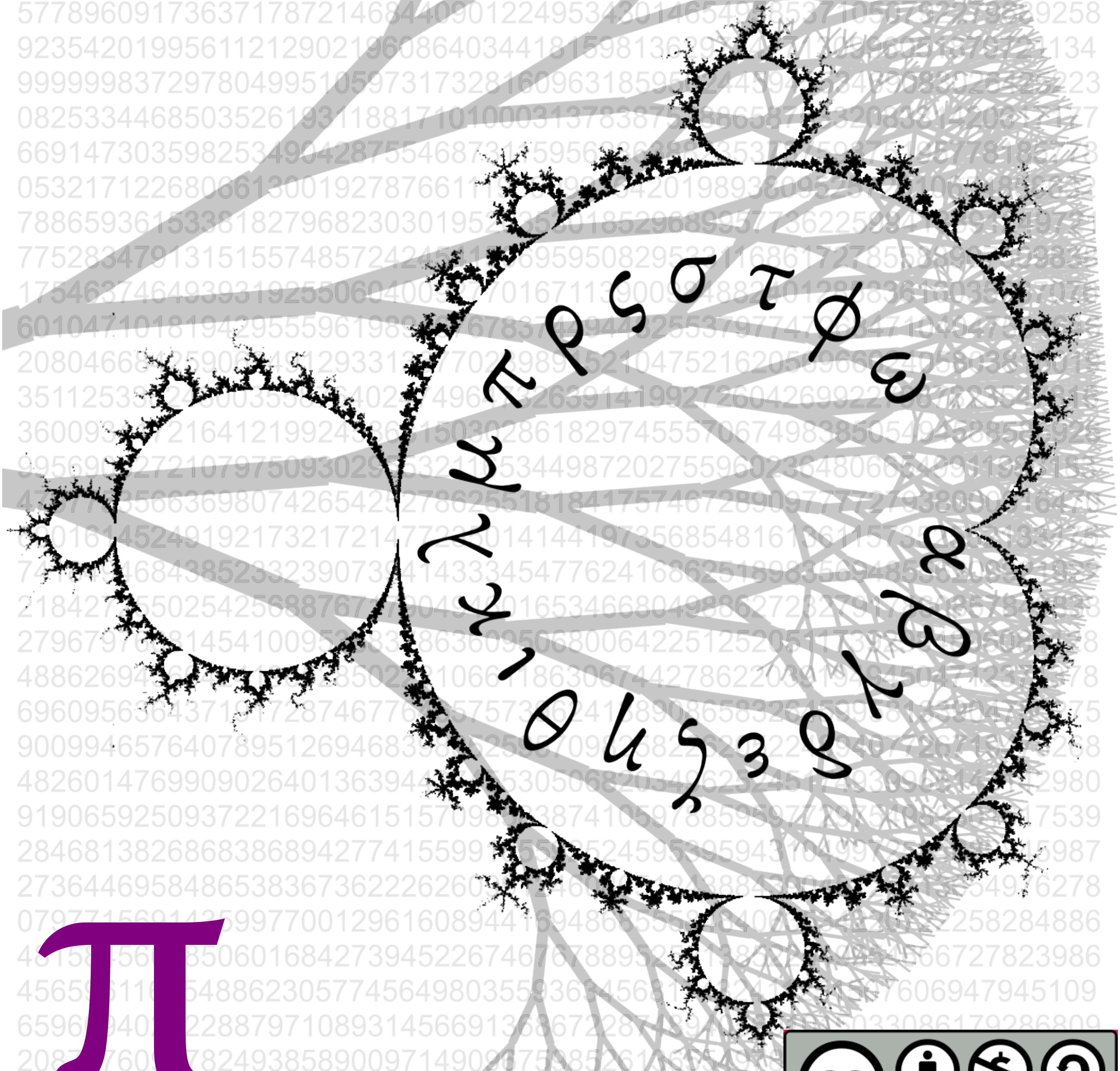
Quatrième
Cours
Mathématiques



π

Collège Vauquelin

Année scolaire 2023-2024

Version du 23 juin 2024

Table des matières

Chapitre I

Les nombres relatifs

Sommaire

Cryptographie

Chiffre de César

Quatrieme

Additionner une lettre et un nombre

Nous allons créer une nouvelle opération mathématique, l'addition entre les lettres de l'alphabet et les nombres entiers. Pour ne pas confondre cette opération étrange avec l'addition habituelle, nous allons utiliser un nouveau symbole ⊕. Avant d'effectuer cette opération il est nécessaire de numéroter les 26 lettres de l'alphabet de la manière suivante :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Pour ajouter un nombre entier à une lettre on applique l'algorithme suivant :

- effectuer la somme du numéro de la lettre et du nombre entier;
- si la somme est comprise entre 0 et 25, ne rien faire;
- sinon retirer 26 à cette somme jusqu'à obtenir un nombre entier compris entre 0 et 25 (il faut parfois effectuer plusieurs fois cette soustraction!);
- le résultat est la lettre qui correspond au numéro obtenu.

☞ Effectuer les additions suivantes :

A ⊕ 1 = D ⊕ 9 = T ⊕ 8 = A ⊕ 26 = R ⊕ 32 =

Z ⊕ 1 = M ⊕ 8 = M ⊕ 13 = L ⊕ 27 = L ⊕ 100 =

Le chiffre de César

On appelle chiffre de César toutes les méthodes de cryptage qui consistent à décaler les lettres de l'alphabet d'un nombre de rang fixé ce qui revient à ajouter un nombre entier secret aux lettres en utilisant la méthode précédente. Le nombre entier secret s'appelle ***la clé de cryptage****. La connaissance de cette clé permet de décrypter le message. L'histoire atteste que l'empereur romain Jules Cesar (Rome -102 — Rome -44) utilisait ce chiffre en décalant les lettres de 3 rangs.*

☞ Combien il y a-t-il de clés de cryptages différentes pour un chiffre de César?

☞ Cryptez la citation suivante du logicien britannique Bertrand Russel (Trellech 1872 — Penrhyndeudraeth 1970) en utilisant le chiffre de César dont la clé est 10.

« LES MATHEMATIQUES PEUVENT ETRE DEFINIES COMME UNE SCIENCE DANS LAQUELLE ON NE SAIT JAMAIS DE QUOI ON PARLE NI SI CE QU ON DIT EST VRAI »

☞ Pour vous aider dans cette tâche, vous devez compléter le tableau suivant. Avant cela calculez A ⊕ 10 = .

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

Cryptage :

Cryptanalyse d'un chiffre de César

Voici une citation du journaliste Laurent Lemire chiffrée avec un code de César :

YRFZN GURZN GVDHR FABAG CRHGR GEREV RANIB VENIR PYNIV RDHBG VQVRA ARRYY RFVAG RERFF RAGAR NAZBV AFQVN OYRZR AGYRF ZVYVG NVERF QRCHV FDHRY YRFCR EZRGG RAGQR PNYPH YREYN GENWR PGBVE RQHAC EBWRP GVYR

☞ Quelles sont les cinq lettres qui apparaissent le plus dans ce texte chiffré ?

Voici les lettres de l'alphabet français les plus fréquentes dans un texte quelconque :

E	A	I	S	T	N	R	U	L	O	D	M	P	C	V	Q	G
16%	9%	8%	8%	7%	7%	6%	6%	5%	4%	3%	3%	3%	3%	2%	1%	1%

Le philosophe arabe Abū Yūsuf Ya'qūb ibn Isḥāq al-Kindī dit Al-Kindi (Koufa 801 — Bagdad 873) au IXe siècle fait la plus ancienne description de l'analyse fréquentielle. Il est très probable que cette analyse soit née des travaux effectués pour reconstituer la chronologie des révélations du Coran1. Il expose alors les fondements de cette méthode de cryptanalyse dans son traité intitulé Manuscrit sur le déchiffrement des messages cryptographiques. Il montre qu'un message chiffré conserve la trace du message clair original en gardant les fréquences d'apparitions de certaines lettres.

☞ En observant la fréquence d'apparition des lettres dans le texte chiffré, déterminer la clé correspondant à ce code de César.
☞ Compléter le tableau suivant :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

☞ Déchiffrer ensuite ce message.

Décryptage :

Le ROT13 (rotate by 13 places) est un cas particulier du chiffre de César, un algorithme simpliste de chiffrement de texte. Comme son nom l'indique, il s'agit d'un décalage de 13 caractères de chaque lettre du texte à chiffrer. Son principal aspect pratique est que le codage et le décodage se font exactement de la même manière. Bien qu'il ne soit pas évident de lire un texte une fois qu'il est chiffré avec ROT13, ce chiffrement est inapproprié pour conserver des secrets en sécurité. Il est plutôt utilisé dans les pages web pour ne pas dévoiler à tous des solutions de jeux, des fins de films ou pour ne pas divulgâcher l'intrigue d'une série…

Cryptographie

Chiffre de César — Correction

À rédiger

Moins c'est rouge et plus c'est noir !

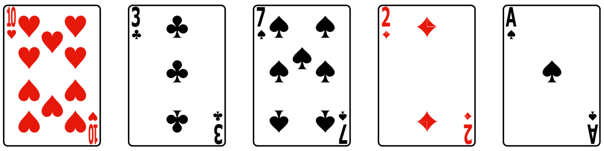
Quatrieme

Situation Initiale

Chaque binôme a un paquet de 20 cartes, 10 cartes rouges et 10 cartes noires, numérotées pour chaque couleur de 1 à 10. Les cartes rouges (carreau et coeur) symbolisent des nombres négatifs (« être dans le rouge », quand le compte bancaire est à découvert), les cartes noires (pique et trèfle) correspondent à des nombres positifs.

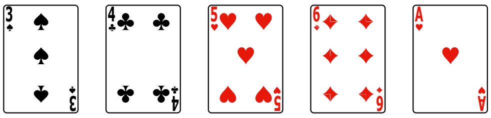
Chacun des joueurs piochent, sans les montrer, 5 cartes. Chacun effectue la somme des nombres relatifs correspondants.

