

EXERCICE N° 86 : Agrandissement et réduction de figures

GRANDEURS ET MESURES - LA PROPORTIONNALITÉ

1.a. Un cylindre de révolution a un diamètre qui mesure 27 cm et une hauteur de 39 cm.

Calculer le volume et l'aire latérale de ce cylindre.

1.b. Une réduction de ce cylindre a un rayon qui mesure 4,5 cm.

Calculer le volume et l'aire latérale de ce cylindre.

2. Un pavé droit mesure 15 cm de long, 12 cm de large et 8 cm de haut.

On augmente sa longueur de 25 % et sa largeur de 20 %. On diminue la hauteur de 15 %.

Quelle est la pourcentage d'augmentation de son volume ?

3. Sur le plan du cadastre, un jardin rectangulaire mesure 7 cm de long sur 5 cm de large. L'échelle de ce plan est 1 : 150. Quelle est la surface réelle de ce jardin ? Exprimer ce résultat en mètre carré puis en are.

4. La Tour Eiffel mesure 324 m pour une masse totale 10 100 t.

Quelle serait la masse d'une réduction parfaite de la Tour Eiffel de 1 m de haut ?





1.a. Un cylindre de révolution a un diamètre qui mesure 27 cm et une hauteur de 39 cm.

Calculer le volume et l'aire latérale de ce cylindre.

1.b. Une réduction de ce cylindre a un rayon qui mesure 4,5 cm.

Calculer le volume et l'aire latérale de ce cylindre.

2. Un pavé droit mesure 15 cm de long, 12 cm de large et 8 cm de haut.

On augmente sa longueur de 25 % et sa largeur de 20 %. On diminue la hauteur de 15 %.

Quelle est la pourcentage d'augmentation de son volume ?

3. Sur le plan du cadastre, un jardin rectangulaire mesure 7 cm de long sur 5 cm de large. L'échelle de ce plan est 1 : 150. Quelle est la surface réelle de ce jardin ? Exprimer ce résultat en mètre carré puis en are.

4. La Tour Eiffel mesure 324 m pour une masse totale 10 100 t.

Quelle serait la masse d'une réduction parfaite de la Tour Eiffel de 1 m de haut ?

EXERCICE N° 86

CORRECTION

1.a. Le volume d'un cylindre se calcule en utilisant la formule Volume = Aire de la base \times Hauteur.

L'aire latérale d'un cylindre est un rectangle dont un côté correspond à sa hauteur et l'autre correspond au périmètre du disque de base.

Ce cylindre a un diamètre de 27 cm donc un rayon de 13,5 cm.

$$V = 2 \times \pi \times (13,5 \text{ cm})^2 \times (39 \text{ cm}) = 7\,107,75\pi \text{ cm}^3 \approx 22\,318 \text{ cm}^3$$

Le cercle de base a un périmètre de $2 \times \pi \times 13,5 \text{ cm} = 27\pi \text{ cm}$.

La surface latérale est un rectangle de $27\pi \text{ cm}$ de long sur 39 cm de large.

Son aire mesure donc $A = 27\pi \text{ cm} \times 39 \text{ cm} = 1\,053\pi \text{ cm}^2 \approx 3\,306 \text{ cm}^2$

Le volume mesure environ $22\,318 \text{ cm}^3$ et une aire latérale de $3\,306 \text{ cm}^2$.

1.b. En réduisant ce cylindre, le rayon passe de 13,5 cm à 4,5 cm. Le coefficient de réduction vaut donc $\frac{4,5 \text{ cm}}{13,5 \text{ cm}} = \frac{1}{3}$.

On sait que **si les longueurs d'une figure sont multipliées par un coefficient d'agrandissement/réduction k alors les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3 .**

Ici, $k = \frac{1}{3} < 1$, il s'agit bien d'une réduction : le solide réduit est trois fois plus petit.

Son volume est donc multiplié par $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$ soit 27 fois plus petit.

Le volume réduit vaut donc $7\,107,75\pi \text{ cm}^3 \times \frac{1}{27} = 263,25\pi \text{ cm}^3 \approx 826 \text{ cm}^3$.

L'aire latérale est multipliée par $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ soit 9 fois plus petit.

L'aire latérale réduite vaut donc $1\,053\pi \text{ cm}^2 \times \frac{1}{9} = 117\pi \text{ cm}^2 \approx 367 \text{ cm}^2$.

