleurs rouges et 6 fleurs jaunes.