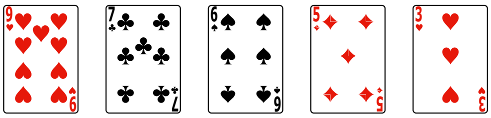
Par exemple, en observant cette main, déterminer la somme correspondante :

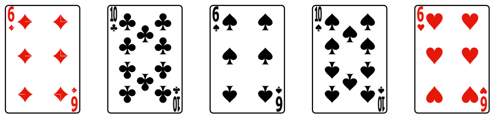


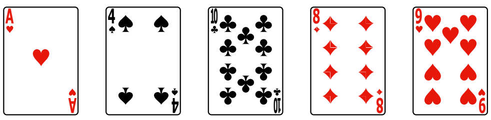
$(-10) + (+3) + (+7) + (-2) + (+1) =$

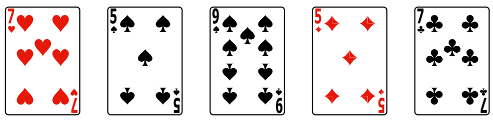
Noter en dessous de chacune des mains suivantes, la somme puis effectuer le calcul, mentalement.



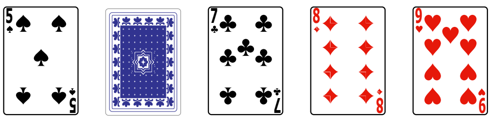




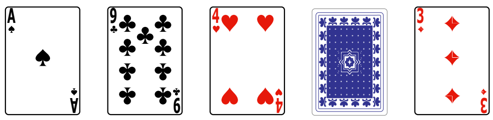




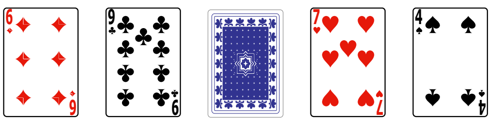
Pour les mains ci-dessous, on connaît la somme, mais il manque une carte. Déterminer cette carte.



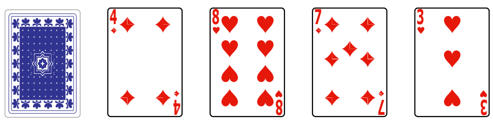
Somme : (-8)



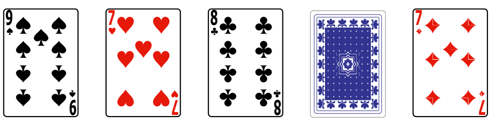
Somme : $(+2)$



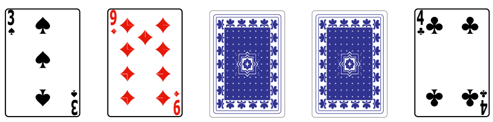
Somme : $(+3)$



Somme : $-15)$



Somme : (-6)



Somme : $(+13)$

Vous allez maintenant jouer à deux en suivant la règle suivante :

- Chacun prend 5 cartes dans le jeu sans les montrer à son adversaire ;
- à son tour, un joueur prend une carte, sans regarder, dans le jeu de l'adversaire puis lui en donne une des siennes ;
- les deux joueurs font alors la somme de leurs cartes ;
- si l'un des deux obtient 0, il a gagné la partie ;
- si après que chaque joueur ait joué 5 fois, aucun n'a obtenu 0, celui qui est le plus près de 0 gagne la partie.

Situation Initiale

Moins c'est rouge et plus c'est noir ! — Correction

I — Définition et comparaison

1 Définition – Notion d'opposé

Définition I.1 : Opposé d'un nombre entier ou décimal

a un nombre entier ou décimal
L'**opposé** du nombre a est l'unique nombre noté $-a$ [1] vérifiant :

$$a + (-a) = 0$$

On dit que a est un nombre **positif** on le note $(+a)$.
Son opposé $(-a)$ est un nombre **négatif** on le note $(-a)$.
Les nombres positifs et négatifs sont des **nombres relatifs** . [2]

Remarque :
Comme $a + (-a) = (-a) + a = 0$ on constate aussi que a est l'opposé du nombre $-a$. **Exemple :**
-5 est l'opposé de 5 et 5 est l'opposé de -5 car $5 + (-5) = 0$
$0 + 0 = 0$ donc 0 est son propre opposé.

2 Comparaison et distance à zéro

Propriété I.1 : Comparaison des relatifs

a et b des nombres entiers ou décimaux positifs.

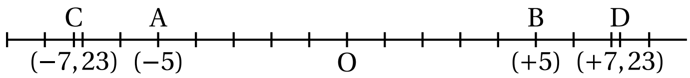
1. $(-a) \leqslant (+b)$
2. Si $(+a) < (+b)$ alors $(-b) < (-a)$

Démonstration :

1. Comme par définitions $(+b) \geqslant 0$ et $(-a) \leqslant 0$ alors $(-a) \leqslant 0 \leqslant (+b)$
2. Si $(+a) < (+b)$ alors $(+a) + (-b) < (+b) + (-b)$ c'est-à-dire $(+a) + (-b) < 0$
   De plus $(+a) + (-b) + (-a) < 0 + (-a)$ d'où $(-b) < (-a)$ [3]

CQFD

Remarque :
Sur la droite graduée on peut positionner ces nombres :

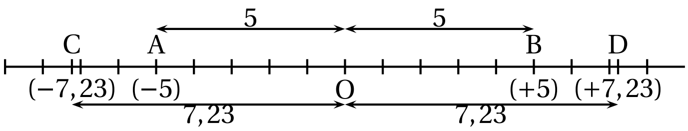


Deux points ayant des abscisses opposés sont symétriques par rapport à l'origine de la droite.
Exemple :
$-10\,000 < -0{,}000\,1$ mais $10\,000 > 0{,}000\,1$

Définition I.2 : Distance à zéro

a un nombre relatif positif ou négatif.
La **distance à zéro** du nombre a est un nombre positif qui correspond à la distance entre l'origine de la droite graduée et le point ayant pour abscisse a.
Deux nombres relatifs opposés ont la même distance à zéro.

Exemples :



La distance à zéro de (-5) et $(+5)$ est 5.
La distance à zéro de $(-7,23)$ et $(+7,23)$ est $7,23$.

II — Somme algébrique des nombres relatifs

1 Somme des nombres relatifs

4

Propriété 1.2 : Somme des nombres relatifs

a et b deux nombres relatifs.

- Si a et b ont le même signe (positif ou négatif) alors la somme $a+b$ est du même signe et sa distance à zéro est égale à la somme des distances à zéro de a et b.
- Si a et b ont des signes différents alors la somme $a+b$ est du signe de celui des deux qui à la plus grande distance à zéro et la distance à zéro de cette somme est égale à la différence des deux distances à zéro.

Démonstration :

Nous raisonnerons sur des exemples génériques :[5]

- $S=(+5)+(+3)$
  $S=5+3=8$: il s'agit de l'addition habituelle sur les nombres décimaux positifs;
- $S=(-5)+(-3)$
  $S+(+5)+(+3)=S+8$ et $S+(+5)+(+3)=(-5)+(-3)+(+5)+(+3)=0$
  Ainsi $S+8=0$ ce qui signifie que S est l'opposé de 8;
  $S=(-8)$
- $S=(-5)+(+3)$
  $S+(-3)=(-5)+(+3)+(-3)=(-5)$ donc $S+(-3)=(-5)$
  S est le nombre qui ajouté à (-3) donne (-5) or on sait que $(-3)+(-2)=(-5)$
  $S=(-2)$
- $S=(+5)+(-3)$
  $S+(-5)+(+3)=(+5)+(-3)+(-5)+(+3)=0$ donc $(+5)+(-3)$ est l'opposé de $(-5)+(+3)$.
  $A=(+2)$

CQFD

Méthode 1.1 : Ajouter des nombres relatifs

Pour ajouter des nombres relatifs il est souvent pratique de commencer par ajouter ensemble les nombres de même signe puis d'effectuer à la fin la somme entre les deux nombres de signes différents.

$A=(-3)+(+6)+(-2)+(+8)+(-4)$
$A=\underbrace{(+8)+(+6)}_{(+14)}+\underbrace{(-3)+(-2)+(-4)}_{(-9)}$
$A=(+14)+(-9)$
$A=(+5)$

2 La soustraction — Somme algébrique

Propriété I.3 : Soustraction des nombres relatifs

Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

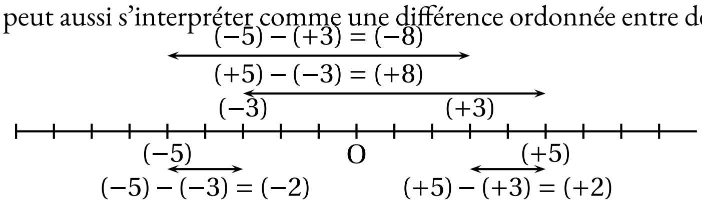
Démonstration :

Démontrons ce résultat sur un exemple générique : [6]
Calculons $D = (-7) - (5)$
On sait que D vérifie $D + (-5) = (-7)$ par définition de la soustraction, D est en effet la différence entre (-7) et (-5) c'est-à-dire le nombre qu'il faut ajouter à (-5) pour obtenir (-7).[7]
$D + (-5) = (-7)$ donc en ajoutant $(+5)$ dans chaque membre on obtient :

$$D + (-5) + (+5) = (-7) + (+5)$$
$$D = (-7) + (+5)$$

CQFD

Exemples :
$(+5) - (+3) = (+5) + (-3) = (+2) = 2$: la soustraction usuelle est devenue une addition. [8]
$(+5) - (-3) = (+5) + (+3) = (+8)$
$(-5) - (-3) = (-5) + (+3) = (-2)$
$(-5) - (+3) = (-5) + (-3) = (-8)$
Interprétation :
La soustraction des nombres relatifs peut aussi s'interpréter comme une différence ordonnée entre deux nombres relatifs.



