



ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ



ÉGALITÉ, IDENTITÉ ET ÉQUATION

Le symbole = peut avoir plusieurs sens en mathématiques, sens déterminé par le contexte.

Quand on écrit $7(3x - 1) = 21x - 7$, cette **égalité** est vraie quelque soit le nombre générique x , il s'agit d'une **identité**.

Quand on écrit $7x + 3 = 5x + 9$, il convient de se demander pour quelle(s) valeur(s) de x cette **égalité** est **vraie** on dit aussi **vérifiée**.

Comme $7 \times 3 + 3 = 21 + 3 = 24$ et que $5 \times 3 + 9 = 15 + 9 = 24$, cette **égalité** est vraie pour $x = 3$.

En revanche, comme $7 \times 2 + 3 = 14 + 3 = 17$ et que $5 \times 2 + 9 = 10 + 9 = 19$, cette **égalité** n'est pas vérifiée pour $x = 2$.

Résoudre l'**équation** $7x + 3 = 5x + 9$ revient à déterminer toutes les valeurs de x pour lesquelles cette égalité est vérifiée.

VOCABULAIRE

Voici une équation :

$$7x + 3 = 5x + 9$$

- x est l'**inconnue** de cette équation;
- $7x + 3$ est le **premier membre** ou membre de gauche;
- $5x + 9$ est le **second membre** ou membre de droite.

PRINCIPE GÉNÉRAL

Si une égalité est vraie alors on obtient une égalité vraie en ajoutant (au sens algébrique) la même expression aux deux membres de l'égalité.

DEUX ÉQUATIONS FONDAMENTALES

a et b deux nombres fixés.

L'équation $a + x = b$ admet pour solution unique $x = b - a$ (Définition de la différence)

a et b deux nombres fixés, b non nul.

L'équation $ax = b$ admet pour solution unique $x = \frac{b}{a}$ (Définition du quotient)

MÉTHODE DE RÉOLUTION DES ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ :

Voici deux exemples de résolution d'équation :

La stratégie consiste à isoler les x dans l'un des membres et les nombres dans l'autre membre.

Pour cela, on ajoute (au sens algébrique), la même expression dans les deux termes.

$$7x + 3 = 5x + 9$$

$$7x + 3 - 3 = 5x + 9 - 3$$

$$7x = 5x + 6$$

$$7x - 5x = 5x + 6 - 5x$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

$$1 - 8x = 8 + 9x$$

$$1 - 8x - 1 = 8 + 9x - 1$$

$$-8x = 7 + 9x$$

$$-8x - 9x = 7 + 9x - 9x$$

$$-17x = 7$$

$$x = -\frac{7}{17}$$

MÉTHODE DE RÉOLUTION D'UN PROBLÈME DU PREMIER DEGRÉ :

Le Zenith permet d'accueillir des 11 000 spectateurs, soit debouts, dans la fosse, ou assis dans les gradins. Lors du concert des Pixies les places dans la fosse étaient vendues 40 € et celles dans les gradins 55 €. Le chiffre d'affaire pour ce concert a été de 540 980 €, toutes les places avaient été vendues. Combien de places dans la fosse et dans les gradins ont été achetées?

Modélisation

- x : nombre de places dans la fosse.
- $11\,000 - x$: nombre de places assises.
- $40x$: chiffre d'affaire pour les places debouts.
- $55(11\,000 - x)$: chiffre d'affaire pour les places assises.

Le problème revient à résoudre l'équation :

$$40x + 55(11\,000 - x) = 540\,980$$

Résolution de l'équation

$$\begin{aligned}
 40x + 55(11\,000 - x) &= 540\,980 \\
 40x + 605\,000 - 55x &= 540\,980 \\
 605\,000 - 15x &= 540\,980 \\
 605\,000 - 15x - 540\,980 &= 540\,980 - 540\,980 \\
 64\,020 - 15x &= 0 \\
 64\,020 - 15x + 15x &= 0 + 15x \\
 64\,020 &= 15x \\
 15x &= 64\,020 \\
 x &= \frac{64\,020}{15} \\
 x &= 4268
 \end{aligned}$$

Vérification

Vérifions ce résultat. Il y a 4268 places debouts, il reste ainsi $11\,000 - 4268 = 6732$ places assises.
 Calculons le chiffre d'affaire :
 $4268 \times 40 \text{ €} + 6732 \times 55 \text{ €} = 170\,720 \text{ €} + 370\,260 \text{ €} = 540\,280 \text{ €}$.
 C'est la réponse attendue.

Il a été vendu 4268 places dans la fosse et 6732 dans les gradins.

Pour résoudre un tel problème, il est indispensable de suivre les trois étapes précédentes : **Modélisation**, **Résolution** et **Vérification**.

INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 20 mars 2025 à 19:27

Ce document a été écrit pour \LaTeX avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTeX 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprenant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise `%{{{ ... %}}}` est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code définit un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr>

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **Compilation.pdf**, a été créé par **Fabrice ARNAUD** (contact@ac3j.fr) le 20 mars 2025 à 19:27.
Il est disponible en ligne sur pi.ac3j.fr, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : <https://pi.ac3j.fr/fiches-de-mathematiques/>.