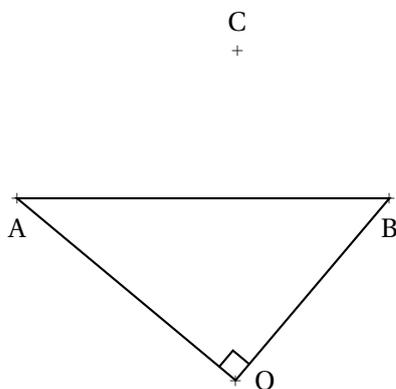


EXERCICE N° 47 : La symétrie centrale



Sur la figure ci-contre qui n'est pas tracée en vraie grandeur on sait que :

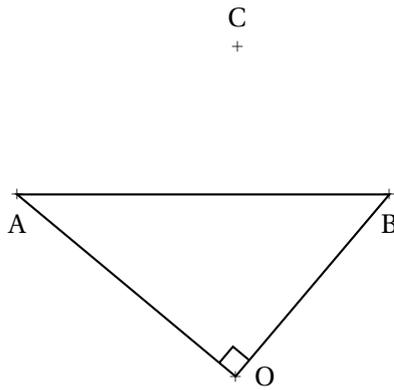
- $AB = 4 \text{ cm}$, $AC = 3 \text{ cm}$ et $BC = 2 \text{ cm}$;
- ABO est rectangle en O ;
- $\widehat{ABO} = 50^\circ$;



1. Tracer cette figure.
2. Tracer le symétrique du triangle ABC par la symétrie d'axe (OB) . Nommer $A_1B_1C_1$ le triangle résultat.

3. Tracer le symétrique du triangle $A_1B_1C_1$ par la symétrie d'axe (OA) . Nommer $A_2B_2C_2$ le triangle résultat.

- 4.a. Quelle conjecture pouvez-vous faire sur la transformation qui permet de passer du triangle ABC au triangle $A_2B_2C_2$?
- 4.b. Démontrer que le triangle CC_1C_2 est rectangle.
- 4.c. On note I l'intersection des droites (OA) et C_1C_2 . Démontrer que les triangles C_2IO et C_2C_1C sont semblables.
- 4.d. Quelle transformations géométrique permet de passer du triangle OC_2I au triangle CC_1C_2 . Justifier votre réponse
- 4.e. Démontrer la conjecture de la question 4.a..



Sur la figure ci-contre qui n'est pas tracée en vraie grandeur on sait que :

- $AB = 4 \text{ cm}$, $AC = 3 \text{ cm}$ et $BC = 2 \text{ cm}$;
- ABO est rectangle en O ;
- $\widehat{ABO} = 50^\circ$;

1. Tracer cette figure.
2. Tracer le symétrique du triangle ABC par la symétrie d'axe (OB) . Nommer $A_1B_1C_1$ le triangle résultat.

3. Tracer le symétrique du triangle $A_1B_1C_1$ par la symétrie d'axe (OA) . Nommer $A_2B_2C_2$ le triangle résultat.

- 4.a. Quelle conjecture pouvez-vous faire sur la transformation qui permet de passer du triangle ABC au triangle $A_2B_2C_2$?
- 4.b. Démontrer que le triangle CC_1C_2 est rectangle.
- 4.c. On note I l'intersection des droites (OA) et C_1C_2 . Démontrer que les triangles C_2IO et C_2C_1C sont semblables.
- 4.d. Quelle transformation géométrique permet de passer du triangle OC_2I au triangle CC_1C_2 . Justifier votre réponse
- 4.e. Démontrer la conjecture de la question 4.a.

EXERCICE N° 47

CORRECTION

4.a. Il semble que le triangle $A_2B_2C_2$ soit le symétrique de ABC par rapport à O .

4.b. Par définition de la symétrie axiale, comme C_1 est le symétrique de C par rapport à (OB) , on en déduit que (OB) est la médiatrice de $[CC_1]$. En particulier $(OB) \perp (CC_1)$.

De même, comme C_2 est le symétrique de C_1 par rapport à (OA) , (OA) est la médiatrice de $[C_1C_2]$. En particulier $(OA) \perp (C_1C_2)$.

