## ❦ SITUATION INITIALE : **La tour Eiffel**

À quelle distance de la Tour Eiffel cette photo a-t-elle été prise ?

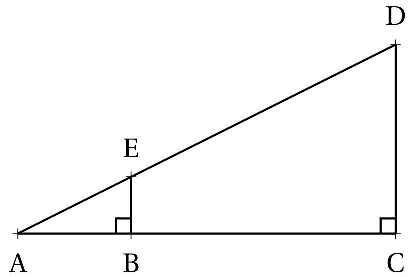
**1.** On estime les grandeurs de cette situation :

— La Tour Eiffel mesure 324 $m$ ;

— l'ouverture entre les doigts mesure 18 $cm$ ;

— le téléphone prenant la photo se situe à 80 $cm$ de la main.

Voici une proposition de modélisation :




Compléter cette figure avec les grandeurs estimées.

On cherche à évaluer la grandeur BC. On pose BC = $x$

**2.** Exprimer en fonction de $x$ les aires des triangles ABE, ACD et du quadrilatère BCDE.

**3.** Montrer que $x$ est la solution de l'équation :

$$162(0,8+x) = 0,072 + 162,09x$$

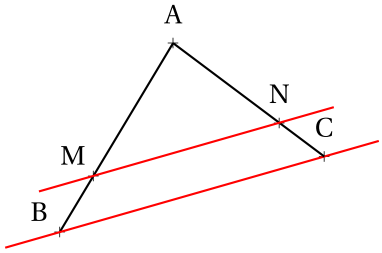
**4.** Résoudre cette équation et en déduire AC

**5.** Calculer AE et AD.

**6.** Montrer que les mesures du triangle ABE sont proportionnelles à celles du triangle ACD.

# I — Le théorème de Thalès – Version triangle

**Théorème 4.1 : Théorème de Thalès**

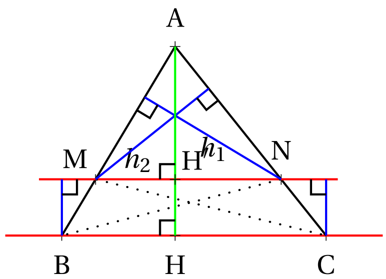



**Si** dans un triangle ABC une droite parallèle à (BC) coupe [AB] en M et [AC] en N
**alors** les mesures des triangles ABC et AMN sont proportionnelles, c'est-à-dire :

$$\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{AC}} = \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{BC}}$$

**Démonstration :**

Voici un première démonstration :




En observant les triangles MNB et MNC on constate qu'ils ont une base commune, le segment [MN]. Par rapport à cette base ils ont la même hauteur puisque les droites (MN) et (BC) sont parallèles. On en déduit qu'ils ont la même aire.
$\mathit{Aire}(\mathrm{MNB}) = \mathit{Aire}(\mathrm{MNC})$

$\mathit{Aire}(\mathrm{AMN}) = \mathrm{AM} \times h_1$ et $\mathit{Aire}(\mathrm{ABN}) = \mathrm{AB} \times h_1$ ainsi $\dfrac{\mathit{Aire}(\mathrm{AMN})}{\mathit{Aire}(\mathrm{ABN})} = \dfrac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}}$

$\mathit{Aire}(\mathrm{AMN}) = \mathrm{AN} \times h_2$ et $\mathit{Aire}(\mathrm{ACM}) = \mathrm{AC} \times h_2$ ainsi $\dfrac{\mathit{Aire}(\mathrm{AMN})}{\mathit{Aire}(\mathrm{ACM})} = \dfrac{\mathrm{AN}}{\mathrm{AC}}$

On constate que $\mathit{Aire}(\mathrm{ABN}) = \mathit{Aire}(\mathrm{AMN}) + \mathit{Aire}(\mathrm{MNB})$ et que $\mathit{Aire}(\mathrm{ACM}) = \mathit{Aire}(\mathrm{AMN}) + \mathscr{A}\rangle\nabla](\mathrm{MNC})$
Comme $\mathit{Aire}(\mathrm{MNB}) = \mathit{Aire}(\mathrm{MNC})$ on prouve ainsi que $\mathit{Aire}(\mathrm{ABN}) = \mathit{Aire}(\mathrm{ACM})$

Finalement $\dfrac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{\mathrm{AN}}{\mathrm{AC}}$

Reste à démontrer l'égalité avec le troisième quotient $\dfrac{\mathrm{MN}}{\mathrm{BC}}$.

Considérons la hauteur [AH] du triangle ABC.
On peut reprendre le raisonnement précédent dans le triangle ABH, on obtient $\dfrac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{\mathrm{AH'}}{\mathrm{AH}}$
De même dans le triangle AHC, on obtient $\dfrac{\mathrm{AN}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{\mathrm{AH'}}{\mathrm{AH}}$.

Comme précédemment, les triangles NH′C et NH′H ont la même base et la même hauteur donc $\mathit{Aire}(\mathrm{NH'C}) = \mathit{Aire}(\mathrm{NH'H})$
Ainsi $\mathit{Aire}(\mathrm{AH'C}) = \mathit{Aire}(\mathrm{AHN})$ c'est-à-dire $\dfrac{\mathrm{AH'} \times \mathrm{HC}}{2} = \dfrac{\mathrm{AH} \times \mathrm{H'N}}{2}$.

On prouve ainsi que $\mathrm{AH'} \times \mathrm{HC} = \mathrm{AH} \times \mathrm{H'N}$ et d'après l'égalité des produits en croix $\dfrac{\mathrm{AH'}}{\mathrm{AH}} = \dfrac{\mathrm{H'N}}{\mathrm{HC}}$

On prouve de même que $\dfrac{AH'}{AH} = \dfrac{H'M}{HB}$.

Nous avons donc $\dfrac{H'M}{HB} = \dfrac{H'N}{HC}$ or on sait que $H'M + H'N = MN$ et que $HB + HC = BC$

Comme $\dfrac{H'M}{HB} = \dfrac{H'N}{HC}$ on a :

$$H'M \times HC = H'N \times HB$$

Ajoutons $H'N \times HC$ à chaque membre de l'égalité :

$$H'M \times HC + H'N \times HC = H'N \times HB + H'N \times HC$$

$$(H'M + H'N) \times HC = H'N \times (HB + HC)$$

$$MN \times HC = H'N \times BC$$

En utilisant à nouveau l'égalité des produits en croix on arrive à : $\dfrac{MN}{BC} = \dfrac{H'N}{HC}$.

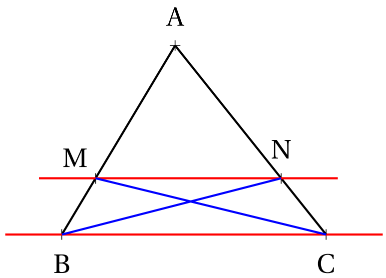
Il suffit de regrouper les quotients égaux : $\dfrac{H'M}{HB} = \dfrac{H'N}{HC} = \dfrac{AH'}{AH} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{AM}{AB}$

CQFD

---

**Démonstration :**

Une deuxième version qui utilise les céviennes comme dans les exercices 3.1 à 3.7 :




Dans le triangle ABC, [MC] est une cévienne.
Les triangles ABC et AMC ont la même hauteur dont on peut noter $h$ la mesure.

Ainsi $Aire(AMC) = \dfrac{1}{2} \times AM \times h$ et $Aire(ABC) = \dfrac{1}{2} \times AB \times h$.

On en déduit que $\dfrac{Aire(AMC)}{Aire(ABC)} = \dfrac{\frac{1}{2} \times AM \times h}{\frac{1}{2} \times AB \times h} = \dfrac{AM}{AB}$

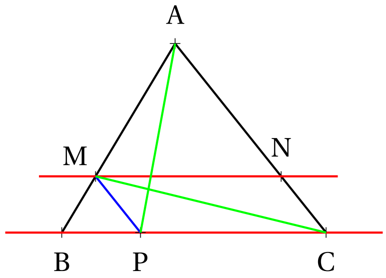
De même dans le triangle ABC, [NB] est une cévienne.

On en déduit que $\dfrac{Aire(ANB)}{Aire(ABC)} = \dfrac{AN}{AC}$

On constate aussi que $Aire(AMC) = Aire(AMN) + Aire(MNB)$ et que $Aire(ANB) = Aire(AMN) + Aire(MNC)$.

Comme les droites (MN) et (BC) sont parallèles, les triangles MNB et MNC ont la même hauteur et la même base. Leurs aires sont donc égales.

On en déduit que $Aire(AMC) = Aire(ANB)$ et finalement que $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$.




On trace la parallèle à (AC) passant par M, elle coupe [BC] en P.

Les triangles AMC et APC ont la même base et la même hauteur puisque les droites (AC) et (MP) sont parallèles. Ces deux triangles ont donc la même aire.

Dans le triangle ABC, [MC] est une cévienne. On a donc $\dfrac{Aire(\mathrm{AMC})}{Aire(\mathrm{ABC})} = \dfrac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}}$.

Dans le triangle ABC, [PA] est une cévienne. On a donc $\dfrac{Aire(\mathrm{APC})}{Aire(\mathrm{ABC})} = \dfrac{\mathrm{PC}}{\mathrm{BC}}$.

Le quadrilatère MNPC a ses côtés parallèles deux à deux, il s'agit donc d'un parallélogramme.
Ainsi MN = PC.

On arrive ainsi à $\dfrac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{\mathrm{PC}}{\mathrm{BC}} = \dfrac{\mathrm{MN}}{\mathrm{PC}}$.

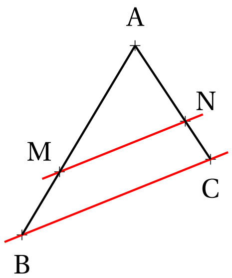
Finalement, $\dfrac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{\mathrm{AN}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{\mathrm{MN}}{\mathrm{BC}}$.

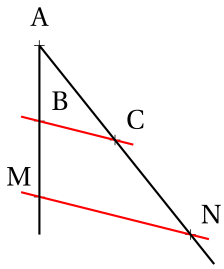
CQFD

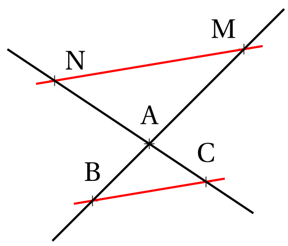
---

## II — Le théorème de Thalès – Version générale

**Théorème 4.2 : Théorème de Thalès**




**Si** deux droites (MB) et (NC) sont sécantes en A et (MN)//(BC)
**alors** les mesures des triangles AMN et ABC sont proportionnelles c'est-à-dire

$$\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{AC}} = \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{BC}}$$

---

**Démonstration :**

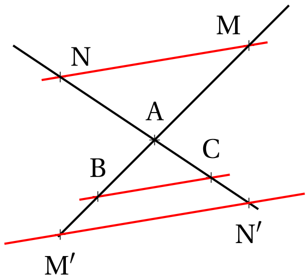
Il y a trois possibilités liées à l'ordre des points :

**Premier cas :** M ∈ [AB] et N ∈ [AC]
Il s'agit de la situation étudiée en première partie, on applique le théorème de Thalès dans le triangle ABC.

**Second cas :** M ∈ [AB) et N ∈ [AC) mais M ∉ [AB] et N ∉ [AC]

Il suffit d'appliquer le théorème de Thalès dans le triangle AMN. Comme (BC)//(MN) on a $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN} = \dfrac{BC}{MN}$
Comme ces trois quotients sont égaux, leurs inverses le sont aussi. D'où le résultat.

**Troisième cas :** $M \in (AB)$ et $N \in [AC)$ mais $M \notin [AB)$ et $N \notin [AC)$
Considérons les symétriques $M'$ et $N'$ de M et N dans la symétrie de centre A.




$MNN'M'$ est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu par construction, il s'agit donc d'un parallélogramme.
Nous avons donc $MN = M'N'$ et $(MN)//(M'N')$.
Or (MN)//(BC). On sait que si deux droites sont parallèles à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.
Ainsi $(M'N')//(BC)$.
Comme dorénavant $M' \in [AB)$ et $N' \in [AC)$ on peut appliquer le théorème de Thalès et on a $\dfrac{AM'}{AB} = \dfrac{AN'}{AC} = \dfrac{M'N'}{BC}$
Et comme $M'N' = MN$, $AM' = AM$ et $AN' = AN$ on obtient le résultat attendu.

CQFD

## III — La réciproque et la contraposée du théorème de Thalès

## IV — Application aux triangles semblables

**Définition 4.1 :**

Triangles semblables

On dit que deux triangles sont **semblables** si leurs côtés sont proportionnels.

**Propriété 4.1 : Agrandissement ou réduction** *(Admise)*

Deux triangles ABC et $A'B'C'$ sont semblables si et seulement si il existe un nombre positif non nul $k$ tel que $A'B' = k AB$, $A'C' = k AC$ et $B'C' = k BC$

$k$ est un coefficient d'agrandissement/réduction.
Si $0 < k < 1$ alors $A'B'C'$ est une réduction du triangle ABC.
Si $k > 1$ alors $A'B'C'$ est un agrandissement du triangle ABC.
Si $k = 1$ alors ABC et $A'B'C'$ sont des triangles égaux.

**Démonstration :**

À rédiger !

CQFD

**Propriété 4.2 : Triangles semblables et angles** *(Admise)*

Deux triangles sont semblables si et seulement si ils ont deux angles égaux.

**Démonstration :**

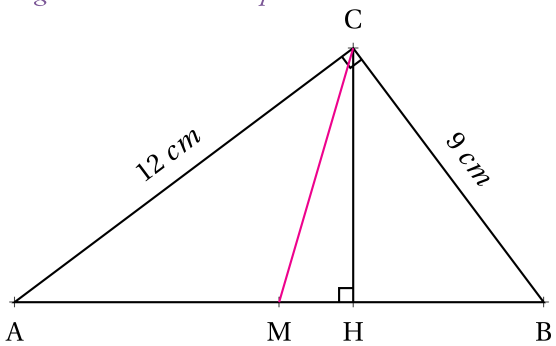
À rédiger !

CQFD

# ❀ Exercices ❀

## Exercice n° 4.1 : Une histoire de cévienne — Épisode 1

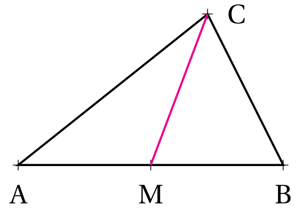
*Dans un triangle, une cévienne est un segment joignant un sommet et un côté opposé. Les hauteurs, médianes et bissectrices d'un triangle sont des céviennes particulières. Le mot cévienne vient de Giovanni Céva (1647-1734) un mathématicien italien.*




Le triangle ABC est rectangle en C.
H est le pied de la hauteur [HC].
M est le milieu du segment [AB].

**1.** Calculer $Aire(\text{ABC})$, l'aire du triangle ABC.
**2.** Calculer la longueur AB.
**3.** En déduire la longueur de la hauteur [HC].
**4.** Calculer $Aire(\text{AMC})$ l'aire du triangle AMC.
**5.** Simplifier la fraction $\dfrac{Aire(\text{AMC})}{Aire(\text{ABC})}$

## Exercice n° 4.2 : Une histoire de cévienne — Épisode 2




ABC est un triangle quelconque.
M est le milieu du segment [AB]

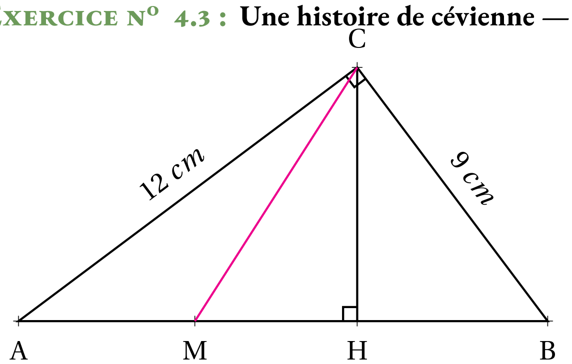
**1.** Tracer la hauteur issue du sommet C. On note $h$ la longueur de ce segment.

**2.** Déterminer la fraction $\dfrac{\text{AM}}{\text{AB}}$.

**3.** Exprimer en fonction de $h$ les aires $Aire(\text{AMC})$ et $Aire(\text{ABC})$.

**4.** Simplifier la fraction $\dfrac{Aire(\text{AMC})}{Aire(\text{ABC})}$

## Exercice n° 4.3 : Une histoire de cévienne — Épisode 3

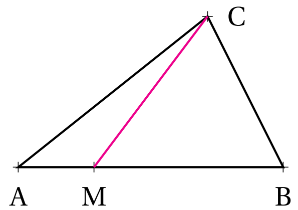



Le triangle ABC est rectangle en C.
H est le pied de la hauteur [HC].
$\text{M} \in [\text{AB}]$ et $\text{AM} = 5\ cm$.

**1.** En utilisant l'**Exercice 3.1**, calculer $Aire(\text{AMC})$ l'aire du triangle AMC.

**2.** Simplifier la fraction $\dfrac{Aire(\text{AMC})}{Aire(\text{ABC})}$

## Exercice n° 4.4 : Une histoire de cévienne — Épisode 4



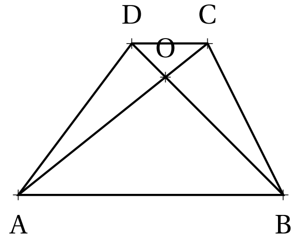

ABC est un triangle quelconque.
M est le milieu du segment [AB]

**1.** Tracer la hauteur issue du sommet C. On note $h$ la longueur de ce segment.

**2.** Exprimer en fonction de $h$ les aires $Aire(\text{AMC})$ et $Aire(\text{ABC})$.

**3.** Simplifier la fraction $\dfrac{Aire(\text{AMC})}{Aire(\text{ABC})}$

## Exercice n° 4.5 : Thalès et les aires — Épisode 1



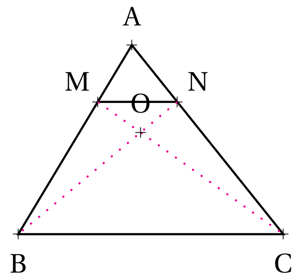

ABCD est un trapèze

**1.** Tracer la hauteur issue du sommet A du triangle ADC puis tracer la hauteur issue du sommet B du triangle BDC.

**2.** Démontrer que les aires *Aire*(ADC) et *Aire*(BDC) sont égales.

**3.** En déduire que les aires *Aire*(ODA) et *Aire*(BOC) sont égales.

## Exercice n° 4.6 : Thalès et les aires — Épisode 2




ABC est un triangle
M ∈ [AB] et N ∈ [AC]
(MN)//(BC)

**1.** En utilisant l'**Exercice 3.5** indiquer deux triangles dont les aires sont égales.

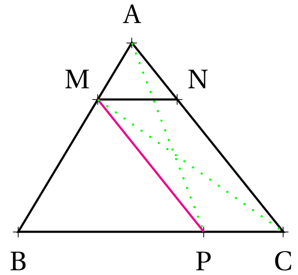
**2.** Démontrer que les aires *Aire*(AMC) et *Aire*(ANB) sont égales.

**3.** En utilisant l'**Exercice 3.4** montrer que $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{Aire(AMN)}{Aire(ANB)}$.

**4.** En utilisant l'**Exercice 3.4** montrer que $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{Aire(AMN)}{Aire(AMC)}$.

**5.** Conclure en montrant que $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$

## Exercice n° 4.7 : Thalès et les aires — Épisode 3




ABC est un triangle
M ∈ [AB] et N ∈ [AC]
(MN)//(BC)
P ∈ [BC] et (MP)//(AC)

**1.** En utilisant l'**Exercice 3.5**, comparer les aires *Aire*(APC) et *Aire*(AMC)

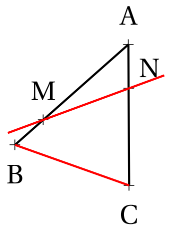
**2.** En utilisant l'**Exercice 3.4** montrer que $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{Aire(AMC)}{Aire(ABC)}$.

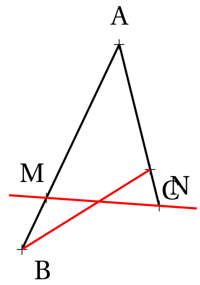
**3.** En utilisant l'**Exercice 3.4** montrer que $\dfrac{PC}{BC} = \dfrac{Aire(APC)}{Aire(ABC)}$.

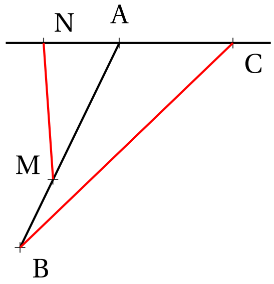
**4.** Montrer que PC = MN.

**5.** Conclure en montrant que $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{MN}{BC}$

## Exercice n° 4.8 : Collection de cas pathologiques




**1.** Pour chacune des figures suivantes :

— mesurer les longueurs AB, AC, BC, AM, AN et MN ;

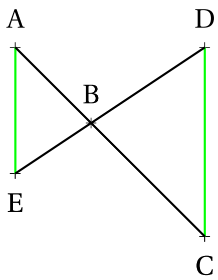
— calculer les quotients $\frac{\text{AM}}{\text{AB}}$, $\frac{\text{AN}}{\text{AC}}$ et $\frac{\text{MN}}{\text{BC}}$

**2.** Que constatez-vous pour chaque figure ? Quelles explications pouvez-vous donner ?

**3.** Corriger chacune des figures en déterminant une nouvelle position pour le point N.

## Exercice n° 4.9 : Un cas singulier

Sur la figure ci-après, les droites (AC) et (DE) sont sécantes en B.




On sait que :

— BA = 55 $m$

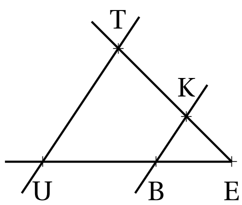
— BC = 89 $m$

— BE = 34 $m$

— BD = 55 $m$

Les droites (AE) et (DC) sont-elles parallèles ?

## Exercice n° 4.10 : Thalès triangle




Sur la figure qui n'est pas en vraies grandeurs, nous avons :

— (TK) et (UB) sont sécantes en E ;

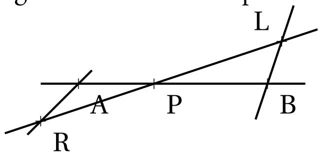
— BE = 5 $m$, UE = 12 $m$, BK = 4 $m$ et TE = 10 $m$ ;

— (UT)//(BK)

Calculer les valeurs exactes de UT et KE et,le cas échéant, une valeur approchée au centimètre près.

### Exercice n° 4.11 : Thalès papillon

La figure ci-dessous n'est pas en vraies grandeurs.




— (AB) et (RL) sont sécantes en P ;

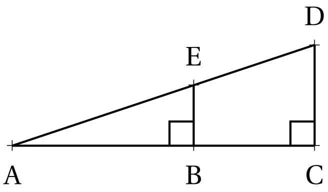
— LB = 2 $cm$, AR = 3 $cm$, PB = 1 $cm$ et PR = 5 $cm$ ;

— (AR)//(LB)

Calculer les valeurs exactes de LP et AP et,le cas échéant, une valeur approchée au millimètre près.

### Exercice n° 4.12 : Thalès ou Pythagore ?

La figure ci-dessous n'est pas en vraies grandeurs.




— ABE est rectangle en B ;

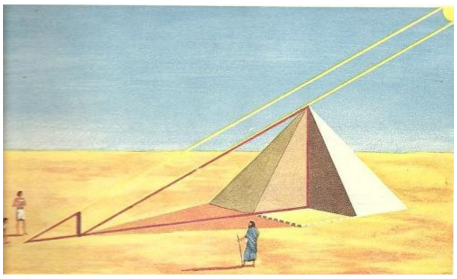
— ACD est rectangle en C ;

— AB = 36 $m$, AE = 60 $m$, DC = 72 $m$.

Calculer les valeurs exactes de EB, BC et ED

### Exercice n° 4.13 : La légende de Thalès

La légende raconte que Thalès de Milet (-626 – -547 avant notre ère) aurait été invité par le pharaon Ahmôsis vers -560 pour honorer sa grande réputation de scientifique. Le pharaon déclara devant Thalès ne pas connaître la hauteur exacte de la grande pyramide de Khéops construite presque deux mille ans auparavant.
Thalès planta alors sa canne en plein soleil et affirma :
*« Le rapport que j'entretiens avec mon ombre et le même que celui de la pyramide avec la sienne. »*.



