

EXERCICE N° 46 : La symétrie axiale

1. Tracer un triangle équilatéral ABC tel que $AB = 5 \text{ cm}$.
- 2.a. Construire le point D symétrique du point A par rapport à la droite (BC).
- 2.b. Construire le point E symétrique du point B par rapport à la droite (AC).
- 2.c. Construire le point F symétrique du point C par rapport à la droite (AB).
3. Quelle conjecture pouvez-vous faire sur la position des points A, B et C dans le triangle DEF.
- 4.a. Démontrer que $AC = CD$ et que $AB = BD$.
- 4.b. Que dire du quadrilatère ACDB?
5. Démontrer de même que ABCE et que CAFB sont des losanges.
6. Démontrer la conjecture observée à la question 3..
- 7.a. Que dire du triangle DEF?
- 7.b. Exprimer l'aire du triangle DEF en fonction de celle du triangle ABC.
- 8.a. Quelle transformation géométrique transforme le triangle ACE en le triangle BCD?
- 8.b. Quelle transformation géométrique transforme le triangle ACE en le triangle ABF?
- 8.c. Quelle transformation géométrique transforme le triangle BCD en le triangle ABF?



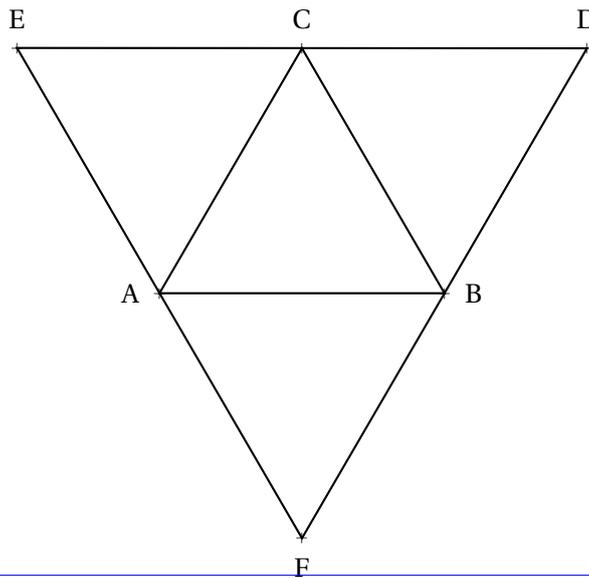


1. Tracer un triangle équilatéral ABC tel que $AB = 5$ cm.
- 2.a. Construire le point D symétrique du point A par rapport à la droite (BC).
- 2.b. Construire le point E symétrique du point B par rapport à la droite (AC).
- 2.c. Construire le point F symétrique du point C par rapport à la droite (AB).
3. Quelle conjecture pouvez-vous faire sur la position des points A, B et C dans le triangle DEF.
- 4.a. Démontrer que $AC = CD$ et que $AB = BD$.
- 4.b. Que dire du quadrilatère ACDB ?
5. Démontrer de même que ABCE et que CAFB sont des losanges.
6. Démontrer la conjecture observée à la question 3.
- 7.a. Que dire du triangle DEF ?
- 7.b. Exprimer l'aire du triangle DEF en fonction de celle du triangle ABC.
- 8.a. Quelle transformation géométrique transforme le triangle ACE en le triangle BCD ?
- 8.b. Quelle transformation géométrique transforme le triangle ACE en le triangle ABF ?
- 8.c. Quelle transformation géométrique transforme le triangle BCD en le triangle ABF ?

EXERCICE N° 46

CORRECTION

1. 2.a.b.c.



3. Il semble que les points A, B et C soient les milieux respectifs des segments [EF], [DF] et [ED].

4.a. Considérons la symétrie axiale d'axe (CB).

D est l'image de A, C est l'image de C et B est l'image de B.

Ainsi le segment [AC] a pour image le segment [DC] et le segment [AB] a pour image le segment [DB].

On sait que **la symétrie axiale conserve la mesure des longueurs** *c'est une isométrie... hors programme...*On en déduit que les segments et leurs images ont la même longueur, $AC = DC$ et $AB = DB$.4.b. Dans le quadrilatère ACDB on sait que $AC = CD$ et que $AB = BD$.Comme ABC est un triangle équilatéral on sait aussi que $AB = BC = CA$.Finalement $AC = CD = AB = BD$, le quadrilatère ACDB a quatre côtés égaux, **ACDB est un losange.**

5. Nous allons reproduire le raisonnement précédent deux fois de suite!

Considérons la symétrie axiale d'axe (CA).

