Chapitre XI

Les objets de l'espace

Sommaire

I — Vocabulaire

❧ Définition II.1 : Solide

Un **solide** est un ensemble de points de l'espace situé à l'intérieur d'une partie fermée.

❧ Définition II.2 : Polyèdre

Un **polyèdre** est un solide dont toutes les faces sont des polygones. Les côtés de ces polygones sont appelés **arêtes** . Les extrémités de ces arêtes sont appelés **sommet**

II — Les prismes droits et le cylindre

❧ Définition II.3 : Prisme droit

Un **Prisme droit** est un solide

Exemples :

$f(x) = 3x + 5$ est la fonction affine de paramètres $a = 3$ et $b = 5$

$g(x) = -3x - 7$ est la fonction affine de paramètres $a = -3$ et $b = -7$

$h(x) = \frac{2x}{3} - \frac{9}{5}$ est la fonction affine de paramètres $a = \frac{2}{3}$ et $b = -\frac{9}{5}$

$k(x) = x - 3$ est la fonction affine de paramètres $a = 1$ et $b = -3$

$l(x) = 7 - x$ peut s'écrire $l(x) = -x + 7$, elle est affine de paramètres $a = -1$ et $b = 7$

Z $m(x) = 5x$ peut s'écrire $m(x) = 5x + 0$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 5$ et $b = 0$

$n(x) = 3$ peut s'écrire $n(x) = 0x + 3$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 0$ et $b = 3$.

n est une fonction **constante**.

Propriété II.1 :

a un nombre quelconque.

La **fonction linéaire** de coefficient a est une **fonction affine** de paramètres a et $b = 0$.

Démonstration :

a un nombre quelconque.

La fonction $x \to ax$ peut s'écrire $x \to ax + b$ avec $b = 0$.

Il s'agit bien d'une fonction affine !

CQFD

III — Les pyramides et le cône

Définition II.4 : Prisme droit

Un **Prisme droit** est un solide

Exemples :

$f(x) = 3x+5$ est la fonction affine de paramètres $a = 3$ et $b = 5$
$g(x) = -3x-7$ est la fonction affine de paramètres $a = -3$ et $b = -7$

$h(x) = \dfrac{2x}{3} - \dfrac{9}{5}$ est la fonction affine de paramètres $a = \dfrac{2}{3}$ et $b = -\dfrac{9}{5}$

$k(x) = x-3$ est la fonction affine de paramètres $a = 1$ et $b = -3$
$l(x) = 7-x$ peut s'écrire $l(x) = -x+7$, elle est affine de paramètres $a = -1$ et $b = 7$

$m(x) = 5x$ peut s'écrire $m(x) = 5x+0$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 5$ et $b = 0$
$n(x) = 3$ peut s'écrire $n(x) = 0x+3$ c'est une fonction affine de paramètres $a = 0$ et $b = 3$.
n est une fonction **constante**.

Propriété II.2 :

a un nombre quelconque.

La **fonction linéaire** de coefficient a est une **fonction affine** de paramètres a et $b = 0$.

Démonstration :

a un nombre quelconque.
La fonction $x \to ax$ peut s'écrire $x \to ax + b$ avec $b = 0$.
Il s'agit bien d'une fonction affine !

CQFD

IV — La sphère et la boule

Définition II.5 : Prisme droit

Un **Prisme droit** est un solide

Exemples :

$f(x) = 3x+5$ est la fonction affine de paramètres $a = 3$ et $b = 5$
$g(x) = -3x-7$ est la fonction affine de paramètres $a = -3$ et $b = -7$

$h(x) = \dfrac{2x}{3} - \dfrac{9}{5}$ est la fonction affine de paramètres $a = \dfrac{2}{3}$ et $b = -\dfrac{9}{5}$

$k(x) = x-3$ est la fonction affine de paramètres $a = 1$ et $b = -3$
$l(x) = 7-x$ peut s'écrire $l(x) = -x+7$, elle est affine de paramètres $a = -1$ et $b = 7$

$m(x)=5x$ peut s'écrire $m(x)=5x+0$ c'est une fonction affine de paramètres $a=5$ et $b=0$
$n(x)=3$ peut s'écrire $n(x)=0x+3$ c'est une fonction affine de paramètres $a=0$ et $b=3$.
n est une fonction **constante**.

Propriété II.3 :

a un nombre quelconque.

La **fonction linéaire** de coefficient a est une **fonction affine** de paramètres a et $b=0$.

Démonstration :

a un nombre quelconque.
La fonction $x \to ax$ peut s'écrire $x \to ax+b$ avec $b=0$.
Il s'agit bien d'une fonction affine!

CQFD

Arithmétique

La division euclidienne

Si a et b sont deux nombres entiers naturels avec $b \neq 0$,
Alors il existe un unique couple de nombres entiers naturels q et r tels que

$$a = b \times q + r \qquad \text{et} \quad 0 \leqslant r < b$$

a est le **dividende** , b le **diviseur** , q le **quotient** et r le **reste** de la **division euclidienne** .

Exemples :

$$\begin{array}{r|l} 2021 & 15 \\ \cline{2-2} 52 & 134 \\ 71 & \\ 11 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2022 & 56 \\ \cline{2-2} 342 & 36 \\ 6 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2021 & 43 \\ \cline{2-2} 301 & 47 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2022 & 6 \\ \cline{2-2} 22 & 337 \\ 42 & \\ 0 & \end{array}$$

$2021 = 15 \times 134 + 11$ $\quad$ $2022 = 56 \times 36 + 6$ $\quad$ $2021 = 43 \times 47$ $\quad$ $2022 = 6 \times 337$

Remarques : un nombre entier est toujours divisible par 1 et par lui-même.
2 est le seul nombre premier pair. Tous les nombres impairs ne sont pas premiers, $9 = 3 \times 3$.

