

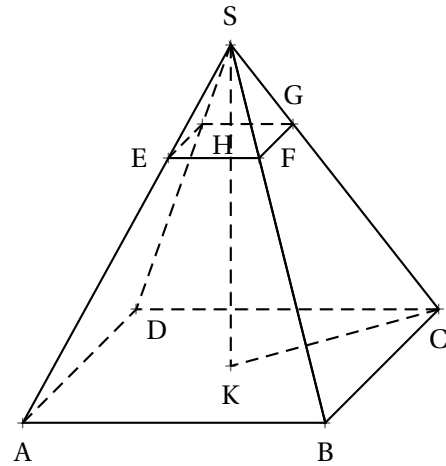
EXERCICE N° 79 : Volume des pyramides

Une boîte de chocolat à la forme d'un tronc de pyramide ABCDEFGH.

On sait que :

- ABCDS est une pyramide régulière;
- ABCD est un carré de côté 12 cm;
- la hauteur [SK] de la pyramide mesure 15 cm;
- $EF = 2,4$ cm;
- $(EF) \parallel (AB)$, $(BC) \parallel (FG)$, $(CD) \parallel (GH)$ et $(AD) \parallel (EH)$.

1. Calculer le volume de la pyramide ABCDS en centimètre cube.
2. Déterminer le coefficient de réduction qui permet de passer de la pyramide ABCDS à la pyramide EFGHS.
3. En déduire le volume de la pyramide EFGHS puis de la boîte de chocolat en centimètre cube.
- 4.a. Calculer la mesure exacte de la diagonale du carré ABCD.
- 4.b. Calcule la mesure exacte du segment [SA].
- 4.c. En déduire une valeur approchée de la mesure SE.
5. Calculer une valeur approchée au degré près de l'angle \widehat{KSC}



EXERCICE N° 79 : Volume des pyramides

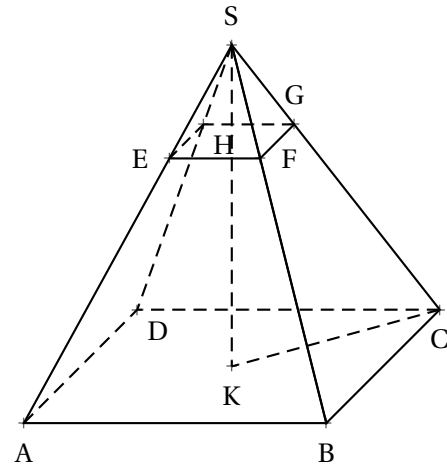
Une boîte de chocolat à la forme d'un tronc de pyramide ABCDEFGH.



On sait que :

- ABCDS est une pyramide régulière;
- ABCD est un carré de côté 12 cm;
- la hauteur [SK] de la pyramide mesure 15 cm;
- $EF = 2,4$ cm;
- $(EF) \parallel (AB)$, $(BC) \parallel (FG)$, $(CD) \parallel (GH)$ et $(AD) \parallel (EH)$.

1. Calculer le volume de la pyramide ABCDS en centimètre cube.
2. Déterminer le coefficient de réduction qui permet de passer de la pyramide ABCDS à la pyramide EFGHS.
3. En déduire le volume de la pyramide EFGHS puis de la boîte de chocolat en centimètre cube.
- 4.a. Calculer la mesure exacte de la diagonale du carré ABCD.
- 4.b. Calcule la mesure exacte du segment [SA].
- 4.c. En déduire une valeur approchée de la mesure SE.
5. Calculer une valeur approchée au degré près de l'angle \widehat{KSC}

**EXERCICE N° 79****CORRECTION**

1. On sait que le volume d'une pyramide est donnée par la formule :

$$\text{Volume} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

La pyramide ABCDS a une base carrée de côté 12 cm et une hauteur de 15 cm.

Son volume : $\frac{(12 \text{ cm})^2 \times 15 \text{ cm}}{3} = \frac{2160 \text{ cm}^3}{3} = 720 \text{ cm}^3$

2. Comme les côtés de la base des deux pyramides sont parallèles, l'une est la réduction de l'autre. Ainsi le côté [EF] qui mesure 2,4 cm est une réductions du côté [AB] qui mesure 12 cm.

Le coefficient de réduction est égal à $\frac{2,4 \text{ cm}}{12 \text{ cm}} = \frac{1}{5} = 0,2$.

Cela signifie que la petite pyramide est cinq fois plus petite que la grande.