Voici quelques informations numériques (fictives) sur cette histoire (légendaire)...

— la canne de Thalès mesurait 3 coudées ;

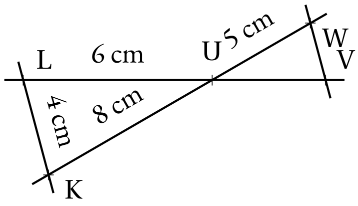
— l'ombre de la canne au sol mesurait 5 coudées ;

— la canne se situait exactement à 465 coudées du centre de la pyramide ;

— une coudée à cette époque mesurait environ 52 $cm$.

Quelle mesure de la hauteur de la pyramide Thalès a-t-il réussi à effectuer ?

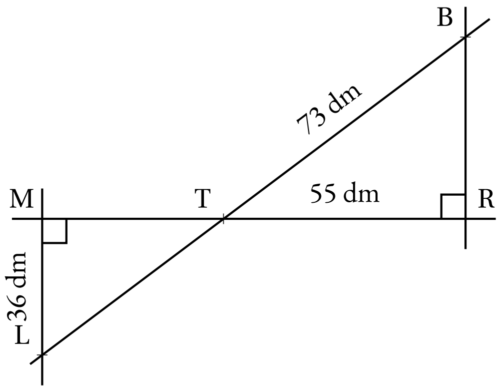
### Exercice n° 4.14 : Thalès Papillon




Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, on sait que (VW)//(LK) et que les droites (LV) et (KW) sont sécantes en U.

Donner les valeurs exactes des longueurs UV et WV puis une valeur approchée au dixième près.

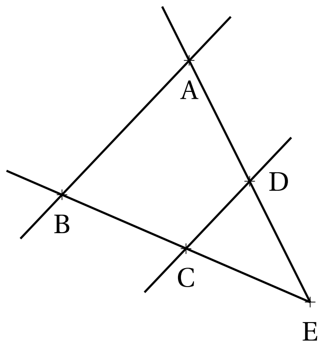
### Exercice n° 4.15 : Thalès et Pythagore




Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeurs, on sait que (BL) et (MR) sont sécantes en T et que les droites (BR) et (ML) sont perpendiculaires à la droite (MR).

Calculer la valeur exacte puis une valeur approchée au centième près des longueurs : BR puis TM et TL.

### Exercice n° 4.16 : Parallèle ou pas ?

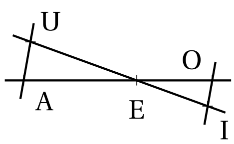



Sur la figure ci-contre on sait que les droites (BC) et (AD) sont sécantes en E de plus on a :

- EC = 55 $m$, EB = 89 $m$
- ED = 34 $m$, EA = 55 $m$
- DC = 48 $m$, AB = 77 $m$

Les droites DC) et (AB) sont-elles parallèles ?

### Exercice n° 4.17 : Parallèle ou pas ? — Épisode 2




Sur la figure ci-après on sait que les droites (UI) et (AO) sont sécantes en E. De plus :

- EO = 6 $mm$
- EA = 12 $mm$
- EI = 8 $mm$
- EU = 12 $mm$

Les droites (OI) et (AU) sont-elles parallèles ?

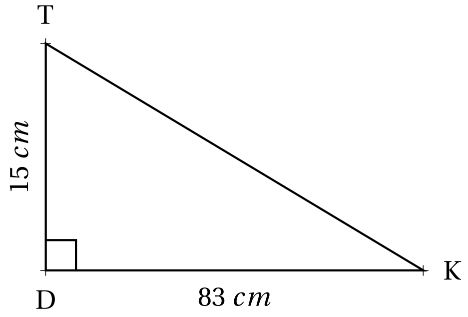
# Exercices

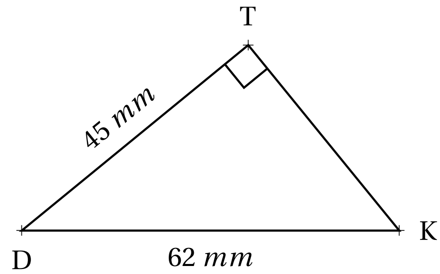
**Égalité de Pythagore**

*Troisième*

## Exercice n° 1 : Calculer un côté

Pour chacune des figures suivantes, (qui ne sont pas reproduites en vraies grandeurs), calculer la valeur exacte de la mesure du côté TK puis donner une valeur approchée au millième près.

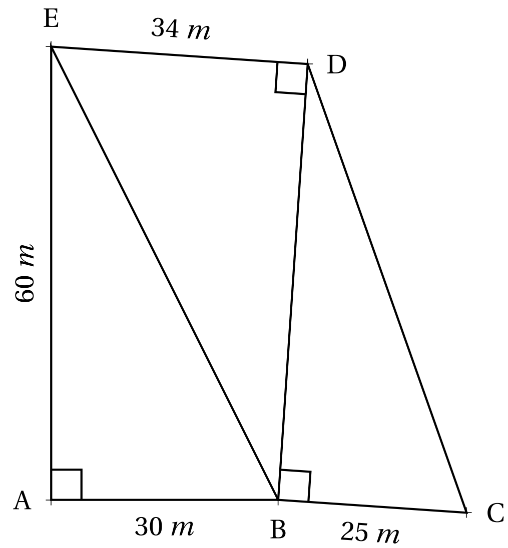



## Exercice n° 2 : Trois à la suite !

La figure ci-après n'est pas en vraies grandeurs !

Calculer la mesure du segment [CD].




## Exercice n° 3 : Rectangle ou pas ?

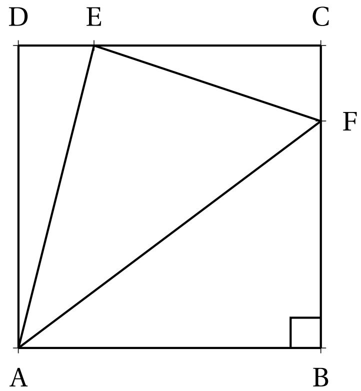
Tracer le triangle ZOE tel que ZO = 48 $mm$, ZE = 55 $mm$ et OE = 73 $mm$. ZOE est-il rectangle ?

## Exercice n° 4 : Rectangle ou pas ? – Épisode 2

Tracer le triangle KAE tel que KE = 36 $mm$, KA = 77 $mm$ et AE = 84 $mm$. KAE est-il rectangle ?

## Exercice n° 5 : Rectangle ou pas ? – Épisode 3

Le carré ABCD a des côtés de 4 $cm$.
E ∈ [CD] tel que CE = 3 $cm$
F ∈ [BC] tel que BF = 3 $cm$




Le triangle AEF est-il rectangle ?

# Exercices — Correction

**Exercice n° 1 :**

**1.** Le triangle DTK est rectangle en D.
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$DT^2 + DK^2 = TK^2$$
$$15^2 + 83^2 = TK^2$$
$$225 + 6\,889 = TK^2$$
$$TK^2 = 7\,114$$
$$TK = \sqrt{7\,114}$$
$$TK \approx 84,345$$

$\boxed{\text{Au millième près, TK} \approx 34,345\ mm}$

**2.** Le triangle DTK est rectangle en T.
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$TD^2 + TK^2 = DK^2$$
$$45^2 + TK^2 = 62^2$$
$$2\,025 + TK^2 = 3\,844$$
$$TK^2 = 3\,844 - 2\,025$$
$$TK^2 = 1\,819$$
$$TK = \sqrt{1\,819}$$
$$TK \approx 42,65$$

$\boxed{\text{Au millième près, TK} \approx 42,64\ mm}$

**Exercice n° 2 :**

Dans le triangle ABE rectangle en A.
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$AB^2 + AE^2 = BE^2$$
$$30^2 + 60^2 = BE^2$$
$$900 + 3\,600 = BE^2$$
$$BE^2 = 4\,500$$
$$BE = \sqrt{4\,500}$$
$$BE \approx 67$$

Dans le triangle EDB rectangle en D.
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$DE^2 + DB^2 = EB^2$$
$$34^2 + DB^2 = 4\,500$$
$$1\,156 + DB^2 = 4\,500$$
$$DB^2 = 4\,500 - 1\,156$$
$$DB^2 = 3\,344$$
$$DB \approx 58$$

Il est conseillé d'utiliser la valeur exacte de $EB^2$ obtenue précédemment. Sinon on obtient :

$$DB^2 = 67^2 - 1\,156 \approx 3\,333$$

$$DB = \sqrt{3\,333} \approx 58$$

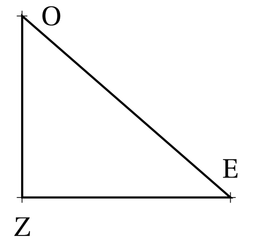
Dans le triangle DBC rectangle en B
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$BD^2 + BC^2 = DC^2$$
$$3\,344 + 25^2 = DC^2$$
$$DC^2 = 3\,969$$
$$DC = \sqrt{3\,969}$$
$$DC = 63$$

En valeur approchée on arrive à :

$$DC^2 = 58^2 + 25^2 \approx 3\,989$$
$$DC \approx 63$$

**Exercice n° 3**



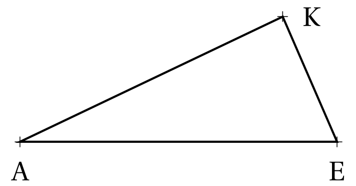

Comparons $OE^2$ et $ZO^2 + ZE^2$

$OE^2 = 73^2$ donc $OE^2 = 5\,329$
$ZO^2 + ZE^2 = 48^2 + 55^2$ donc $ZO^2 + ZE^2 = 5\,329$

Ainsi $ZO^2 + ZE^2 = OE^2$,

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle ZOE est rectangle en Z.

**Exercice n° 4**




Comparons $AE^2$ et $KA^2 + KE^2$

$AE^2 = 84^2$ donc $AE^2 = 7\,056$
$KA^2 + KE^2 = 77^2 + 36^2$ donc $KA^2 + KE^2 = 7\,225$

Ainsi $KA^2 + KE^2 \neq AE^2$,

D'après **la contraposée du théorème de Pythagore** le triangle KAE n'est pas rectangle.

**Exercice n° 5**

Calculons AE.
Dans le triangle ADE rectangle en D.
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DA^2 + DE^2 = AE^2$$

$$4^2 + 1^2 = AE^2$$

$$16 + 1 = AE^2$$

$$AE^2 = 17$$

$$AE = \sqrt{17}$$

Calculons EF.
Dans le triangle ECF rectangle en C.
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CE^2 + CF^2 = EF^2$$

$$3^2 + 1^2 = EF^2$$

$$9 + 1 = EF^2$$

$$EF^2 = 10$$

$$EF = \sqrt{10}$$

Calculons AF
Dans le triangle ABF rectangle en B.
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BF^2 = AF^2$$

$$4^2 + 3^2 = AF^2$$

$$16 + 9 = AF^2$$

$$AF^2 = 25$$

$$AF = 5$$

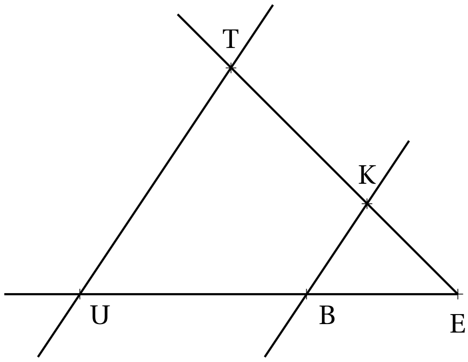
Comparons $AF^2$ et $EA^2 + EF^2$
$AF^2 = 5^2 = 25$
$EA^2 + EF^2 = 17 + 10 = 27$
Comme $EA^2 + EF^2 \neq AF^2$ d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** le triangle AEF n'est pas rectangle.

# Exercices

## Égalité de Thalès dans le triangle

*Troisième*

### Exercice n° 1 : Thalès triangle




Sur la figure qui n'est pas en vraies grandeurs, nous avons :

- (TK) et (UB) sont sécantes en E ;
- $BE = 5\ m$, $UE = 12\ m$, $BK = 4\ m$ et $TE = 10\ m$ ;
- $(UT)//(BK)$

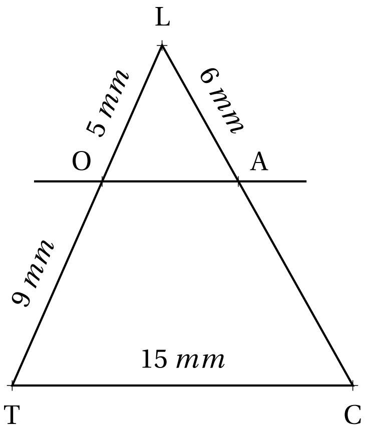
Calculer les valeurs exactes de UT et KE et,le cas échéant, une valeur approchée au centimètre près.

### Exercice n° 2 : Thalès triangle — Épisode 2

Sur la figure ci-après qui n'est pas en vraies grandeurs nous avons :

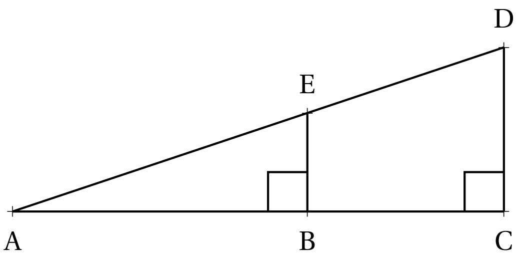
- les points L, O et T sont alignés ;
- les points L, A et C sont alignés ;
- les droites (OA) et (TC) sont parallèles.

Calculer les valeurs exactes puis les valeurs approchées au millième près des longueurs OA et AC.




### Exercice n° 3 : Thalès ou Pythagore ?

La figure ci-dessous n'est pas en vraies grandeurs.




- ABE est rectangle en B ;
- ACD est rectangle en C ;
- $AB = 36\ m$, $AE = 60\ m$, $DC = 72\ m$.

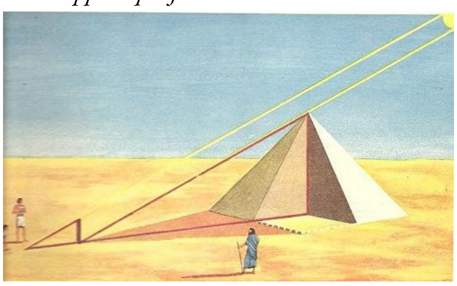
Calculer les valeurs exactes de EB, BC et ED

### Exercice n° 4 : La légende de Thalès

La légende raconte que Thalès de Milet (-626 – -547 avant notre ère) aurait été invité par le pharaon Ahmôsis vers -560 pour honorer sa grande réputation de scientifique. Le pharaon déclara devant Thalès ne pas connaître la hauteur exacte de la grande pyramide de Khéops construite presque deux mille ans auparavant.

Thalès planta alors sa canne en plein soleil et affirma :

*« Le rapport que j'entretiens avec mon ombre et le même que celui de la pyramide avec la sienne. ».*



Voici quelques informations numériques (fictives) sur cette histoire (légendaire)…

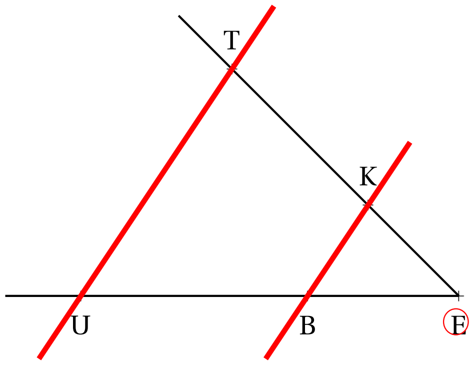
- la canne de Thalès mesurait 3 coudées ;
- l'ombre de la canne au sol mesurait 5 coudées ;
- la canne se situait exactement à 465 coudées du centre de la pyramide ;
- une coudée à cette époque mesurait environ 52 $cm$.

Quelle mesure de la hauteur de la pyramide Thalès a-t-il réussi à effectuer ?

# Exercices — Correction

## Exercice n° 1
Correction

*Thalès triangle*




Dans le triangle EUT, B ∈ [UE] et K ∈ [TE]
Les droites (KB) et (TU) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EB}{EU} = \frac{EK}{ET} = \frac{BK}{UT}$$

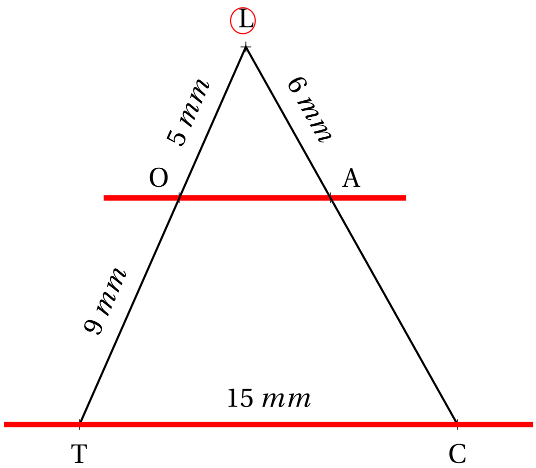
$$\frac{5\ m}{12\ m} = \frac{EK}{10\ m} = \frac{4\ m}{UT}$$

Comme $\frac{5\ m}{12\ m} = \frac{EK}{10\ m}$ donc $EK = \frac{10\ m \times 5\ m}{12\ m} = \frac{50}{12}\ m \approx 4,17\ m$ à $1\ cm$ près.

Comme $\frac{5\ m}{12\ m} = \frac{4\ m}{UT}$ donc $UT = \frac{4\ m \times 12\ m}{5\ m} = \frac{48}{5}\ m = 9,6\ m$

## Exercice n° 2
Correction

*Thalès triangle — Épisode 2*




Les droites (OT) et (AC) sont sécantes en L, les droites (OA) et (TC) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{LO}{LT} = \frac{LA}{LC} = \frac{OA}{TC}$$

$$\frac{5\ mm}{5\ mm + 9\ mm} = \frac{6\ mm}{LC} = \frac{OA}{15\ mm}$$

$$\frac{5\ mm}{14\ mm} = \frac{6\ mm}{LC} = \frac{OA}{15\ mm}$$

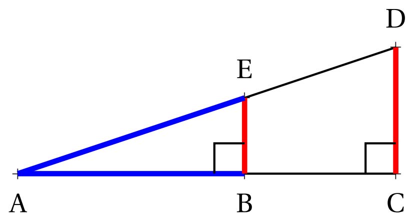
En utilisant la règle de trois on obtient :

$LC = \frac{6\ mm \times 14\ mm}{5\ mm}$ d'où $LC = \frac{84\ mm^2}{5\ mm}$ et $LC = 16,8\ mm$

$OA = \frac{15\ mm \times 5\ mm}{14\ mm}$ d'où $OA = \frac{75\ mm^2}{14\ mm}$ et $OA \approx 5,357\ mm$

## Exercice n° 3 — Correction

*Thalès ou Pythagore ?*




*Dans le triangle rectangle* ABE *on connait deux mesures sur trois : on peut donc utiliser le théorème de Pythagore.*

Dans le triangle ABE rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{BA}^2+\mathrm{BE}^2=\mathrm{AE}^2$$
$$36^2+\mathrm{BE}^2=60^2$$
$$1\,296+\mathrm{BE}^2=3\,600$$
$$\mathrm{BE}^2=3\,600-1\,296$$
$$\mathrm{BE}^2=2\,304$$
$$\mathrm{BE}=\sqrt{2\,304}$$
$$\mathrm{BE}=48$$

*Pour calculer* BC *il faut calculer* AC *car* BC = AC − AB. *Pareil pour* ED *il faut d'abord calculer* AD.

(EB) ⊥ (AC) et (DC) ⊥ (AC)
On sait que si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.
Donc (EB)//(DC)

Dans le triangle ADC, B ∈ [AC] et E ∈ [AD],
Les droites (EB) et (DC) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}}=\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AD}}=\frac{\mathrm{BE}}{\mathrm{CD}}$$
$$\frac{36\ m}{\mathrm{AC}}=\frac{60\ m}{\mathrm{AD}}=\frac{48\ m}{72\ m}$$

Comme $\frac{36\ m}{\mathrm{AC}}=\frac{48\ m}{72\ m}$ on a $\mathrm{AC}=\frac{36\ m\times 72\ m}{48\ m}=\frac{2\,592}{48}\ m=54\ m$.

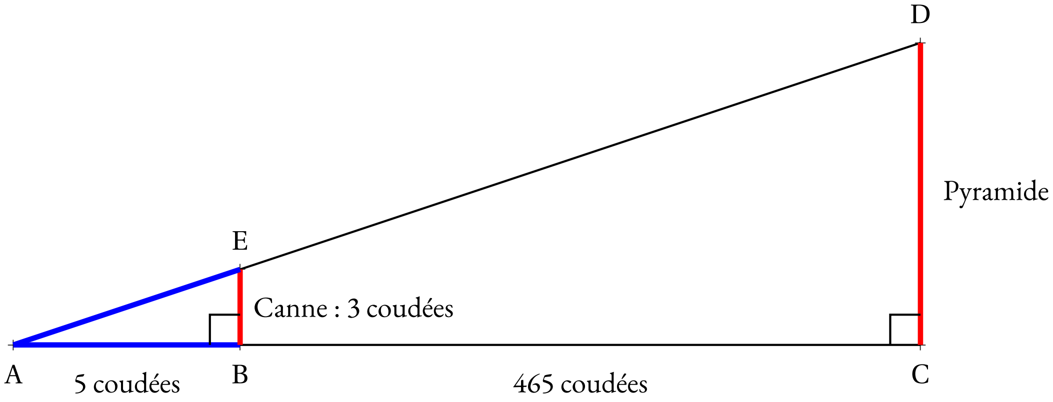
Comme $\frac{60\ m}{\mathrm{AD}}=\frac{48\ m}{72\ m}$ on a $\mathrm{AD}=\frac{60\ m\times 72\ m}{48\ m}=\frac{4\,320}{48}\ m=90\ m$.

Donc $\mathrm{BC}=\mathrm{AC}-\mathrm{AB}=54\ m-36\ m=\boxed{18\ m}$ et $\mathrm{ED}=\mathrm{AD}-\mathrm{AE}=90\ m-60\ m=\boxed{30\ m}$.

## Exercice n° 4 — Correction

*La légende de Thalès*

*Il faut modéliser la situation en faisant un schéma !*




Comme la canne et la pyramide sont perpendiculaires au sol, on peut dire que la canne et la pyramide sont parallèles.

Dans le triangle ACD, B ∈ [AC] et E ∈ [AD] et (EB)//(DC),
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{EB}{CD}$$

$$\frac{5}{5+465} = \frac{AE}{AD} = \frac{3}{CD}$$

Donc $\dfrac{3}{CD} = \dfrac{5}{470}$ donc $CD = \dfrac{3 \times 470}{5} = \dfrac{1\,410}{5} = 282$

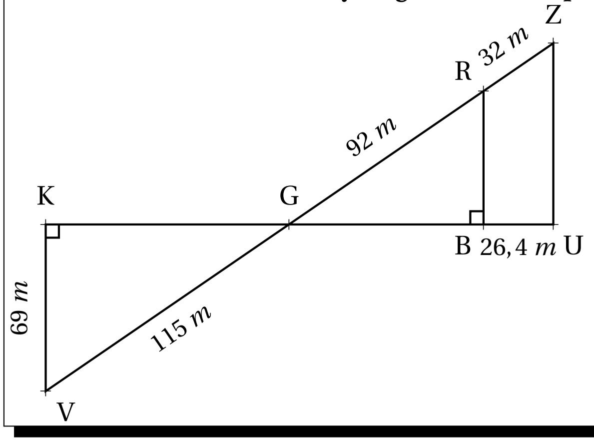
Or une coudée mesure 52 $cm$. La pyramide mesure donc $282 \times 52\ cm = 14\,664\ cm = \boxed{146{,}64\ m}$

# Exercices

## Thalès et Pythagore au brevet

*Troisième*

### Exercice n° 1 : Thalès, Pythagore et contraposé




Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, on sait que :

— Les points K, G, B et U sont alignés ;

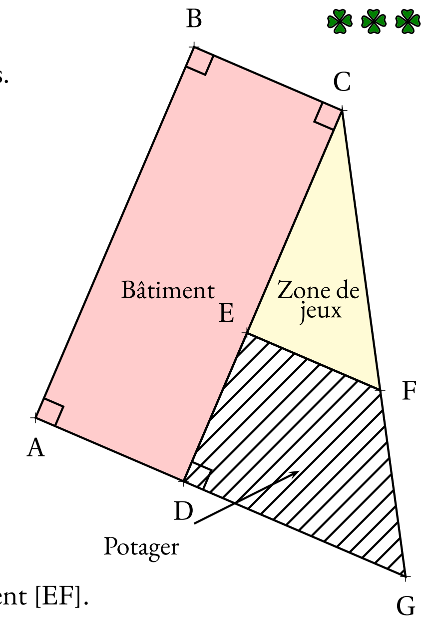
— les points V, G, R et Z sont alignés ;

— (KV) ⊥ (KU) et (BR) ⊥ (KU) ;

**1.** Montrer que KG = 92 $m$.
**2.** Expliquer pourquoi (KV)//(RB).
**3.** Calculer GB et RB.
**4.** Sachant que GB = 73,6 $m$, les droites (RB) et (ZU) sont-elles parallèles ?