Vocabulaire

Si le reste de la **division euclidienne** est nul, comme quand on divise 2021 par 43, on dit que 2021 est un **multiple** de 43 ou que 2021 est **divisible** par 43 ou encore que 43 est un **diviseur** de 2021.

Exemples :
Un **nombre entier pair** est un nombre dont le reste dans la division euclidienne par 2 vaut zéro.
Ainsi tout nombre pair peut s'écrire sous la forme $2 \times n$ où n est un entier naturel.

Un **nombre entier impair** est un nombre dont le reste dans la division euclidienne par 2 vaut un.
Ainsi tout nombre impair peut s'écrire sous la forme $2 \times n + 1$ où n est un entier naturel.

Critères de divisibilité

— Un entier est divisible par **2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
— Un entier est divisible par **3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
— Un entier est divisible par **4** si le nombre formé par le chiffre de ses dizaines et celui de ses unités est un multiple de 4.
— Un entier est divisible par **5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
— Un entier est divisible par **9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.
— Un entier est divisible par **10** si son chiffre des unités est 0.

Nombres premiers

Un nombre entier est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs.
Un nombre entier est **premier** s'il n'est divisible que par 1 et lui-même.

Remarque : 1 n'est pas premier, car il n'a qu'un seul diviseur, lui-même !

Exemple : voici la liste des nombres premiers inférieurs à 100.

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 91 ; 97

Décomposition en produit de facteurs premiers

Tout nombre entier peut s'écrire de manière unique (à l'ordre près) sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Exemples : $2021 = 43 \times 47$; $2022 = 2 \times 3 \times 337$; $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

Fraction irréductible

Une **fraction est irréductible** si elle n'est pas simplifiable. Cela signifie que 1 est le seul diviseur commun à son numérateur et son dénominateur.

Applications :

$$\begin{array}{c|c} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c|c} 540 & 2 \\ 270 & 2 \\ 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ $\qquad$ $540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

Ainsi $2 \times 2 = 4$ est un diviseur de 360 ; $3 \times 3 \times 5 = 45$ est un diviseur de 540 ...

$\dfrac{360}{540} = \dfrac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5} = \dfrac{2}{3}$. On a simplifié par $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$.

180 est le plus grand diviseur commun à 360 et 540. On a $360 = 2 \times 180$ et $540 = 3 \times 180$.

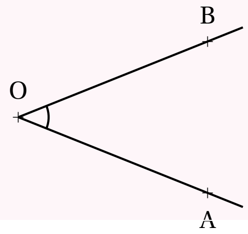
Si nous avons à notre disposition 360 fleurs rouges et 540 fleurs jaunes, nous pouvons au maximum réaliser 180 bouquets tous identiques composés chacun de 2 fleurs rouges et 3 fleurs jaunes.

Angles et triangles

Définition

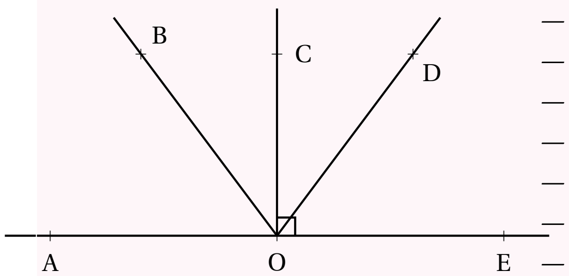
Deux demi-droites ayant la même origine définissent **un angle** .
L'origine commune est **le sommet** de l'angle et les demi-droites sont **les côtés** .

- (O est le sommet de l'angle;
- ([OA) et [OB) sont des côtés de l'angle
- on note cet angle $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOA}$ ou $\hat{O}$.



Vocabulaire

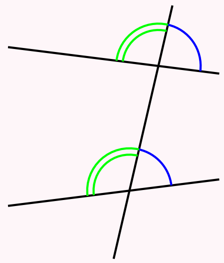
- Un **un angle droit** a ses côtés perpendiculaires, il mesure 90°;
- un **angle plat** est constitué de deux angles droits, il mesure 180°;
- un **angle nul** est constitué de deux côtés superposés, il mesure 0°;
- un **angle aigu** est inférieur à un angle droit, il mesure entre 0° et 90°;
- un **angle obtus** est supérieur à un angle droit, il mesure entre 90° et 180°;
- deux angles sont **complémentaires** quand leur somme vaut un angle droit;
- deux angles sont **supplémentaires** quand leur somme vaut un angle plat;
- deux angles ayant un côté et le sommet en commun sont **adjacents** .



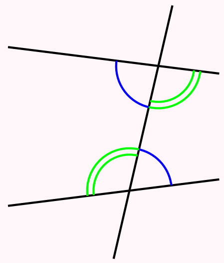
- $\widehat{EOE}$ est nul;
- $\widehat{EOD}$ est aigu;
- $\widehat{EOC}$ est droit;
- $\widehat{EOB}$ est obtus;
- $\widehat{EOA}$ est plat;
- $\widehat{EOD}$ et $\widehat{DOC}$ sont complémentaires;
- $\widehat{EOD}$ et $\widehat{DOA}$ sont supplémentaires;
- $\widehat{EOD}$ et $\widehat{DOA}$ sont adjacents.