Convention :
On sait que la somme de relatifs $(+7) + (+6) + (+4)$ revient à la somme habituelle $7 + 6 + 4$
On sait aussi que toutes expressions contenant une soustraction peut s'écrire sous la forme d'une somme :
$(-3) + (+7) - (-4) - (+6) + (-3) = (-3) + (+7) + (+4) + (-6) + (-3)$

On convient dorénavant de ne plus écrire les symboles opératoires + dans une somme. On écrit seulement les nombres relatifs précédés des signes + ou −, signes qui indiquent les caractères positifs ou négatif du nombre.

Ainsi $(-6) + (+7) + (-3) + (-4) = -6 + 7 - 3 - 4$ ou encore $(+7) + (-3) + (-2) + (+3) = 7 - 3 - 2 + 3$: le signe + en première position est sous-entendu.

Méthode I . 2 : Écrire une expression sous forme de somme algébrique
Dans une expression ne contenant que des additions et des soustractions :

- on transforme toutes les soustractions en addition en utilisant la propriété I.3;
- on élimine ensuite les symboles d'addition entre les parenthèses;
- on supprime alors les parenthèses;
- un signe + qui débute l'expression peut être supprimé.

Un moyen commode d'obtenir une expression algébrique consiste à appliquer les règles suivantes :[9]

- on supprime les parenthèses;
- deux signes + ou deux signes − consécutifs deviennent un +;
- une signe − suivi d'un + ou un signe + suivi d'un − devient un −;
- un signe + qui débute l'expression peut être supprimé.

Exemple :

$A = (-5) + (+9) - (-4) - (+3) - (-7)$
$A = -5 + 9 + 4 - 3 + 7$
$A = 20 - 8$
$A = 12$

$B = (+7) - (-4) - (+9) + (-6)$
$B = 7 + 4 - 9 - 6$
$B = 11 - 15$
$B = -4$

III — Produit des nombres relatifs

Propriété 1.4 : Produit de deux nombres relatifs

La distance à zéro du produit de deux nombres relatifs est égale au produit des distances à zéro des deux facteurs.

— le produit de deux nombres de même signe est positif;

— le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.

Démonstration :

Démontrons ce résultat sur un exemple générique.[10]

— produit de deux nombres positifs : $P = (+5) \times (+7)$
C'est le produit usuel.
$P = 35$.

— produit d'un nombre positif par un nombre négatif : $P = (+5) \times (-7)$
Calculons $A = (+5) \times ((-7) + (+7)) = (+5) \times 0 = 0$
En distribuant $(+5)$, $A = (+5) \times (-7) + (+5) \times (+7) = 0$
Ainsi $(+5) \times (-7)$ est l'opposé de $(+5) \times (+7) = (+35)$
$P = (-35)$

— produit d'un nombre négatif par un nombre positif : $P = (-5) \times (+7)$
Comme la multiplication est commutative, $P = (+7) \times (-5) = -35$ d'après le cas précédent.
$P = (-35)$

— produit de deux nombres négatif : $P = (-5) \times (-7)$
Calculons $A = (-5) \times ((-7) + (+7)) = (-5) \times 0 = 0$
En distribuant (-5), $A = (-5) \times (-7) + (-5) \times (+7) = 0$
Ainsi $(-5) \times (-7)$ est l'opposé de $(-5) \times (+7) = (-35)$
$P = (+35)$

CQFD

Exemples :

$(-5) \times (+8) = (-40)$ [11]

On peut maintenant aborder des expressions plus complexes en utilisant les règles de priorités usuelles :

$A = (-5) \times (+7) + (-7) \times (-3)$
$A = -35 + 21$
$A = -14$

$B = (1 - 5 \times 2)(-7 \underbrace{-5 \times 2}_{\text{on effectue} -5\times 2})$
$B = (1 - 10)(-7 - 10)$
$B = -9 \times -17$
$B = 153$

$C = (-3 \times 5 - 5 \times (-2))\,(3 \times (-5) - 6 \times 3)$
$C = (-15 + 10) \times (-15 - 18)$
$C = -5 \times (-33)$
$C = 165$

IV — Quotient des nombres relatifs

Propriété 1.5 : Quotient des nombres relatifs

La distance à zéro du quotient de deux nombres relatifs est éga

Le cygne et les signes

Quatrieme

Pour cet exercice un repère au format portrait est fourni.

1. Dans ce repère placer les points suivants puis relier les segments.

A$(-5;4)$ — B$(-4;5)$ — C$(-3;4)$ — D$(-3;2)$ —- E$(-4;1)$ — F$(0;1)$ — G$(-2;-1)$

H$(-1;-2)$ — I$(-3;-2)$ — J$(-5;0)$ — K$(-5;2)$ — L$(-4;3)$ — M$(-4,4)$

2. On définit maintenant le point $A_1(-5;-4)$ ainsi :

- l'abscisse est la même de l'abscisse du point A ;
- l'ordonnée est l'opposé de l'ordonnée du point A.

Faire de même avec les 12 autres points.

Tracer la figure d'une autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

3. On définit le point $A_2(5;-4)$ ainsi :

- l'abscisse est l'opposé de l'abscisse du point A ;
- l'ordonnée est l'opposé de l'ordonnée du point A.

Faire de même avec les 12 autres points.

Tracer la figure d'une autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

4. On définit le point $A_3(1;-2)$ ainsi :

- l'abscisse est la somme de l'abscisse de A et de 6 ;
- l'ordonnée est la somme de l'ordonnée de A et de -6 ;

Faire de même avec les 12 autres points.

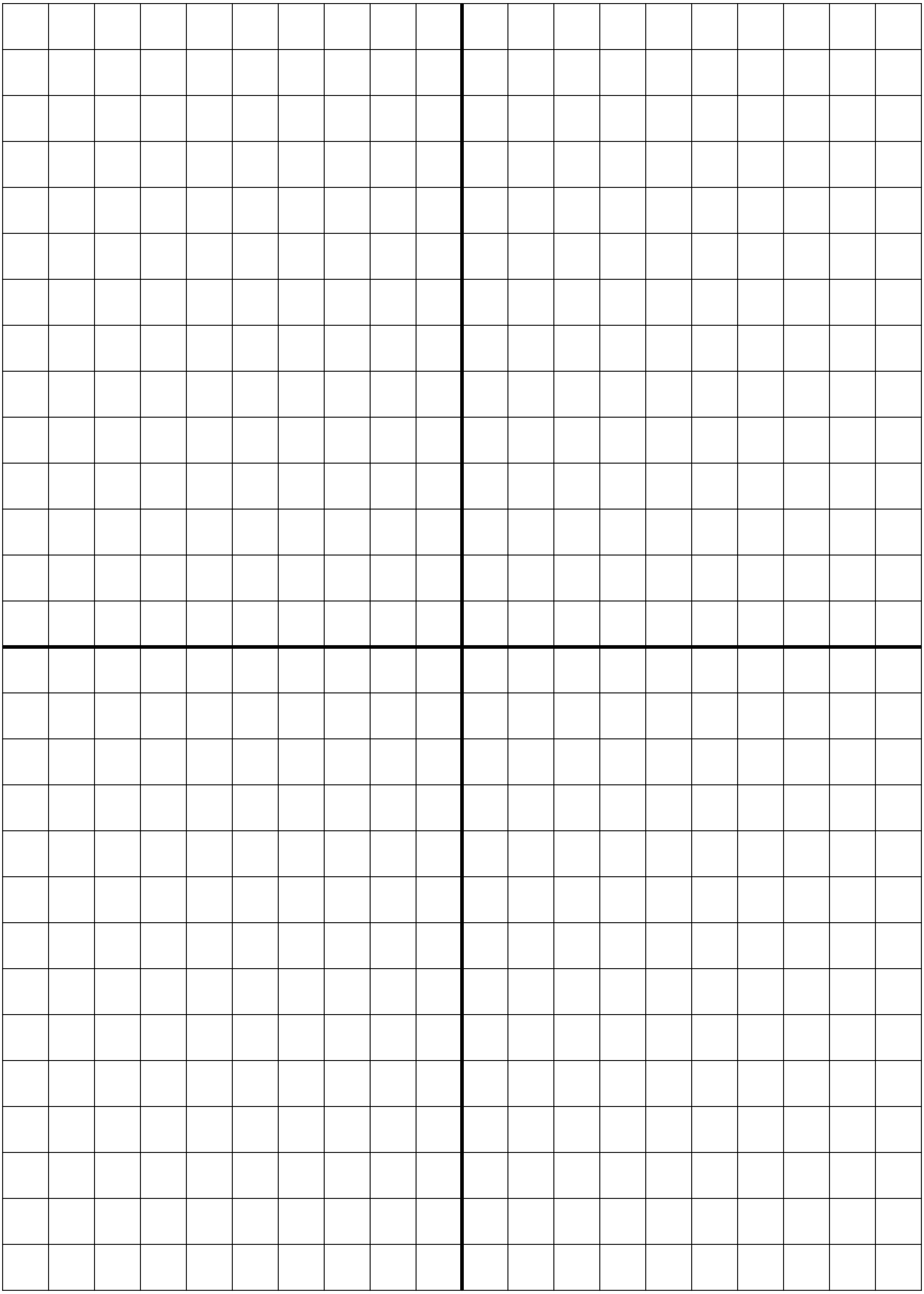
Tracer la figure d'un autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