Le volume réduit mesure environ 826 cm^3 et l'aire latérale réduite 367 cm^2 .

On pouvait aussi calculer la nouvelle hauteur soit $39 \text{ cm} \times \frac{1}{3} = 13 \text{ cm}$ puis recommencer les calculs de la question **1.a.**

2. Augmenter une quantité de 25 % revient à multiplier cette quantité par $1 + \frac{25}{100} = 1 + 0,25 = 1,25$.

Augmenter une quantité de 20 % revient à multiplier cette quantité par $1 + \frac{20}{100} = 1 + 0,20 = 1,20$.

Diminuer une quantité de 15 % revient à multiplier cette quantité par $1 - \frac{15}{100} = 1 - 0,15 = 0,85$.

La longueur devient $15 \text{ cm} \times 1,25 = 18,75 \text{ cm}$.

La largeur devient $12 \text{ cm} \times 1,20 = 14,40 \text{ cm}$.

La hauteur devient $8 \text{ cm} \times 0,85 = 6,80 \text{ cm}$.

Le volume initial vaut $V_i = 15 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} = 1\,440 \text{ cm}^3$.

Le volume final vaut $V_f = 18,75 \text{ cm} \times 14,40 \text{ cm} \times 6,80 \text{ cm} = 1\,836 \text{ cm}^3$.

On passe donc de $1\,440 \text{ cm}^3$ à $1\,836 \text{ cm}^3$. Il s'agit donc d'une augmentation de $\frac{1\,836 \text{ cm}^3}{1\,440 \text{ cm}^3} = 1,275$.

Or $1,275 = 1 + 0,275 = 1 + \frac{27,5}{100}$.

Il s'agit d'une augmentation de 27,5 % du volume.

On pouvait aussi constater que $1,25 \times 1,20 \times 0,85 = 1,275$.

3. L'échelle 1 : 150 qui est aussi un ratio, signifie qu'une unité sur le plan correspond à 150 unités dans la réalité.

Cela signifie aussi que le quotient entre une mesure sur le plan et une mesure réelle vaut $\frac{1}{150}$.

Ou encore que la mesure sur le plan est proportionnelle à la mesure dans la réalité :

Mesures sur le plan	1	
Mesure dans la réalité	150	

7 cm sur le plan correspond à $150 \times 7 \text{ cm} = 1\,050 \text{ cm} = 10,5 \text{ m}$ dans la réalité.

5 cm sur le plan correspond à $150 \times 5 \text{ cm} = 750 \text{ cm} = 7,5 \text{ m}$ dans la réalité.

L'aire du jardin mesure $10,5 \text{ m} \times 7,5 \text{ m} = 78,75 \text{ m}^2$

On sait qu'un are correspond à l'aire d'un carré de 10 m de côté. Cela correspond donc à $10 \text{ m} \times 10 \text{ m} = 100 \text{ m}^2$.

Ce jardin mesure donc 0,7875 a

4. En passant de 324 m de haut dans la réalité à une maquette de 1 m le coefficient de réduction vaut $\frac{1 \text{ m}}{324 \text{ m}}$.

La masse de la structure métallique de la Tour Eiffel est proportionnelle à son volume. Il suffit en effet de multiplier le volume par la masse volumique du matériau utilisé.

Comme la longueur est multipliée par $\frac{1}{324}$ c'est à dire divisée par 324, le volume et donc la masse est divisée par $324^3 = 34\,012\,224$.

La masse de la maquette vaut $\frac{10\,100 \text{ t}}{324^3} = \frac{10\,100\,000 \text{ kg}}{34\,012\,224} \approx 0,297 \text{ kg}$

Une Tour Eiffel de 1 m de haut parfaitement identique à l'originale aurait une masse de 297 g.

C'est particulièrement léger. On compare souvent la structure de la Tour Eiffel à de la dentelle métallique!



INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 5 novembre 2024 à 7:10

Ce document a été écrit pour L^AT_EX avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTeX 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprenant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code définit un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.fr>

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **100 exercices pour le brevet.pdf**, a été créé par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 5 novembre 2024 à 7:10.

Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.

Adresse de l'article : <https://pi.ac3j.fr/100-exercices-corriges-pour-preparer-le-brevet-des-colleges>