Définitions et propriétés

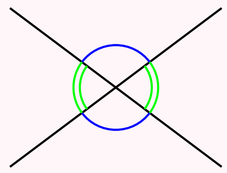
Soient d, d' deux droites et Δ une droite sécante avec d et d'.



Angles correspondants



Angles alternes-internes

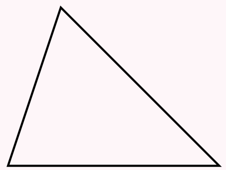


Angles opposés par le sommet

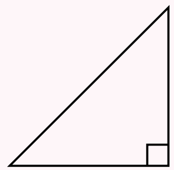
- **Si** $(d)//(d')$ **alors** les angles correspondants sont égaux. La réciproque est vraie.
- **Si** $(d)//(d')$ **alors** les angles alternes-internes sont égaux. La réciproque est vraie.
- Deux angles opposés par le sommet sont égaux.

Définitions et propriétés

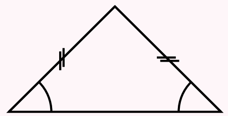
Un **triangle** est un polygone a trois côtés.
Un triangle est **rectangle** si un de ses angles est droit.
Un triangle est **isocèle** si deux côtés sont égaux.
Un triangle est **équilatéral** si les trois côtés sont égaux.



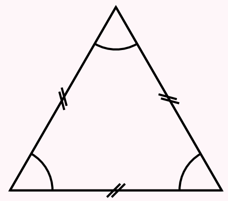
Triangle quelconque



Triangle rectangle



Triangle isocèle



Triangle équilatéral

Propriété

Dans un triangle, la somme des trois angles vaut un angle plat soit 180°.

Conséquences :

- Les trois angles d'un triangle équilatéraux sont égaux à 60°.
- Dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires.
- Dans un triangle rectangle isocèle, les deux angles aigus sont égaux à 45°.
- Un triangle ne peut possèder qu'un seul angle obtus.

Les quadrilatères

Définition

Un **quadrilatère** est un polygone ayant quatre côtés.
Un **trapèze** est un quadrilatère ayant deux côtés parallèles.
Un **trapèze rectangle** est un trapèze ayant un angle droit (et donc deux !).
Un **parallèlogramme** est un quadrilatère ayant des côtés opposés parallèles.
Un **rectangle** est un quadrilatère ayant quatre angles droits.
Un **losange** est un quadrilatère dont les quatre côtés sont égaux.
Un **carré** est un quadrilatère rectangle et losange.

Propriétés du parallélogramme

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors :
— ses diagonales se coupent en leur milieu ;
— ses côtés opposés sont parallèles deux à deux ;
— ses côtés opposés sont égaux deux à deux.

Propriétés du losange

Si un quadrilatère est un losange alors :
— c'est un parallélogramme ;
— ses diagonales sont perpendiculaires ;
— ses côtés sont égaux.

Propriétés du rectangle

Si un quadrilatère est un **rectangle** alors :
— c'est un parallélogramme ;
— ses diagonales sont de même longueur ;
— il a quatre angles droits.

Propriétés du carré

Si un quadrilatère est un **carré** alors :
— c'est un parallélogramme, c'est rectangle, c'est un losange ;
— ses diagonales sont perpendiculaires et de même longueur ;
— il a quatre angles droits et quatre côtés égaux.