### Exercice n° 2 : Asie Pacifique — Juin 2023

Un centre de loisir dispose d'un bâtiment et d'un espace extérieur pour accueillir des enfants. L'espace extérieur, modélise par un triangle, est partagé en deux parties : un potager (quadrilatère DEFG hachuré) et une zone de jeux (triangle EFC), comme représenté par la figure ci-contre.




Données :

— Les points C, E et D sont alignés ;

— Les points C, F et G sont alignés ;

— Les droites (EF) et (DG) sont parallèles ;

— Les droites (DG) et (CD) sont perpendiculaires ;

— CE = 30 m ; ED = 10 m et DG = 24 m.

**1.** Déterminer la longueur CD.
**2.** Calculer la longueur CG. Arrondir au dixième de mètre près.
**3.** L'équipe veut séparer la zone de jeux et le potager par une clôture représentée par le segment [EF].
Montrer que la clôture doit mesurer 18 m.
**4.** Pour semer du gazon sur la zone de jeux, l'équipe décide d'acheter des sacs de 5 kg de graines à 22,90 € l'unité.
Chaque sac permet de couvrir une surface d'environ 140 m$^2$.
Quel budget doit-on prévoir pour semer du gazon sur la totalité de l'aire de jeux ?
**5.** La directrice du centre affirme que la surface du potager est plus grande que celle de la zone de jeux. A-t-elle raison ?

### Exercice n° 3 : Thalès papillon et Pythagore, construction

**1.** Construire avec précision sur votre copie la figure suivante :

— Tracer un triangle KUG rectangle en G tel que KU = 8 $cm$ et GU = 4,8 $cm$ ;

— Placer sur la droite (KG), le point R vérifiant les deux conditions suivantes :

  — KR = 5,2 $cm$ ;

  — K n'appartient pas à [KG).

— Tracer la droite perpendiculaire à la droite (KR) passant par R. Cette droite coupe la droite (KU) en S.

**2.** Expliquez pour quelle raison les droites (GU) et (RS) sont parallèles.

**3.** Calculer KG.

**4.** Calculer RS et SK.

# Exercices — Correction

**Exercice n° 1** **Correction**

*Thalès, Pythagore et contraposé*

**1.** Dans le triangle KGV rectangle en K,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$KG^2 + KV^2 = GV^2$$

$$KG^2 + 69^2 = 115^2$$

$$KG^2 + 4761 = 13\,225$$

$$KG^2 = 13\,225 - 4761$$

$$KG^2 = 8464$$

$$KG = \sqrt{8464}$$

$$KG = 92$$

$\boxed{KG = 92\,\text{cm}}$

**2.** On remarque que les droites (KV) et (RB) sont l'une et l'autre perpendiculaire à la droite (KB)
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à la même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

$\boxed{\text{On en déduit que (KV)(RB).}}$

**3.** Les droites (KB) et (RV) sont sécantes en G, les droites (KV) et (RB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{GK}{GB} = \frac{GV}{GR} = \frac{KV}{BR}$$

$$\frac{92\ m}{GB} = \frac{115\ m}{92\ m} = \frac{69\ m}{BR}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$GB = \dfrac{92\ m \times 92\ m}{115\ m}$ d'où $GB = \dfrac{8\,464\ m^2}{115\ m}$ et $GB = 73{,}6m$
$BR = \dfrac{69\ m \times 92\ m}{115\ m}$ d'où $BR = \dfrac{6\,348\ m^2}{115\ m}$ et $BR = 55{,}2\ m$

$\boxed{GB = 73{,}6\ m \text{ et } BR = 55{,}2\ m}$

**4.**
Comparons $\dfrac{GB}{GU}$ et $\dfrac{GR}{GZ}$ :

$\dfrac{GB}{GU} = \dfrac{73{,}6\ m}{73{,}6\ m + 26{,}4\ m}$

$\dfrac{GB}{GU} = \dfrac{73{,}6}{100}$

$\dfrac{GB}{GU} = 0{,}736$

$\dfrac{GR}{GZ} = \dfrac{92\ m}{92\ m + 32\ m}$

$\dfrac{GR}{G2} = \dfrac{92}{124}$

$\dfrac{GR}{GZ} \approx 0{,}742$

Comme $\dfrac{GB}{GU} \neq \dfrac{GR}{GZ}$ d'après le **théorème contraposé de Thalès**, les droites (RB) et (ZU) ne sont pas parallèles.

## Exercice n° 2 — Correction

*Asie Pacifique — Juin 2023*

**1.** Comme les points C, E et D sont alignés, $\boxed{\text{CD} = \text{CE} + \text{ED} = 30\,\text{m} + 10\,\text{m} = 40\,\text{m.}}$

**2.** Dans le triangle CDG rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{DC}^2 + \text{DG}^2 = \text{CG}^2$$
$$30^2 + 24^2 = \text{CG}^2$$
$$900 + 576 = \text{CG}^2$$
$$\text{CG}^2 = 1476$$
$$\text{CG} = \sqrt{1476}$$
$$\text{CG} \approx 38,42$$

$\boxed{\text{CG} \approx 38{,}4\,\text{m au dixième de mètre près.}}$

**3.** Les droites (ED) et (FG) sont sécantes en C, les droites (EF) et (DG) sont parallèles,
'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{CE}}{\text{CD}} = \frac{\text{CF}}{\text{CG}} = \frac{\text{EF}}{\text{DG}}$$

$$\frac{30\,\text{m}}{40\,\text{m}} = \frac{\text{CF}}{\text{CG}} = \frac{\text{EF}}{24\,\text{m}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{EF} = \dfrac{24\,\text{m} \times 30\,\text{m}}{40\,\text{m}}$ d'où $\text{EF} = \dfrac{720\,\text{m}^2}{40\,\text{m}}$ et $\text{EF} = 18\,\text{m}$

$\boxed{\text{EF} = 18\,\text{m}}$

**4.** La zone de jeux est un triangle rectangle. $\text{Aire}_{\text{CEF}} = \dfrac{30\,\text{m} \times 18\,\text{m}}{2} = 270\,\text{m}^2$.

Un sac permet de recouvrir $140\,\text{m}^2$. Comme $270\,\text{m}^2 \div 140\,\text{m}^2 \approx 1,92$, il faut 2 sacs.

$\boxed{\text{Le coût du gazon est de } 2 \times 22,90\,€ = 45,80\,€}$

**5.** $\text{Aire}_{\text{DEFG}} = \text{Aire}_{\text{CDG}} - \text{Aire}_{\text{CEF}}$

On a vu que $\text{Aire}_{\text{CEF}} = 270\,\text{m}^2$.

CDG est un triangle rectangle. $\text{Aire}_{\text{CDG}} = \dfrac{40\,\text{m} \times 24\,\text{m}}{2} = 480\,\text{m}^2$.

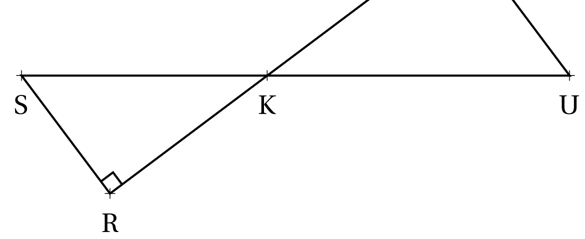
Ainsi $\text{Aire}_{\text{DEFG}} = 480\,\text{m}^2 - 270\,\text{m}^2 = 210\,\text{m}^2$.

$\boxed{\text{C'est faux, l'aire du potager qui mesure } 210\,\text{m}^2 \text{ est plus petite que celle de l'aire de jeux qui mesure } 270\,\text{m}^2.}$

## Exercice n° 3 — Correction

*Thalès papillon et Pythagore, construction*

**1.**




**2.** Les droites (GU) et (RS) sont l'une et l'autre perpendiculaire à la droite (GR).
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

$\boxed{\text{Les droites (GU) et (RS) sont parallèles.}}$

**3.**
Dans le triangle KUG rectangle en G,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{GK}^2 + \mathrm{GU}^2 = \mathrm{KU}^2$$
$$\mathrm{GK}^2 + 4,8^2 = 8^2$$
$$\mathrm{GK}^2 + 23,04 = 64$$
$$\mathrm{GK}^2 = 64 - 23,04$$
$$\mathrm{GK}^2 = 40,96$$
$$\mathrm{GK} = \sqrt{40,96}$$
$$\mathrm{GK} = 6,4$$

$\boxed{\mathrm{GK} = 6,4\ cm}$

**4.**
Les droites (GR) et (SU) sont sécantes en K, les droites (GU) et (SR) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\mathrm{KG}}{\mathrm{KR}} = \frac{\mathrm{KU}}{\mathrm{KS}} = \frac{\mathrm{GU}}{\mathrm{RS}}$$

$$\frac{6,4\ cm}{5,2\ cm} = \frac{8\ cm}{\mathrm{KS}} = \frac{4,8\ cm}{\mathrm{RS}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\mathrm{KS} = \dfrac{8\ cm \times 5,2\ cm}{6,4\ cm}$ d'où $\mathrm{KS} = \dfrac{41,6\ cm^2}{6,4\ cm}$ et $\mathrm{KS} = 6,5\ cm$
$\mathrm{RS} = \dfrac{4,8\ cm \times 5,2\ cm}{6,4\ cm}$ d'où $\mathrm{RS} = \dfrac{24,96\ cm^2}{6,4\ cm}$ et $\mathrm{RS} = 3,9\ cm$

# Évaluation

Troisième

**Exercice n° 1 :** *(5 points)*

Pour Noël, une artisane verrier a préparé 1 386 boules de Nöel en verre bleu et 1 638 boules de Noël en verre red. Elle souhaite faire un maximum de lots de boules bleues et reds, lots tous identiques.

**1.** Décomposer 1 386 et 1 638 en produits de facteurs premiers.

**2.** Faire la liste des tous les diviseurs communs de 1 386 et 1 638.

**3.** Combien de lots au maximum pourra-t-elle constituer ?
Combien de boules reds et de boules bleues contient chaque lot ?

**Exercice n° 2 :** *(4 points)*

**1.** Développer et réduire $f(x) = (1-3x)(4x-6)+(5x-1)(3x-7)$

**2.** Développer et réduire $g(x) = 1-3x^2+3x(5x-1)+6+(5x-1)(2x+1)$

**3.** Résoudre :

$$8x-3=7-11x$$

**Exercice n° 3 :** *(5 points)*

Pour les vacances de Toussaint, je suis allé de Paris à Marseille en train.
À l'aller, j'ai pris le TGV et j'ai parcouru 660 $km$ en 3 h 23 min.

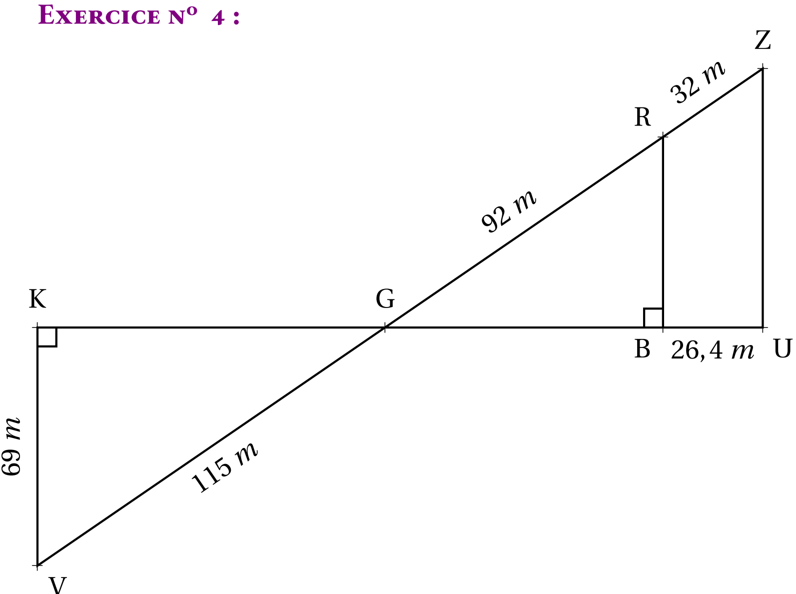
**1.** Quelle a été ma vitesse moyenne sur ce trajet. Arrondir le résultat au centième de kilomètre par heure près.

Au retour, je suis rentré en voiture. Le trajet est plus long, 776 $km$. J'ai roulé en moyenne à 88 $km/h$.

**2.** Combien de temps, à la minute près, ai-je mis pour rentrer à Paris.

**3.** Quelle a été ma vitesse moyenne sur cet aller-retour ?

**Exercice n° 4 :** *(6 points)*




Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, on sait que :

— Les points K, G, B et U sont alignés ;

— les points V, G, R et Z sont alignés ;

— (KV) ⊥ (KU) et (BR) ⊥ (KU) ;

**1.** Montrer que KG = 92 $m$.

**2.** Expliquer pourquoi (KV)//(RB).

**3.** Calculer GB et RB.

**4.** Sachant que GB = 73,6 $m$, les droites (RB) et (ZU) sont-elles parallèles ?

# Évaluation — Correction

**Exercice n° 1 : L'artisane verrier** Correction

*Arithmétique*

**1.**

$$\begin{array}{r|l} 1\,386 & 2 \\ 693 & 3 \\ 231 & 3 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$\boxed{1\,386 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 11}$

$$\begin{array}{r|l} 1\,638 & 2 \\ 819 & 3 \\ 273 & 3 \\ 91 & 7 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$\boxed{1\,638 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 13}$

**2.** Les diviseurs de 1 386 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 9 ; 11 ; 14 ; 18 ; 21 ; 22 ; 33 ; 42 ; 63 ; 66 ; 77 ; 99 ; 126 ; 154 ; 198 ; 231 ; 462 ; 693 ; 1 386
Les diviseur de 1 638 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 9 ; 13 ; 14 ; 18 ; 21 ; 26 ; 42 ; 63 ; 78 ; 91 ; 117 ; 126 ; 182 ; 234 ; 273 ; 549 ; 819 ; 1 638

$\boxed{\text{Les diviseurs communs de 1 386 et 1 638 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 9 ; 14 ; 18 ; 21 ; 42 ; 63 ; 126}}$

**3.** Le plus grand diviseur commun de 1 386 et 1 638 est 126.
Or $1\,386 = 126 \times 11$ et $1\,638 = 126 \times 13$, $\boxed{\text{elle fera 126 lots contenant chacun 11 boules bleues et 13 boules reds.}}$

**Exercice n° 2 : Développement** Correction

*Développer, réduire et résoudre*

**1.** $f(x) = (1-3x)(4x-6) + (5x-1)(3x-7)$
$f(x) = 4x - 6 - 12x^2 + 18x + 15x^2 - 35x - 3x + 7$

$\boxed{f(x) = 3x^2 - 16x + 1}$

**2.** $g(x) = 1 - 3x^2 + 3x(5x-1) + 6 + (5x-1)(2x+1)$
$g(x) = 1 - 3x^2 + 15x^2 - 3x + 6 + 10x^2 + 5x - 2x - 1$

$\boxed{g(x) = 22x^2 + 3x + 6}$

**3.** Résoudre :

$$\begin{aligned} 8x - 3 &= 7 - 11x \\ 8x - 3 + 3 &= 7 - 11x + 3 \\ 8x &= 10 - 11x \\ 8x + 11x &= 10 - 11x + 11x \\ 19x &= 10 \\ x &= \frac{10}{19} \end{aligned}$$

**Exercice n° 3 : Vitesse** Correction

*Vitesse*

**1.**

| | | |
|---|---|---|
| Distance | 660 $km$ | $\frac{660\ km \times 60\ min}{203\ min} \approx 195,07\ km$ |
| Temps | 3 h 23 min = 180 min+23 min=203 min | 1 h = 60 min |

La vitesse moyenne en TGV est d'environ $195,07\ km/h$

**2.**

| | | |
|---|---|---|
| Distance | 776 $km$ | 88 $km$ |
| Temps | $\frac{776\ km \times 60\ min}{88\ km} \approx 529,09\ min$ | 1 h = 60 min |

Comme $529\ min = 8 \times 60\ min + 49\ min$
Le temps de mon trajet est $8\ h\ 49\ min$

**3.**
Sur l'aller-retour, j'ai parcouru $660\ kl + 776\ km = 1\,436\ km$ en 3 h 23 min + 8 h 49 min = 12 h 12 min.

| | | |
|---|---|---|
| Distance | $1\,436\ km$ | $\frac{1\,436\ km \times 60\ min}{732\ min} \approx 117,70\ km$ |
| Temps | 12 h 12 min = 12 × 60 min+12 min=720 min+12 min=732 min | 1 h = 60 min |

Ma vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet est $117,70\ km/h$

**Exercice n° 4 : Thalès, Pythagore et contraposée** Correction

*Géométrie*

**1.**
Dans le triangle VKG rectangle en K,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$KV^2 + KG^2 = VG^2$$
$$69^2 + KG^2 = 115^2$$
$$3\,969 + KG^2 = 13\,225$$
$$KG^2 = 13\,225 - 4\,761$$
$$KG^2 = 8\,464$$
$$KG = \sqrt{8\,464}$$
$$KG = 92$$

$BG = 92\ m$

**2.** Les droites (RB) et (KV) sont perpendiculaires à la droite (KU).
On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

$(RB)//(KV)$

**3.**
Les droites (KB) et (RV) sont sécantes en G, les droites (KV) et (RB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{GK}{GB} = \frac{GV}{GR} = \frac{KV}{BR}$$

$$\frac{92\ m}{GB} = \frac{115\ m}{92\ m} = \frac{69\ m}{BR}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$GB = \dfrac{92\ m \times 92\ m}{115\ m}$ d'où $GB = \dfrac{8\,464\ m^2}{115\ m}$ et $GB = 73,6 m$
$BR = \dfrac{69\ m \times 92\ m}{115\ m}$ d'où $BR = \dfrac{6\,348\ m^2}{115\ m}$ et $BR = 55,2\ m$

$\boxed{GB = 73,6\ m \text{ et } BR = 55,2\ m}$

**4.**
Comparons $\dfrac{GB}{GU}$ et $\dfrac{GR}{GZ}$ :

$$\frac{GB}{GU} = \frac{73,6\ m}{73,6\ m + 26,4\ m}$$

$$\frac{GB}{GU} = \frac{73,6}{100}$$

$$\frac{GB}{GU} = 0,736$$

$$\frac{GR}{GZ} = \frac{92\ m}{92\ m + 32\ m}$$

$$\frac{GR}{G2} = \frac{92}{124}$$

$$\frac{GR}{GZ} \approx 0,742$$

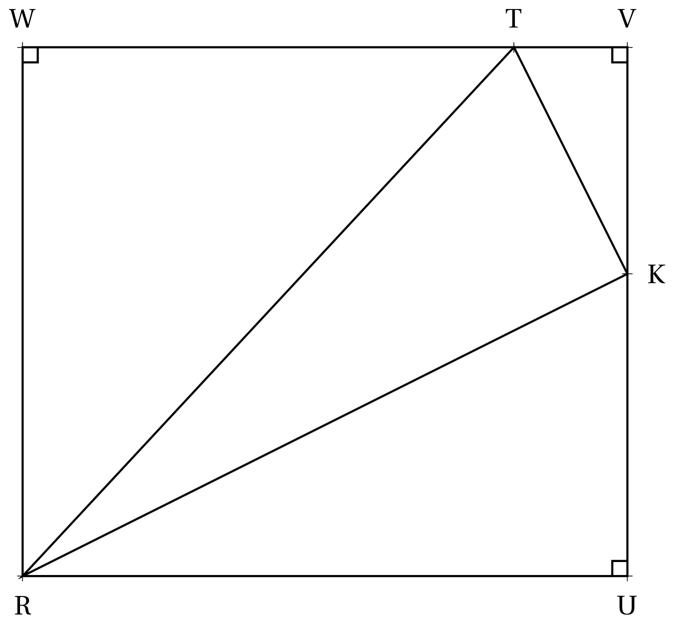
Comme $\dfrac{GB}{GU} \neq \dfrac{GR}{GZ}$ d'après le **théorème contraposé de Thalès**, les droites (RB) et (ZU) ne sont pas parallèles.

# Évaluation

*Troisième*

## Exercice n° 1 : Pythagore

*(5 points)*




Le quadrilatère RUVT est un rectangle.
On sait que :

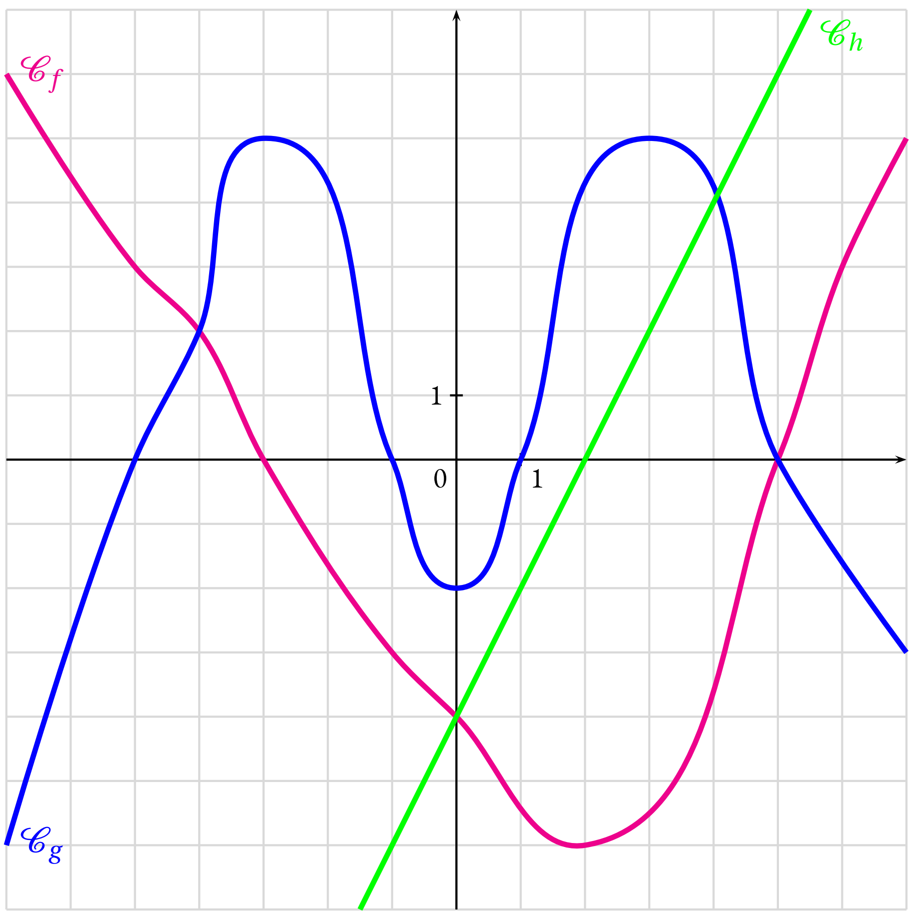
— RU = 48 m
— WR = 42 m
— WT = 39 m
— VK = 18 m

Le triangle RTK est-il rectangle ?

*Rédiger soigneusement votre raisonnement.*

## Exercice n° 2 : Lecture graphique

*(5 points)*




$f$, $g$ et $h$ sont des fonctions.