E est l'image de B, C est l'image de C et A est l'image de A.

Ainsi le segment [BC] a pour image le segment [EC] et le segment [BA] a pour image le segment [EA].

On sait que **la symétrie axiale conserve la mesure des longueurs** *c'est une isométrie... hors programme...* .

On en déduit que les segments et leurs images ont la même longueur, $BC = EC$ et $BA = EA$.

Dans le quadrilatère ECBA on sait que $BC = EC$ et que $BA = EA$.

Comme ABC est un triangle équilatéral on sait aussi que $AB = BC = CA$.

Finalement $BC = EC = BA = EA$, le quadrilatère ECBA a quatre côtés égaux, **ECBA est un losange.**

Considérons la symétrie axiale d'axe (AB).

F est l'image de C, A est l'image de A et B est l'image de B.

Ainsi le segment [CB] a pour image le segment [FB] et le segment [CA] a pour image le segment [FA].

On sait que **la symétrie axiale conserve la mesure des longueurs** *c'est une isométrie... hors programme...* .

On en déduit que les segments et leurs images ont la même longueur, $CB = FB$ et $CA = FA$.

Dans le quadrilatère ACBF on sait que $CB = FB$ et que $CA = FA$.

Comme ABC est un triangle équilatéral on sait aussi que $AB = BC = CA$.

Finalement $CB = FB = CA = FA$, le quadrilatère ACBF a quatre côtés égaux, **ACBF est un losange.**

6. Nous venons de démontrer que ABCE et ABDC sont des losanges.

On en déduit d'abord que la droite (AB) est parallèle aux droites (EC) et (CD).

On sait que **si deux droites sont parallèles à une même droite alors elles sont parallèles entre elles**, les droites (EC) et (CD) sont donc parallèles.

Comme ces deux droites ont un point commun, le point C, on en déduit que les points D, C et E sont alignés.

On en déduit aussi que $AB = EC = CD$. Cela prouve que **C est le milieu du segment [ED].**

Nous allons recommencer deux fois cette démonstration...

Nous venons de démontrer que ACDB et ACBF sont des losanges.

On en déduit d'abord que la droite (AC) est parallèle aux droites (BD) et (BF).

On sait que **si deux droites sont parallèles à une même droite alors elles sont parallèles entre elles**, les droites (BD) et (BF) sont donc parallèles.

Comme ces deux droites ont un point commun, le point B, on en déduit que les points B, D et F sont alignés.

On en déduit aussi que $AC = BD = BF$. Cela prouve que **B est le milieu du segment [DF].**

Nous venons de démontrer que ABCE et ACBF sont des losanges.

On en déduit d'abord que la droite (CB) est parallèle aux droites (EA) et (AF).

On sait que **si deux droites sont parallèles à une même droite alors elles sont parallèles entre elles**, les droites (EA) et (AF) sont donc parallèles.

Comme ces deux droites ont un point commun, le point A, on en déduit que les points A, E et F sont alignés.

On en déduit aussi que $CB = EA = AF$. Cela prouve que **A est le milieu du segment [EF].**

7. Nous venons de prouver que $AE = AF = BC$, que $BD = BF = AC$ et que $CD = CE = AB$.

Comme le triangle ABC est équilatéral on sait que $AB = BC = CA$.

Ainsi $AE = AF = BD = BF = CD = CE$

Comme $DE = 2 \times CD$, $EF = 2 \times AE$ et $DF = 2 \times BD$ on arrive à $DE = EF = FD$.

Le triangle DEF est équilatéral!

8.a. Comme ABCE et ABDC sont des parallélogrammes on en déduit que

BCD est l'image de ACE par la translation qui transforme A en B.

8.b. Comme ABCE et ACBF sont des parallélogrammes on en déduit que

ABF est l'image de ACE par la translation qui transforme C en B.

8.c. Comme ACDB et ACBF sont des parallélogrammes on en déduit que

ABF est l'image de BCD par la translation qui transforme C en A.



INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 25 juin 2024 à 15:05

Ce document a été écrit pour L^AT_EX avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTeX 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprenant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code définit un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



Attribution Pas d'Utilisation Commerciale Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.fr>

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **100 exercices pour le brevet.pdf**, a été créé par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 25 juin 2024 à 15:05.
Il est disponible en ligne sur pi.ac3j.fr, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.

Adresse de l'article : <https://pi.ac3j.fr/100-exercices-corriges-pour-preparer-le-brevet-des-colleges>