5. On définit le point $A_4(-10;8)$ ainsi :

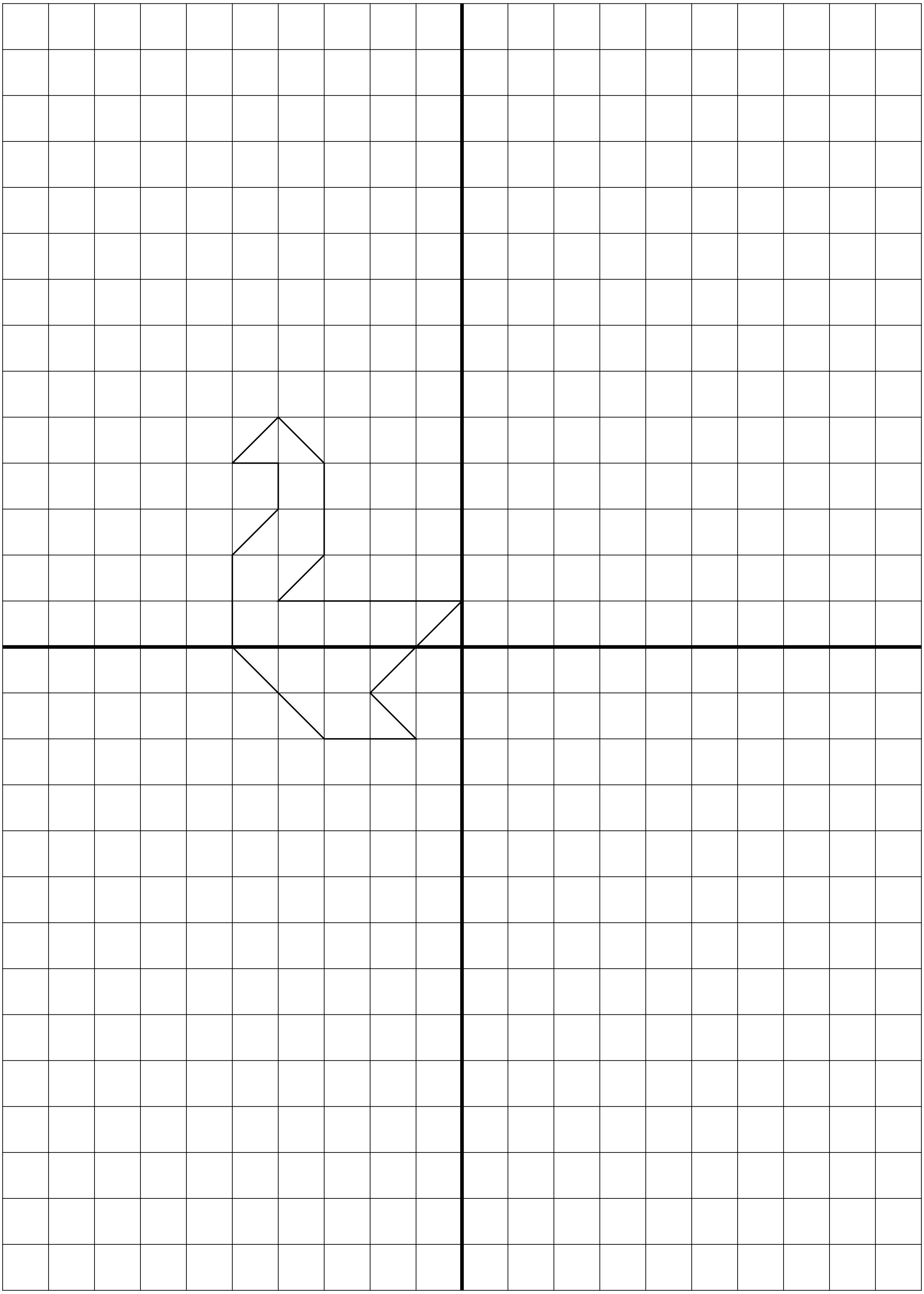
- l'abscisse est le double de l'abscisse de A ;
- l'ordonnée est le double de l'ordonnée de A ;

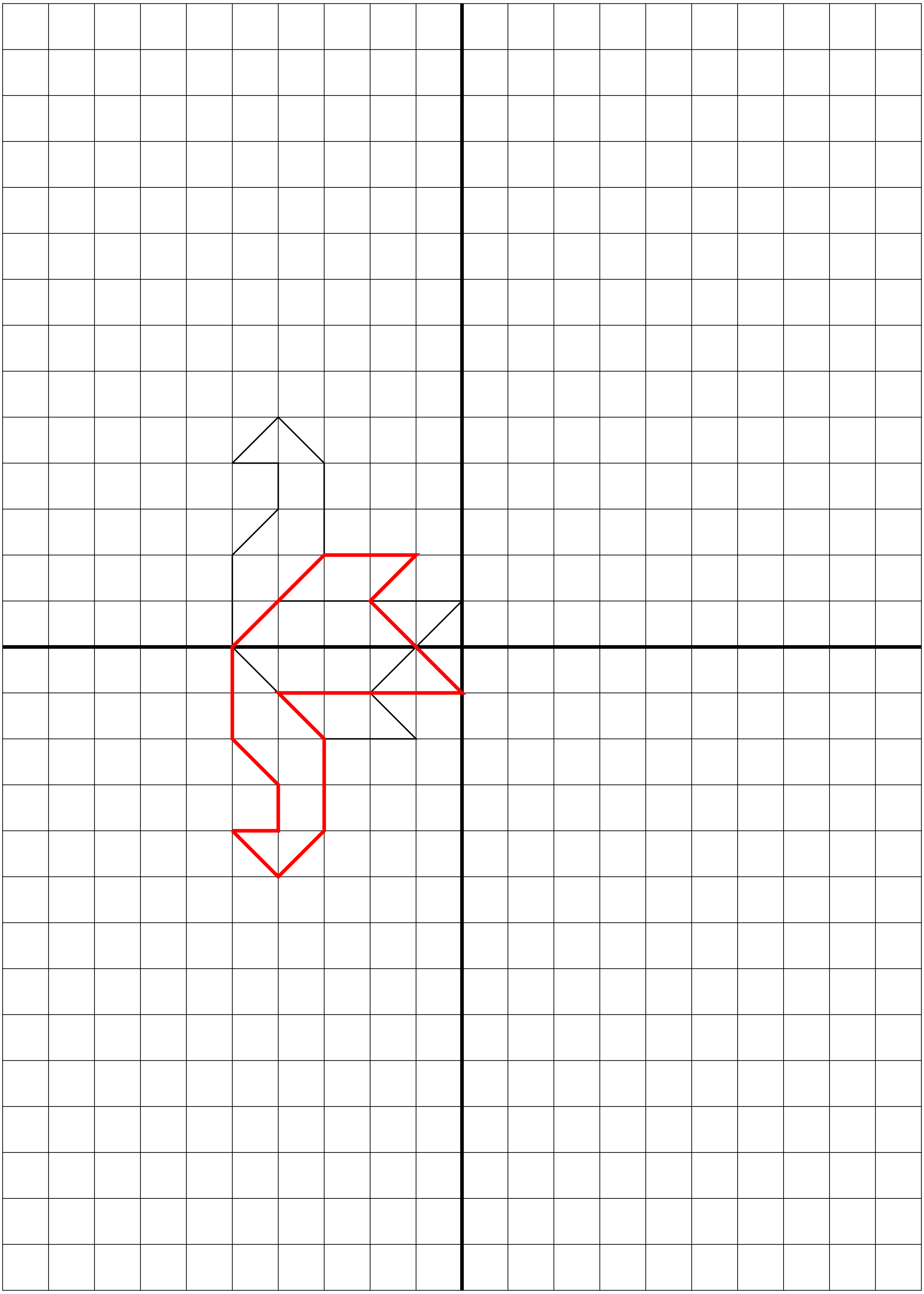
Faire de même avec les 12 autres points.

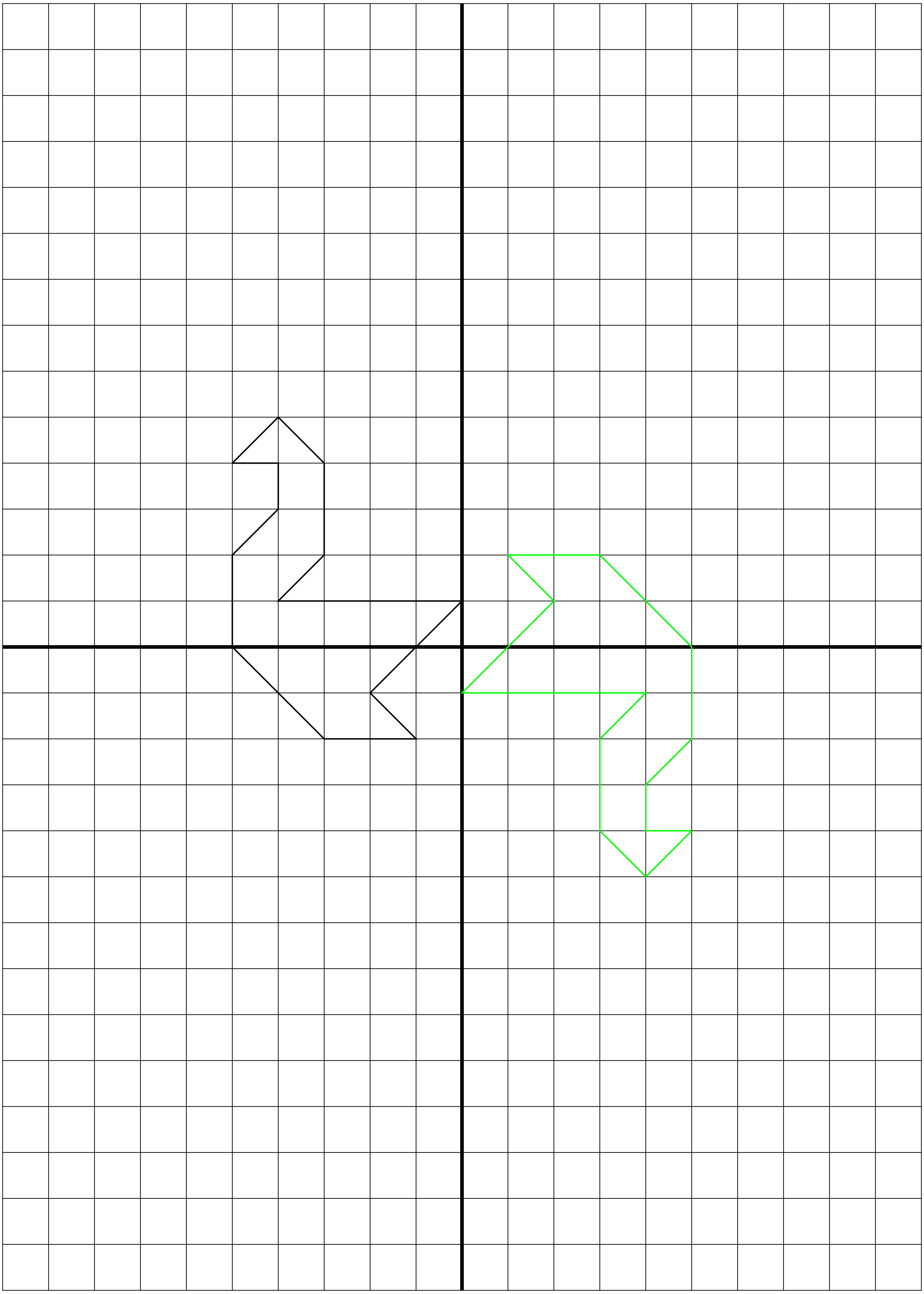
Tracer la figure d'un autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