$\mathscr{C}_f$ représente graphiquement $f$
$\mathscr{C}_g$ représente graphiquement $g$
$\mathscr{C}_h$ représente graphiquement $h$

Déterminer graphiquement :

1. L'image de -5 par $f$
2. $g(-4)$, $g(0)$ et $g(7)$
3. $h(1)$, $h(0)$ et $h(2)$
4. Les antécédents de 0 par $f$
5. Les antécédents de 3 par $f$
6. Les antécédents de 0 par $g$
7. Combien y-a-t-il d'antécédent de -1 par $g$ ?
8. Les antécédents de 5 par $g$
9. Les antécédents de 6 par $g$
10. Les solution de l'équation $f(x) = g(x)$

# Évaluation — Correction

**Exercice n° 1** **Correction**

*Pythagore*

Dans le triangle RWT rectangle en W,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$WR^2 + WT^2 = RT^2$$
$$42^2 + 39^2 = RT^2$$
$$1764 + 1521 = RT^2$$
$$RT^2 = 3285$$
$$RT = \sqrt{3285}$$

Dans le triangle TVK rectangle en V,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$VT^2 + VK^2 = TK^2$$
$$9^2 + 18^2 = TK^2$$
$$81 + 324 = TK^2$$
$$TK^2 = 405$$
$$TK = \sqrt{405}$$

Dans le triangle RKU rectangle en U,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$UR^2 + UK^2 = RK^2$$
$$48^2 + 24^2 = RK^2$$
$$2304 + 576 = RK^2$$
$$RK^2 = 2880$$
$$RK = \sqrt{2880}$$

Comparons $KR^2 + KT^2$ et $RT^2$ :

| | |
|---|---|
| $KR^2 + KT^2$ | $RT^2$ |
| $2880 + 405$ | |
| $3285$ | $3285$ |

Comme

$$KR^2 + KT^2 = RT^2$$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**

$\boxed{\text{le triangle KRT est rectangle en K}}$.

**Exercice n° 2** **Correction**

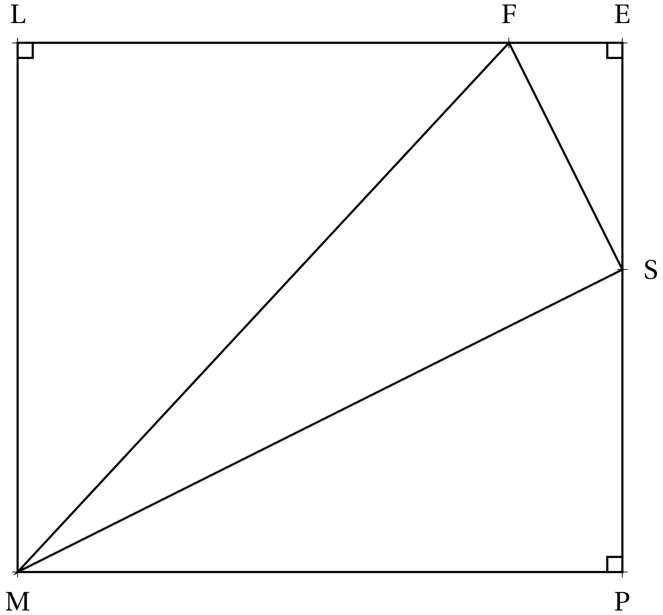
*Lecture graphique*

Déterminer graphiquement :

1. L'image de -5 par $f$ : $f(-5) = 3$
2. $g(-4)$, $g(0)$ et $g(7)$ : $g(-4) = 2$, $g(0) = -2$ et $g(7) = -3$
3. $h(1)$, $h(0)$ et $h(2)$ : $h(1) = -2$, $h(0) = -4$ et $h(2) = 0$
4. Les antécédents de 0 par $f$ : -3 et 5 sont des antécédents de 0 par $f$
5. Les antécédents de 3 par $f$ : -5 et 6 sont des antécédents de 3 par $f$
6. Les antécédents de 0 par $g$ : -5, -1, 1 et 5 sont des antécédents de 0 par $g$
7. Combien y-a-t-il d'antécédent de -1 par $g$ ? : -1 a 4 antécédents par $g$
8. Les antécédents de 5 par $g$ -3 et 3 sont des antécédents de 5 par $g$
9. Les antécédents de 6 par $g$ 6 n'a pas d'antécédent par $g$
10. Les solution de l'équation $f(x) = g(x)$ -4 et 5 sont des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$

# Évaluation
*Troisième*

## Exercice n° 1 : Pythagore
*(5 points)*



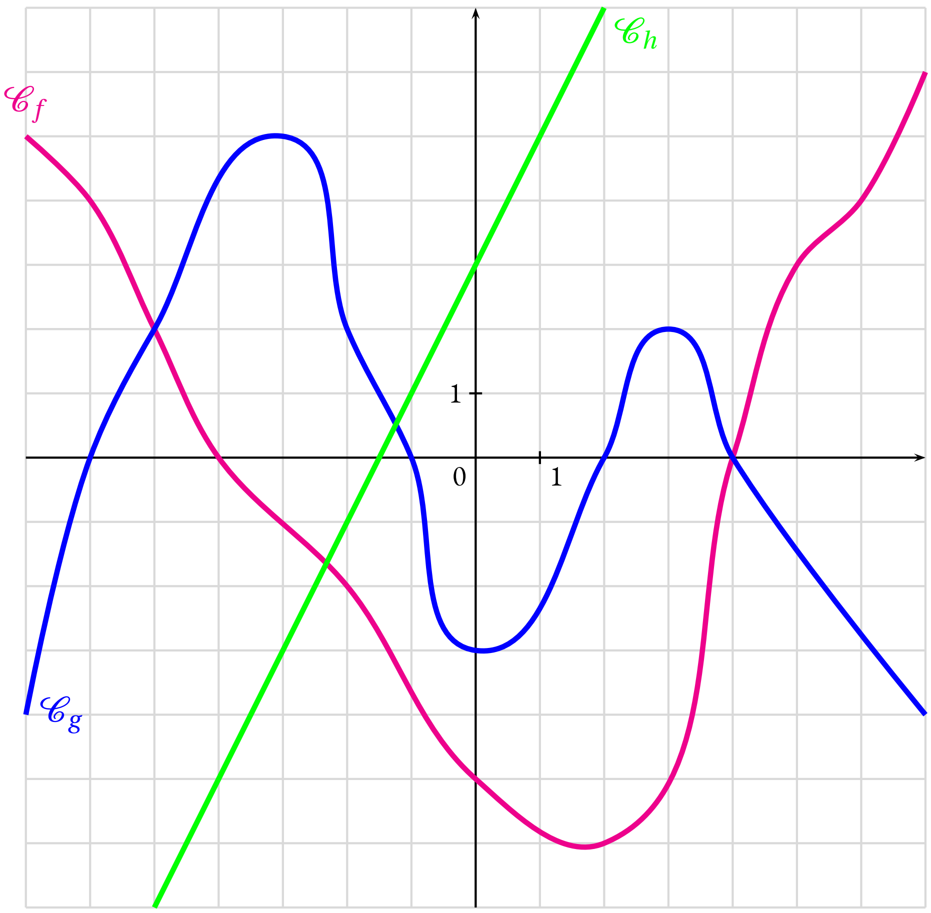

Le quadrilatère MPEL est un rectangle.
On sait que :

— MP = 64 m
— LM = 56 m
— LF = 52 m
— ES = 24 m

Le triangle MFS est-il rectangle ?

*Rédiger soigneusement votre raisonnement.*

## Exercice n° 2 : Lecture graphique
*(5 points)*




$f$, $g$ et $h$ sont des fonctions.

$\mathscr{C}_f$ représente graphiquement $f$
$\mathscr{C}_g$ représente graphiquement $g$
$\mathscr{C}_h$ représente graphiquement $h$

Déterminer graphiquement :

1. L'image de -6 par $f$
2. $g(-5)$, $g(-2)$ et $g(0)$
3. $h(1)$, $h(-4)$ et $h(0)$
4. Les antécédents de 0 par $f$
5. Les antécédents de 4 par $f$
6. Les antécédents de 0 par $g$
7. Combien y-a-t-il d'antécédent de -1 par $g$ ?
8. Les antécédents de 2 par $g$
9. Les antécédents de 6 par $g$
10. Les solution de l'équation $f(x) = g(x)$

# Évaluation — Correction

## Exercice n° 1 — Correction

*Pythagore*

Dans le triangle LFM rectangle en L,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$LF^2 + LM^2 = FM^2$$
$$52^2 + 56^2 = FM^2$$
$$2704 + 3136 = FM^2$$
$$FM^2 = 5840$$
$$FM = \sqrt{5840}$$

Dans le triangle FES rectangle en E,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$EF^2 + ES^2 = FS^2$$
$$12^2 + 24^2 = FS^2$$
$$144 + 576 = FS^2$$
$$FS^2 = 720$$
$$FS = \sqrt{720}$$

Dans le triangle SMP rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$PS^2 + PM^2 = SM^2$$
$$32^2 + 64^2 = SM^2$$
$$1024 + 4096 = SM^2$$
$$SM^2 = 5120$$
$$SM = \sqrt{5120}$$

Comparons $SM^2 + SF^2$ et $MF^2$ :

| | |
|---|---|
| $SM^2 + SF^2$ | $MF^2$ |
| $5120 + 720$ | |
| $5840$ | $5840$ |

Comme

$$SM^2 + SF^2 = MF^2$$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**

$\boxed{\text{le triangle SMF est rectangle en S}}$.

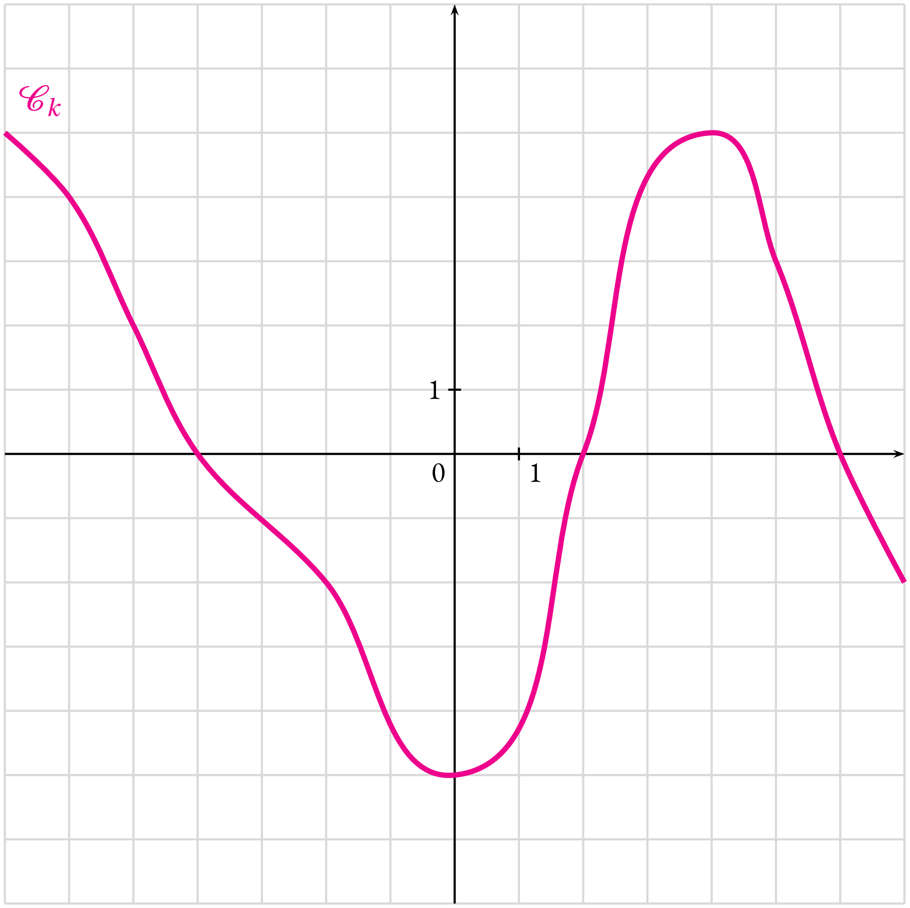
**EXERCICE N° 2** **CORRECTION**

*Lecture graphique*

Déterminer graphiquement :

1. L'image de -6 par $f$ : $f(-6) = 4$
2. $g(-5)$, $g(-2)$ et $g(0)$ : $g(-5) = 2$, $g(-2) = 2$ et $g(0) = -3$
3. $h(1)$, $h(-4)$ et $h(0)$ : $h(1) = 5$, $h(-4) = -5$ et $h(0) = 3$
4. Les antécédents de 0 par $f$ : -4 et 4 sont des antécédents de 0 par $f$
5. Les antécédents de 4 par $f$ : -6 et 6 sont des antécédents de 3 par $f$
6. Les antécédents de 0 par $g$ : -6, -1, 2 et 4 sont des antécédents de 0 par $g$
7. Combien y-a-t-il d'antécédent de -1 par $g$ ? : -1 a 4 antécédents par $g$
8. Les antécédents de 2 par $g$ -5, 2 et 3 sont des antécédents de 2 par $g$
9. Les antécédents de 6 par $g$ 6 n'a pas d'antécédent par $g$
10. Les solution de l'équation $f(x) = g(x)$ -5 et 4 sont des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$

**EXERCICE N° 2 : Lecture graphique** *(5 points)*




$f$, $g$ et $h$ sont des fonctions.

$\mathscr{C}_f$ représente graphiquement $f$
$\mathscr{C}_g$ représente graphiquement $g$
$\mathscr{C}_h$ représente graphiquement $h$

Déterminer graphiquement :

1. L'image de -6 par $f$
2. $g(-5)$, $g(-2)$ et $g(0)$
3. $h(1)$, $h(-4)$ et $h(0)$
4. Les antécédents de 0 par $f$
5. Les antécédents de 4 par $f$
6. Les antécédents de 0 par $g$
7. Combien y-a-t-il d'antécédent de -1 par $g$ ?
8. Les antécédents de 2 par $g$
9. Les antécédents de 6 par $g$
10. Les solution de l'équation $f(x) = g(x)$

# Évaluation

*Troisième*

**Exercice n° 1 : Calcul littéral** *(6 points)*

On pose :

$$f(x) = 3x(1-x) + 5(7x-1) + 3$$
$$g(x) = 1 - 5x(1-x) + 3(2x-1) - 8x^2 + 37x$$
$$h(x) = 3x^2 - 3(1-x^2) - 9x(3x-5) + 5x + 18x^2 - 12x + 1$$

Développer et réduire au maximum $f$, $g$ et $h$.

Que remarquez-vous ?

**Exercice n° 2 : Théorème de Thalès** *(9 points)*

**Situation n° 1**

*La figure n'est pas en vraie grandeur.*

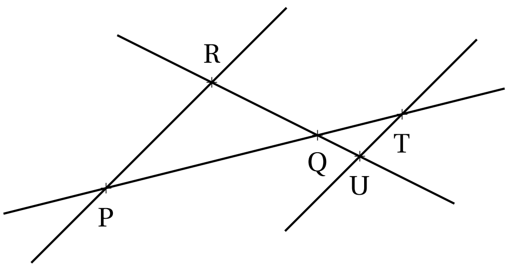
On sait que :

— (PT) et (RU) sont sécantes en Q

— (RP)//(TU)

— PQ = 56 m, RQ = 35 m

— QU = 10 m et TU = 21 m




Calculer QT et RP.

**Situation n° 2**

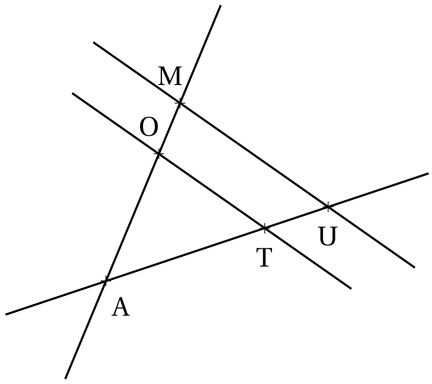
*La figure n'est pas en vraie grandeur.*

On sait que :

— (MO) et (UT sont sécantes en A

— AO = 34 mm, AU = 34 mm

— AM = 55 mm et AT = 21 mm




(OT) et (MU) sont-elles parallèles ?

**Situation n° 3**

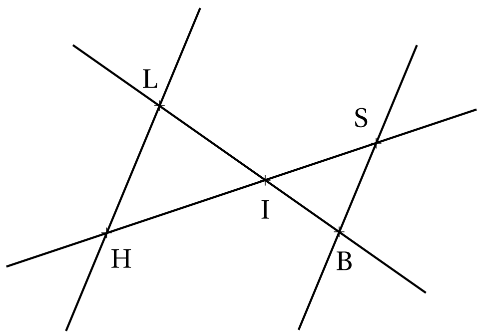
*La figure n'est pas en vraie grandeur.*

On sait que :

— (HS) et (LB sont sécantes en I

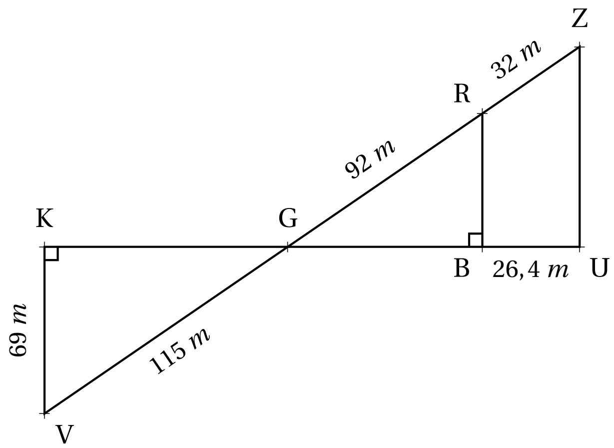
— LI = 21,6 dm, HI = 15,3 dm

— IS = 11,9 dm et BI = 16,8 dm




(HL) et (SB) sont-elles parallèles ?

**Exercice n° 3 : Pythagore et Thalès** *(7 points)*




Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, on sait que :

— Les points K, G, B et U sont alignés ;

— les points V, G, R et Z sont alignés ;

— (KV) $\perp$ (KU) et (BR) $\perp$ (KU) ;

**1.** Montrer que KG = 92 $m$.

**2.** Expliquer pourquoi (KV)//(RB).

**3.** Calculer GB et RB.

**4.** Sachant que GB = 73,6 $m$, (RB) et (ZU) sont-elles parallèles ?

# Évaluation — Correction

## Exercice n° 1 — Correction

*Calcul littéral*

$f(x) = 3x(1-x) + 5(7x-1) + 3$
$f(x) = 3x - 3x^2 + 35x - 5 + 3$

$\boxed{f(x) = -3x^2 + 38x - 2}$

$g(x) = 1 - 5x(1-x) + 3(2x-1) - 8x^2 + 37x$

$g(x) = 1 - 5x + 5x^2 + 6x - 3 - 8x^2 + 37x$

$\boxed{g(x) = -3x^2 + 35x - 2}$

$h(x) = 3x^2 - 3(1-x^2) - 9x(3x-5) + 5x + 18x^2 - 12x + 1$

$h(x) = 3x^2 - 3 + 3x^2 - 27x^2 + 45x + 5x + 18x^2 - 12x + 1$

$\boxed{h(x) = -3x^2 + 38x - 2}$

## Exercice n° 2 — Correction

*Théorème de Thalès*

**Situation n° 1**

Les droites (RU) et (PT) sont sécantes en Q, les droites (RP) et (TU) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{QP}{QT} = \frac{QR}{QU} = \frac{PR}{TU}$$

$$\frac{56\,\text{m}}{QT} = \frac{35\,\text{m}}{10\,\text{m}} = \frac{PR}{21\,\text{m}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$QT = \dfrac{56\,\text{m} \times 10\,\text{m}}{35\,\text{m}}$ d'où $QT = \dfrac{560\,\text{m}^2}{35\,\text{m}}$ et $QT = 16\,\text{m}$

$PR = \dfrac{21\,\text{m} \times 35\,\text{m}}{10\,\text{m}}$ d'où $PR = \dfrac{735\,\text{m}^2}{10\,\text{m}}$ et $PR = 73{,}5\,\text{m}$

**Situation n° 2**

Comparons $\dfrac{AO}{AM}$ et $\dfrac{AT}{AU}$.

$\dfrac{AO}{AM} = \dfrac{34\,\text{mm}}{55\,\text{mm}} \approx 0,6181$

$\dfrac{AT}{AU} = \dfrac{21\,\text{mm}}{34\,\text{mm}} \approx 0,6176$

Ou encore, $21 \times 55 = 1155$ et $34 \times 34 = 1156$

Comme $\dfrac{AO}{AM} \neq \dfrac{AT}{AU}$, d'après **la contraposée du théorème de Thalès**, les droites ne sont pas parallèles.

**Situation n° 3**

Comparons $\dfrac{\mathrm{IH}}{\mathrm{IS}}$ et $\dfrac{\mathrm{IL}}{\mathrm{IB}}$.

$\dfrac{\mathrm{IH}}{\mathrm{IS}} = \dfrac{15{,}3\,\mathrm{dm}}{11{,}9\,\mathrm{dm}} \approx 1{,}286$

$\dfrac{\mathrm{IL}}{\mathrm{IB}} = \dfrac{21{,}6\,\mathrm{dm}}{16{,}8\,\mathrm{dm}} \approx 1{,}286$

Ou encore, $16{,}8 \times 15{,}3 = 257{,}04$ et $21{,}6 \times 11{,}9 = 257{,}04$

Comme $\dfrac{\mathrm{IH}}{\mathrm{IS}} = \dfrac{\mathrm{IL}}{\mathrm{IB}}$, et comme les points I, H et S sont alignés et dans le même ordre que les points alignés I, L et B, d'après **la réciproque du théorème de Thalès**, les droites (HL) et (SB) sont parallèles.

## Exercice n° 3 — Correction

*Thalès et Pythagore*

**1.** Dans le triangle KGV rectangle en K,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{KG}^2 + \mathrm{KV}^2 = \mathrm{GV}^2$$
$$\mathrm{KG}^2 + 69^2 = 115^2$$
$$\mathrm{KG}^2 + 4761 = 13\,225$$
$$\mathrm{KG}^2 = 13\,225 - 4761$$
$$\mathrm{KG}^2 = 8464$$
$$\mathrm{KG} = \sqrt{8464}$$
$$\mathrm{KG} = 92$$

$\boxed{\mathrm{KG} = 92\,\mathrm{cm}}$

**2.** On remarque que les droites (KV) et (RB) sont l'une et l'autre perpendiculaire à la droite (KB)
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à la même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

$\boxed{\text{On en déduit que (KV)(RB).}}$

**3.** Les droites (KB) et (RV) sont sécantes en G, les droites (KV) et (RB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\mathrm{GK}}{\mathrm{GB}} = \frac{\mathrm{GV}}{\mathrm{GR}} = \frac{\mathrm{KV}}{\mathrm{BR}}$$

$$\frac{92\ m}{\mathrm{GB}} = \frac{115\ m}{92\ m} = \frac{69\ m}{\mathrm{BR}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\mathrm{GB} = \dfrac{92\ m \times 92\ m}{115\ m}$ d'où $\mathrm{GB} = \dfrac{8\,464\ m^2}{115\ m}$ et $\mathrm{GB} = 73{,}6m$
$\mathrm{BR} = \dfrac{69\ m \times 92\ m}{115\ m}$ d'où $\mathrm{BR} = \dfrac{6\,348\ m^2}{115\ m}$ et $\mathrm{BR} = 55{,}2\ m$

$\boxed{\mathrm{GB} = 73{,}6\ m \text{ et } \mathrm{BR} = 55{,}2\ m}$

**4.**

Comparons $\dfrac{\text{GB}}{\text{GU}}$ et $\dfrac{\text{GR}}{\text{GZ}}$ :

$$\frac{\text{GB}}{\text{GU}} = \frac{73,6\ m}{73,6\ m + 26,4\ m}$$

$$\frac{\text{GB}}{\text{GU}} = \frac{73,6}{100}$$

$$\frac{\text{GB}}{\text{GU}} = 0,736$$

$$\frac{\text{GR}}{\text{GZ}} = \frac{92\ m}{92\ m + 32\ m}$$

$$\frac{\text{GR}}{\text{G2}} = \frac{92}{124}$$

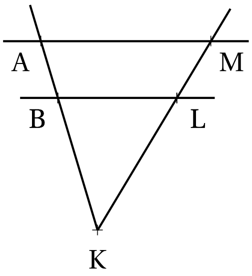
$$\frac{\text{GR}}{\text{GZ}} \approx 0,742$$

Comme $\dfrac{\text{GB}}{\text{GU}} \neq \dfrac{\text{GR}}{\text{GZ}}$ d'après le **théorème contraposé de Thalès**, les droites (RB) et (ZU) ne sont pas parallèles.

