



ARITHMÉTIQUE



LA DIVISION EUCLIDIENNE

Si a et b sont deux nombres entiers naturels avec $b \neq 0$,
Alors il existe un unique couple de nombres entiers naturels q et r tels que

$$a = b \times q + r \quad \text{et} \quad 0 \leq r < b$$

a est le **dividende**, b le **diviseur**, q le **quotient** et r le **reste** de la **division euclidienne**.

EXEMPLES :

$$\begin{array}{r|l} 2021 & 15 \\ 52 & 134 \\ 71 & \\ 11 & \end{array}$$

$$2021 = 15 \times 134 + 11$$

$$\begin{array}{r|l} 2022 & 56 \\ 342 & 36 \\ 6 & \end{array}$$

$$2022 = 56 \times 36 + 6$$

$$\begin{array}{r|l} 2021 & 43 \\ 301 & 47 \\ 0 & \end{array}$$

$$2021 = 43 \times 47$$

$$\begin{array}{r|l} 2022 & 6 \\ 22 & 337 \\ 42 & \\ 0 & \end{array}$$

$$2022 = 6 \times 337$$

REMARQUES :

Un nombre entier est toujours divisible par 1 et par lui-même.

2 est le seul nombre premier pair. Tous les nombres impairs ne sont pas premiers, $9 = 3 \times 3$.

VOCABULAIRE

Si le reste de la **division euclidienne** est nul, comme quand on divise 2021 par 43, on dit que 2021 est un **multiple** de 43 ou que 2021 est **divisible** par 43 ou encore que 43 est un **diviseur** de 2021.

EXEMPLES :

Un **nombre entier pair** est un nombre dont le reste dans la division euclidienne par 2 vaut zéro.

Ainsi tout nombre pair peut s'écrire sous la forme $2 \times n$ où n est un entier naturel.

Un **nombre entier impair** est un nombre dont le reste dans la division euclidienne par 2 vaut un.

Ainsi tout nombre impair peut s'écrire sous la forme $2 \times n + 1$ où n est un entier naturel.

CRITÈRES DE DIVISIBILITÉ

- Un entier est divisible par **2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un entier est divisible par **3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- Un entier est divisible par **4** si le nombre formé par le chiffre de ses dizaines et celui de ses unités est un multiple de 4.
- Un entier est divisible par **5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un entier est divisible par **9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.
- Un entier est divisible par **10** si son chiffre des unités est 0.

NOMBRES PREMIERS

Un nombre entier est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs.

Un nombre entier est **premier** s'il n'est divisible que par 1 et lui-même.

REMARQUE :

1 n'est pas premier, car il n'a qu'un seul diviseur, lui-même!

EXEMPLE : voici la liste des nombres premiers inférieurs à 100.

2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47; 53; 61; 67; 71; 73; 79; 83; 89; 97

DÉCOMPOSITION EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

Tout nombre entier peut s'écrire de manière unique (à l'ordre près) sous la forme d'un produit de nombres premiers.

EXEMPLES :

$$2021 = 43 \times 47 \quad ; \quad 2022 = 2 \times 3 \times 337 \quad ; \quad 360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

FRACTION IRRÉDUCTIBLE

Une **fraction est irréductible** si elle n'est pas simplifiable. Cela signifie que 1 est le seul diviseur commun à son numérateur et son dénominateur.

APPLICATIONS :

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\begin{array}{r|l} 540 & 2 \\ 270 & 2 \\ 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

Ainsi $2 \times 2 = 4$ est un diviseur de 360; $3 \times 3 \times 5 = 45$ est un diviseur de 540 ...

$$\frac{360}{540} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5} = \frac{2}{3}. \text{ On a simplifié par } 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180.$$

180 est le plus grand diviseur commun à 360 et 540. On a $360 = 2 \times 180$ et $540 = 3 \times 180$.

Si nous avons à notre disposition 360 fleurs rouges et 540 fleurs jaunes, nous pouvons au maximum réaliser 180 bouquets tous identiques composés chacun de 2 fleurs rouges et 3 fleurs jaunes.

INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 20 mars 2025 à 19:27

Ce document a été écrit pour \LaTeX avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTeX 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprenant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise `%{{{ ... %}}}` est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code définit un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



Attribution Pas d'Utilisation Commerciale Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr>

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **Compilation.pdf**, a été créé par **Fabrice ARNAUD** (contact@ac3j.fr) le 20 mars 2025 à 19:27.
Il est disponible en ligne sur pi.ac3j.fr, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : <https://pi.ac3j.fr/fiches-de-mathematiques/>.