

# PROBABILITÉS



## VOCABULAIRE ET EXEMPLES :

- Une **expérience aléatoire** est une expérience renouvelable dont le résultat ne peut être prévu. Chaque renouvellement de l'expérience s'appelle **une épreuve** ;  
Lancer un dé à six faces ou lancer une pièce de monnaie sont des expériences aléatoires à une épreuve.  
Lancer deux dés à six faces ou deux pièces de monnaie sont des expériences aléatoires à deux épreuves.
- Le hasard n'a pas de mémoire : quand on répète une expérience aléatoire, les résultats obtenus dans le passé n'influencent pas les futurs résultats.  
Le tirage du Loto obtenu la semaine dernière a la même probabilité de survenir cette semaine!
- Un **événement** est un résultat d'une expérience aléatoire. Une **issue** est un événement élémentaire constitué d'un seul résultat de l'expérience.  
« Obtenir trois avec un dé cubique » ou « Obtenir face en lançant une pièce » sont des issues.  
« Obtenir un nombre pair en lançant un dé » ou « Obtenir 7 en faisant la somme de deux dés » sont des événements ».
- La **probabilité** d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1 qui mesure la fréquence d'apparition d'un résultat. On peut l'exprimer en pourcentage, en fraction ou sous forme décimale.  
Il y a 1 chance sur 6 soit environ 16,7 % d'obtenir 4 avec un dé cubique équilibré. Il y a 50 % de faire pile avec une pièce non truquée.
- Un événement est **impossible** quand sa probabilité vaut 0 ;  
L'événement « Obtenir 13 en faisant la somme de deux dés cubiques » est impossible.
- Un événement est **certain** quand sa probabilité vaut 1 ;  
L'événement « Obtenir un nombre positif avec un dé cubique » est certain.
- Deux événements sont **contraires** quand l'un ou l'autre se produit de manière certaine. Cela signifie que la somme de leurs probabilités est égale à 1.  
Les événements « Obtenir une carte noire » et « Obtenir une carte rouge » sont contraires quand on tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

## APPROCHE FRÉQUENTISTE :

Lorsqu'on répète une expérience aléatoire un grand nombre de fois, la fréquence d'apparition d'un événement approche la probabilité de cet événement.

Quand on lance une pièce de monnaie 10 fois, on peut obtenir 10 fois la même face. Si la pièce n'est pas truquée, plus on répète cette expérience, plus la fréquence d'apparition de Pile et de Face s'approche de  $\frac{1}{2} = 0,5$  ou 50 %

## LOI DE PROBABILITÉ ET ÉQUIPROBABILITÉ :

- La loi de probabilité d'une expérience aléatoire est la connaissance des probabilités de toutes les issues possibles de cette expérience.
- Il est souvent difficile de trouver la loi de probabilité d'une expérience aléatoire. Parfois on se contente d'une approche fréquentiste qui en répétant l'expérience donne une valeur approchée de la probabilité cherchée.  
Quand on lance une punaise à tête plate, il est difficile de déterminer la probabilité qu'elle tombe à plat ou sur le côté.  
La probabilité de gagner au Loto la semaine prochaine est difficile à calculer et demande des compétences de lycée.
- Si toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité de se réaliser, on dit que nous sommes dans une situation d'**équiprobabilité**. On parle aussi de loi de probabilité uniforme. Dans ce cas la probabilité d'un événement se calcule de la manière suivante :

$$\text{Probabilité de l'événement} = \frac{\text{Nombre d'issues favorables à cet événement}}{\text{Nombre d'issues totales}}$$

Le lancer d'une pièce de monnaie non truquée, d'un dé cubique équilibré, la prise d'une boule non discernable au toucher... sont autant d'expérience aléatoire dont les issues sont **équiprobables**.

## EXPÉRIENCE ALÉATOIRE À DEUX ÉPREUVES :

- Une expérience aléatoire à deux épreuves est constituée de **deux épreuves indépendantes** d'une même expérience.  
On lance deux dés cubiques pour en faire la somme, on lance deux pièces de monnaies équilibrées, on fait tourner une roue et on pioche une boule... voici des expériences aléatoires à deux épreuves.
- Il faut bien choisir la définition des issues en veillant à ce qu'elles soient équiprobables. On utilise souvent pour cela un tableau à deux entrées ou un arbre.  
On lance deux dés équilibrés et on fait la somme. Voici les issues possibles sous forme de tableau :

Dé 1 \ Dé 2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Il y a 36 issues équiprobables.  
La probabilité d'obtenir un 7 est égale à  $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$  soit environ 16,7 %.  
La probabilité d'obtenir un nombre premier est égale à  $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$  soit 50 %.  
La probabilité d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 9 vaut  $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$  soit environ 27,8 %