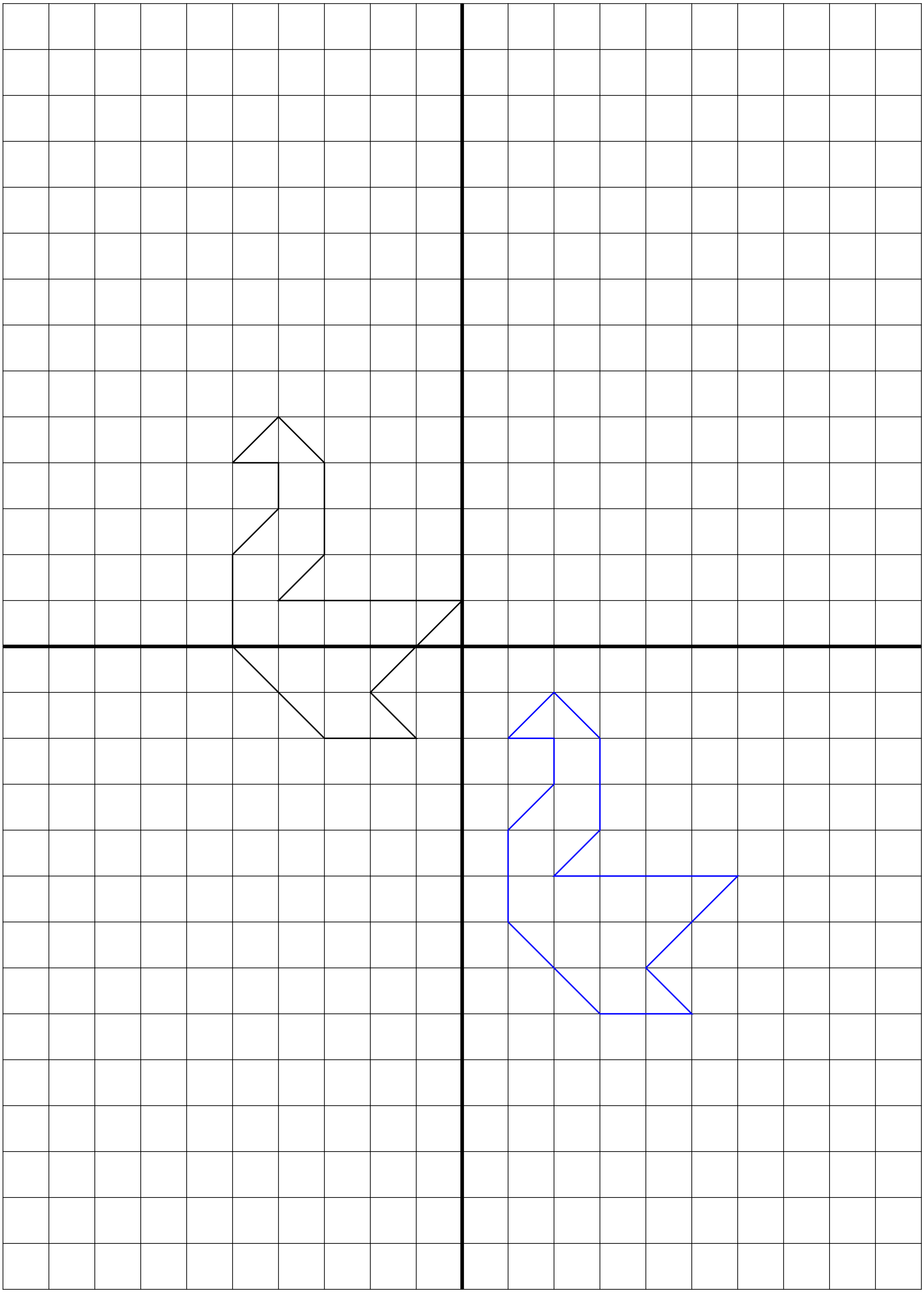


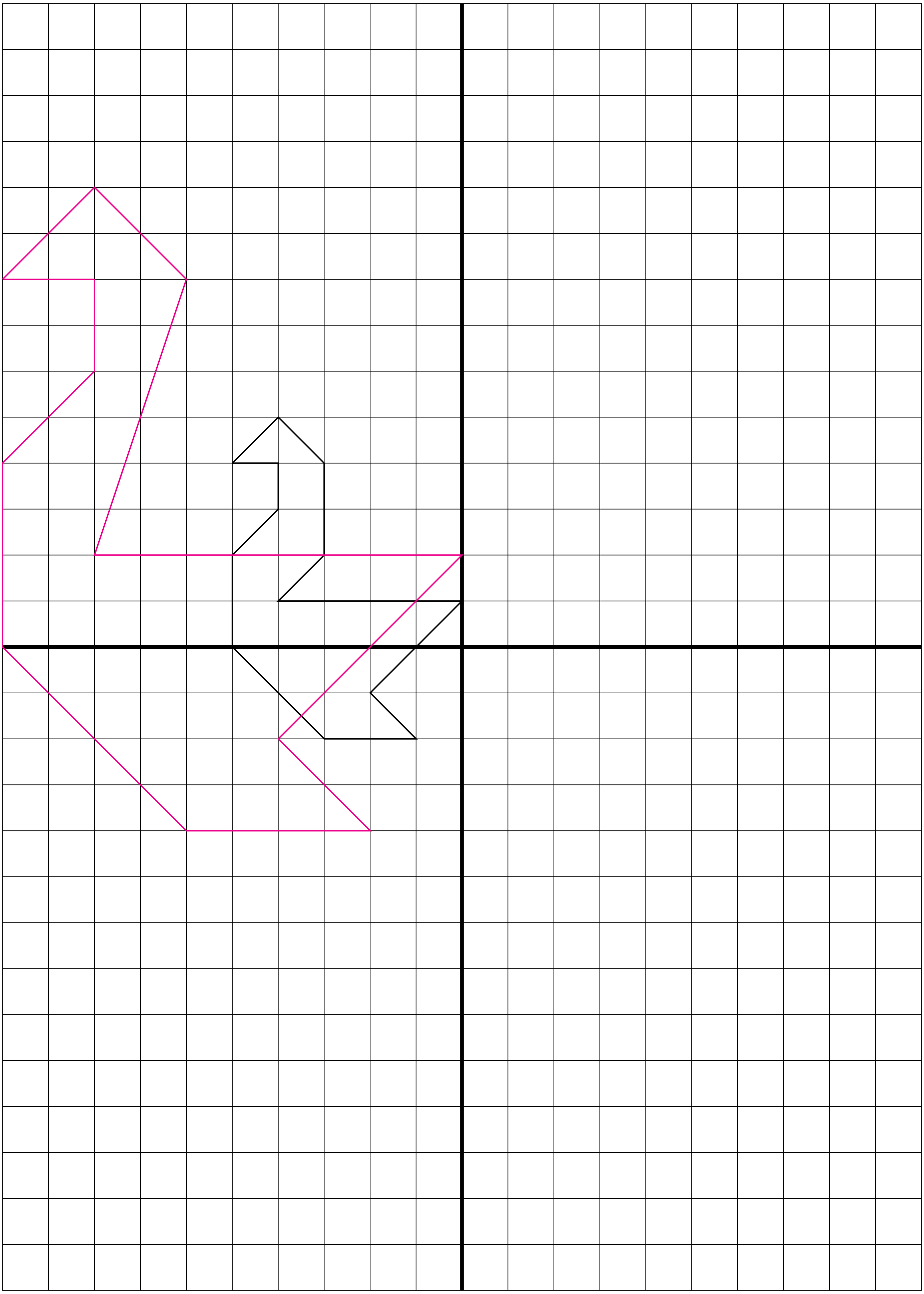
Le cygne et les signes — Correction

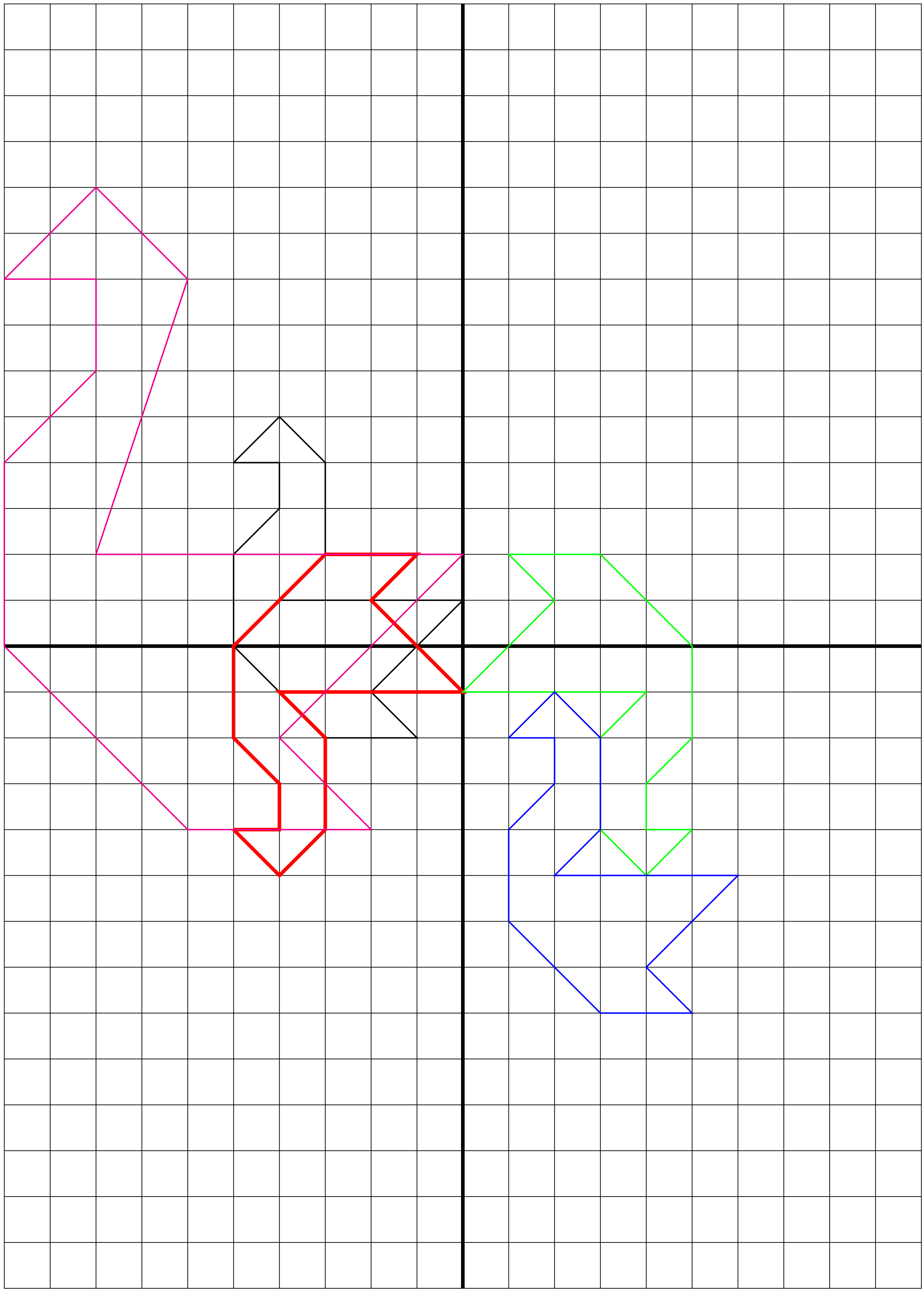












V — Annexes

❃ Vocabulaire ❃

Vocabulaire :

✧ **Nombres relatifs :** Ce sont les nombres dont le signe est déterminé par leurs positions par rapport à 0. Ces nombres sont positifs ou négatif.

✧ **Nombres positifs :** C'est un nombre relatif supérieur à 0.

✧ **Nombres négatifs :** C'est un nombre relatif inférieur à 0.

✧ **Somme algébrique :** Expression mathématiques où les symboles + et − indiquent le signe du terme suivant. L'addition, la somme, est sous-entendue et la soustraction devient la somme de l'opposé.

✧ **Zéro :** L'origine de la droite graduée qui permet par symétrie de construire la notion d'opposé et de nombres positifs et négatifs. 0 est positif. 0 est négatif.

Question du jour n° 1 : Somme de nombres relatifs

Calculer les deux expressions suivantes :
$A = (-3) + (-7) + (+8) + (+9) + (-5)$
$B = (-11) + (-8) + (+9) + (+11) + (+8) + (-9) + (-25)$

Question du jour n° 2 : Somme de nombres relatifs – Épisode 2

Calculer les deux expressions suivantes :
$A = (-1,5) + (-3,4) + (+2,8) + (+3,1) + (-3,2)$
$B = (+7,1) + (-3,7) + (+3,9) + (-3,7) + (-7,1) + (+3,9)$

Question du jour n° 3 : Différence de nombres relatifs

Écrire ces expressions sous forme de somme puis calculer :
$A = (-5) + (+9) - (+7) - (-3) + (-4)$
$B = (+9) - (-9) - (+8) - (-7) + (-3) + (-8)$

Question du jour n° 4 : Différence de nombres relatifs — Épisode 2

Écrire ces expressions sous forme de somme puis calculer :
$U = (-37) + (+81) - (+74) - (-37) + (-43)$
$V = (+32) - (-27) - (+18) - (-17) + (-23) + (-81)$

Question du jour n° 5 : Différence de nombres relatifs — Épisode 3

Écrire ces expressions sous forme de somme puis calculer :
$P = (-2,1) + (+3,5) - (+7,4) + (-3,7) - (-0,4)$
$B = (-1,2) - (-2,7) - (+0,18) - (-0,7) + (-2,3) + (-8,1)$

Question du jour n° 6 : Écriture algébrique

Écrire l'expression sous forme algébrique puis calculer :
$K = (-7) - (-4) + (-8) - (+9) - (-8)$
$G = (-3) + (-5) - (-8) + (-7) + (+9)$

Question du jour n° 7 : Écriture algébrique — Épisode 2

Écrire l'expression sous forme algébrique puis calculer :
$L = (-7,1) - (-3,4) + (-0,8) - (+0,9) - (-3,8)$
$J = (-3,2) + (-0,5) - (-3,8) + (-7,3) + (+1,9)$

Question du jour n° 8 : Expressions complexes et nombres relatifs

Calculer en plusieurs étapes les expressions suivantes :
$F = (-5-7) - (3-8) + (7-11)$
$U = (1-4-5) + (-1-2+8) - (-5+7-8+3) - 2$

Question du jour n° 9 : Expressions complexes et nombres relatifs — Épisode 2

Calculer en plusieurs étapes les expressions suivantes :
$R = [1-(1-2)-1] - [(3-7)-(6-9)]$
$U = 1 - [1-(-1-1)-1] - [(-1+1-1)-(-1-1-1)-1]$

Question du jour n° 10 : Substitution de nombres relatifs

On pose $Z = a - b + c - d$
1. Calculer Z pour $a = -1$, $b = 3$, $c = -2$ et $d = 5$