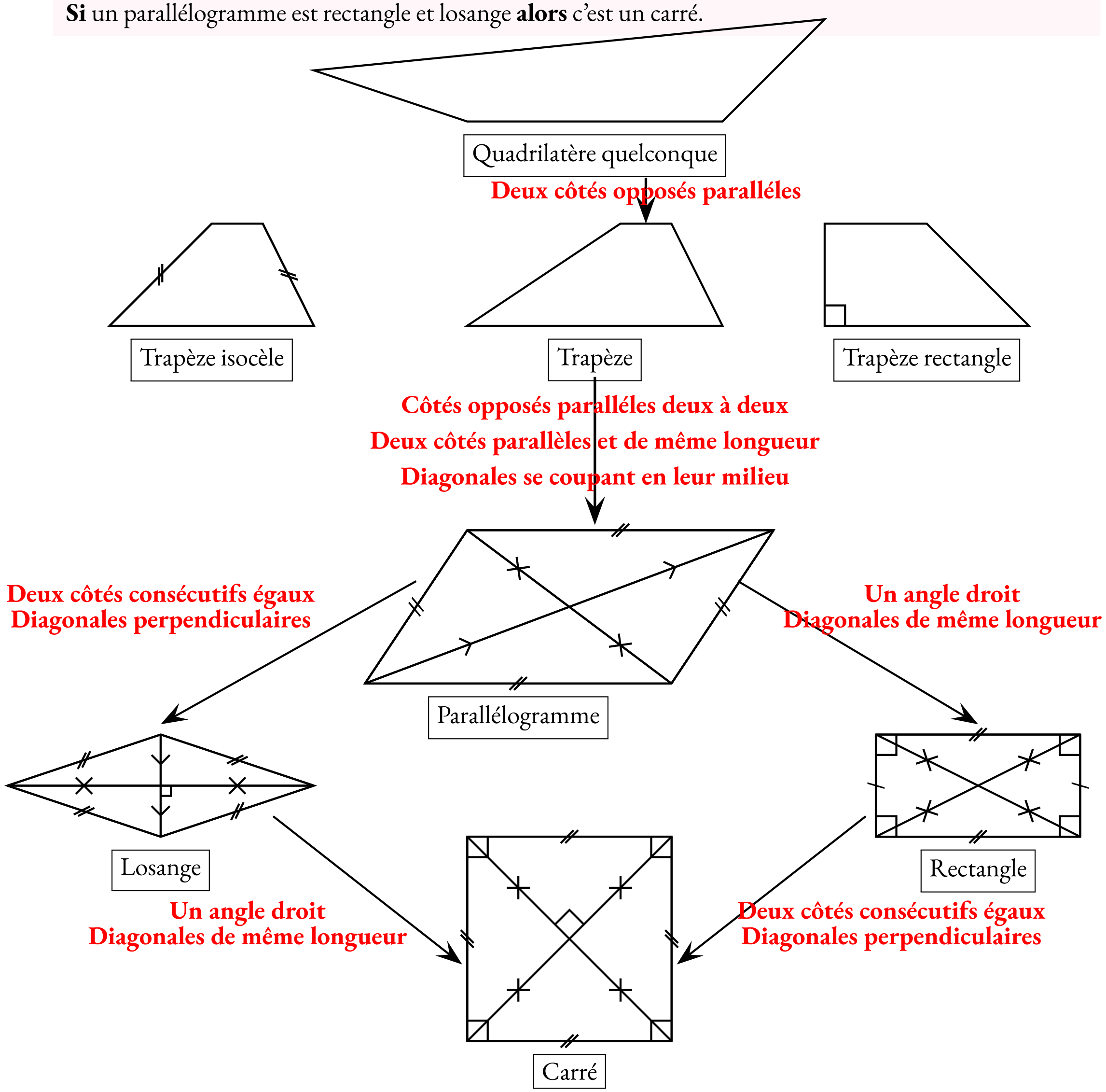
Propriétés caractéristiques

Dans cette propriété, les quadrilatères sont supposés non croisés.

Si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu **alors** c'est un parallélogramme.
Si les côtés opposés d'un quadrilatère sont parallèles deux à deux **alors** c'est un parallélogramme.
Si les côtés opposés d'un quadrilatère sont égaux deux à deux **alors** c'est un parallélogramme.

Si les diagonales d'un parallélogramme sont de même longueur **alors** c'est un rectangle.
Si un parallélogramme a un angle droit **alors** c'est un rectangle.
Si les diagonales d'un parallélogramme sont perpendiculaires **alors** c'est un losange.
Si deux côtés consécutifs d'un parallélogramme sont égaux **alors** c'est un losange.

Si un parallélogramme est rectangle et losange **alors** c'est un carré.



Triangles égaux et semblables

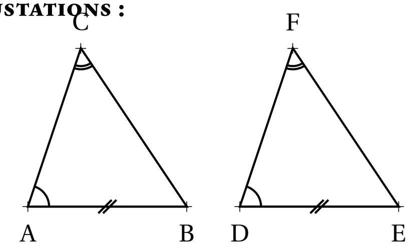
Définition : triangles égaux

Deux triangles sont égaux s'ils sont superposables.
Cela signifie que leurs trois côtés et leurs trois angles sont égaux.

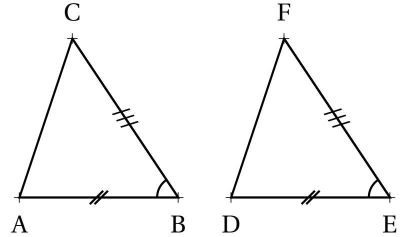
Propriétés

Deux triangles sont égaux quand ils ont un côté de même longueur et deux angles de même mesure.
Deux triangles sont égaux quand ils ont deux côtés de même longueur et l'angle formé par ces côtés de même mesure.

Illustrations :



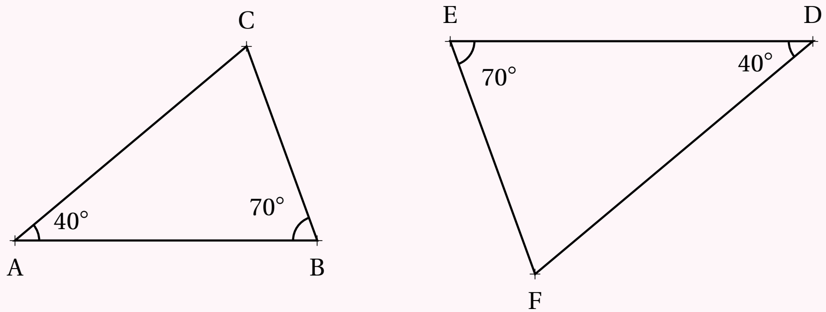
AB = DE, $\widehat{CAB} = \widehat{FDE}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$
Les triangles ABC et DEF sont égaux.



AB = DE, BC = EF et $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$
Les triangles ABC et DEF sont égaux.

Définition : triangles semblables

On dit que **deux triangles sont semblables** quand leurs trois angles sont égaux deux à deux.



Dans ce cas, les côtés sont associés deux à deux, on dit qu'ils sont **homologues** .
Par exemple ci-dessus, [AB] et [ED] sont homologues, ainsi que [BC] et [EF] ou [AC] et [FD].

