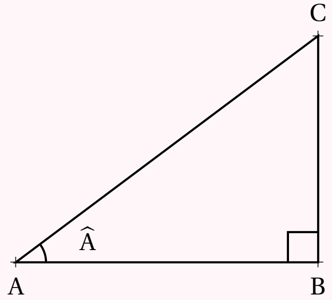
Trigonométrie

Définition

Dans un triangle ABC rectangle en B :

- le plus long côté du triangle, opposé à l'angle droit est l'hypoténuse ;
- le côté de l'angle droit étant un côté de l'angle $\widehat{A}$ est le côté adjacent à l'angle $\widehat{A}$;
- le côté de l'angle droit n'étant pas un côté de l'angle $\widehat{A}$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{A}$.



- [AC] est l'hypoténuse du triangle ;
- [AB] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{A}$;
- [BC] est le côté opposé à l'angle $\widehat{A}$;
- [BC] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{C}$;
- [AB] est le côté opposé à l'angle $\widehat{C}$;

Dans un triangle rectangle ABC rectangle en B, il existe trois grandeurs qui ne dépendent que de l'angle $\widehat{A}$ que l'on nomme cosinus, sinus et tangente de l'angle $\widehat{A}$. La connaissance de l'une de ces grandeurs permet de retrouver la mesure de l'angle $\widehat{A}$.
On les définit ainsi :

$$\cos\widehat{A} = \frac{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{A}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin\widehat{A} = \frac{\text{côté opposé à l'angle} \widehat{A}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan\widehat{A} = \frac{\text{côté opposé à l'angle} \widehat{A}}{\text{côté adjacent à l'angle} \widehat{A}}$$

Moyen mnémotechnique :

L'acronyme suivant permet de se souvenir facilement de ces trois définitions :

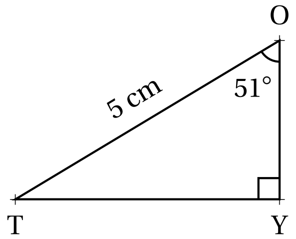
C A H S O H T O A

C pour cosinus, S pour sinus et T pour tangente.
A pour adjacent, O pour opposé et H pour hypoténuse.

Usages :

Pour calculer la longueur d'un côté connaissant un côté et un angle

TOY un triangle rectangle en T.



Calculons la longueur OY :

On connaît la mesure de l'hypoténuse, on veut celle du côté adjacent à l'angle à 51°. On utilise donc le cosinus.

$\cos 51° = \dfrac{OY}{5\ cm}$ soit $\boxed{OY = 5\ cm \times \cos 51°}$

Finalement $OY \approx 3,15\ cm$

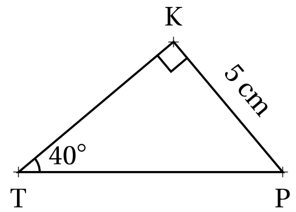
Calculons la longueur TY :

On connaît la mesure de l'hypoténuse, on veut celle du côté opposé à l'angle à 51°. On utilise donc le sinus.

$\sin 51° = \dfrac{TY}{5\ cm}$ soit $\boxed{TY = 5\ cm \times \sin 51°}$

Finalement $TY \approx 3,89\ cm$

KPT un triangle rectangle en K.



Calculons la longueur TP :

On connaît la mesure du côté opposé à l'angle à 40°, on veut celle de l'hypoténuse. On utilise donc le cosinus.

$\sin 40° = \dfrac{5\ cm}{TP}$ soit $\boxed{TP = \dfrac{5\ cm}{\sin 40°}}$

Finalement $TP \approx 7,78\ cm$

Calculons la longueur TK :

On connaît la mesure du côté opposé, on veut celle du côté adjacent. On utilise donc la tangente.

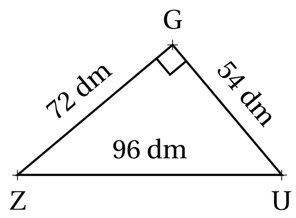
$\tan 40° = \dfrac{5\ cm}{TK}$ soit $\boxed{TK = \dfrac{5\ cm}{\tan 40°}}$

Finalement $TK \approx 5,96\ cm$

Pour résoudre une équation du type $5 = \dfrac{x}{7}$ ou $8 = \dfrac{7}{x}$, on écrit chaque membre comme une fraction, $\dfrac{5}{1} = \dfrac{x}{7}$ et $\dfrac{8}{1} = \dfrac{7}{x}$ puis on utilise la règle de trois !

Pour calculer la mesure d'un angle connaissant deux côtés

ZUG un triangle rectangle en G.



Calculons la mesure des angles $\widehat{UZG}$ et $\widehat{GUZ}$.

On peut calculer au choix soit le cosinus, le sinus ou la tangente de chacun de ces angles.

Ainsi $\cos\widehat{UZG} = \dfrac{72\ dm}{96\ dm} = 0,75$.

À la calculatrice on trouve $\boxed{\widehat{UZG} \approx 41,41°}$

Il faut saisir seconde cos 0,75

Comme $\widehat{UZG}$ et $\widehat{GUZ}$ sont complémentaires, $\widehat{GUZ} = 90° - 41,41° = 48,59°$