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

# Interrogation de mathématiques

**Exercice 1**




*Rédigez ci-dessous votre raisonnement*

Sur la figure ci-dessus qui n'est pas en vraies grandeurs,

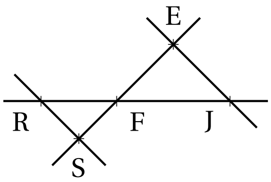
— (AM)//(BL);

— (AB) et (ML) sont sécantes en K;

— BL = 5 $cm$, AM = 9 $cm$, KL = 3 $cm$ et KA = 8 $cm$.

Calculer les valeurs exactes des longueurs KB et KM puis en donner une valeur approchée au millimètre près.

**Exercice 2**




*Rédigez ci-dessous votre raisonnement*

Sur la figure ci-dessus qui n'est pas en vraies grandeurs,

— (RS)//(EJ);

— (RJ) et (SE) sont sécantes en F;

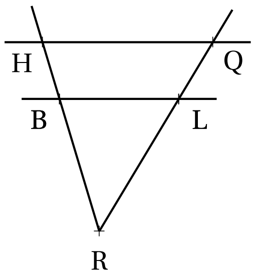
— FJ = 10 $m$, RF = 7 $m$, EJ = 12 $m$ et FS = 5 $m$.

Calculer les valeurs exactes des longueurs FE et RS puis en donner une valeur approchée au centimètre près.

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

# Interrogation de mathématiques

**Exercice 1**




*Rédigez ci-dessous votre raisonnement*

Sur la figure ci-dessus qui n'est pas en vraies grandeurs,

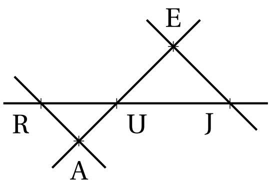
— (HQ)//(BL) ;

— (HB) et (QL) sont sécantes en R ;

— BL = 7 $cm$, HQ = 9 $cm$, RL = 3 $cm$ et RH = 10 $cm$.

Calculer les valeurs exactes des longueurs RB et RQ puis en donner une valeur approchée au millimètre près.

**Exercice 2**




*Rédigez ci-dessous votre raisonnement*

Sur la figure ci-dessus qui n'est pas en vraies grandeurs,

— (RA)//(EJ) ;

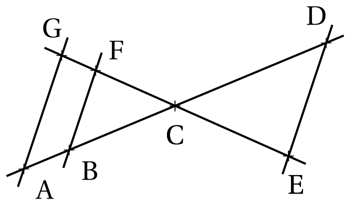
— (RJ) et (AE) sont sécantes en U ;

— UJ = 10 $m$, RU = 7 $m$, EJ = 12 $m$ et UA = 5 $m$.

Calculer les valeurs exactes des longueurs UE et RA puis en donner une valeur approchée au centimètre près.

# Interrogation de mathématiques

**Exercice 1**




Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs nous savons que :

— Les droites (AD) et (GE) sont sécantes en C ;

— B ∈ (AD) et F ∈ (GE) ;

— (BF)//(ED)

— FC = 51 $mm$, GF = 18 $mm$, BF = 68 $mm$ ;

— BC = 85 $mm$, AB = 30 $mm$, CD = 135 $mm$.

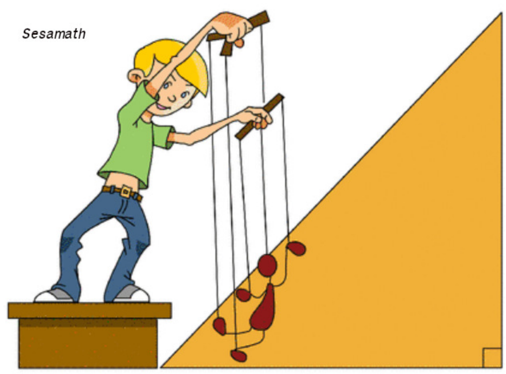
**1.** Calculer DE et CE.
**2.** Démontrer que les droites (FB) et (GA) sont parallèles.
**3.** En utilisant la question **3.**, calculer GA.
**4.** Les droites (FC) et (FB) sont-elles perpendiculaires ?
**5.** Démontrer en utilisant la question **4.** que le triangle CDE est rectangle.

**Exercice 2**

Julien prépare un spectacle de marionnettes et d'ombres chinoises.

Son écran mesure 2 $m$ et sa marionnette 24 $cm$. Debout sur son estrade, il positionne sa marionnette à 30 $cm$ de la lumière.

À quelle distance de la source de lumière doit-il placer l'écran pour que agrandir la marionnette au maximum ?




*Toutes les traces de recherches seront valorisées.*

**Exercice 3**

Voici trois fonctions :

$$f : x \to 6x - 8 \qquad g : x \to 10 - 3x \qquad h : x \to x^2 + 3x - 28$$

**1.** Calculer $f(4)$, $g(-2)$ et $h(-1)$.
**2.** Calculer l'antécédent de 5 par $f$.
**3.** Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

D3 =10-3*D1

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $x$ | **-5** | **-4** | **-3** | **-2** | **-1** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| 2 | $f(x)$ | -38 | -32 | -26 | -20 | -14 | -8 | -2 | 4 | 10 | 16 | 22 |
| 3 | $g(x)$ | 25 | 22 | 19 | 16 | 13 | 10 | 7 | 4 | 1 | -2 | -5 |
| 4 | $h(x)$ | -18 | -24 | -28 | -30 | -30 | -28 | -24 | -18 | -10 | 0 | 12 |

**4.** Déterminer sans justification les antécédents de $-28$ par $h$.
**5.** Déterminer sans justification l'image de 4 par $h$.
**6.** Quelle formule a été écrite dans la cellule B4 puis recopiée vers la droite.

# Correction

**Exercice 1**

**1.** Les droites (FE) et (BD) sont sécantes en C. Les droites (BF) et (ED) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{CF}}{\text{CE}} = \frac{\text{CB}}{\text{CD}} = \frac{\text{FB}}{\text{DE}}$$

$$\frac{51\ mm}{\text{CE}} = \frac{85\ mm}{135\ mm} = \frac{68\ mm}{\text{DE}}$$

$\text{CE} = \dfrac{51\ mm \times 135\ mm}{85\ mm} = \dfrac{6\,885}{85}\ mm = 81\ mm$ et $\text{DE} = \dfrac{68\ mm \times 135\ mm}{85\ mm} = \dfrac{9\,180}{85}\ mm = 108\ mm$

**2.** Comparons $\dfrac{\text{CF}}{\text{CG}}$ et $\dfrac{\text{CB}}{\text{CA}}$

$\dfrac{\text{CF}}{\text{CG}} = \dfrac{51\ mm}{51\ mm + 18\ mm} = \dfrac{51}{69}$ et $\dfrac{\text{CB}}{\text{CA}} = \dfrac{85\ mm}{85\ mm + 30\ mm} = \dfrac{85}{115}$

Il y a trois méthodes pour vérifier si ces fractions sont égales :

| **Valeurs approchées** | **Simplification** | **Les produits en croix** |
|---|---|---|
| $\dfrac{51}{69} \approx 0,739$ à $0,001$ près. | $\dfrac{51}{69} = \dfrac{3 \times 17}{3 \times 23} = \dfrac{17}{23}$ | $51 \times 115 = 5\,865$ <br> $69 \times 85 = 5\,865$ |
| $\dfrac{85}{115} \approx 0,739$ à $0,001$ près. | $\dfrac{85}{115} = \dfrac{5 \times 17}{5 \times 23} = \dfrac{17}{23}$ | |

Ainsi $\dfrac{\text{CF}}{\text{CG}} = \dfrac{\text{CB}}{\text{CA}}$. Comme les points C, F et G sont alignés et dans le même ordre que les points alignésC, B et A.
D'après **la réciproque du théorème de Thalès** les droites (FB) et (GA) sont parallèles.

**3.** Les droites (FG) et (BA) sont sécantes en C. Les droites (FB) et (GA) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{CF}}{\text{CG}} = \frac{\text{CB}}{\text{CA}} = \frac{\text{BF}}{\text{GA}}$$

$$\frac{51}{69} = \frac{85}{115} = \frac{68\ mm}{\text{GA}}$$

Donc $\text{GA} = \dfrac{68\ mm \times 69}{51} = \dfrac{4\,692}{51} = 92\ mm$

**4.** Nous allons démontrer que le triangle BFC est rectangle.

$\text{FC}^2 + \text{FB}^2 = 51^2 + 68^2$
$\text{FC}^2 + \text{FB}^2 = 2\,601 + 4\,624$
$\text{FC}^2 + \text{FB}^2 = 7\,225$

$\text{BC}^2 = 85^2$
$\text{BC}^2 = 7\,225$

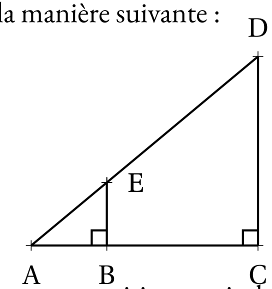
Comme $\text{FC}^2 + \text{FB}^2 = \text{BC}^2$ d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle FBC est rectangle en F.
Les droites (FC) et (FB) sont donc perpendiculaires.

**5.** On sait que (DE)//(FB) et aussi que (FB) $\perp$ (FE)
Or **si deux droites sont parallèles alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.**

Ainsi (DE) $\perp$ (CE) et le triangle CED est rectangle en E.

**Exercice 2**

On peut modéliser la situation de la manière suivante :




Comme la marionnette et l'écran sont en position verticale, on peut raisonnablement dire que (CD)//(BE)
Les droites (BC) et (ED) sont sécantes en A.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{AB}}{\text{AC}} = \frac{\text{AE}}{\text{AD}} = \frac{\text{BE}}{\text{CD}}$$

$$\frac{30\ cm}{\text{AC}} = \frac{\text{AE}}{\text{AD}} = \frac{24\ cm}{2\ m}$$

Donc $\text{AC} = \dfrac{30\ cm \times 2\ m}{24\ cm} = \dfrac{30\ cm \times 200\ cm}{24\ cm} = \dfrac{6\,000\ cm}{24\ cm} = 250\ cm = 2,5\ m$

Il doit placer l'écran à $2,50\ m$ de la lumière.

**Exercice 3**

**1.** $f(4) = 6 \times 4 - 8 = 24 - 8 = 16$
$g(-2) = 10 - 3 \times (-2) = 10 + 6 = 16$

$h(-1) = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 28 = 1 - 3 - 28 = -30$

**2.** Il faut résoudre $f(x) = 5$

$$6x - 8 = 5$$

$$6x - 8 + 8 = 5 + 8$$

$$6x = 13$$

$$x = \frac{13}{6}$$

**3.**

$$f(x) = g(x)$$

$$6x - 8 = 10 - 3x$$

$$6x - 8 + 8 = 10 - 3x + 8$$

$$6x = 18 - 3x$$

$$6x + 3x = 10 - 3x + 3x$$

$$9x = 10$$

$$x = \frac{10}{9}$$

**4.** Dans le tableau on lit que $-3$ et $0$ sont des antécédents de $-28$ par $h$.

**5.** Dans le tableau on lit que l'image de 4 par $h$ est 0.

**6.** Dans la cellule B4 il faut écrire $= \mathrm{B4} * \mathrm{B4} + 3 * \mathrm{B4} - 28$ ou $= \mathrm{B4}\hat{}2 + 3 * \mathrm{B4} - 28$ ou $= \mathrm{B4}^2 + 3 * \mathrm{B4} - 28$

# Évaluation de mathématiques

## Exercice 1
*(6 points)*

On pose :

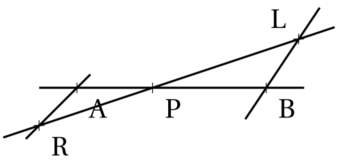
— $f(x) = (x-4)(-6x-2)$ ;

— $g(x) = 8+2x(7-3x)+8x$ ;

— $h(x) = (x-4)(x+3)+(x-4)(-5-7x)$

Montrer en développant que $f(x) = g(x) = h(x)$

## Exercice 2
*(4 points)*




La figure ci-après n'est pas en vraies grandeurs.
On sait que :

— (AB) et (RL) sont sécantes en P ;

— LB = 4 $m$, PR = 5 $m$, PB = 5 $m$ et PA = 3 $m$ ;

— (AR)//(LB)

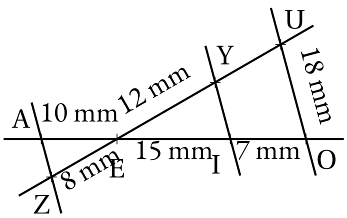
Calculer les valeurs exactes de LP et AR, et le cas échéant, une valeur approchée au millimètre près.

## Exercice 3
*(6 points)*

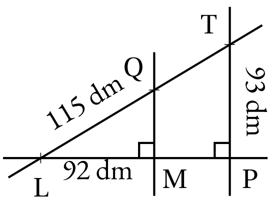
La figure ci-après n'est pas en vraie grandeur.

**1.** On sait que les droites (UY) et (IO) sont sécantes en E et que les droites (YI) et (UO) sont parallèles.
Calculer la valeur exacte de EU et YI puis une valeur approchée au dixième près.

**2.** Les droites (AZ) et (YI) sont-elles parallèles ?




## Exercice 4
*(4 points)*




Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :

— Le triangle LMQ est rectangle en M ;

— Le triangle LPT est rectangle en P ;

— Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L.

**1.** Calculer QM

**2.** En admettant que QM = 69 $dm$, calculer LT et LP.

## Exercice 1

$f(x) = (x-4)(-6x-2)$
$f(x) = -6x^2 - 2x + 24x + 8$

$\boxed{f(x) = -6x^2 + 22x + 8}$

$g(x) = 8 + 2x(7-3x) + 8x$
$g(x) = 8 + 14x - 6x^2 + 8x$

$\boxed{g(x) = -6x^2 + 22x + 8}$

$h(x) = (x-4)(x+3) + (x-4)(-5-7x)$
$h(x) = x^2 + 3x - 4x - 12 - 5x - 7x^2 + 20 + 28x$

$\boxed{h(x) = -6x^2 + 22x + 8}$

## Exercice 2

Les droites (LR) et (AB) sont sécantes en P, les droites (AR) et (LB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{PB}}{\text{PA}} = \frac{\text{PL}}{\text{PR}} = \frac{\text{BL}}{\text{AR}}$$

$$\frac{5\ m}{3\ m} = \frac{\text{PL}}{5\ m} = \frac{4\ m}{\text{AR}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{PL} = \dfrac{5\ m \times 5\ m}{3\ m}$ d'où $\text{PL} = \dfrac{25\ m^2}{3\ m}$ et $\text{PL} \approx 8{,}333\ m$

$\text{AR} = \dfrac{4\ m \times 3\ m}{5\ m}$ d'où $\text{AR} = \dfrac{12\ m^2}{5\ m}$ et $\text{AR} = 2{,}4\ m$

$\boxed{\text{PL} \approx 8{,}333\ m \text{ et } \text{AR} = 2{,}4\ m}$

## Exercice 3

**1.** Les droites (YU) et (IO) sont sécantes en E, les droites (YI) et (UO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{EY}}{\text{EU}} = \frac{\text{EI}}{\text{EO}} = \frac{\text{YI}}{\text{UO}}$$

$$\frac{12\ mm}{\text{EU}} = \frac{15\ mm}{15\ mm + 7\ mm} = \frac{\text{YI}}{18\ mm}$$

$$\frac{12\ mm}{\text{EU}} = \frac{15\ mm}{22\ mm} = \frac{\text{YI}}{18\ mm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{EU} = \dfrac{12\ mm \times 22\ mm}{15\ mm}$ d'où $\text{EU} = \dfrac{264\ mm^2}{15\ mm}$ et $\text{EU} = 17{,}6\ mm$

$\text{YI} = \dfrac{15\ mm \times 18\ mm}{22\ mm}$ d'où $\text{YI} = \dfrac{270\ mm^2}{22\ mm}$ et $\text{YI} \approx 12{,}3\ mm$

$\boxed{\text{EU} = 17{,}6\ mm \text{ et } \text{YI} \approx 12{,}3\ mm}$

**2.** Comparons $\dfrac{\text{EI}}{\text{EA}}$ et $\dfrac{\text{EY}}{\text{EZ}}$

$$\frac{EI}{EA} = \frac{15\ mm}{10\ mm} \qquad \frac{EY}{EZ} = \frac{12\ mm}{8\ mm}$$

$$\frac{EI}{EA} = \frac{3}{2} = 1{,}5 \qquad \frac{EY}{EZ} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

Comme $\frac{EY}{EZ} = \frac{EI}{EA}$ et comme les points E, I et A sont alignés et dans le même ordre que les points E, Y et Z, d'après **la réciproque du théorème de Thalès**, les droites (YI) et (AZ) sont parallèles.

$\boxed{(YI)//(AZ)}$

## Exercice 4

**1.** Dans le triangle LMQ rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$ML^2 + MQ^2 = LQ^2$$

$$92^2 + MQ^2 = 115^2$$

$$8\,464 + MQ^2 = 13\,225$$

$$MQ^2 = 13\,225 - 8\,464$$

$$MQ^2 = 4\,761$$

$$MQ = \sqrt{4\,761}$$

$$MQ = 69$$

$\boxed{MQ = 69\ mm}$

**2.** Les droites (QM) et (TP) sont perpendiculaires à la droite (LP).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Ainsi (QM)//(TP)
Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L, les droites (QM) et (TP) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{LQ}{LT} = \frac{LM}{LP} = \frac{QM}{TP}$$

$$\frac{115\ dm}{LT} = \frac{92\ dm}{LP} = \frac{69\ dm}{93\ dm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$LT = \frac{115\ dm \times 93\ dm}{69\ dm}$ d'où $LT = \frac{10\,695\ dm^2}{69\ dm}$ et $LT = 155\ dm$

$LP = \frac{93\ dm \times 92\ dm}{69\ dm}$ d'où $LP = \frac{8\,556\ dm}{69\ dm}$ et $LP = 124\ dm$

# Devoir de mathématiques à rédiger à la maison

*L'ensemble de ces exercices est à rédiger sur feuille double, avec le même soin qu'une évaluation en classe. Il va vous demander environ 1h30 de travail. N'attendez pas le dernier moment pour vous y mettre. Il s'agit avant tout d'une préparation à l'évaluation qui aura lieu en fin de semaine précédent les vacances. J'ouvre un fil de discussion sur l'ENT pour que vous puissiez poser vos questions pendant la semaine.*

## Exercice nº 1 :

Un artisan confiseur souhaite préparer ses boites de bonbons pour Noël. Chacune des boites doit contenir des dragées aux amandes, des dragées au chocolat et des dragées guimauves. La répartition dans chaque boite est identique.
Ce matin, le confiseur vient de préparer 660 dragées aux amandes, 780 dragées au chocolat et 420 dragées guimauves.

**1.** Faire la liste des diviseurs de 660, 780 et 420.

**2.** Combien de boites, toutes identiques, pourra-t-il au maximum constituer ?
Combien de dragées de chaque sorte faut-il placer dans une boite ? Expliquer votre démarche.

**3.** Pour produire l'ensemble de ces dragées, le confiseur à dépensé 430 € en matière première et pour l'ensemble des charges. Sachant que son objectif est de faire un bénéfice égal à 20 % des dépenses, à quel prix doit-il vendre chaque boite ? Expliquer votre démarche.

## Exercice nº 2 :

On pose :

- $f(x) = (7x-1)(4x+3) + 10(1-7x)$
- $g(x) = (1-7x)(8-9x) + (5x-1)(1-7x)$
- $h(x) = (1-7x)(7-4x)$
- $k(x) = 28x^2 - 53x + 7$

**1.** Développer et réduire $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$.

**2.** Que constatez-vous ?

**3.** Pour calculer les images de 0, 1 et $-2$ par la fonction $f$, quelle expression est la plus pratique ?
Calculer ces images en utilisant l'expression la plus simple de la fonction $f$.

**4.** Calculez les images de $\frac{1}{7}$ et $\frac{7}{4}$ par la fonction $h$.

**5.** Sans calcul supplémentaire, quels sont les antécédents de 0 par la fonction $f$ ?

## Exercice nº 3 :

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$3x + 9 = 7x + 4$$

$$4 - 8x = 9 - 5x$$

$$3x + 6 - 7x + 8 = 1 - 2x - 3 + 5x$$

$$5(3x - 7) = 3(6x + 2)$$

## Exercice n° 4 :

L'Ultra-Trail du Mont-Blanc ou UTMB est un évènement sportif composé de sept trails (course à pied) dont quatre en ultra-endurance en pleine nature et de très longue durée, qui traverse trois pays (France / Italie / Suisse), trois grandes régions alpines (Auvergne-Rhône-Alpes / la Vallée d'Aoste / le Valais) et dix-huit communes françaises, italiennes et suisses du pays du Mont-Blanc.
Il emprunte principalement le sentier de grande randonnée Tour du Mont-Blanc.
La course principale a lieu sur un parcours de 171 $km$ pour un dénivelé positif de 10 000 $m$.

**1.** Le 27 août 2022, l'espagnol Kilian Jornet a terminé l'épreuve en 19 $h$ 49 $min$ 30 $s$.

Calculez sa vitesse moyenne en kilomètre heure. Arrondir au millième près.

**2.** Le record du monde de Marathon, $42,195$ $km$, a été réalisé le 25 septembre 2022 par le Kényan Eliud Kipchoge avec un temps de 2 $h$ 14 $min$ 4 $s$.

Calculez sa vitesse moyenne en kilomètre heure. Arrondir au millième près.

**3.** Usain Bolt a couru le 100 $m$ en $9,58$ $s$ le 16 août 2009.

Calculer sa vitesse moyenne en kilomètre heure. Arrondir au millième près.

**4.** Si Usain Bold courrait l'UTMB à la même vitesse que son record du monde (ce qui me semble humainement impossible), quel serait son temps ?

## Exercice n° 5 :

**1.** Construire avec précision sur votre copie la figure suivante :

- Tracer un triangle KUG rectangle en G tel que KU = 8 $cm$ et GU = $4,8$ $cm$ ;
- Placer sur la droite (KG), le point R vérifiant les deux conditions suivantes :
  - KR = $5,2$ $cm$ ;
  - K n'appartient pas à [KG).
- Tracer la droite perpendiculaire à la droite (KR) passant par R. Cette droite coupe la droite (KU) en S.

**2.** Expliquez pour quelle raison les droites (GU) et (RS) sont parallèles.

**3.** Calculer KG.

**4.** Calculer RS et SK.

# Devoir de mathématiques à rédiger à la maison — Correction

### Exercice n° 1 : Arithmétique

Correction

*Arithmétique*

**1.** Pour faire la liste compléte des diviseurs d'un nombre entier, il souvent pratique de disposer de la décomposition en facteurs premiers :

$$\begin{array}{r|l} 660 & 2 \\ 330 & 2 \\ 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 780 & 2 \\ 390 & 2 \\ 195 & 3 \\ 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 420 & 2 \\ 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$\boxed{660 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11}$ $\boxed{780 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 13}$ $\boxed{420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7}$

Voici la liste des diviseurs de chacun de ces nombres :
660 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 11; 12 ; 15 ; 20 ; 22 ; 30 ; 33 ; 44 ; 55 ; 60 ; 66 ; 110 ; 132 ; 165 ; 220 ; 330 ; 660
780 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 13 ; 15 ; 20 ; 26 ; 30 ; 39 ; 52 ; 60 ; 65 ; 78 ; 130 ; 156 ; 195 ; 260 ; 390 ; 780
420 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 10 ; 12 ; 14 ; 15 ; 28 ;20 ; 21 ; 30 ; 35 ; 42 ; 60 ; 70 ; 84 ; 105 ; 140 ; 210 ; 420

**2.** On constate que les diviseurs communs de 660, 780 et 420 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ; 60.
Le plus grand diviseur commun au trois nombres est 60.

Comme $660 = 11 \times 60$, $780 = 13 \times 60$ et $420 = 7 \times 60$,

$\boxed{\text{Il va pouvoir constituer 60 boites constituées de 11 dragées aux amandes, 13 dragées au chocolat et 6 dragées guimauve.}}$

**3.** Il faut ajouter 20 % au montant de ses dépenses.

$\dfrac{20}{100} \times 430 \text{ €} = 0,20 \times 430 \text{ €} = 86 \text{ €}.$
Il veut donc réaliser un bénéfice de 86 € . Il lui faut un chiffre d'affaire de 430 € +86 € = 516 € .
Il a vendre 60 boites. Comme 516 € ÷60 = 8,60 € .