2. Calculer Z pour $a = -3$, $b = -4$, $c = 2$ et $d = -7$

Question du jour n° 11 : Substitution de nombres relatifs — Épisode 2

On pose $T = -a - (b + c) + d$

1. Calculer T pour $a = -1$, $b = 3$, $c = -2$ et $d = 5$

2. Calculer T pour $a = -3$, $b = -4$, $c = 2$ et $d = -7$

Question du jour n° 12 : Substitution de nombres relatifs — Épisode 3

On pose $Q = (a - b) - (c - d)$

1. Calculer Q pour $a = -1$, $b = 3$, $c = -2$ et $d = 5$

2. Calculer Q pour $a = -3$, $b = -4$, $c = 2$ et $d = -7$

Correction du jour n° 1 : Somme de relatifs

$A = (-3) + (-7) + (+8) + (+9) + (-5)$
$A = (-15) + (+17)$
$A = (+2)$

$B = (-11) + (-8) + (+9) + (+11) + (+8) + (-9) + (-25)$

$B = (-25)$

Correction du jour n° 2 : Somme de relatifs – Épisode 2

$A = (-1,5) + (-3,4) + (+2,8) + (+3,1) + (-3,2)$
$A = (-8,1) + (+5,9)$
$A = (-2,2)$

$B = (+7,1) + (-3,7) + (+3,9) + (-3,7) + (-7,1) + (+3,9)$
$B = (-7,4) + (+7,8)$
$B = (-0,4)$

Exercices

Exercice n° 1.1 : Le cygne et les signes

Pour cet exercice un repère au format portrait est fourni.

1. Dans ce repère placer les points suivants puis relier les segments.
$A(-5;4)$ — $B(-4;5)$ — $C(-3;4)$ — $D(-3;2)$ —- $E(-4;1)$ — $F(0;1)$ — $G(-2;-1)$
$H(-1;-2)$ — $I(-3;-2)$ — $J(-5;0)$ — $K(-5;2)$ — $L(-4;3)$ — $M(-4,4)$

2. On définit maintenant le point $A_1(-5;-4)$ ainsi :
- l'abscisse est la même de l'abscisse du point A;
- l'ordonnée est l'opposé de l'ordonnée du point A.

Faire de même avec les 12 autres points.
Tracer la figure d'une autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

3. On définit le point $A_2(5;-4)$ ainsi :
- l'abscisse est l'opposé de l'abscisse du point A;
- l'ordonnée est l'opposé de l'ordonnée du point A.

Faire de même avec les 12 autres points.
Tracer la figure d'une autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

4. On définit le point $A_3(1;-2)$ ainsi :
- l'abscisse est la somme de l'abscisse de A et de 6;
- l'ordonnée est la somme de l'ordonnée de A et de -6;

Faire de même avec les 12 autres points.
Tracer la figure d'un autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

5. On définit le point $A_4(-10;8)$ ainsi :
- l'abscisse est le double de l'abscisse de A;
- l'ordonnée est le double de l'ordonnée de A;

Faire de même avec les 12 autres points.
Tracer la figure d'un autre couleur. Quelle transformation géométrique est illustrée par cette figure ?

Exercice n° 1.2 : Somme de nombres relatifs

Calculer en détaillant les étapes :
$A = (-4) + (-7) + (+11) + (+12) + (-10)$
$B = (-8) + (+13) + (-7) + (-13) + (+7) + (+8)$
$C = (-76) + (+34) + (-24) + (+66) + (-28) + (+42)$

Devoir maison : Nombres relatifs — **Le jeu**

Dans un jeu le candidat doit répondre à 10 questions. Voici la règle du compte des points :

- réponse juste : $+5\ pt$;
- réponse fausse : $-4\ pt$;
- aucune réponse : pas de point perdu ni gagné !