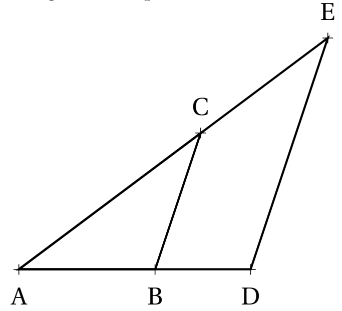
Propriétés

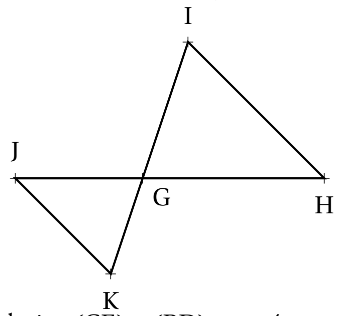
Si deux triangles ont deux angles égaux deux à deux alors ils sont **semblables**.
Si deux triangles sont semblables alors l'un est l'**agrandissement** de l'autre.
Si deux triangles sont semblables alors l'un est la **réduction** de l'autre.
Si deux triangles sont **égaux** alors ils sont **semblables**.
Si deux triangles sont semblables alors leurs côtés sont **proportionnels**.

Exemples fondamentaux :

Thalès

Dans une configuration géométrique relevant du théorème de Thalès, les triangles sont semblables.



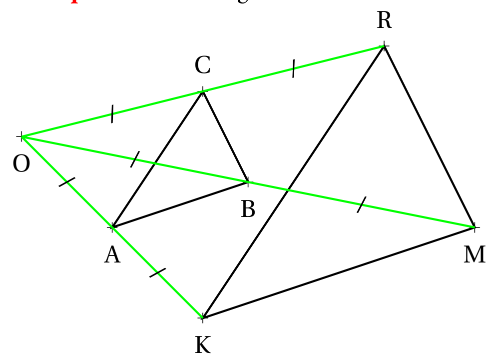


Comme les droites (CB) et (ED) sont parallèles et que les droites (CE) et (BD) sont sécantes,
les triangles ACB **et** AED **sont semblables.**

Comme les droites (JK) et (IH) sont parallèles et que les droites (JH) et (KI) sont sécantes,
les triangles GIH **et** GJK **sont semblables.**

Homothétie

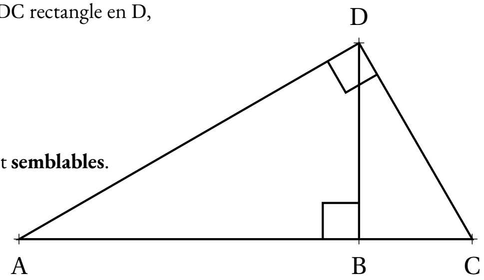
Deux triangles images l'un de l'autre par une **homothétie** sont **semblables**.
On dit aussi qu'ils sont **homothétiques** . Deux triangles dans une situation de Thalès sont **homothétiques** .



ABC est l'image du triangle KMR par l'homothétie de centre O et de coefficient $\frac{1}{2}$.
Ces triangles sont semblables.

Un grand classique :

Notons $\alpha = \widehat{DAB}$.
Comme la somme des angles dans un triangle vaut 180°, dans le triangle ADC rectangle en D,
$\widehat{DCB} = 90° - \alpha$.
On dit souvent que $\widehat{DAB}$ et $\widehat{DCB}$ sont **complémentaires** .
Dans le triangle ADB rectangle en B, pour la même raison $\widehat{ADB} = 90° - \alpha$.
Dans le triangle DBC rectangle en B, de même, $\widehat{BDC} = \alpha$
Les triangles ADC, ABD et DBC ont leurs angles égaux deux à deux : ils sont **semblables**.
Ces trois triangles ont donc des côtés proportionnels.
Ils sont des agrandissements/réductions les uns des autres.



Solides et volumes

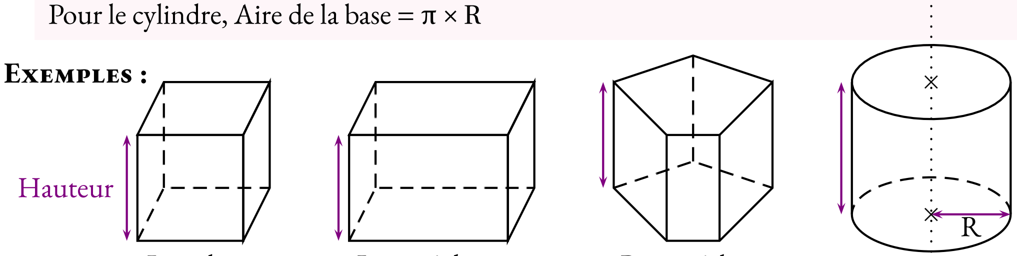
Les prismes droits et le cylindre

Un **prisme droit** est un polyèdre constitué par deux faces polygonales parallèles et superposables reliées par des faces rectangulaires.
Un **cylindre** est un solide constitué par deux disques parallèles, de même rayon, reliés par une surface de révolution.
Les deux faces parallèles sont **les bases** du solide.
La distance entre les base est **la hauteur** du solide.
Le volume d'un cylindre ou d'un prisme droit est donné par la formule :

$$\text{Volume} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

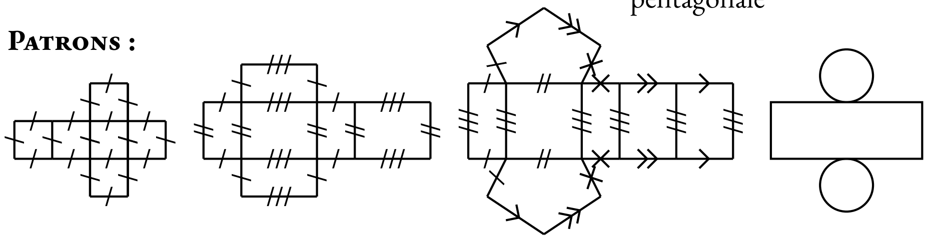
Pour le cylindre, Aire de la base $= \pi \times R$