3. On sait que **si les longueurs d'un solide sont multipliées par un nombre k positif alors les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3 .**

Comme la petite pyramide est 5 fois plus petite que la grande, son volume est $5^2 = 125$ fois plus petit.

Le volume de la pyramide EFGHS est égal à $720 \text{ cm}^3 \div 125 = 5,76 \text{ cm}^3$

Le volume de la boîte de chocolat est égal à $720 \text{ cm}^3 - 5,76 \text{ cm}^3 = 714,24 \text{ cm}^3$

4.a. Dans le carré ABCD on sait que ABC est un triangle rectangle en B.

Dans le triangle ABC rectangle en B,

D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$

$$12^2 + 12^2 = AC^2$$

$$144 + 144 = AC^2$$

$$AC^2 = 288$$

$$AC = \sqrt{288}$$

La diagonale du carré mesure exactement $\sqrt{288}$ cm soit environ 16,97 cm.

On peut démontrer que la diagonale d'un carré de côté a vaut exactement $a\sqrt{2}$ mais ce n'est pas une exigence de troisième!

4.b. La hauteur du triangle est perpendiculaire (orthogonale) à la base ABCD. Ainsi le triangle AKS est rectangle en S.

De plus comme un carré est un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu. Le côté [AK] mesure donc $\sqrt{288}$ cm $\div 2 \approx 8,49$ cm.

Dans le triangle AKS rectangle en S,

D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$KA^2 + KS^2 = AS^2$$

On peut calculer la valeur exacte de KA^2 plutôt que de passer par des valeurs approchées (ce qui serait néanmoins accepté au brevet.)

$$KA^2 = \left(\frac{\sqrt{288}}{2}\right)^2 = \frac{(\sqrt{288})^2}{2^2} = \frac{288}{4} = 72$$

$$72 + 15^2 = AS^2$$

$$72 + 225 = AS^2$$

$$AS^2 = 297$$

$$AS = \sqrt{297}$$

$$AS \approx 17,23$$

Le segment [AS] mesure exactement $\sqrt{297}$ cm soit environ 17,23 cm

4.c. Comme la pyramide EFGHS est une réduction de la pyramide ABCDS de coefficient 0,2.

Le côté [SE] mesure exactement $0,2 \times \sqrt{328}$ cm $\approx 0,72$ cm.

On pouvait aussi utiliser le théorème de Thalès dans le triangle SAB avec $(EF) \parallel (AB)$. L'égalité des trois fractions permet de retrouver le coefficient de réduction.

Les droites (EA) et (FB) sont sécantes en S, les droites (EF) et (AB) sont parallèles,

D'après le **théorème de Thalès** on a :

$$\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SB} = \frac{EF}{AB}$$

$$\frac{SE}{\sqrt{328} \text{ cm}} = \frac{SF}{SB} = \frac{2,4 \text{ cm}}{12 \text{ cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$SE = \frac{\sqrt{328} \text{ cm} \times 2,4 \text{ cm}}{12 \text{ cm}} \text{ d'où } SE = \frac{2,4}{12} \times \sqrt{328} \text{ cm} \text{ et } SE = 0,2 \times \sqrt{328} \text{ cm}$$

5. La pyramide est régulière donc nous avons $SA = SB = SC = SD = \sqrt{328}$ cm.

Le triangle SKC est rectangle en K.

On sait que $SK = 15$ cm, $KC = \frac{\sqrt{288} \text{ cm}}{2}$ et $SC = \sqrt{328}$ cm.

On peut calculer le cosinus, le sinus ou la tangente de l'angle, au choix.

$$\cos \widehat{KSC} = \frac{KS}{SC} = \frac{15 \text{ cm}}{\sqrt{328} \text{ cm}}$$

$$\sin \widehat{KSC} = \frac{KA}{SC} = \frac{\frac{\sqrt{288} \text{ cm}}{2}}{\sqrt{328} \text{ cm}}$$

$$\tan \widehat{KSC} = \frac{KA}{KS} = \frac{\frac{\sqrt{288} \text{ cm}}{2}}{15 \text{ cm}}$$

Dans les trois cas on obtient à la calculatrice $\widehat{KSC} \approx 34^\circ$



INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 25 juin 2024 à 15:05

Ce document a été écrit pour L^AT_EX avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTeX 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprenant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code définit un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.fr>

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **100 exercices pour le brevet.pdf**, a été créé par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 25 juin 2024 à 15:05.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.

Adresse de l'article : <https://pi.ac3j.fr/100-exercices-corriges-pour-preparer-le-brevet-des-colleges>