1. Quel est le score maximal à ce jeu ? Quel est le score minimal ?

2.a Marie a répondu juste à 4 questions, faux à 3 questions et n'a pas répondu aux autres. Quel est son score ?
2.b Nicolas a 7 mauvaises réponses et 3 bonnes réponses. Quel est son score ?

3. Sarah souhaite avoir un score le plus près possible de 0. Combien de réponses justes, fausses et non réponses doit-elle obtenir ?

L'animateur du jeu décide maintenant que l'absence de réponse est pénalisé par $-2\ pt$

4. Compléter le tableau suivant :

	Réponses justes	Réponses fausses	Absence de réponse	Total des points
Marie	7	2	1	
Adam	3	5	2	
Kelya	2	4		
Mouna		3	4	

5. Comment obtenir 0 avec cette nouvelle règle de comptage des points.

Toutes traces de recherche sera valorisée !

Contrôle de mathématiques

Tout le travail doit être effectué sur votre copie.

Exercice n° 1 : *5 points*

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-3) + (+5) + (-7) + (-11)$

$B = (-5) + (-7) + (+15) + (-4) + (+9)$

$C = (-3,1) + (+7,5) + (-5,2) + (-7,5) + (+3,1)$

$D = (-113) + (+132) + (-13) + (+18) + (-24)$

Exercice n° 2 : *5 points*

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-6) - (+7)$

$F = (-5) + (-4) - (-10) - (+11)$

$G = (-3) + (-4) + (+9) - (-6) - (+7)$

Exercice n° 3 : *5 points*

Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -7 + 3 - 8 + 10 - 3$

$I = -3 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$

$K = (-3 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$

$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 3) + 2]$

Exercice n° 4 : *5 points*

On se donne les expressions suivantes :

$Z = (a - b + c) - (a + b - c)$ et $W = (c - a - b) + (c + a - b)$

1. Calculer Z et W pour $a = 1$, $b = -3$ et $c = -5$

2. Calculer Z et W pour $a = -2$, $b = 5$ et $c = -3$

3. Calculer Z et W pour trois nombre a, b et c de votre choix.

4. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

Contrôle de mathématiques — CORRECTION

Exercice 1 : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-3) + (+5) + (-7) + (-11)$
$A = (-21) + (+5)$
$\boxed{A = (-16)}$
$B = (-5) + (-7) + (+15) + (-4) + (+9)$
$B = (-16) + (+24)$
$\boxed{B = (+8)}$

$C = (-3,1) + (+7,5) + (-5,2) + (-7,5) + (+3,1)$
$\boxed{C = (-5,2)}$

$D = (-113) + (+132) + (-13) + (+18) + (-24)$
$D = (-150) + (+150)$
$\boxed{D = 0}$

Exercice 2 : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-6) - (+7)$
$E = (-4) + (+6) + (-6) + (-7)$
$\boxed{E = (-11)}$

$F = (-5) + (-4) - (-10) - (+11)$
$F = (-5) + (-4) + (+10) + (-11)$
$F = (-20) + (+10)$
$\boxed{F = (-10)}$

$G = (-3) + (-4) + (+9) - (-6) - (+7)$
$G = (-3) + (-4) + (+9) + (+6) + (-7)$
$G = (-14) + (+15)$
$\boxed{G = (+1)}$

Exercice 3 : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -7 + 3 - 8 + 10 - 3$
$H = -18 + 13$
$\boxed{H = -5}$

$I = -3 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$
$I = -27 + 5$
$\boxed{I = -22}$

$K = (-3 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$
$K = (-6 + 5) - (-11 + 15)$
$K = -1 - 4$
$\boxed{K = -5}$

$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 3) + 2]$
$L = [1 - (-2) - 1] - [2 + (-5) + 2]$
$L = [1 + 2 - 1] - [2 - 5 + 2]$
$L = 2 - (-1)$
$L = 2 + 1$
$\boxed{L = 3}$

Exercice 4 : On se donne les expressions suivantes :
1. Calculer Z et W pour $a = 1$, $b = -3$ et $c = -5$

$Z = (1 - (-3) + (-5)) - (1 + (-3) - (-5))$
$Z = (1 + 3 - 5) - (1 - 3 + 5)$
$Z = -1 - 3$
$\boxed{Z = -4}$

$W = (-5 - 1 - (-3)) + (-5 + 1 - (-3))$
$W = (-5 - 1 + 3) + (-5 + 1 + 3)$
$W = -3 + (-1)$
$\boxed{W = -4}$

2. Calculer Z et W pour $a = -2$, $b = 5$ et $c = -3$

$Z = (-2 - 5 + (-3)) - (-2 + 5 - (-3))$
$Z = -10 - (3 + 3))$
$Z = -10 - 6$ donc $\boxed{Z = -16}$

$W = (-3 - (-2) - 5) + (-3 + (-2) - 5)$
$W = (-3 + 2 - 5) + (-3 - 2 - 5)$
$W = -6 - 10$ donc $\boxed{W = -16}$

3. Calculer Z et W pour $a = 1$, $b = 0$ et $c = -1$ on a :

$Z = (1 - 0 + (-1)) - (1 + 0 - (-1))$
$Z = 0 - 2$ donc $\boxed{Z = -2}$

$W = (-1 - 1 - 0) + (-1 + 1 - 0)$
$\boxed{W = -2}$

4. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
Les expressions Z et W semblent toujours donner le même résultat.

Contrôle de mathématiques

Tout le travail doit être effectué sur votre copie.

Exercice n° 1 : *5 points*

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-4) + (+5) + (-9) + (-11)$

$B = (-5) + (-10) + (+13) + (-4) + (+9)$

$C = (-3,8) + (+7,9) + (-5,2) + (-7,9) + (+3,8)$

$D = (-117) + (+132) + (-13) + (+18) + (-20)$

Exercice n° 2 : *5 points*

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-7) - (+7)$

$F = (-5) + (-4) - (-13) - (+11)$

$G = (-3) + (-4) + (+10) - (-6) - (+7)$

Exercice n° 3 : *5 points*

Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -8 + 3 - 8 + 10 - 3$

$I = -5 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$

$K = (-2 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$

$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 4) + 2]$

Exercice n° 4 : *5 points*

On se donne les expressions suivantes :

$Z = (a - b + c) - (a + b - c)$ et $W = (c - a - b) + (c + a - b)$

1. Calculer Z et W pour $a = 2$, $b = -4$ et $c = -5$

2. Calculer Z et W pour $a = -3$, $b = 5$ et $c = -3$

3. Calculer Z et W pour trois nombre a, b et c de votre choix.

4. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

Contrôle de mathématiques — Correction

Exercice 1 : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-4) + (+5) + (-9) + (-11)$
$A = (-24) + (+5)$
$\boxed{A = (-19)}$
$B = (-5) + (-10) + (+13) + (-4) + (+9)$
$B = (-19) + (+22)$
$\boxed{B = (+3)}$

$C = (-3,8) + (+7,9) + (-5,2) + (-7,9) + (+3,8)$
$\boxed{C = (-5,2)}$

$D = (-117) + (+132) + (-13) + (+18) + (-20)$
$D = (-150) + (+150)$
$\boxed{D = 0}$

Exercice 2 : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-7) - (+7)$
$E = (-4) + (+6) + (-7) + (-7)$
$E = (-18) + (+6)$
$\boxed{E = (-12)}$

$F = (-5) + (-4) - (-13) - (+11)$
$F = (-5) + (-4) + (+13) + (-11)$
$F = (-20) + (+13)$
$\boxed{F = (-7)}$

$G = (-3) + (-4) + (+10) - (-6) - (+7)$
$G = (-3) + (-4) + (+10) + (+6) + (-7)$
$G = (-14) + (+16)$
$\boxed{G = (+2)}$

Exercice 3 : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -8 + 3 - 8 + 10 - 3$

$H = -19 + 13$

$\boxed{H = -6}$

$I = -5 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$

$I = -29 + 5$

$\boxed{I = -24}$

$K = (-2 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$
$K = (-5 + 5) - (-11 + 15)$
$K = 0 - 4$
$\boxed{K = -4}$

$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 4) + 2]$
$L = [1 - (-2) - 1] - [2 + (-6) + 2]$
$L = [1 + 2 - 1] - [2 - 6 + 2]$
$L = 2 - (-2)$
$L = 2 + 2$
$\boxed{L = 4}$

Exercice 4 : On se donne les expressions suivantes :
1. Calculer Z et W pour $a = 2$, $b = -4$ et $c = -5$

$Z = (2 - (-4) + (-5)) - (2 + (-4) - (-5))$
$Z = (2 + 4 - 5) - (2 - 4 + 5)$
$Z = 1 - 3$
$\boxed{Z = -2}$

$W = (-5 - 2 - (-4)) + (-5 + 2 - (-4))$
$W = (-5 - 2 + 4) + (-5 + 2 + 4)$
$W = -3 + 1$
$\boxed{W = -2}$

2. Calculer Z et W pour $a = -3$, $b = 5$ et $c = -3$

$Z = (-3 - 5 + (-3)) - (-3 + 5 - (-3))$

$Z = (-3 - 5 - 3) - (-3 + 5 + 3)$

$Z = -11 - 5$

$\boxed{Z = -16}$

$W = (-3 - (-3) - 5) + (-3 + (-3) - 5)$
$W = (-3 + 3 - 5) + (-3 - 3 - 5)$
$W = -5 + (-11)$
$W = -5 - 11$
$\boxed{W = -16}$

3. Calculer Z et W pour $a = 1$, $b = 0$ et $c = -1$

$Z = (1 - 0 + (-1)) - (1 + 0 - (-1))$
$Z = 0 - 2$
$\boxed{Z = -2}$

$W = (-1 - 1 - 0) + (-1 + 1 - 0)$
$W = -2 + 0$
$\boxed{W = -2}$

4. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
Les expressions Z et W semblent toujours donner le même résultat.