Exemples :



Le cube — Le pavé droit — Prisme à base pentagonale — Cylindre droit

Patrons :



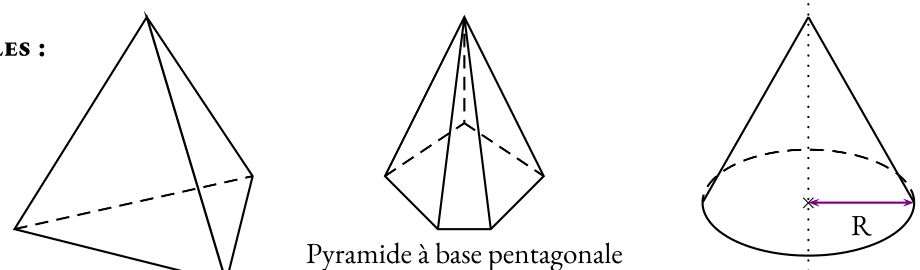
Les pyramides et le cône

Une **pyramide** est un polyèdre constitué d'une base polygonale et d'un sommet principal reliés par des faces triangulaires.
Un **cône** est un solide constitué d'une base circulaire et d'un sommet principal relié par une surface de révolution.
La **hauteur** est la distance entre la base et le sommet principal.
Dans un cône, un segment reliant le sommet principal et un point du cercle de base s'appelle **une génératrice** .

$$\text{Volume} = \frac{1}{3}\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

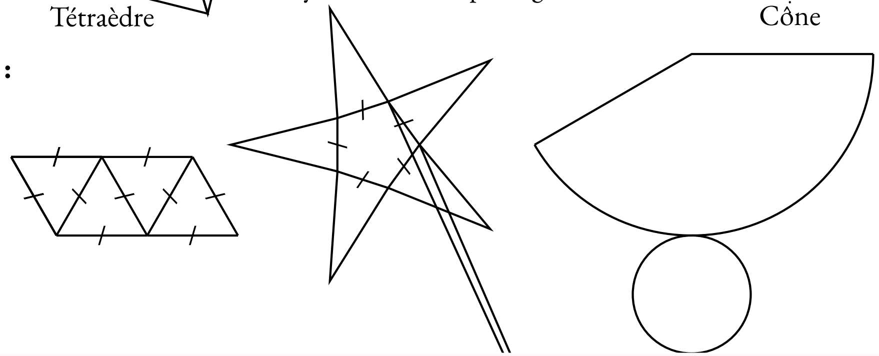
Dans le cas du cône, Aire de la base $= \pi \times R$.

Exemples :



Tétraèdre — Pyramide à base pentagonale — Cône

Patrons :

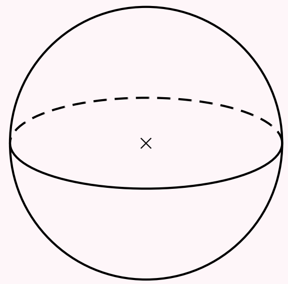


La sphère et la boule

Une **sphère** de centre O et de rayon R est une surface constituée des points situés exactement à la distance R du centre O.
Une **boule** de centre O et de rayon R est un solide constitué des point situées à une distance inférieure ou égale à R du centre O.
La sphère ne possède pas de patron.

$$\text{Aire de la sphère} = 4\pi R^2$$

$$\text{Volume de la boule} = \frac{4}{3}\pi R^3$$



Unités et conversion

Un mètre cube ($1\ m^3$) est le volume d'un cube de 1 m de côté.

$1\ m^3 = 1000\ dm^3$	$1\ L = 1\ dm^3$	$1\ L = 1000\ mL$
$1\ m^3 = 1\,000\,000\ cm^3$	$1\ L = 1000\ cm^3$	$1\ cm^3 = 1\ cm^3$
$1\ m^3 = 1\,000\,000\,000\ mm^3$	$1\ m^3 = 1000\ L$	$1\ mL = 1000\ mm^3$

Coefficient d'agrandissement/réduction

Si on multiplie les longueurs d'une figure par un nombre $k > 0$ alors les aires sont multpliées par k^2 et les volumes par k^3.

Cercle, disque, sphère et boule

Le plan : cercle et disque

R un nombre positif ou nul, O un point du plan.

Le cercle de centre O et de rayon R est un **courbe** constituée de tous les points du plan situés à exactement la distance R du centre O.

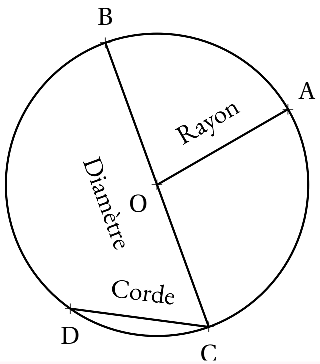
Le disque de centre O et de rayon R est une **surface** constituée de tous les points du plan situés à une distance inférieure ou égale à R du centre O.