$\boxed{\text{Il doit vendre chaque boite } 8,60 \text{ € .}}$

### Exercice n° 2 : Fonctions, développement...

Correction

*Calcul littéral*

**1.**
$f(x) = (7x-1)(4x+3)+10(1-7x)$
$f(x) = 28x^2 + 21x - 4x - 3 + 10 - 70x$

$\boxed{f(x) = 28x^2 - 53x + 7}$

$g(x) = (1-7x)(8-9x)+(5x-1)(1-7x)$
$g(x) = 8 - 9x - 56x + 63x^2 + 5x - 35x^2 - 1 + 7x$

$\boxed{g(x) = 28x^2 - 53x + 7}$

$h(x) = (1-7x)(7-4x)$
$h(x) = 7 - 4x - 49x + 28x^2$

$\boxed{h(x) = 28x^2 - 53x + 7}$

**2.** $\boxed{\text{On constate que pour tout } x,\ f(x) = g(x) = h(x) = k(x)}$

**3.** L'expression la plus pratique est la forme développée et réduite $k(x)$.
$k(0) = 28 \times 0^2 - 53 \times 0 + 7$ donc $\boxed{k(0) = 0}$

$k(1) = 28 \times 1^2 - 53 \times 1 + 7 = 28 - 53 + 7$ donc $\boxed{k(1) = -18}$

$k(-2) = 28 \times (-2)^2 - 53 \times (-2) + 7 = 28 \times 4 + 106 + 7 = 112 + 113$ donc $\boxed{k(-2) = 225}$

**4.** $h\left(\frac{1}{7}\right) = \left(1 - 7 \times \frac{1}{7}\right)\left(7 - 4 \times \frac{1}{7}\right)$
$h\left(\frac{1}{7}\right) = (1-1))\left(7 - 4 \times \frac{1}{7}\right)$
$h\left(\frac{1}{7}\right) = 0 \times \left(7 - 4 \times \frac{1}{7}\right)$
$h\left(\frac{1}{7}\right) = 0$

$h\left(\frac{7}{4}\right) = \left(1 - 7 \times \frac{7}{4}\right)\left(7 - 4 \times \frac{7}{4}\right)$
$h\left(\frac{7}{4}\right) = \left(1 - \frac{49}{4})\right)(7-7)$
$h\left(\frac{7}{4}\right) = \left(1 - \frac{49}{4})\right) \times 0$
$h\left(\frac{7}{4}\right) = 0$

**5.** Comme on le voit dans la question précédente, les nombres $\frac{1}{7}$ et $\frac{4}{7}$ sont deux antécédents de 0 par la fonction $h$.
Nous démontrerons plus tard cette année que ce sont les seuls.

**Exercice n° 3 : Équations** Correction

*Équations*

$$\begin{aligned}
3x + 9 &= 7x + 4\\
3x + 9 - 9 &= 7x + 4 - 9\\
3x &= 7x - 5\\
3x - 7x &= 7x - 5 - 7x\\
-4x &= -5\\
x &= \frac{-5}{-4}\\
x &= \frac{5}{4}\\
x &= 1{,}25
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
4 - 8x &= 9 - 5x\\
4 - 8x - 4 &= 9 - 5x - 4\\
-8x &= 5 - 5x\\
-8x + 5x &= 5 - 5x + 5x\\
-3x &= 5\\
x &= \frac{5}{-3}\\
x &= -\frac{5}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3x + 6 - 7x + 8 &= 1 - 2x - 3 + 5x\\
-4x + 14 &= 3x - 2\\
-4x + 14 - 14 &= 3x - 2 - 14\\
-4x &= 3x - 16\\
-4x - 3x &= 3x - 16 - 3x\\
-7x &= 16\\
x &= \frac{16}{-7}\\
x &= -\frac{16}{7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
5(3x - 7) &= 3(6x + 2)\\
15x - 35 &= 18x + 6\\
15x - 35 + 35 &= 18x + 6 + 35\\
15x &= 18x + 41\\
15x - 18x &= 18x + 41 - 18x\\
-3x &= 41\\
x &= \frac{41}{-3}\\
x &= -\frac{41}{3}
\end{aligned}$$

**Exercice n° 4 : Vitesse** CORRECTION

*Vitesse*

La course principale a lieu sur un parcours de 171 $km$ pour un dénivelé positif de 10 000 $m$.

**1.** On sait que la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles :

| | | |
|---|---|---|
| Distance | $171\ km$ | $\dfrac{171\ km \times 3600\ s}{71370\ s} \approx 8,625\ km$ |
| Temps | $19\ h\ 49\ min\ 30\ s = 19 \times 3600\ s + 49 \times 60\ s + 30\ s = 71370\ s$ | $1\ h\ = 60\ min = 3600\ s$ |

Il a courru à la vitesse moyenne de 8,625 $km/h$

**2.** On sait que la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles :

| | | |
|---|---|---|
| Distance | $42,195\ km$ | $\dfrac{42,195\ km \times 3600\ s}{8044\ s} \approx 18,884\ km$ |
| Temps | $2\ h\ 14\ min\ 4\ s = 2 \times 3600\ s + 14 \times 60\ s + 4\ s = 8044\ s$ | $1\ h\ = 60\ min = 3600\ s$ |

Il a courru à la vitesse moyenne de 18,884 $km/h$

**3.** On sait que la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles :

| | | |
|---|---|---|
| Distance | $100\ km = 0,1\ km$ | $\dfrac{0,1\ km \times 3600\ s}{9,58\ s} \approx 37,578\ km$ |
| Temps | $9,58\ s$ | $1\ h\ = 60\ min = 3600\ s$ |

Il a courru à la vitesse moyenne de 37,578 $km/h$

**4.** On sait que la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles :

| | | |
|---|---|---|
| Distance | $171\ km$ | $100\ m = 0,1\ km$ |
| Temps | $\dfrac{171\ km \times 9,58\ s}{0,1\ km} = 16381,8\ s$ | $9,58\ s$ |

Or $16381\ s = 273 \times 60\ s + 1\ s$ et $273\ min = 4 \times 6 + 33\ min$.

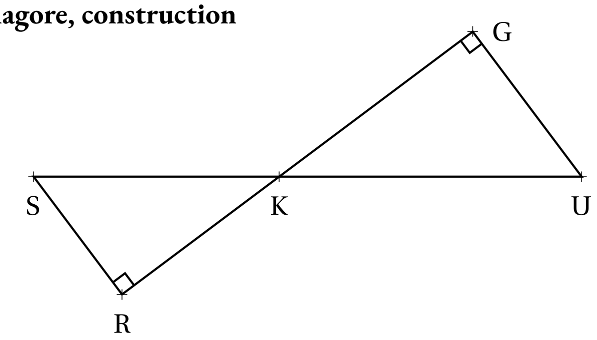
Usain Bolt mettrait environ 4 $h$ 33 $min$ 1 $s$ pour effectuer l'UTMB... ce qui est impossible !

## Exercice n° 5 : Thalès papillon et Pythagore, construction

Correction

*Thalès et Pythagore*

**1.**




**2.** Les droites (GU) et (RS) sont l'une et l'autre perpendiculaire à la droite (GR).
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Les droites (GU) et (RS) sont parallèles.

**3.**
Dans le triangle KUG rectangle en G,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$GK^2 + GU^2 = KU^2$$
$$GK^2 + 4,8^2 = 8^2$$
$$GK^2 + 23,04 = 64$$
$$GK^2 = 64 - 23,04$$
$$GK^2 = 40,96$$
$$GK = \sqrt{40,96}$$
$$GK = 6,4$$

$\boxed{GK = 6,4\ cm}$

**4.**
Les droites (GR) et (SU) sont sécantes en K, les droites (GU) et (SR) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{KG}{KR} = \frac{KU}{KS} = \frac{GU}{RS}$$

$$\frac{6,4\ cm}{5,2\ cm} = \frac{8\ cm}{KS} = \frac{4,8\ cm}{RS}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$KS = \dfrac{8\ cm \times 5,2\ cm}{6,4\ cm}$ d'où $KS = \dfrac{41,6\ cm^2}{6,4\ cm}$ et $KS = 6,5\ cm$
$RS = \dfrac{4,8\ cm \times 5,2\ cm}{6,4\ cm}$ d'où $RS = \dfrac{24,96\ cm^2}{6,4\ cm}$ et $RS = 3,9\ cm$

# Contrôle de mathématiques

## Exercice n° 1 :

*6 points*

On pose :
- $f(x) = 9x + 7x(3x - 1) - 9 + 5(3x + 1) - 6x^2$ ;
- $g(x) = 8x + 2x(7 - 3x) - 13 + 6x^2$ ;
- $h(x) = (5x - 1)(3x + 4)$ ;
- $k(x) = 15x^2 + 17x - 4$ ;
- $l(x) = 22x - 13$.

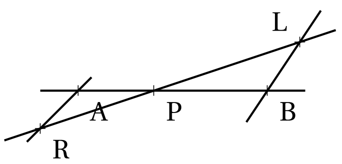
**1.** Développer et réduire $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$.

**2.** Calculer les images de 0 et $-1$ par la fonction $k$.

**3.** Calculer l'antécédent de $-22$ par la fonction $l$.

## Exercice n° 2 :

*4 points*




La figure ci-après n'est pas en vraies grandeurs.
On sait que :
- (AB) et (RL) sont sécantes en P ;
- LB = 4 $m$, PR = 5 $m$, PB = 5 $m$ et PA = 3 $m$ ;
- (AR)//(LB)

Calculer les valeurs exactes de LP et AR, et le cas échéant, une valeur approchée au millimètre près.

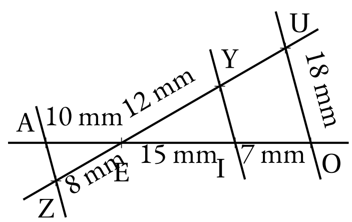
## Exercice n° 3 :

*6 points*

La figure ci-après n'est pas en vraie grandeur.

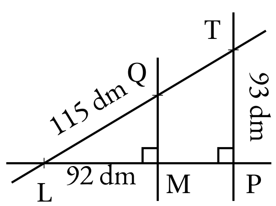
**1.** On sait que les droites (UY) et (IO) sont sécantes en E et que les droites (YI) et (UO) sont parallèles.
Calculer la valeur exacte de EU et YI puis une valeur approchée au dixième près.

**2.** Les droites (AZ) et (YI) sont-elles parallèles ?




## Exercice n° 4 :

*4 points*




Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :
- Le triangle LMQ est rectangle en M ;
- Le triangle LPT est rectangle en P ;
- Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L.

**1.** Calculer QM

**2.** En admettant que QM = 69 $dm$, calculer LT et LP.

# Contrôle de mathématiques — Correction

**Exercice n° 1 : Fonctions, développement...** Correction

*Calcul littéral*

**1.**

$f(x) = 9x + 7x(3x - 1) - 9 + 5(3x + 1) - 6x^2$
$f(x) = 9x + 21x^2 - 7x - 9 + 15x + 5 - 6x^2$
$\boxed{f(x) = 15x^2 + 17x - 4}$

$g(x) = 8x + 2x(7 - 3x) - 13 + 6x^2$
$g(x) = 8x + 14x - 6x^2 - 13 + 6x^2$
$\boxed{g(x) = 22x - 13}$

$h(x) = (5x - 1)(3x + 4)$
$h(x) = 15x^2 + 20x - 3x - 4$
$\boxed{h(x) = 15x^2 + 17x - 4}$

**2.** $k(0) = 15 \times 0^2 + 17 \times 0 - 4 = \boxed{-4}$
$k(-1) = 15 \times (-1)^2 + 17 \times (-1) - 4 = 15 \times 1 - 17 - 4 = 15 - 21 = \boxed{-6}$

**3.** Il faut résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned} l(x) &= -22 \\ 22x - 13 &= -22 \\ 22x - 13 + 13 &= -22 + 13 \\ 22x &= -9 \\ x &= -\frac{9}{22} \end{aligned}$$

$\boxed{-\frac{9}{22} \text{ est l'antécédent de } -22 \text{ par la fonction } l.}$

**Exercice n° 2 : Thalès papillon** Correction

*Thalès*

Les droites (LR) et (AB) sont sécantes en P, les droites (AR) et (LB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{PB}}{\text{PA}} = \frac{\text{PL}}{\text{PR}} = \frac{\text{BL}}{\text{AR}}$$

$$\frac{5\ m}{3\ m} = \frac{\text{PL}}{5\ m} = \frac{4\ m}{\text{AR}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{PL} = \dfrac{5\ m \times 5\ m}{3\ m}$ d'où $\text{PL} = \dfrac{25\ m^2}{3\ m}$ et $\text{PL} \approx 8,333\ m$

$\text{AR} = \dfrac{4\ m \times 3\ m}{5\ m}$ d'où $\text{AR} = \dfrac{12\ m^2}{5\ m}$ et $\text{AR} = 2,4\ m$

$\boxed{PL \approx 8,333\ m \text{ et } AR = 2,4\ m}$

## Exercice n° 3 : Thalès triangle et papillon

CORRECTION

*Thalès*

### Exercice 3

**1.** Les droites (YU) et (IO) sont sécantes en E, les droites (YI) et (UO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EY}{EU} = \frac{EI}{EO} = \frac{YI}{UO}$$

$$\frac{12\ mm}{EU} = \frac{15\ mm}{15\ mm + 7\ mm} = \frac{YI}{18\ mm}$$

$$\frac{12\ mm}{EU} = \frac{15\ mm}{22\ mm} = \frac{YI}{18\ mm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$EU = \dfrac{12\ mm \times 22\ mm}{15\ mm}$ d'où $EU = \dfrac{264\ mm^2}{15\ mm}$ et $EU = 17,6\ mm$

$YI = \dfrac{15\ mm \times 18\ mm}{22\ mm}$ d'où $YI = \dfrac{270\ mm^2}{22\ mm}$ et $YI \approx 12,3\ mm$

$\boxed{EU = 17,6\ mm \text{ et } YI \approx 12,3\ mm}$

**2.** Comparons $\dfrac{EI}{EA}$ et $\dfrac{EY}{EZ}$

$$\frac{EI}{EA} = \frac{15\ mm}{10\ mm}$$

$$\frac{EI}{EA} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$\frac{EY}{EZ} = \frac{12\ mm}{8\ mm}$$

$$\frac{EY}{EZ} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Comme $\dfrac{EY}{EZ} = \dfrac{EI}{EA}$ et comme les points E, I et A sont alignés et dans le même ordre que les points E, Y et Z, d'après **la réciproque du théorème de Thalès**, les droites (YI) et (AZ) sont parallèles.

$\boxed{(YI)//(AZ)}$

## Exercice n° 4 : Thalès triangle et Pythagore

CORRECTION

*Thalès et Pythagore*

**1.** Dans le triangle LMQ rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$ML^2 + MQ^2 = LQ^2$$

$$92^2 + MQ^2 = 115^2$$

$$8\,464 + MQ^2 = 13\,225$$

$$MQ^2 = 13\,225 - 8\,464$$

$$MQ^2 = 4\,761$$

$$MQ = \sqrt{4761}$$

$$MQ = 69$$

$\boxed{MQ = 69\ mm}$

**2.** Les droites (QM) et (TP) sont perpendiculaires à la droite (LP).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Ainsi (QM)//(TP)
Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L, les droites (QM) et (TP) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{LQ}{LT} = \frac{LM}{LP} = \frac{QM}{TP}$$

$$\frac{115\ dm}{LT} = \frac{92\ dm}{LP} = \frac{69\ dm}{93\ dm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$LT = \dfrac{115\ dm \times 93\ dm}{69\ dm}$ d'où $LT = \dfrac{10695\ dm^2}{69\ dm}$ et $LT = 155\ dm$

$LP = \dfrac{93\ dm \times 92\ dm}{69\ dm}$ d'où $LP = \dfrac{8556\ dm}{69\ dm}$ et $LP = 124\ dm$

# Contrôle de mathématiques

**Exercice n° 1 :** *6 points*

On pose :

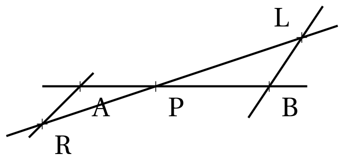
— $f(x) = 9x + 7x(3x - 1) - 9 + 5(3x + 1) - 6x^2$ ;
— $g(x) = 8x + 2x(7 - 3x) - 13 + 6x^2$ ;
— $h(x) = (5x - 1)(3x + 4)$ ;
— $k(x) = 15x^2 + 17x - 4$ ;
— $l(x) = 22x - 13$.

**1.** Développer et réduire $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$.

**2.** Calculer les images de 0 et $-1$ par la fonction $k$.

**3.** Calculer l'antécédent de $-22$ par la fonction $l$.

**Exercice n° 2 :** *4 points*




La figure ci-après n'est pas en vraies grandeurs.
On sait que :

— (AB) et (RL) sont sécantes en P ;
— LB = 4 $m$, PR = 5 $m$, PB = 5 $m$ et PA = 3 $m$ ;
— (AR)//(LB)

Calculer les valeurs exactes de LP et AR, et le cas échéant, une valeur approchée au millimètre près.

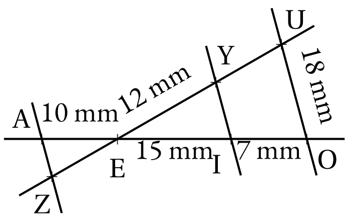
**Exercice n° 3 :** *6 points*

Sur la figure ci-après qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :

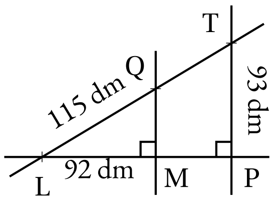
— (UY)//(IO)
— (AZ)//(UO)
— Les points Z, E, Y et U sont alignés ;
— Les points A, E, I et O) sont alignés ;

**1.** Calculer la valeur exacte de EU et YI puis une valeur approchée au dixième près.

**2.** Calculer la valeur exacte de AZ et ZE puis une valeur approchée au dixième près




**Exercice n° 4 :** *4 points*




Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :

— Le triangle LMQ est rectangle en M ;
— Le triangle LPT est rectangle en P ;
— Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L.

**1.** Calculer QM

**2.** En admettant que QM = 69 $dm$, calculer LT et LP.

# Contrôle de mathématiques — Correction

**Exercice n° 1 : Fonctions, développement...** Correction

*Calcul littéral*

**1.**

$f(x) = 9x + 7x(3x-1) - 9 + 5(3x+1) - 6x^2$
$f(x) = 9x + 21x^2 - 7x - 9 + 15x + 5 - 6x^2$
$\boxed{f(x) = 15x^2 + 17x - 4}$

$g(x) = 8x + 2x(7-3x) - 13 + 6x^2$
$g(x) = 8x + 14x - 6x^2 - 13 + 6x^2$
$\boxed{g(x) = 22x - 13}$

$h(x) = (5x-1)(3x+4)$
$h(x) = 15x^2 + 20x - 3x - 4$
$\boxed{h(x) = 15x^2 + 17x - 4}$

**2.** $k(0) = 15 \times 0^2 + 17 \times 0 - 4 = \boxed{-4}$
$k(-1) = 15 \times (-1)^2 + 17 \times (-1) - 4 = 15 \times 1 - 17 - 4 = 15 - 21 = \boxed{-6}$

**3.** Il faut résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned} l(x) &= -22 \\ 22x - 13 &= -22 \\ 22x - 13 + 13 &= -22 + 13 \\ 22x &= -9 \\ x &= -\frac{9}{22} \end{aligned}$$

$\boxed{-\frac{9}{22} \text{ est l'antécédent de } -22 \text{ par la fonction } l.}$

**Exercice n° 2 : Thalès papillon** Correction

*Thalès*

Les droites (LR) et (AB) sont sécantes en P, les droites (AR) et (LB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{PB}}{\text{PA}} = \frac{\text{PL}}{\text{PR}} = \frac{\text{BL}}{\text{AR}}$$

$$\frac{5\ m}{3\ m} = \frac{\text{PL}}{5\ m} = \frac{4\ m}{\text{AR}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{PL} = \frac{5\ m \times 5\ m}{3\ m}$ d'où $\text{PL} = \frac{25\ m^2}{3\ m}$ et $\text{PL} \approx 8{,}333\ m$

$\text{AR} = \frac{4\ m \times 3\ m}{5\ m}$ d'où $\text{AR} = \frac{12\ m^2}{5\ m}$ et $\text{AR} = 2{,}4\ m$

$\boxed{PL \approx 8,333\ m \text{ et } AR = 2,4\ m}$

**Exercice n° 3 : Thalès triangle et papillon** CORRECTION

*Thalès*

## Exercice 3

**1.** Les droites (YU) et (IO) sont sécantes en E, les droites (YI) et (UO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EY}{EU} = \frac{EI}{EO} = \frac{YI}{UO}$$

$$\frac{12\ mm}{EU} = \frac{15\ mm}{15\ mm + 7\ mm} = \frac{YI}{18\ mm}$$

$$\frac{12\ mm}{EU} = \frac{15\ mm}{22\ mm} = \frac{YI}{18\ mm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$EU = \dfrac{12\ mm \times 22\ mm}{15\ mm}$ d'où $EU = \dfrac{264\ mm^2}{15\ mm}$ et $EU = 17,6\ mm$

$YI = \dfrac{15\ mm \times 18\ mm}{22\ mm}$ d'où $YI = \dfrac{270\ mm^2}{22\ mm}$ et $YI \approx 12,3\ mm$

$\boxed{EU = 17,6\ mm \text{ et } YI \approx 12,3\ mm}$

**2.** Les droites (AO) et (ZU) sont sécantes en E, les droites (AZ) et (UO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EA}{EO} = \frac{EZ}{EU} = \frac{AZ}{UO}$$

$$\frac{10\ mm}{22\ mm} = \frac{EZ}{17,6\ mm} = \frac{AZ}{18\ mm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$EZ = \dfrac{17,6\ mm \times 10\ mm}{22\ mm}$ d'où $EZ = \dfrac{176\ mm^2}{22\ mm}$ et $EZ = 8\ mm$

$AZ = \dfrac{18\ mm \times 10\ mm}{22\ cm}$ d'où $AZ = \dfrac{180\ mm^2}{22\ cm}$ et $AZ \approx 8,2\ mm$

**Exercice n° 4 : Thalès triangle et Pythagore** CORRECTION

*Thalès et Pythagore*

**1.** Dans le triangle LMQ rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$ML^2 + MQ^2 = LQ^2$$

$$92^2 + MQ^2 = 115^2$$

$$8\,464 + MQ^2 = 13\,225$$

$$MQ^2 = 13\,225 - 8\,464$$

$$MQ^2 = 4\,761$$

$$MQ = \sqrt{4\,761}$$

$$MQ = 69$$

$\boxed{MQ = 69\ mm}$

**2.** Les droites (QM) et (TP) sont perpendiculaires à la droite (LP).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Ainsi (QM)//(TP)
Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L, les droites (QM) et (TP) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{LQ}{LT} = \frac{LM}{LP} = \frac{QM}{TP}$$

$$\frac{115\ dm}{LT} = \frac{92\ dm}{LP} = \frac{69\ dm}{93\ dm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$LT = \dfrac{115\ dm \times 93\ dm}{69\ dm}$ d'où $LT = \dfrac{10\,695\ dm^2}{69\ dm}$ et $LT = 155\ dm$

$LP = \dfrac{93\ dm \times 92\ dm}{69\ dm}$ d'où $LP = \dfrac{8\,556\ dm}{69\ dm}$ et $LP = 124\ dm$

# Contrôle de mathématiques

**Exercice n° 1 :** *5 points*

Un chocolatier vient de préparer 630 poissons et 1 155 cloches de Pâques. Il souhaite préparer des sachets mélangés **tous identiques**, chaque sachet contenant la même quantité de poissons et la même quantité de cloches en chocolat. Après la répartition dans des sachets, **il ne doit rester aucun chocolat !**

**1.a.** Peut-il constituer des sachets contenant 7 poissons et 11 cloches de Pâques ?
**1.b.** Peut-il constituer 35 sachets ?
**2.** Décomposer 630 et 1 155 en produit de facteurs premiers.
**3.** Déterminer la liste des diviseurs communs à 630 et 1 155.
**4.** Combien de sachets au maximum ce chocolatier pourra-t-il préparer ?
Combien chacun de ces sachets contiendra de cloches et de poissons de Pâques ?

