

EXERCICE N° 82 : Déterminer si deux grandeurs sont proportionnelles

GRANDEURS ET MESURES - LA PROPORTIONNALITÉ

1. Le périmètre d'un cercle est-il proportionnel à son rayon ?
2. L'aire d'un disque est-elle proportionnelle à son rayon ?
3. Le volume d'une pyramide est-elle proportionnelle à sa hauteur ?
4. Pour un être humain, la taille est-elle proportionnelle à l'âge ?
5. Voici un tableau de conversion entre les trois unités de mesures usuelles de la température :



Température en degré Celsius	-273,15°C	-40°C	-10°C	0°C	37°C	100°C
Température en degré Fahrenheit	-459,67°F	-40°F	14°F	32°F	98,6°F	212°F
Température en degré Kelvin	0°K	233,15°K	263,15°K	273,15°K	310,15°K	373,15°K

- 5.a. La température en degré Celsius est-elle proportionnelle à celle en degré Fahrenheit ?
- 5.b. La température en degré Fahrenheit est-elle proportionnelle à la celle en degré Kelvin ?
- 5.c. On sait que la fonction qui exprime les degrés Fahrenheit en fonction des degrés Celsius est une fonction affine. Déterminer cette expression.
- 5.d. On sait que la fonction qui exprime les degrés Kelvin en fonction des degrés Celsius est une fonction affine. Déterminer cette expression.

1. Le périmètre d'un cercle est-il proportionnel à son rayon ?
2. L'aire d'un disque est-elle proportionnelle à son rayon ?
3. Le volume d'une pyramide est-elle proportionnelle à sa hauteur ?
4. Pour un être humain, la taille est-elle proportionnelle à l'âge ?
5. Voici un tableau de conversion entre les trois unités de mesures usuelles de la température :



Température en degré Celsius	-273,15°C	-40°C	-10°C	0°C	37°C	100°C
Température en degré Fahrenheit	-459,67°F	-40°F	14°F	32°F	98,6°F	212°F
Température en degré Kelvin	0°K	233,15°K	263,15°K	273,15°K	310,15°K	373,15°K

- 5.a. La température en degré Celsius est-elle proportionnelle à celle en degré Fahrenheit ?
- 5.b. La température en degré Fahrenheit est-elle proportionnelle à la celle en degré Kelvin ?
- 5.c. On sait que la fonction qui exprime les degrés Fahrenheit en fonction des degrés Celsius est une fonction affine. Déterminer cette expression.
- 5.d. On sait que la fonction qui exprime les degrés Kelvin en fonction des degrés Celsius est une fonction affine. Déterminer cette expression.

EXERCICE N° 82

CORRECTION

Attention au vocabulaire. La notion de proportionnalité concerne des grandeurs quelque soit l'unité de mesure. Dire que deux grandeurs sont proportionnelles signifie qu'il existe une relation linéaire entre les deux (l'existence d'un unique coefficient multiplicateur). La notion de tableau de proportionnalité est abusive : les grandeurs représentées dans le tableau peuvent être proportionnelles. D'où l'intérêt de bien indiquer en entête des lignes ou des colonnes la nature des grandeurs représentées.

1. La fonction qui exprime le périmètre d'un cercle en fonction de son rayon r est $f(r) = 2\pi \times r$.
Il s'agit donc d'une fonction linéaire dont le coefficient est 2π .

Le rayon d'un cercle est proportionnel au périmètre du cercle.

2. La fonction qui exprime l'aire d'un disque en fonction de son rayon r est $g(x) = \pi \times r^2$.
Cette fonction n'est pas linéaire. Ces grandeurs ne sont pas proportionnelles.

Par exemple pour $r = 2 \text{ cm}$ on a $g(2) = \pi \times (2 \text{ cm})^2 = 4\pi \text{ cm}^2$.