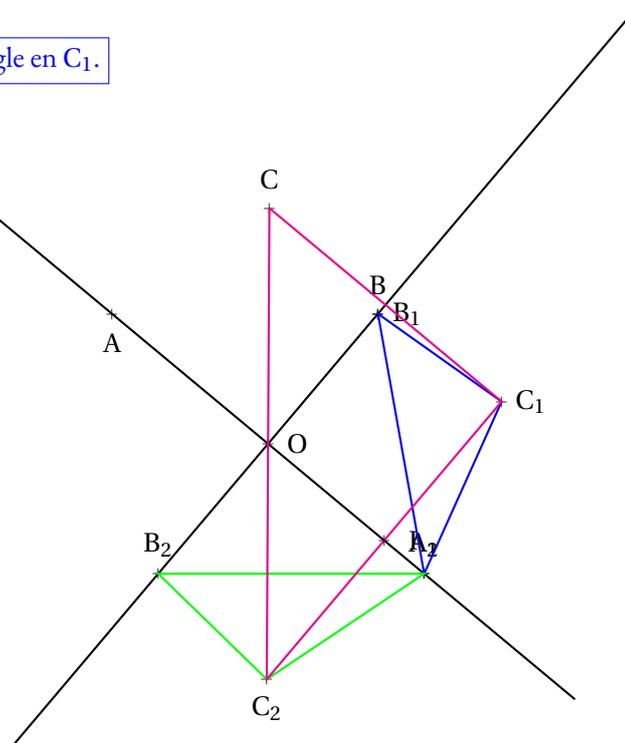
Or on sait que $(OA) \perp (OB)$.

Comme $(OB) \perp (OA)$ et que $(OB) \perp (CC_1)$, on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles**. Ainsi $(OA) \parallel (CC_1)$.

Donc $(OA) \parallel (CC_1)$ et $(OA) \perp (C_1C_2)$, on sait que **si deux droites sont parallèles alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre**. Ainsi $(CC_1) \perp (C_1C_2)$.

Le triangle CC_1C_2 est un triangle rectangle en C_1 .

1. 2. 3.



4.c. On sait que $(OA) \perp (C_1C_2)$, le triangle OIC_2 est donc rectangle en I.

On remarque que le triangle CC_1C_2 et OIC_2 sont rectangles et ont l'angle $\widehat{OC_2I}$ en commun. Leur troisième angle est donc égal puisqu'il est égal à l'écart entre 180° et la somme des deux autres.

Les triangles CC_1C_2 et OIC_2 ont donc leurs trois angles égaux. Les triangles CC_1C_2 et OIC_2 sont semblables.

4.d. Comme CC_1C_2 et OIC_2 sont semblables, le triangle CC_1C_2 est un agrandissement du triangle OIC_2 .

De plus on remarque que le sommet C_2 est commun aux deux triangles.

Ainsi CC_1C_2 est l'image de OIC_2 par une homothétie de centre C_2 dont il reste à déterminer le coefficient.

Comme C_1 et C_2 sont symétriques par rapport à (OA) , (OA) est la médiatrice de $[C_1C_2]$ et I est le milieu de $[C_1C_2]$.

$$\text{Donc } \frac{C_2C_1}{C_2I} = 2.$$

Il s'agit de l'homothétie de centre C_2 et de coefficient 2.

4.e. Nous arrivons enfin au fait que l'image du point O par l'homothétie de centre C_2 et de coefficient 2 est le point C.

Cela a deux conséquences :

- Les points C_2 , O et C sont alignés;
- $C_2C = 2C_2O$, ce qui signifie que O est le milieu de $[CC_2]$.

Le point C_2 est le symétrique de C par rapport à O.

Nous venons de démontrer que la succession (la composée) de deux symétries axiales d'axes perpendiculaires est une symétrie centrale. Plus généralement, la composée de deux symétries axiales d'axes sécants est une rotation dont le centre est l'intersection et l'angle le double de l'angle des deux droites.



INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 25 juin 2024 à 15:05

Ce document a été écrit pour \LaTeX avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTeX 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprenant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise `%{{{ ... %}}}` est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code définit un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.fr>

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **100 exercices pour le brevet.pdf**, a été créé par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 25 juin 2024 à 15:05.
Il est disponible en ligne sur pi.ac3j.fr, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.

Adresse de l'article : <https://pi.ac3j.fr/100-exercices-corriges-pour-preparer-le-brevet-des-colleges>