**Exercice n° 2 :** *5 points*

On note $f(x) = (3x-1)(2x+3) + (5x-1)(3x-1)$ et $g(x) = 5x(2x-1) - 10x^2 + 3$

**1.** Développer et réduire $f(x)$.

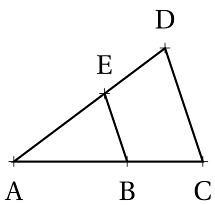
**2.** Développer et réduire $g(x)$.

**3.** Démontrer que $f(x) = (3x-1)(7x+2)$.

**4.** En utilisant l'expression de la question **3.** calculer les images de $-1$ et $5$ par la fonction $f$.

**5.** On peut prouver que $g(x) = -5x+3$. Calculer l'antécédent de 11 par la fonction $g$.

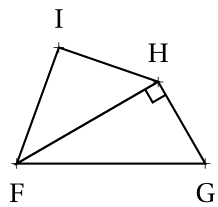
**Exercice n° 3 :** *6 points*




Sur la figure ci-dessus on sait que :

— B ∈ [AC] et E ∈ [AD] et (BE)//(CD) ;
— CD = 125 mm, EB = 75 mm ;
— AD = 165 mm, AB = 87 mm.

**1.** Calculer la valeur exacte des longueurs AE et AC.

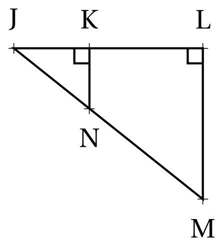



Sur la figure ci-dessus on sait que :

— FHG est rectangle en H ;
— FG = 97 m, HG = 72 m, IH = 36 m, IF = 54 m.

**2.** Le triangle FIH est-il rectangle ?

**Exercice n° 4 :** *4 points*




Sur la figure ci-contre on sait que :

— JKN est rectangle en K et JLM est rectangle en L ;
— K ∈ [JL] et N ∈ [JM] ;
— JN = 70 cm, KN = 56 cm et LM = 136 cm.

**1.** Calculer la valeur exacte de JK.

**2.** Démontrer que (KN)//(LM).

**3.** Calculer JL et JM puis KL et NM.

# Contrôle de mathématiques — Correction

**Exercice n° 1 : Les chocolats** Correction

*Arithmétique*

**1.a.** On effectue les divisions euclidiennes de 630 et 1 155 par 7 et 11.
$630 = 7 \times 90$ et $1\,155 = 11 \times 105$

Ce n'est pas possible car les quotients ne sont pas égaux (90 et 105).

**1.b.** On effectue les divisions euclidiennes de 630 et 1 155 par 35.
$630 = 35 \times 18$ et $1\,155 = 35 \times 33$.

Il peut préparer 35 sachets contenant chacun 18 poissons et 33 cloches de Pâques.

**2.** Décomposer 630 et 1 155 en produit de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 630 & 2 \\ 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1\,155 & 3 \\ 385 & 5 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$ donc $630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

$1\,155 = 3 \times 5 \times 7 \times 11$

**3.** Déterminer la liste des diviseurs communs à 630 et 1 155.
On constate en examinant les produits de facteurs premiers que les facteurs 3, 5 et 7 sont communs aux deux nombres. Les diviseurs communs à ces deux nombres sont donc tous les produits que l'on peut construire à partir des ces nombres :

$1 = 3^0 \times 5^0 \times 7^0$
$3 = 3^1 \times 5^0 \times 7^0$
$5 = 3^0 \times 5^1 \times 7^0$
$7 = 3^0 \times 5^0 \times 7^1$
$15 = 3^1 \times 5^1 \times 7^0$
$21 = 3^1 \times 5^0 \times 7^1$
$35 = 3^0 \times 5^1 \times 7^1$
$105 = 3^1 \times 5^1 \times 7^1$.

La liste des diviseurs communs à 630 et 1 155 sont : 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35 et 105.

**4.** Combien de sachets au maximum ce chocolatier pourra-t-il préparer ?
Combien chacun de ces sachets contiendra de cloches et de poissons de Pâques ?

Il pourra faire au maximum 105 sachets et comme $630 = 105 \times 6$ et $1\,155 = 105 \times 11$,

Il pourra faire 105 sachets au maximum contenant chacun 6 poissons et 11 cloches de Pâques.

**Exercice n° 2 : Fonctions et calcul littéral** Correction

*Fonction et calcul littéral*

On note $f(x) = (3x-1)(2x+3) + (5x-1)(3x-1)$ et $g(x) = 5x(2x-1) - 10x^2 + 3$

**1.** Développer et réduire $f(x)$.

$f(x) = (3x-1)(2x+3) + (5x-1)(3x-1)$
$f(x) = (6x^2 + 9x - 2x - 3) + (15x^2 - 5x - 3x + 1)$

$\boxed{f(x)=21x^2-x-2}$

**2.** Développer et réduire $g(x)$.
$g(x)=5x(2x-1)-10x^2+3$
$g(x)=10x^2-5x-10x^2+3$

$\boxed{g(x)=-5x+3}$

**3.** Démontrer que $f(x)=(3x-1)(7x+2)$.
$(3x-1)(7x+2)=21x^2+6x-7x-2$
$(3x-1)(7x+2)=21x^2-x-2.$

$\boxed{\text{On constate bien que } f(x)=(3x-1)(7x+2)}$.

**4.** En utilisant l'expression de la question **3.** calculer les images de $-1$ et $5$ par la fonction $f$.
$f(-1)=(3\times(-1)-1)(7\times(-1)+2)=(-3-1)(-7+2)=(-4)\times 5=\boxed{-20}$

$f(5)=(3\times 5-1)(7\times 5+2)=(15-1)(35+2)=14\times 37=\boxed{518}$

**5.** On peut prouver que $g(x)=-5x+3$. Calculer l'antécédent de 11 par la fonction $g$.
Il faut résoudre :

$$\begin{aligned}
-5x+3&=11\\
-5x+3{\color{red}-3}&=11{\color{red}-3}\\
-5x&=14\\
x&=-\frac{14}{5}\\
x&=-2,8
\end{aligned}$$

$\boxed{-2,8 \text{ est l'antécédent de } 11 \text{ par la fonction } g.}$

**Exercice n° 3 : Thales et Pythagore** Correction

*Pythagore et Thalès*
**1.** Dans le triangle ADC, les droites (BE) et (DC) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AD}=\frac{BE}{CD}$$

$$\frac{87\,\text{mm}}{AC}=\frac{AE}{165\,\text{mm}}=\frac{75\,\text{mm}}{125\,\text{mm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$AC=\dfrac{87\,\text{mm}\times 125\,\text{mm}}{75\,\text{mm}}$ d'où $AC=\dfrac{10875\,\text{mm}^2}{75\,\text{mm}}$ et $AC=145\,\text{mm}$

$AE=\dfrac{165\,\text{mm}\times 75\,\text{mm}}{125\,\text{mm}}$ d'où $AE=\dfrac{12375\,\text{mm}^2}{125\,\text{mm}}$ et $AE=99\,\text{mm}$

$\boxed{AC=145\,\text{mm et } AE=99\,\text{mm.}}$

**2.**

Dans le triangle FHG rectangle en H,

D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$HF^2 + HG^2 = FG^2$$

$$HF^2 + 72^2 = 97^2$$

$$HF^2 + 5\,184 = 9\,409$$

$$HF^2 = 9\,409 - 5\,184$$

$$HF^2 = 4\,225$$

$$HF = \sqrt{4\,225}$$

$$HF = 65$$

Comparons $IF^2 + IH^2$ et $HF^2$ :

| | |
|---|---|
| $IF^2 + IH^2$ | $HF^2$ |
| $54^2 + 36^2$ | $65^2$ |
| $2\,916 + 1\,296$ | |
| $4\,212$ | $4\,225$ |

Comme

$$IF^2 + IH^2 \neq HF^2$$

, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle ABC n'est pas rectangle}}$ .

**EXERCICE N° 4 :** *4 points*

**1.** Calculer la valeur exacte de JK.

Dans le triangle JKN rectangle en K,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{KJ}^2 + \mathrm{KN}^2 = \mathrm{JN}^2$$
$$\mathrm{KJ}^2 + 56^2 = 70^2$$
$$\mathrm{KJ}^2 + 3\,136 = 4\,900$$
$$\mathrm{KJ}^2 = 4\,900 - 3\,136$$
$$\mathrm{KJ}^2 = 1\,764$$
$$\mathrm{KJ} = \sqrt{1\,764}$$
$$\mathrm{KJ} = 42$$

$\boxed{\mathrm{KJ} = 42\,\mathrm{cm}}$

**2.** Démontrer que (KN)//(LM).

Les droites (KN) et (LM) sont perpendiculaires à la droite (JL) puisque les deux triangles sont rectangles.
Or on sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

$\boxed{\text{Les droites (KN) et (LM) sont donc parallèles.}}$

**3.** Calculer JL et JM puis KL et NM.

Dans le triangle JLM, les droites (KN) et (LM) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\mathrm{JK}}{\mathrm{JL}} = \frac{\mathrm{JN}}{\mathrm{JM}} = \frac{\mathrm{KN}}{\mathrm{LM}}$$

$$\frac{42\,\mathrm{cm}}{\mathrm{JL}} = \frac{70\,\mathrm{cm}}{\mathrm{JM}} = \frac{56\,\mathrm{cm}}{136\,\mathrm{cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\mathrm{JL} = \dfrac{42\,\mathrm{cm} \times 136\,\mathrm{cm}}{56\,\mathrm{cm}}$ d'où $\mathrm{JL} = \dfrac{5\,712\,\mathrm{cm}^2}{56\,\mathrm{cm}}$ et $\mathrm{JL} = 102\,\mathrm{cm}$

$\mathrm{JM} = \dfrac{70\,\mathrm{cm} \times 136\,\mathrm{cm}}{56\,\mathrm{cm}}$ d'où $\mathrm{JM} = \dfrac{9\,520\,\mathrm{cm}^2}{56\,\mathrm{cm}}$ et $\mathrm{JM} = 170\,\mathrm{cm}$

Comme $\mathrm{KL} = \mathrm{JL} - \mathrm{JK} = 102\,\mathrm{cm} - 42\,\mathrm{cm} = 60\,\mathrm{cm}$ et $\mathrm{NM} = \mathrm{JM} - \mathrm{JN} = 170\,\mathrm{cm} - 70\,\mathrm{cm} = 100\,\mathrm{cm}$.

$\boxed{\mathrm{JL} = 102\,\mathrm{cm},\ \mathrm{JM} = 170\,\mathrm{cm},\ \mathrm{KL} = 100\,\mathrm{cm}\ \text{et}\ \mathrm{NM} = 100\,\mathrm{cm}.}$

# Contrôle de mathématiques

## Exercice n° 1 :

*6 points*

On pose :

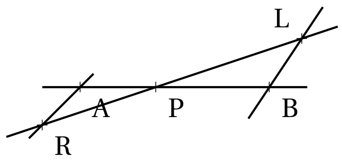
- $f(x) = (x-7)(2x+3) - (5x-3)(5-9x)$
- $g(x) = 3x(-1-x) + (5x-7)(2+10x) + 8$
- $h(x) = 47x^2 - 63x - 6$

En développant $f(x)$ et $g(x)$ montrer que :

$$f(x) = g(x) = h(x)$$

## Exercice n° 2 :

*4 points*




La figure ci-après n'est pas en vraies grandeurs.
On sait que :

- (AB) et (RL) sont sécantes en P ;
- LB = 4 $m$, PR = 5 $m$, PB = 5 $m$ et PA = 3 $m$ ;
- (AR)//(LB)

Calculer les valeurs exactes de LP et AR, et le cas échéant, une valeur approchée au centimètre près.

## Exercice n° 3 :

*6 points*

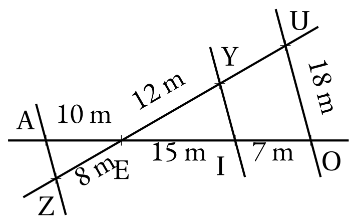
La figure ci-après n'est pas en vraie grandeur.

On sait que :

- Les droites (UY) et (IO) sont sécantes en E ;
- Les droites (YI) et (UO) sont parallèles.

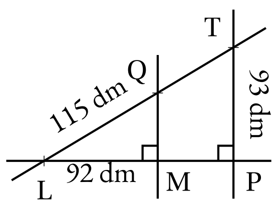
**1.** Calculer la valeur exacte de EU et YI puis une valeur approchée au centimètre près.

**2.** Les droites (AZ) et (YI) sont-elles parallèles ?




## Exercice n° 4 :

*4 points*




Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :

- Le triangle LMQ est rectangle en M ;
- Le triangle LPT est rectangle en P ;
- Les droites (QT) et (MP) sont sécantes en L.

**1.** Calculer QM

**2.** En admettant que QM = 69 $dm$, calculer LT et LP.

Justifier soigneusement votre démarche.

# Contrôle de mathématiques — Correction

## Exercice n° 1 : Trois fonctions — Correction

*Calcul littéral*

On pose :

— $f(x) = (x-7)(2x+3) - (5x-3)(5-9x)$

— $g(x) = 3x(-1-x) + (5x-7)(2+10x) + 8$

— $h(x) = 47x^2 - 63x - 6$

$f(x) = (x-7)(2x+3) - (5x-3)(5-9x)$
$f(x) = (2x^2 + 3x - 14x - 21) - (25x - 45x^2 - 15 + 27x)$
$f(x) = 2x^2 + 3x - 14x - 21 - 25x + 45x^2 + 15 - 27x$

$\boxed{f(x) = 47x^2 - 63x - 6}$

$g(x) = 3x(-1-x) + (5x-7)(2+10x) + 8$
$g(x) = -3x - 3x^2 + 10x + 50x^2 - 14 - 70x + 8$

$\boxed{g(x) = 47x^2 - 63x - 6}$

On constate que $\boxed{f(x) = g(x) = h(x)}$

## Exercice n° 2 : Thalès papillon — Correction

*Thalès*

Les droites (AB) et (RL) sont sécantes en P, les droites (AR) et (LB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{PA}}{\text{PB}} = \frac{\text{PR}}{\text{PL}} = \frac{\text{AR}}{\text{BL}}$$

$$\frac{3\ m}{5\ m} = \frac{5\ m}{\text{PL}} = \frac{\text{AR}}{4\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{PL} = \dfrac{5\ m \times 5\ m}{3\ m}$ d'où $\text{PL} = \dfrac{25\ m^2}{3\ m}$ et PLă $\approx 8,33\ m$
$\text{AR} = \dfrac{4\ m \times 3\ m}{5\ m}$ d'où $\text{AR} = \dfrac{12\ m^2}{5\ m}$ et $\text{AR} \approx 2,4\ m$

## Exercice n° 3 : Thalès papillon et réciproque — Correction

*Thalès*

**1.**

Les droites (YU) et (IO) sont sécantes en E, les droites (YI) et (UO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{EY}}{\text{EU}} = \frac{\text{EI}}{\text{EO}} = \frac{\text{YI}}{\text{UO}}$$

$$\frac{12\ m}{\text{EU}} = \frac{15\ m}{22\ m} = \frac{\text{YI}}{18\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{EU} = \dfrac{12\ m \times 22\ m}{15\ m}$ d'où $\text{EU} = \dfrac{264\ m^2}{15\ m}$ et $\text{EU} = 17,6\ m$
$\text{YI} = \dfrac{18\ m \times 15\ m}{22\ m}$ d'où $\text{YI} = \dfrac{270\ m}{22\ m}$ et $\text{YU} \approx 12,27\ m$

**2.** Comparons $\dfrac{\text{EA}}{\text{EI}}$ et $\dfrac{\text{EZ}}{\text{EY}}$.

$\dfrac{\text{EA}}{\text{EI}} = \dfrac{10\ m}{15\ m} \approx 0,67$

$\dfrac{\text{EZ}}{\text{EY}} = \dfrac{8\ m}{12\ m} \approx 0,67$

Comme $\dfrac{10}{15} = \dfrac{5 \times 2}{5 \times 3} = \dfrac{2}{3}$ et $\dfrac{8}{12} = \dfrac{4 \times 2}{4 \times 3} = \dfrac{2}{3}$

Ou encore comme $10 \times 12 = 120$ et $8 \times 15 = 120$

Les quotients $\dfrac{\text{EA}}{\text{EI}}$ et $\dfrac{\text{EZ}}{\text{EY}}$ sont égaux, les points A E et I sont alignés et dans le même ordre que les points alignés Z, E et Y, d'après **la réciproque de Thalès** les droites (AZ) et (YI) sont parallèles.

**Exercice n° 4 : Thalès et pythagore** Correction

*DIFFICILE*

4 points

Thalès et Pythagore **1.**
Dans le triangle LMQ rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{MQ}^2 + \text{ML}^2 = \text{QL}^2$$
$$\text{MQ}^2 + 92^2 = 115^2$$
$$\text{MQ}^2 + 8464 = 13225$$
$$\text{MQ}^2 = 13225 - 8464$$
$$\text{MQ}^2 = 4761$$
$$\text{MQ} = 69$$

$\boxed{\text{MQ} = 69\ dm}$

**2.**
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**
Comme (QM) ⊥ (LP) et (TP) ⊥ (LP), les droites (QM) et (LP) sont parallèles.

Les droites (LP) et (LT) sont sécantes en L, les droites (QM) et (TP) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{LM}}{\text{LP}} = \frac{\text{LQ}}{\text{LT}} = \frac{\text{MQ}}{\text{PT}}$$

$$\frac{92\ dm}{\text{LP}} = \frac{115\ dm}{\text{LT}} = \frac{69\ dm}{93\ dm}$$

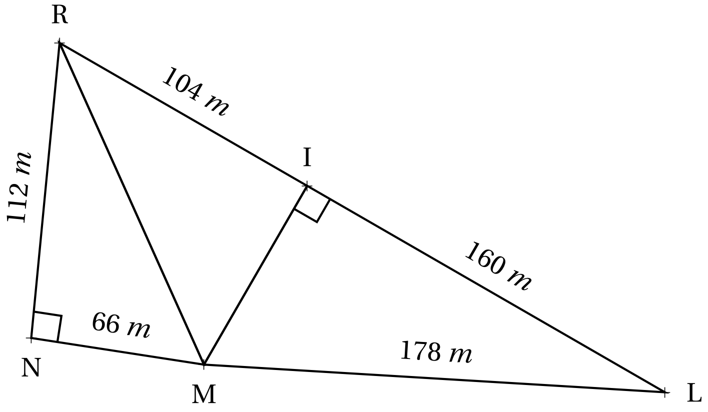
En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{LP} = \dfrac{92\ dm \times 93\ dm}{69\ dm}$ d'où $\text{LP} = \dfrac{8\,556\ dm^2}{69\ dm}$ et $\text{LP} = 124\ dm$

$\text{LT} = \dfrac{115\ dmm \times 93\ dm}{69\ cm}$ d'où $\text{LT} = \dfrac{10\,695\ dm^2}{69\ dm}$ et $\text{LT} = 55\ dm$

# Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :




La figure ci-dessus n'est pas en vraie grandeur, par exemple les points R, I et L ne sont pas forcément alignés.
Calculer les valeurs exactes de RM et MI puis démontrer que le triangle RIM est rectangle.
Vous rédigerez avec soin les démonstrations nécessaires à cette résolution.

---

# Interrogation de mathématiques — Correction

Dans le triangle RNM rectangle en N,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$NR^2 + NM^2 = RM^2$$
$$112^2 + 66^2 = RM^2$$
$$12\,544 + 4356 = RM^2$$
$$RM^2 = 16\,900$$
$$RM = \sqrt{16\,900}$$
$$RM = 130$$

$\boxed{RM = 130\,\text{m}}$

Dans le triangle MIL rectangle en I,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$IM^2 + IL^2 = ML^2$$
$$IM^2 + 160^2 = 178^2$$
$$IM^2 + 25\,600 = 31\,684$$
$$IM^2 = 31\,684 - 25\,600$$
$$IM^2 = 6084$$
$$IM = \sqrt{6084}$$
$$IM = 78$$

$\boxed{IM = 78\,\text{m}}$

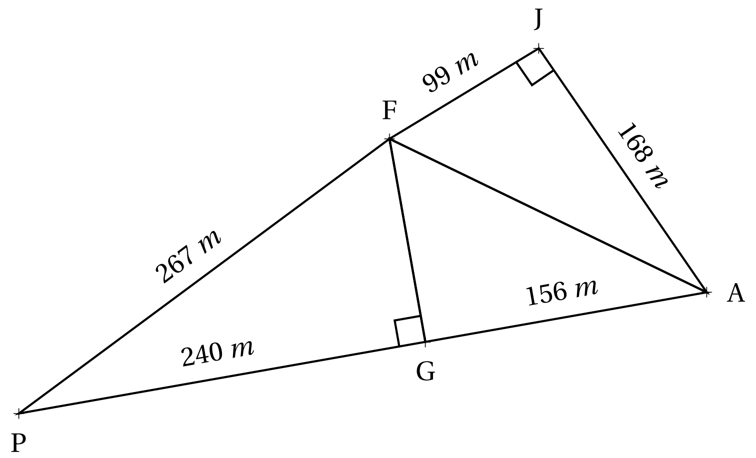
Comparons $IR^2 + IM^2$ et $RM^2$ :

| | |
|---|---|
| $IR^2 + IM^2$ | $RM^2$ |
| $104^2 + 78^2$ | $130^2$ |
| $10\,816 + 6084$ | |
| $16\,900$ | $16\,900$ |

Comme $IR^2 + IM^2 = RM^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle IRM est rectangle en I}}$ .

# Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :




La figure ci-dessus n'est pas en vraie grandeur, par exemple les points J, F et P ne sont pas forcément alignés.
Calculer les valeurs exactes de AF et FG puis démontrer que le triangle AGF est rectangle.
Vous rédigerez avec soin les démonstrations nécessaires à cette résolution.

---

# Interrogation de mathématiques — Correction

Dans le triangle JFA rectangle en J,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$JF^2 + JA^2 = FA^2$$
$$99^2 + 168^2 = FA^2$$
$$9801 + 28\,224 = FA^2$$
$$FA^2 = 38\,025$$
$$FA = \sqrt{38\,025}$$
$$FA = 195$$

$\boxed{FA = 195\,\text{m}}$

Dans le triangle FPG rectangle en G,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$GP^2 + GF^2 = PF^2$$
$$240^2 + GF^2 = 267^2$$
$$57\,600 + GF^2 = 71\,289$$
$$GF^2 = 71\,289 - 57\,600$$
$$GF^2 = 13\,689$$
$$GF = \sqrt{13\,689}$$
$$GF = 117$$

$\boxed{GF = 117\,\text{m}}$

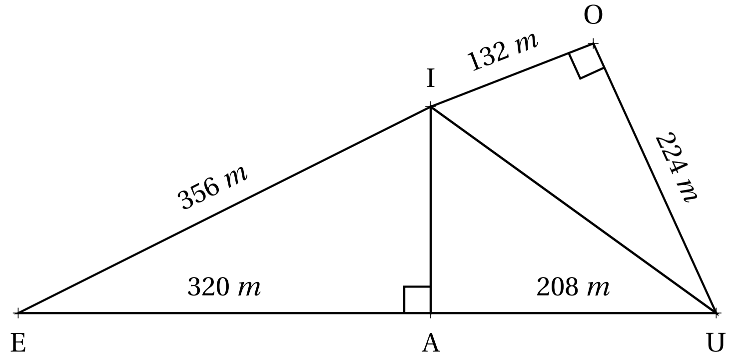
Comparons $GF^2 + GA^2$ et $FA^2$ :

| | |
|---|---|
| $GF^2 + GA^2$ | $FA^2$ |
| $117^2 + 156^2$ | $195^2$ |
| $13\,689 + 24\,336$ | |
| $38\,025$ | $38\,025$ |

Comme $GF^2 + GA^2 = FA^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle GFA est rectangle en G}}$.

# Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :




La figure ci-dessus n'est pas en vraie grandeur, par exemple les points E, I et O ne sont pas forcément alignés.
Calculer les valeurs exactes de UI et IA puis démontrer que le triangle UAI est rectangle.
Vous rédigerez avec soin les démonstrations nécessaires à cette résolution.