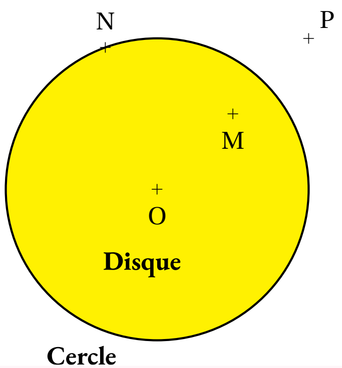
Vocabulaire

Un **rayon** est un segment joignant le centre à un point quelconque du cercle.
Une **code** est un segment joignant deux points du cercle.
Un **diamètre** est une corde passant par le centre du cercle.

La longueur d'un rayon s'appelle **le rayon du cercle** , on utilise le même nom pour le segment et sa longueur.
Le diamètre a une longueur égale au double du rayon du cercle.
La longueur maximale d'une corde est égale au diamètre du cercle.

Illustrations :





$OM < R$

$ON = R$

$OP > R$

Périmètre et aire

Le **périmètre** d'un cercle de rayon R mesure sa longueur, il vaut : $\mathbf{2\pi R}$.
L'**aire** d'un disque de rayon R mesure sa surface, elle vaut : $\mathbf{\pi R^2}$

L'espace : sphère et boule

R un nombre positif ou nul, O un point de l'espace.

La **sphère** de centre O et de rayon R est une **surface** constituée de tous les points de l'espace situés à exactement la distance R du centre O.

La **boule** de centre O et de rayon R est un **volume** constitué de tous les points de l'espace situés à une distance inférieure ou égale à R du centre O.

Aire et volume

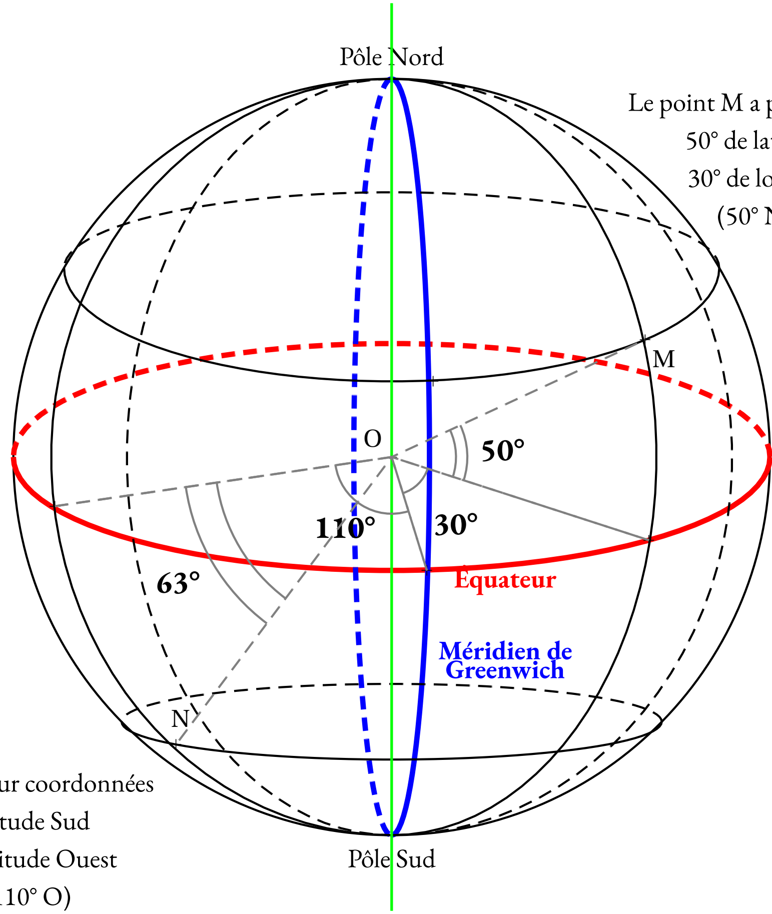
L'**aire** d'une sphère R mesure sa surface, elle vaut : $\mathbf{4\pi R^2}$.

Le **volume** d'une boule de rayon R mesure son volume, elle vaut : $\mathbf{\frac{4}{3}\pi R^3}$

Coordonnées géographique

Soit une sphère de rayon R et de centre O.
Un **grand cercle** de la sphère est un cercle de rayon R et de centre O.
Un grand cercle partage la sphère en deux **hémisphères** .
Sur la **sphère terrestre** , l'**équateur** et les **méridiens** sont des grands cercles.
Un **parallèle** est un cercle de la sphère terrestre situé à l'intersection avec un plan parallèle au plan équatorial.
Tout les points de la sphère situés sur un même parallèle sont à la même **latitude** .
Un **méridien** est un cercle de la sphère terrrestre passant par les pôle Nord et Sud.
Tous les points de la sphère situés sur un même méridien sont à la même **longitude** .

Exemples :



Le point M a pour coordonnées
50° de latitude Nord
30° de longitude Est
(50° N; 30° E)

Le point N a pour coordonnées
63° de latitude Sud
110° de longitude Ouest
(63° S; 110° O)

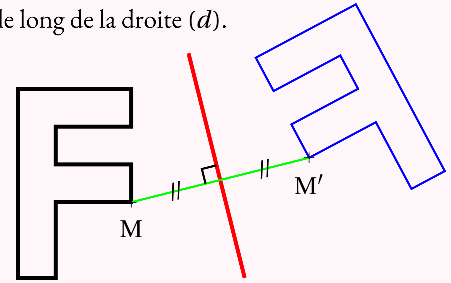
Les transformations

La symétrie axiale

(d) une droite et M un point du plan.