Pour un rayon trois fois plus grand, $r = 6 \text{ cm}$, $g(6) = \pi \times (6 \text{ cm})^2 = 36\pi \text{ cm}^2$

On remarque que $\frac{36\pi \text{ cm}^2}{4\pi \text{ cm}^2} = 9$ donc pour rayon trois fois plus grand, l'aire n'est pas trois fois plus grande !

L'aire d'un disque n'est pas proportionnelle à son rayon.

3. Le volume d'une pyramide est donné par l'expression $\frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$.

Pour une pyramide dont on ne fait varier que la hauteur h , la base a une aire fixée A . La fonction qui exprime le volume en fonction de la hauteur est donc $V(h) = \frac{A}{3} \times h$.

Il s'agit d'une fonction linéaire de coefficient constant $\frac{A}{3}$.

Le volume d'une pyramide est proportionnel à sa hauteur.

4. Si la taille et l'âge d'un être humain étaient proportionnelles alors un humain deux fois plus âgés serait deux fois plus grand.
Un adulte de 20 ans mesurant 1,83 m mesurerait 3,66 m à 40 ans... ce qui est absurde !

La taille et l'âge d'un humain ne sont pas proportionnelles.

5.a. La température 0°C correspond à 32°F . Or s'il existait un coefficient multiplicateur unique k qui permet de passer des degrés Celsius au degré Fahrenheit, nous aurions $0^{\circ}\text{C} \times k = 0^{\circ}\text{F}$.

La température en degré Celsius n'est pas proportionnelle à celle en degré Fahrenheit.

5.b. On peut faire la même remarque en observant la colonne 0°K et $-459,67^{\circ}\text{F}$.

On peut aussi comparer les quotients sur deux colonnes pour montrer l'existence ou non d'un coefficient multiplicatif unique :

$$\frac{263,15}{14} \approx 18,796 \text{ et } \frac{273,15}{32} \approx 8,536.$$

La température en degré Kelvin n'est pas proportionnelle à celle en degré Fahrenheit.

5.c. Notons P cette fonction affine. Elle s'écrit $P(x) = ax + b$ où a et b sont les nombres que nous cherchons.

Comme $P(0) = 32$ on en déduit que $b = 32$ (en effet $P(0) = a \times 0 + b = b$)

De plus $P(100) = 212$ (on prend cet exemple mais un autre conviendrait aussi) donc $P(100) = a \times 100 + 32 = 212$

Il faut résoudre :

$$\begin{aligned} 100a + 32 &= 212 \\ 100a + 32 - 32 &= 212 - 32 \\ 100a &= 180 \\ a &= \frac{180}{100} \\ a &= 1,8 \end{aligned}$$

La fonction cherchée est $P(x) = 1,8x + 32$

5.d. Notons K cette fonction affine. Elle s'écrit $K(x) = ax + b$ où a et b sont les nombres que nous cherchons.

Comme $K(0) = 273,15$ on en déduit que $b = 273,15$ (en effet $K(0) = a \times 0 + b = b$)

De plus $K(37) = 310,15$ (on prend cet exemple mais un autre conviendrait aussi) donc $K(37) = a \times 37 + 273,15 = 310,15$

Il faut résoudre :

$$\begin{aligned} 37a + 273,15 &= 310,15 \\ 37a + 273,15 - 273,15 &= 310,15 - 273,15 \\ 37a &= 37 \\ a &= \frac{37}{37} \\ a &= 1 \end{aligned}$$

La fonction cherchée est $K(x) = x + 273,15$



INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 25 juin 2024 à 15:05

Ce document a été écrit pour \LaTeX avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTeX 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprenant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise `%{{{ ... %}}}` est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code définit un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.fr>

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **100 exercices pour le brevet.pdf**, a été créé par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 25 juin 2024 à 15:05.
Il est disponible en ligne sur pi.ac3j.fr, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.

Adresse de l'article : <https://pi.ac3j.fr/100-exercices-corriges-pour-preparer-le-brevet-des-colleges>