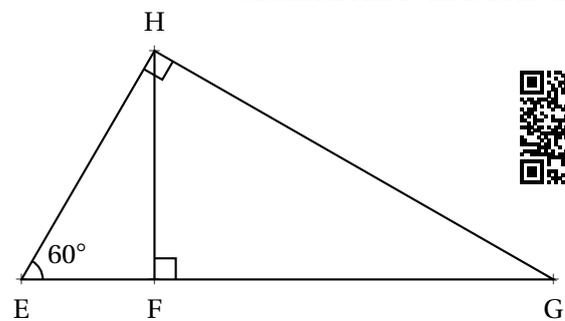


EXERCICE N° 45 : Triangles semblables

La figure ci-contre n'est pas dessinée en vraie grandeur.

- EHG est rectangle en H;
- $F \in [EG]$;
- $EG = 10 \text{ cm}$.

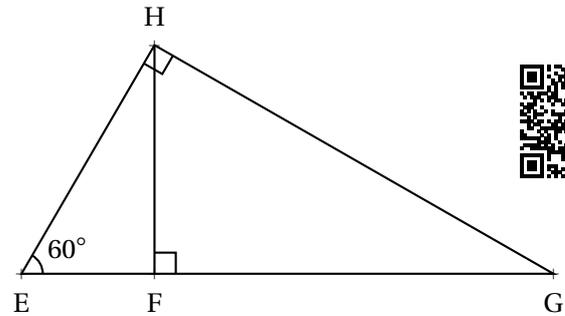


1. Calculer la mesure des angles : \widehat{EFH} , \widehat{EHF} , \widehat{HGF} et \widehat{FHG} .
2. En déduire que les triangles EHG, EHF et HFG sont semblables.
3. Calculer les longueurs : EH, HG, EF, FG et FH.
4. Déterminer le coefficient d'agrandissement réduction qui permet de passer du triangle EHG au triangle HFG, puis celui qui permet de passer du triangle EHG au triangle HEF.
5. Déterminer les aires des triangles EHG, HFG et HEF. Que remarquez-vous?

EXERCICE N° 45 : Triangles semblables

La figure ci-contre n'est pas dessinée en vraie grandeur.

- EHG est rectangle en H;
- $F \in [EG]$;
- $EG = 10 \text{ cm}$.



1. Calculer la mesure des angles : \widehat{EFH} , \widehat{EHF} , \widehat{HGF} et \widehat{FHG} .
2. En déduire que les triangles EHG, EHF et HFG sont semblables.
3. Calculer les longueurs : EH, HG, EF, FG et FH.
4. Déterminer le coefficient d'agrandissement réduction qui permet de passer du triangle EHG au triangle HFG, puis celui qui permet de passer du triangle EHG au triangle HEF.
5. Déterminer les aires des triangles EHG, HFG et HEF. Que remarquez-vous?

EXERCICE N° 45**CORRECTION**

1. Comme $F \in [EG]$, on sait que l'angle \widehat{EFG} est plat. On sait aussi que le triangle HFG est rectangle en F donc $\widehat{EFH} = 90^\circ$

Dans le triangle EHF, on sait que la somme des angles vaut 180° ou plus simplement que deux angles aigus dans un triangle rectangle sont complémentaires (cela signifie que leur somme vaut 90°).

Ainsi $\widehat{AHF} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

Dans le triangle EHG rectangle en H, les angles \widehat{HEG} et \widehat{HGF} sont complémentaires.

Donc $\widehat{HGF} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

Dans le triangle FHG rectangle en F, les angles \widehat{FHG} et \widehat{FGH} sont complémentaires.

Donc $\widehat{FHG} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

2. Les angles du triangle EHG mesurent respectivement 90° , 60° et 30° .
 Les angles du triangle EHF mesurent respectivement 90° , 60° et 30° .
 Les angles du triangle HFG mesurent respectivement 90° , 60° et 30° .

Ces triangles ont leurs angles égaux deux à deux : ils sont semblables!

3. Calcul de EH.

Dans le triangle EHG rectangle en H,

On connaît la mesure de l'hypoténuse du triangle, le côté [EG] qui mesure 10 cm et on cherche la mesure du côté adjacent à l'angle \widehat{HEG} , le côté [EH].

$$\cos 60^\circ = \frac{EH}{10 \text{ cm}} \text{ donc } EH = 10 \text{ cm} \times \cos 60^\circ = 5 \text{ cm}$$

Calcul de HG

Dans le triangle EHG rectangle en H,

On connaît la mesure de l'hypoténuse du triangle, le côté [EG] qui mesure 10 cm et on cherche la mesure du côté opposé à l'angle \widehat{HEG} , le côté [HG].

