

TRIANGLES ÉGAUX ET SEMBLABLES

☞ DÉFINITION : TRIANGLES ÉGAUX

Deux triangles sont égaux s'ils sont superposables.

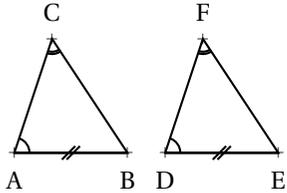
Cela signifie que leurs trois côtés et leurs trois angles sont égaux.

☞ PROPRIÉTÉS

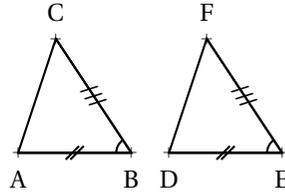
Deux triangles sont égaux quand ils ont un côté de même longueur et deux angles de même mesure.

Deux triangles sont égaux quand ils ont deux côtés de même longueur et l'angle formé par ces côtés de même mesure.

ILLUSTRATIONS :



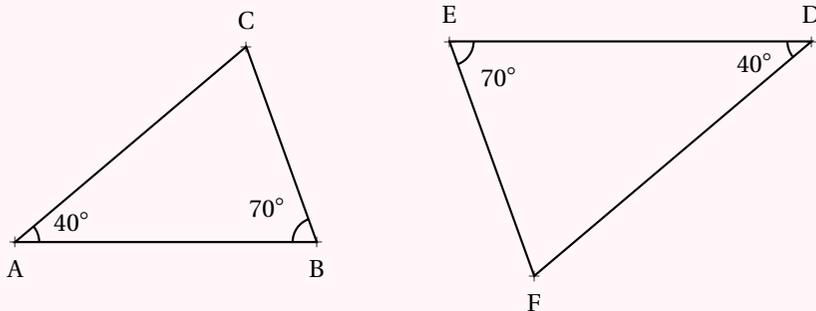
$AB = DE$, $\widehat{CAB} = \widehat{FDE}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$
Les triangles ABC et DEF sont égaux.



$AB = DE$, $BC = EF$ et $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$
Les triangles ABC et DEF sont égaux.

☞ DÉFINITION : TRIANGLES SEMBLABLES

On dit que deux triangles sont semblables quand leurs trois angles sont égaux deux à deux.



Dans ce cas, les côtés sont associés deux à deux, on dit qu'ils sont **homologues**.
Par exemple ci-dessus, [AB] et [ED] sont homologues, ainsi que [BC] et [EF] ou [AC] et [FD].

☞ PROPRIÉTÉS

Si deux triangles ont deux angles égaux deux à deux alors ils sont **semblables**.

Si deux triangles sont semblables alors l'un est l'**agrandissement** de l'autre.

Si deux triangles sont semblables alors l'un est la **réduction** de l'autre.

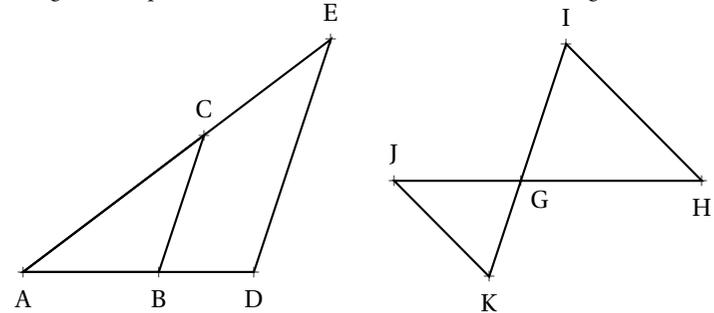
Si deux triangles sont **égaux** alors ils sont **semblables**.

Si deux triangles sont semblables alors leurs côtés sont **proportionnels**.

EXEMPLES FONDAMENTAUX :

Thalès

Dans une configuration géométrique relevant du théorème de Thalès, les triangles sont semblables.



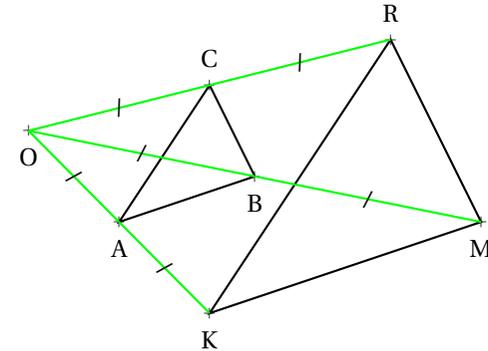
Comme les droites (CB) et (ED) sont parallèles et que les droites (CE) et (BD) sont sécantes, **les triangles ACB et AED sont semblables**.

Comme les droites (JK) et (IH) sont parallèles et que les droites (JH) et (KI) sont sécantes, **les triangles GIH et GJK sont semblables**.

Homothétie

Deux triangles images l'un de l'autre par une **homothétie** sont **semblables**.

On dit aussi qu'ils sont **homothétiques**. Deux triangles dans une situation de Thalès sont **homothétiques**.



ABC est l'image du triangle KMR par l'homothétie de centre O et de coefficient $\frac{1}{2}$.

Ces triangles sont semblables.

UN GRAND CLASSIQUE :

Notons $\alpha = \widehat{DAB}$.

Comme la somme des angles dans un triangle vaut 180° , dans le triangle ADC rectangle en D, $\widehat{DCB} = 90^\circ - \alpha$.

On dit souvent que \widehat{DAB} et \widehat{DCB} sont **complémentaires**.

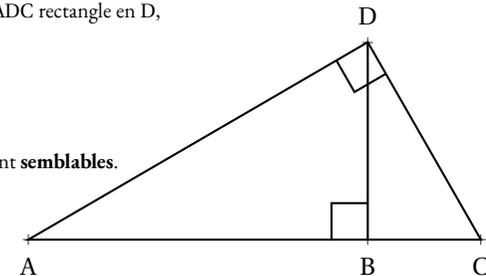
Dans le triangle ADB rectangle en B, pour la même raison $\widehat{ADB} = 90^\circ - \alpha$.

Dans le triangle DBC rectangle en B, de même, $\widehat{BDC} = \alpha$.

Les triangles ADC, ABD et DBC ont leurs angles égaux deux à deux : ils sont **semblables**.

Ces trois triangles ont donc des côtés proportionnels.

Ils sont des agrandissements/réductions les uns des autres.



INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 24 juin 2024 à 21:34

Ce document a été écrit pour \LaTeX avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTeX 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprenant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise `%{{{ ... %}}}` est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code définit un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.fr>

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **Compilation.pdf**, a été créé par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 24 juin 2024 à 21:34.
Il est disponible en ligne sur pi.ac3j.fr, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : <https://pi.ac3j.fr/fiches-de-mathematiques/>.