L'image du point M par la **symétrie d'axe** la droite (d) est l'unique point M′ vérifiant :
$(d) \perp (\mathrm{MM'})$ et (d) coupe $[\mathrm{MM'}]$ en son milieu.
Cela revient à dire que (d) est la **médiatrice** de $[\mathrm{MM'}]$.

C'est le résultat d'un **pliage** le long de la droite (d).

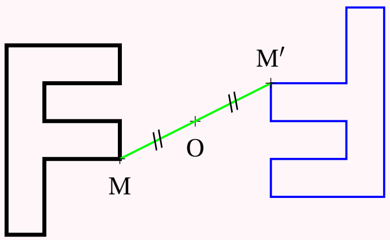


La symétrie centrale

O et M deux points du plan.

L'image du point M par la **symétrie de centre** O est l'unique point M′ vérifiant O est le milieu de $[\mathrm{MM'}]$.

C'est le résultat d'un **demi-tour** autour du point O.

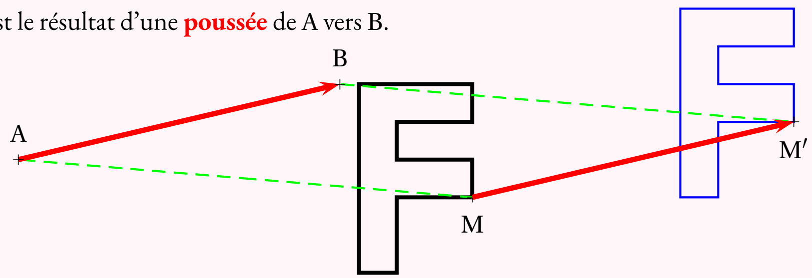


La translation

A, B et M trois points du plan.

L'image du point M par la **translation** qui transforme A en B est l'unique point M′ vérifiant ABM′M est un parallélogramme.

C'est le résultat d'une **poussée** de A vers B.



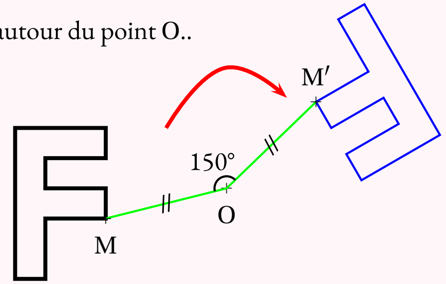
La rotation

O, et M deux points du plan.

L'image du point M par la **rotation** d'angle α dans le sens des aiguilles d'une montre l'unique point M′ vérifiant $\mathrm{OM} = \mathrm{OM'}$ et $\widehat{\mathrm{MOM'}} = \alpha$.

C'est le résultat d'une **rotation** autour du point O..

Rotation d'angle $\alpha = 150°$
dans le sens des aiguilles
d'une montre



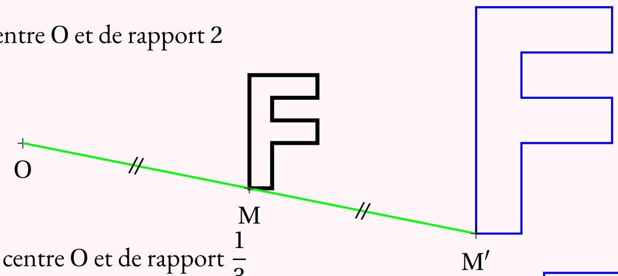
L'homothétie

O, et M deux points du plan.

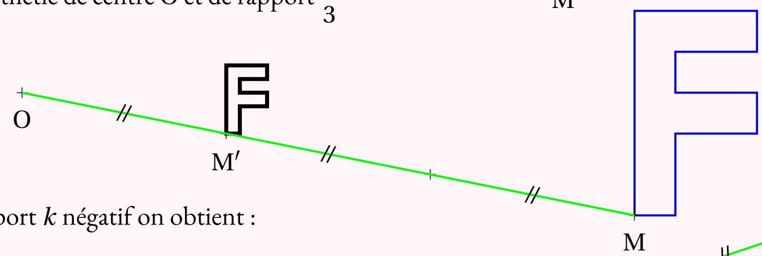
L'image du point M par l'**homothétie** de centre O et de rapport $k > 0$ est l'unique point M′ vérifiant $\mathrm{OM} = k\mathrm{OM'}$ et $\mathrm{M'} \in [\mathrm{OM})$.

C'est le résultat d'un **agrandissement/réduction** de rapport k depuis le point O.

Homothétie de centre O et de rapport 2

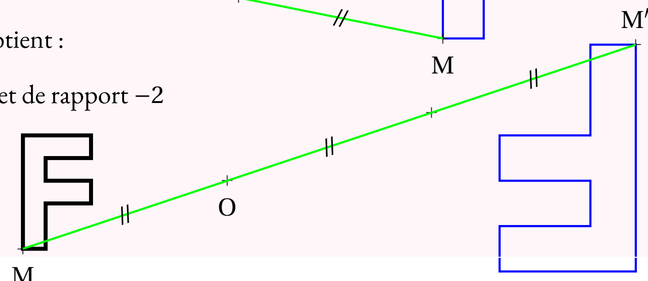


Homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{3}$



Pour un rapport k négatif on obtient :

Homothétie de centre O et de rapport -2



Propriétés

La symétrie axiale, la symétrie centrale, la translation et la rotation sont des **isométries** : elles ne modifient pas les angles et les longueurs.
L'homothétie ne modifie pas les angles. Elle agrandit ou réduit les longueurs.

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr

- **Dernière modification :** 23 juin 2024 à 16:22

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTex 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprennant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code defini un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.