Il vaut mieux répartir des mesures données dans l'exercices plutôt que de celle trouvée précédemment. Cela évite le cumul d'erreur!

$$\sin 60^\circ = \frac{HG}{10 \text{ cm}} \text{ donc } HG = 10 \text{ cm} \times \sin 60^\circ \approx 8,66 \text{ cm}$$

Calcul de EF

Dans le triangle HEF rectangle en F,

On connaît la mesure de l'hypoténuse du triangle, le côté [EH] qui mesure 5 cm et on cherche la mesure du côté adjacent à l'angle \widehat{HEF} , le côté [EF].

$$\cos 60^\circ = \frac{EF}{5 \text{ cm}} \text{ donc } EF = 5 \text{ cm} \times \cos 60^\circ = 2,5 \text{ cm}$$

Calcul de FG

Comme les points E, F et G sont alignés, $FG = EG - EF = 10 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} = 7,5 \text{ cm}$.

Calcul de FH

Dans le triangle HEF rectangle en F,

On connaît la mesure de l'hypoténuse du triangle, le côté [EH] qui mesure 5 cm et on cherche la mesure du côté opposé à l'angle \widehat{HEF} , le côté [FH].

$$\sin 60^\circ = \frac{FH}{5 \text{ cm}} \text{ donc } \boxed{FH = 5 \text{ cm} \times \sin 60^\circ \approx 4,33 \text{ cm}}.$$

4. Comme les triangles EHG et HFG sont semblables, HFG est un réduction du triangle EHG. Il existe donc un coefficient multiplicateur de réduction qui permet de passer des longueurs de EHG à celles de HFG.

En observant les plus grands côtés de ces triangles, on en déduit que le côté [EG] du triangle EHG correspond au côté de [HG] du triangle HFG.

$$\text{Comme } \frac{HG}{EG} = \frac{8,66 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} \approx 0,866, \boxed{\text{le coefficient de réduction vaut environ } 0,866}.$$

$$\text{En passant par les valeurs exactes on arrive à : } \frac{HG}{EG} = \frac{10 \text{ cm} \times \sin 60^\circ}{10 \text{ cm}} = \sin 60^\circ.$$

Le coefficient de réduction vaut exactement $\sin 60^\circ$.

Comme les triangles EHG et HEF sont semblables, HEF est un réduction du triangle EHG. Il existe donc un coefficient multiplicateur de réduction qui permet de passer des longueurs de EHG à celles de HEF.

En observant les plus grands côtés de ces triangles, on en déduit que le côté [EG] du triangle EHG correspond au côté de [EF] du triangle HEF.

$$\text{Comme } \frac{HF}{EG} = \frac{5 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 0,5, \boxed{\text{le coefficient de réduction vaut } 0,5}.$$

$$\text{En passant par les valeurs exactes on arrive à : } \frac{HF}{EG} = \frac{10 \text{ cm} \times \cos 60^\circ}{10 \text{ cm}} = \cos 60^\circ.$$

Le coefficient de réduction vaut exactement $\cos 60^\circ$.

5. Ces trois triangles sont rectangles. Les côtés de l'angle droit sont donc respectivement une base et une hauteur de ces triangle.

$$\text{Aire(EHG)} = \frac{HE \times HG}{2} = \frac{5 \text{ cm} \times 8,66 \text{ cm}}{2} = \frac{43,3 \text{ cm}^2}{2} \approx 21,65 \text{ cm}^2$$

$$\text{Aire(HFG)} = \frac{FH \times FG}{2} = \frac{4,33 \text{ cm} \times 7,5 \text{ cm}}{2} = \frac{32,475 \text{ cm}^2}{2} \approx 16,24 \text{ cm}^2$$

$$\text{Aire(EHF)} = \frac{FH \times FE}{2} = \frac{4,33 \text{ cm} \times 2,5 \text{ cm}}{2} = \frac{10,825 \text{ cm}^2}{2} \approx 5,41 \text{ cm}^2$$

On remarque que $\text{Aire(EHG)} = 4 \times \text{Aire(EHF)}$.

C'est une conséquence du résultat sur le coefficient de réductions des aires.

On sait que **Si les longueurs d'une figure sont multipliées par un coefficient positif d'agrandissement/réduction k alors les aires de cette figures sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3 .**

Comme l'un des coefficients est ici 0,5 soit $\frac{1}{2}$, le carré vaut $\frac{1}{4} = 0,25$.



INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 25 juin 2024 à 15:05

Ce document a été écrit pour L^AT_EX avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTeX 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprenant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code définit un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.fr>

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **100 exercices pour le brevet.pdf**, a été créé par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 25 juin 2024 à 15:05.
Il est disponible en ligne sur pi.ac3j.fr, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.

Adresse de l'article : <https://pi.ac3j.fr/100-exercices-corriges-pour-preparer-le-brevet-des-colleges>