# Interrogation de mathématiques — **Correction**

Dans le triangle IOU rectangle en O,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$OI^2 + OU^2 = IU^2$$
$$132^2 + 224^2 = IU^2$$
$$17\,424 + 50\,176 = IU^2$$
$$IU^2 = 67\,600$$
$$IU = \sqrt{67\,600}$$
$$IU = 260$$

$\boxed{IU = 260\,\text{m}}$

Dans le triangle IAE rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AI^2 + AE^2 = IE^2$$
$$AI^2 + 320^2 = 356^2$$
$$AI^2 + 102\,400 = 126\,736$$
$$AI^2 = 126\,736 - 102\,400$$
$$AI^2 = 24\,336$$
$$AI = \sqrt{24\,336}$$
$$AI = 156$$

$\boxed{AI = 156\,\text{m}}$

Comparons $AI^2 + AU^2$ et $IU^2$ :

| | |
|---|---|
| $AI^2 + AU^2$ | $IU^2$ |
| $156^2 + 208^2$ | $260^2$ |
| $24\,336 + 43\,264$ | |
| $67\,600$ | $67\,600$ |

Comme $AI^2 + AU^2 = IU^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle AIU est rectangle en A}}$.

# Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

**Exercice n° 1 :**

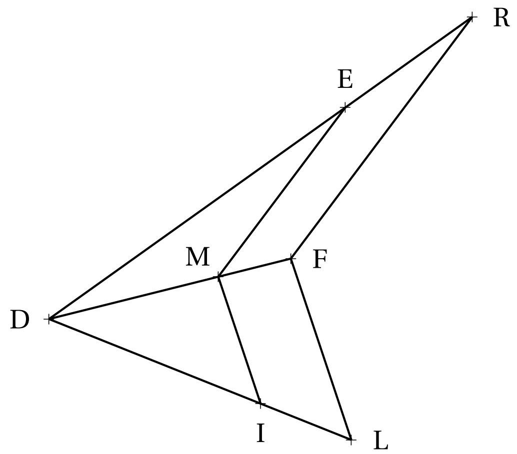
Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

| | | |
|---|---|---|
| $f(x) = 5x(3x+2)+6(2x+1)+3x+7$ | $g(x) = 4x(2x-3)-5(x+2)-7x(-5-3x)$ | $h(x) = 7x^2-3(2x-1)+3x-1+4(2-3x)$ |

**Exercice n° 2 :**

*La figure ci-contre n'est pas tracée en vraie grandeur.*

Sur la figure ci-contre, on sait que :
Les points D, L et I sont alignés ;
Les points D, F et M sont alignés ;
Les points D, R et E sont alignés ;
Les droites (LF) et (IM) sont parallèles ;
Les droites (FR) et (ME) sont parallèles ;
DI = 4 $m$, DL = 10 $m$, FL = 5 $m$,
DM = 3 $m$, ME = 6 $m$ et DE = 9 $m$.




*Vous rédigerez vos réponses ci-dessous en détaillant votre raisonnement.*

**1.** Montrer que DF = 7,5 $m$ et que MI = 2 $m$

**2.** En utilisant la question **1.** calculer RF et RE.

# Interrogation de mathématiques — Correction

## Exercice n° 1 : Développer et réduire
Correction

*Distributivité — Développer*

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 5x(3x+2)+6(2x+1)+3x+7$

$f(x) = 15x^2+10x+12x+6+3x+7$

$\boxed{f(x) = 15x^2+25x+13}$

$g(x) = 4x(2x-3)-5(x+2)-7x(-5-3x)$

$g(x) = 8x^2-12x-5x-10+35x+21x^2$

$\boxed{g(x) = 29x^2+18x-10}$

$h(x) = 7x^2-3(2x-1)+3x-1+4(2-3x)$

$h(x) = 7x^2-6x+3+3x-1+8-12x$

$\boxed{h(x) = 7x^2-15x+10}$

## Exercice n° 2 : Théorème de Thalès
Correction

*Théorème de Thalès*

**1.**

Les droites (MF) et (IL) sont sécantes en D, les droites (MI) et (FL) sont parallèles,

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{DI}}{\text{DL}} = \frac{\text{DM}}{\text{DF}} = \frac{\text{IM}}{\text{LF}}$$

$$\frac{4\ m}{10\ m} = \frac{3\ m}{\text{DF}} = \frac{\text{MI}}{5\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$\text{DF} = \frac{3\ m \times 10\ m}{4\ m} \text{ d'où } \text{DF} = \frac{30\ m^2}{4\ m} \text{ et } \text{DF} = 7,5\ m$$

$$\text{MI} = \frac{5\ m \times 4\ m}{10\ m} \text{ d'où } \text{MI} = \frac{20\ m^2}{10\ m} \text{ et } \text{MI} = 2\ m$$

**2.**

Les droites (MF) et (ER) sont sécantes en D, les droites (ME) et (FR) sont parallèles,

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{DM}}{\text{DF}} = \frac{\text{DE}}{\text{DR}} = \frac{\text{ME}}{\text{FR}}$$

$$\frac{3\ m}{7,5\ m} = \frac{9\ m}{\text{DR}} = \frac{6\ m}{\text{FR}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$\text{DR} = \frac{9\ m \times 7,5\ m}{3\ m} \text{ d'où } \text{DR} = \frac{67,5\ m^2}{3\ m} \text{ et } \text{DR} = 22,5\ m$$

$$\text{FR} = \frac{6\ m \times 7,5\ m}{3\ m} \text{ d'où } \text{FR} = \frac{45\ m^2}{3\ m} \text{ et } \text{FR} = 15\ m$$

Ainsi $\text{ER} = \text{DR} - \text{DE} = 22,5\ m - 9\ m = 13,5\ m$

# Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

**Exercice n° 1 :**

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 4x(2x+3)+7(2x+1)+4x+7$

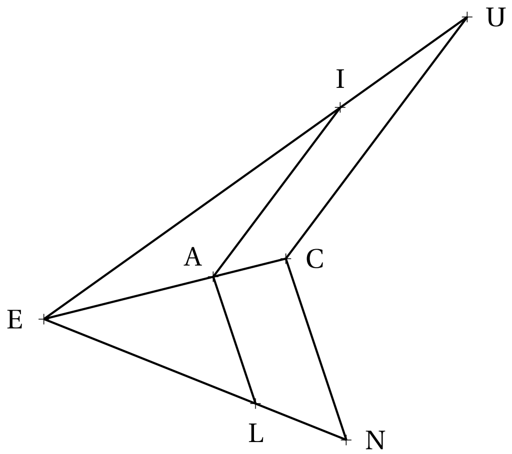
$g(x) = 5x(2x-3)-6(x+2)-5x(-5-3x)$

$h(x) = 7x^2-4(2x-1)+3x-6+5(2-3x)$

**Exercice n° 2 :**

*La figure ci-contre n'est pas tracée en vraie grandeur.*

Sur la figure ci-contre, on sait que :
Les points E, N et L sont alignés ;
Les points E, C et A sont alignés ;
Les points E, U et I sont alignés ;
Les droites (NC) et (LA) sont parallèles ;
Les droites (CU) et (AI) sont parallèles ;
$\mathrm{EL} = 6\ m$, $\mathrm{EN} = 10\ m$, $\mathrm{CN} = 7\ m$,
$\mathrm{EA} = 3\ m$, $\mathrm{AI} = 6\ m$ et $\mathrm{EI} = 9\ m$.




*Vous rédigerez vos réponses ci-dessous en détaillant votre raisonnement.*

**1.** Montrer que $\mathrm{EC} = 5\ m$ et que $\mathrm{AL} = 4,2\ m$

**2.** En utilisant la question **1.** calculer UC et UI.

# Interrogation de mathématiques — CORRECTION

**Exercice n° 1 : Développer et réduire** CORRECTION

*Distributivité — Développer*

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 4x(2x+3) + 7(2x+1) + 4x + 7$
$f(x) = 8x^2 + 12x + 14x + 7 + 4x + 7$

$\boxed{f(x) = 8x^2 + 30x + 14}$

$g(x) = 5x(2x-3) - 6(x+2) - 5x(-5-3x)$
$g(x) = 10x^2 - 15x - 6x - 12 + 25x + 15x^2$

$\boxed{g(x) = 25x^2 + 4x - 12}$

$h(x) = 7x^2 - 4(2x-1) + 3x - 6 + 5(2-3x)$
$h(x) = 7x^2 - 8x + 4 + 3x - 6 + 10 - 15x$

$\boxed{h(x) = 7x^2 - 20x + 8}$

**Exercice n° 2 : Théorème de Thalès** CORRECTION

*Théorème de Thalès*

**1.**
Les droites (LN) et (AC) sont sécantes en E, les droites (AL) et (CN) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{EL}}{\text{EN}} = \frac{\text{EA}}{\text{EC}} = \frac{\text{LA}}{\text{NC}}$$

$$\frac{6\ m}{10\ m} = \frac{3\ m}{\text{EC}} = \frac{\text{LA}}{7\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$\text{EC} = \frac{3\ m \times 10\ m}{6\ m} \text{ d'où } \text{EC} = \frac{30\ m^2}{6\ m} \text{ et } \text{EC} = 5\ m$$

$$\text{LA} = \frac{7\ m \times 6\ m}{10\ m} \text{ d'où } \text{LA} = \frac{42\ m^2}{10\ m} \text{ et } \text{LA} = 4,2\ m$$

**2.**
Les droites (AC) et (IU) sont sécantes en E, les droites (AI) et (CU) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{EA}}{\text{EC}} = \frac{\text{EI}}{\text{EU}} = \frac{\text{AI}}{\text{CU}}$$

$$\frac{3\ m}{5\ m} = \frac{9\ m}{\text{EU}} = \frac{6\ m}{\text{CU}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$\text{EU} = \frac{9\ m \times 5\ m}{3\ m} \text{ d'où } \text{EU} = \frac{45\ m^2}{3\ m} \text{ et } \text{EU} = 15\ m$$

$$\text{CU} = \frac{6\ m \times 5\ m}{3\ m} \text{ d'où } \text{CU} = \frac{30\ m^2}{3\ m} \text{ et } \text{CU} = 10\ m$$

Ainsi $\text{UI} = \text{EU} - \text{EI} = 15\ m - 9\ m = 4\ m$

# Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

**Exercice n° 1 :**

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 3x(3x+7)+7(2x+1)+4x+7$

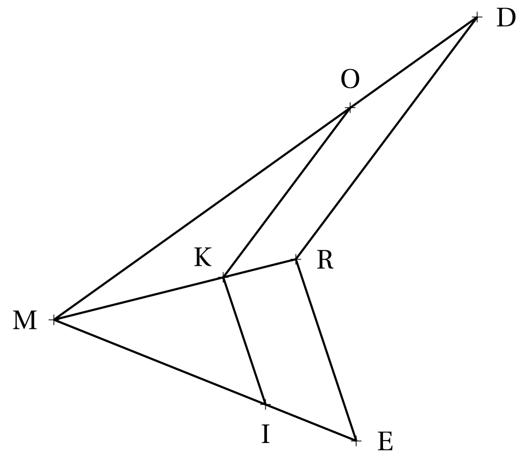
$g(x) = 4x(2x-3)-8(x+2)-6x(-5-3x)$

$h(x) = 7x^2-6(2x-1)+3x-3+4(2-3x)$

**Exercice n° 2 :**

*La figure ci-contre n'est pas tracée en vraie grandeur.*

Sur la figure ci-contre, on sait que :
Les points M, E et I sont alignés ;
Les points M, R et K sont alignés ;
Les points M, D et O sont alignés ;
Les droites (ER) et (IK) sont parallèles ;
Les droites (RD) et (KO) sont parallèles ;
MI = 10 $m$, ME = 15 $m$, RE = 6 $m$,
MK = 8 $m$, KO = 7 $m$ et MO = 13 $m$.




*Vous rédigerez vos réponses ci-dessous en détaillant votre raisonnement.*

**1.** Montrer que MR = 12 $m$ et que KI = 4 $m$

**2.** En utilisant la question **1.** calculer DR et DO.

# Interrogation de mathématiques — **Correction**

**Exercice n° 1 : Développer et réduire** Correction

*Distributivité — Développer*

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 3x(3x+7)+7(2x+1)+4x+7$
$f(x) = 9x^2+21x+14x+7+4x+7$

$\boxed{f(x) = 9x^2+39x+14}$

$g(x) = 4x(2x-3)-8(x+2)-6x(-5-3x)$
$g(x) = 8x^2-12x-8x-16+30x+18x^2$

$\boxed{g(x) = 26x^2+10x-16}$

$h(x) = 7x^2-6(2x-1)+3x-3+4(2-3x)$
$h(x) = 7x^2-12x+6+3x-3+8-12x$

$\boxed{h(x) = 7x^2-21x+5}$

**Exercice n° 2 : Théorème de Thalès** Correction

*Théorème de Thalès*

**1.**
Les droites (IE) et (KR) sont sécantes en M, les droites (KI) et (RE) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{MI}}{\text{ME}} = \frac{\text{MK}}{\text{MR}} = \frac{\text{IK}}{\text{ER}}$$

$$\frac{10\ m}{15\ m} = \frac{8\ m}{\text{MR}} = \frac{\text{IK}}{6\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$\text{MR} = \frac{8\ m \times 15\ m}{10\ m} \text{ d'où MR} = \frac{120\ m^2}{10\ m} \text{ et MR} = 12\ m$$

$$\text{IK} = \frac{6\ m \times 10\ m}{15\ m} \text{ d'où IK} = \frac{60\ m^2}{15\ m} \text{ et IK} = 4\ m$$

**2.**
Les droites (KR) et (OD) sont sécantes en M, les droites (KO) et (RD) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{MK}}{\text{MR}} = \frac{\text{MO}}{\text{MD}} = \frac{\text{KO}}{\text{RD}}$$

$$\frac{8\ m}{12\ m} = \frac{13\ m}{\text{MD}} = \frac{7\ m}{\text{RD}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$\text{MD} = \frac{13\ m \times 12\ m}{8\ m} \text{ d'où MD} = \frac{166\ m^2}{8\ m} \text{ et MD} = 20,75\ m$$

$$\text{RD} = \frac{7\ m \times 12\ m}{8\ m} \text{ d'où RD} = \frac{84\ m^2}{8\ m} \text{ et RD} = 10,5\ m$$

Ainsi OD = MD − MO = $20,75\ m - 13\ m = 7,75\ m$

# Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

## Exercice n° 1 :

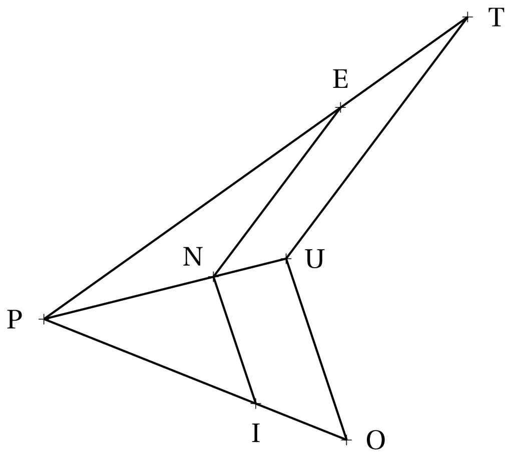
Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

| | | |
|---|---|---|
| $f(x) = 7x(2x+3)+6(2x+1)+4x+7$ | $g(x) = 4x(6x-3)-5(x+2)-6x(-5-3x)$ | $h(x) = 7x^2-5(3x-1)+4x-1+4(3-3x)$ |

## Exercice n° 2 :

*La figure ci-contre n'est pas tracée en vraie grandeur.*

Sur la figure ci-contre, on sait que :
Les points P, O et I sont alignés ;
Les points P, U et N sont alignés ;
Les points P, T et E sont alignés ;
Les droites (OU) et (IN) sont parallèles ;
Les droites (UT) et (NE) sont parallèles ;
PI = 12 $m$, PO = 18 $m$, UO = 9 $m$,
PN = 9 $m$, NE = 8 $m$ et PE = 15 $m$.




*Vous rédigerez vos réponses ci-dessous en détaillant votre raisonnement.*

**1.** Montrer que PU = 13,5 $m$ et que NI = 6 $m$

**2.** En utilisant la question **1.** calculer TU et TE.

# Interrogation de mathématiques — **Correction**

**Exercice n° 1 : Développer et réduire** Correction

*Distributivité — Développer*

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$f(x) = 7x(2x+3)+6(2x+1)+4x+7$
$f(x) = 14x^2+21x+12x+6+4x+7$

$\boxed{f(x) = 14x^2+37x+13}$

$g(x) = 4x(6x-3)-5(x+2)-6x(-5-3x)$
$g(x) = 24x^2-12x-5x-10+30x+18x^2$

$\boxed{g(x) = 42x^2+13x-10}$

$h(x) = 7x^2-3(2x-1)+3x-1+4(2-3x)$
$h(x) = 7x^2-6x+3+3x-1+8-12x$

$\boxed{h(x) = 7x^2-15x+10}$

**Exercice n° 2 : Théorème de Thalès** Correction

*Théorème de Thalès*

**1.**
Les droites (IO) et (NU) sont sécantes en P, les droites (NI) et (UO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{PI}}{\text{PO}} = \frac{\text{PN}}{\text{PU}} = \frac{\text{IN}}{\text{OU}}$$

$$\frac{12\ m}{18\ m} = \frac{9\ m}{\text{PU}} = \frac{\text{IN}}{9\ m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$\text{PU} = \frac{9\ m \times 18\ m}{12\ m} \text{ d'où PU} = \frac{162\ m^2}{12\ m} \text{ et PU} = 13,5\ m$$

$$\text{IN} = \frac{9\ m \times 12\ m}{18\ m} \text{ d'où IN} = \frac{108\ m^2}{18\ m} \text{ et IN} = 6\ m$$

**2.**
Les droites (NU) et (ET) sont sécantes en P, les droites (NE) et (UT) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{PN}}{\text{PU}} = \frac{\text{PE}}{\text{PT}} = \frac{\text{NE}}{\text{UT}}$$

$$\frac{9\ m}{13,5\ m} = \frac{15\ m}{\text{PT}} = \frac{8\ m}{\text{UT}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

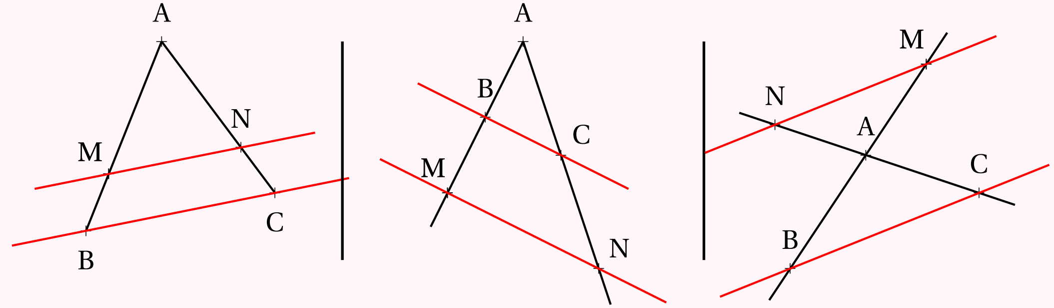
$$\text{PT} = \frac{15\ m \times 13,5\ m}{9\ m} \text{ d'où PT} = \frac{202,5\ m^2}{9\ m} \text{ et PT} = 22,5\ m$$

$$\text{UT} = \frac{8\ m \times 13,5\ m}{9\ m} \text{ d'où UT} = \frac{108\ m^2}{9\ m} \text{ et UT} = 12\ m$$

Ainsi $\text{ET} = \text{PT} - \text{PE} = 22,5\ m - 15\ m = 7,5\ m$

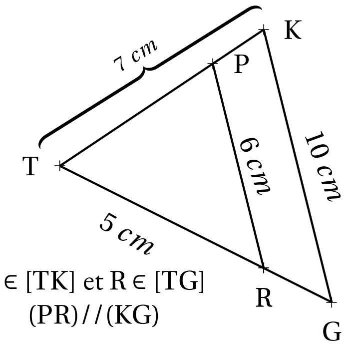
# Le théorème de Thalès

## Le théorème de Thalès




**Si** deux droites (BM) et (CN) sont sécantes en A et si (MN)//(BC)
**alors** les mesures des triangles ABC et AMN sont proportionnelles c'est-à-dire

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$




P ∈ [TK] et R ∈ [TG]
(PR)//(KG)

**Calculer** TG **et** TP.

Les droites (PK) et (RG) sont sécantes en T.
Les droites (PR) et (KG) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

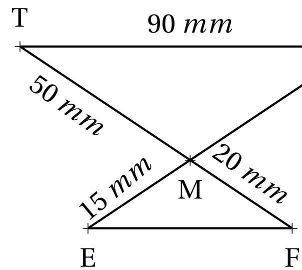
$$\frac{TP}{TK} = \frac{TR}{TG} = \frac{PR}{KG}$$

$$\frac{TP}{7\ cm} = \frac{5\ cm}{TG} = \frac{6\ cm}{10\ cm}$$

On utilise la règle de trois :

$TP = \dfrac{7\ cm \times 6\ cm}{10\ cm} = 4,2\ cm$

$TG = \dfrac{5\ cm \times 10\ cm}{6\ cm} \approx 8,3\ cm$




M ∈ (ES)
M ∈ (TF)
(EF)//(TS)

**Calculer** MS **et** EF.

Les droites (ES) et (TF) sont sécantes en M.
Les droites (EF) et (TS) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{ME}{MS} = \frac{MF}{MT} = \frac{EF}{ST}$$

$$\frac{15\ mm}{MS} = \frac{20\ mm}{50\ mm} = \frac{EF}{90\ mm}$$

On utilise la règle de trois :

$MS = \dfrac{50\ mm \times 15\ mm}{20\ mm} = 37,5\ mm$

$EF = \dfrac{90\ mm \times 20\ mm}{50\ mm} = 36\ mm$

## Théorème de Thalès contraposé

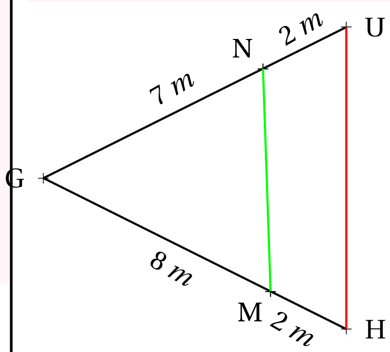
**Si** deux droites (BM) et (CN) sont sécantes en A et si $\dfrac{AM}{AB} \neq \dfrac{AN}{AC}$

**Alors** les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

## Réciproque du théorème de Thalès

**Si** deux droites (BM) et (CN) sont sécantes en A avec A, B et M dans le même ordre que A, C et N et si $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$

**Alors** les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



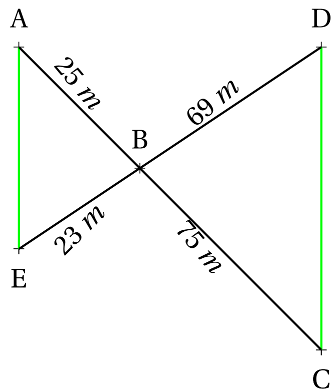

(NM) **et** (HU) **sont-elles parallèles ?**

Comparons $\dfrac{GN}{GU}$ et $\dfrac{GM}{GH}$

$\dfrac{GN}{GU} = \dfrac{7\ m}{9\ m} \approx 0,78$ et $\dfrac{GM}{GH} = \dfrac{8\ m}{10\ m} = 0,8$

Comme $\dfrac{GN}{GU} \neq \dfrac{GM}{GH}$ d'après **le théorème de Thalès (contraposé)**, les droites (NM) et (HU) sont sécantes.

On pouvait aussi comparer les produits en croix :
$7 \times 10 = 70$ et $9 \times 8 = 72$ pour conclure au fait que les quotients ne sont pas égaux.




(AE) **et** (DC) **sont-elles parallèles ?**

Comparons $\dfrac{BA}{BC}$ et $\dfrac{BE}{BD}$

$\dfrac{BA}{BC} = \dfrac{25\ m}{75\ m} = \dfrac{1}{3} \approx 0,33$ et $\dfrac{BE}{BD} = \dfrac{23\ m}{69\ m} = \dfrac{1}{3} \approx 0,33$

Comme $\dfrac{BA}{BC} = \dfrac{BE}{BD}$ et comme les points B, A et C sont alignés et dans le même ordre que les points alignés B, E et D.
D'après **la réciproque du théorème de Thalès** les droites (AE) et (DC) sont parallèles.

Pour comparer les fractions ont peut utiliser la valeur exacte ou la valeur approchée. Le plus pratique est souvent de comparer les produits en croix :
$75 \times 23 = 1725$ et $25 \times 69 = 1725$

# Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr
- **Dernière modification :** 20 mars 2025 à 19:39

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTex 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprennant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code defini un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.