Contrôle de mathématiques

Tout le travail doit être effectué sur votre copie.

Exercice 1 : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-3) + (+5) + (-7) + (-11)$
$B = (-5) + (-7) + (+15) + (-4) + (+9)$
$C = (-3,1) + (+7,5) + (-5,2) + (-7,5) + (+3,1)$
$D = (-113) + (+132) + (-13) + (+18) + (-24)$

Exercice 2 : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-6) - (+7)$
$F = (-5) + (-4) - (-10) - (+11)$
$G = (-3) + (-4) + (+9) - (-6) - (+7)$

Exercice 3 : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -7 + 3 - 8 + 10 - 3$
$I = -3 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$
$K = (-3 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$
$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 3) + 2]$

Exercice 4 : On se donne les expressions suivantes :

$Z = (a - b + c) - (a + b - c)$ et $W = (c - a - b) + (c + a - b)$

1. Calculer Z et W pour $a = 1$, $b = -3$ et $c = -5$
2. Calculer Z et W pour $a = -2$, $b = 5$ et $c = -3$
3. Calculer Z et W pour trois nombre a, b et c de votre choix.
4. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

Contrôle de mathématiques — Correction

Exercice 1 : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-3) + (+5) + (-7) + (-11)$
$A = (-21) + (+5)$
$\boxed{A = (-16)}$
$B = (-5) + (-7) + (+15) + (-4) + (+9)$
$B = (-16) + (+24)$
$\boxed{B = (+8)}$

$C = (-3,1) + (+7,5) + (-5,2) + (-7,5) + (+3,1)$
$\boxed{C = (-5,2)}$

$D = (-113) + (+132) + (-13) + (+18) + (-24)$
$D = (-150) + (+150)$
$\boxed{D = 0}$

Exercice 2 : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-6) - (+7)$
$E = (-4) + (+6) + (-6) + (-7)$
$\boxed{E = (-11)}$

$F = (-5) + (-4) - (-10) - (+11)$
$F = (-5) + (-4) + (+10) + (-11)$
$F = (-20) + (+10)$
$\boxed{F = (-10)}$

$G = (-3) + (-4) + (+9) - (-6) - (+7)$
$G = (-3) + (-4) + (+9) + (+6) + (-7)$
$G = (-14) + (+15)$
$\boxed{G = (+1)}$

Exercice 3 : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -7 + 3 - 8 + 10 - 3$
$H = -18 + 13$
$\boxed{H = -5}$

$I = -3 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$
$I = -27 + 6$
$\boxed{I = -21}$

$K = (-3 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$
$K = (-6 + 5) - (-11 + 15)$
$K = -1 - 4$
$\boxed{K = -5}$

$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 3) + 2]$
$L = [1 - (-2) - 1] - [2 + (-5) + 2]$
$L = [1 + 2 - 1] - [2 - 5 + 2]$
$L = 2 - (-1)$
$L = 2 + 1$
$\boxed{L = 3}$

Exercice 4 : On se donne les expressions suivantes :
1. Calculer Z et W pour $a = 1$, $b = -3$ et $c = -5$

$Z = (1 - (-3) + (-5)) - (1 + (-3) - (-5))$
$Z = (1 + 3 - 5) - (1 - 3 + 5)$
$Z = -1 - 3$
$\boxed{Z = -4}$

$W = (-5 - 1 - (-3)) + (-5 + 1 - (-3))$
$W = (-5 - 1 + 3) + (-5 + 1 + 3)$
$W = -3 + (-1)$
$\boxed{W = -4}$

2. Calculer Z et W pour $a = -2$, $b = 5$ et $c = -3$

$Z = (-2 - 5 + (-3)) - (-2 + 5 - (-3))$
$Z = -10 - (3 + 3))$
$Z = -10 - 6$ donc $\boxed{Z = -16}$

$W = (-3 - (-2) - 5) + (-3 + (-2) - 5)$
$W = (-3 + 2 - 5) + (-3 - 2 - 5)$
$W = -6 - 10$ donc $\boxed{W = -16}$

3. Calculer Z et W pour $a = 1$, $b = 0$ et $c = -1$ on a :

$Z = (1 - 0 + (-1)) - (1 + 0 - (-1))$
$Z = 0 - 2$ donc $\boxed{Z = -2}$

$W = (-1 - 1 - 0) + (-1 + 1 - 0)$
$\boxed{W = -2}$

4. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
Les expressions Z et W semblent toujours donner le même résultat.

Contrôle de mathématiques

Tout le travail doit être effectué sur votre copie.

Exercice 1 : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-4) + (+5) + (-9) + (-11)$
$B = (-5) + (-10) + (+13) + (-4) + (+9)$
$C = (-3,8) + (+7,9) + (-5,2) + (-7,9) + (+3,8)$
$D = (-117) + (+132) + (-13) + (+18) + (-20)$

Exercice 2 : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-7) - (+7)$
$F = (-5) + (-4) - (-13) - (+11)$
$G = (-3) + (-4) + (+10) - (-6) - (+7)$

Exercice 3 : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -8 + 3 - 8 + 10 - 3$
$I = -5 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$
$K = (-2 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$
$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 4) + 2]$

Exercice 4 : On se donne les expressions suivantes :

$Z = (a - b + c) - (a + b - c)$ et $W = (c - a - b) + (c + a - b)$

1. Calculer Z et W pour $a = 2$, $b = -4$ et $c = -5$
2. Calculer Z et W pour $a = -3$, $b = 5$ et $c = -3$
3. Calculer Z et W pour trois nombre a, b et c de votre choix.
4. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

Contrôle de mathématiques — Correction

Exercice 1 : Calculer les sommes de relatifs suivantes en détaillant les étapes.

$A = (-4) + (+5) + (-9) + (-11)$
$A = (-24) + (+5)$
$\boxed{A = (-19)}$
$B = (-5) + (-10) + (+13) + (-4) + (+9)$
$B = (-19) + (+22)$
$\boxed{B = (+3)}$

$C = (-3,8) + (+7,9) + (-5,2) + (-7,9) + (+3,8)$
$\boxed{C = (-5,2)}$

$D = (-117) + (+132) + (-13) + (+18) + (-20)$
$D = (-150) + (+150)$
$\boxed{D = 0}$

Exercice 2 : Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (-4) - (-6) + (-7) - (+7)$
$E = (-4) + (+6) + (-7) + (-7)$
$E = (-18) + (+6)$
$\boxed{E = (-12)}$

$F = (-5) + (-4) - (-13) - (+11)$
$F = (-5) + (-4) + (+13) + (-11)$
$F = (-20) + (+13)$
$\boxed{F = (-7)}$

$G = (-3) + (-4) + (+10) - (-6) - (+7)$
$G = (-3) + (-4) + (+10) + (+6) + (-7)$
$G = (-14) + (+16)$
$\boxed{G = (+2)}$

Exercice 3 : Calculer ces expressions algébriques en détaillant les étapes.

$H = -8 + 3 - 8 + 10 - 3$

$H = -19 + 13$

$\boxed{H = -6}$

$I = -5 - 7 - 10 + 3 + 2 - 7$

$I = -29 + 5$

$\boxed{I = -24}$

$K = (-2 + 5 - 3) - (-8 + 11 - 3 + 4)$
$K = (-5 + 5) - (-11 + 15)$
$K = 0 - 4$
$\boxed{K = -4}$

$L = [1 - (-1 - 1) - 1] - [2 + (-2 - 4) + 2]$
$L = [1 - (-2) - 1] - [2 + (-6) + 2]$
$L = [1 + 2 - 1] - [2 - 6 + 2]$
$L = 2 - (-2)$
$L = 2 + 2$
$\boxed{L = 4}$

Exercice 4 : On se donne les expressions suivantes :
1. Calculer Z et W pour $a = 2$, $b = -4$ et $c = -5$

$Z = (2 - (-4) + (-5)) - (2 + (-4) - (-5))$
$Z = (2 + 4 - 5) - (2 - 4 + 5)$
$Z = 1 - 3$
$\boxed{Z = -2}$

$W = (-5 - 2 - (-4)) + (-5 + 2 - (-4))$
$W = (-5 - 2 + 4) + (-5 + 2 + 4)$
$W = -3 + 1$
$\boxed{W = -2}$

2. Calculer Z et W pour $a = -3$, $b = 5$ et $c = -3$

$Z = (-3 - 5 + (-3)) - (-3 + 5 - (-3))$

$Z = (-3 - 5 - 3) - (-3 + 5 + 3)$

$Z = -11 - 5$

$\boxed{Z = -16}$

$W = (-3 - (-3) - 5) + (-3 + (-3) - 5)$
$W = (-3 + 3 - 5) + (-3 - 3 - 5)$
$W = -5 + (-11)$
$W = -5 - 11$
$\boxed{W = -16}$

3. Calculer Z et W pour $a = 1$, $b = 0$ et $c = -1$

$Z = (1 - 0 + (-1)) - (1 + 0 - (-1))$
$Z = 0 - 2$
$\boxed{Z = -2}$

$W = (-1 - 1 - 0) + (-1 + 1 - 0)$
$W = -2 + 0$
$\boxed{W = -2}$

4. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
Les expressions Z et W semblent toujours donner le même résultat.

Contrôle de mathématiques

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$A = (-7) + (-9)$
$B = (-11) + (+6)$
$C = (+8) + (+10)$
$D = (+6) + (-13)$

$E = (+7) + (-8) + (+9) + (-5)$

$F = (-7) + (-8) + (+9) + (-2) + (+5) + (-1)$

$G = (-56) + (+78) + (-105) + (+56) + (-78)$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$H = (-6) - (-7) - (+8)$
$I = (+7) - (+9) + (-10) - (-7)$
$J = (-10) - (-11) - (+9) + (-8)$
$K = (-13) - (+13) - (-13) + (-13)$

Exercice 3

On pose $X = (-7)$, $Y = (+11)$ et $Z = (-5)$
Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :
1. $Z - X + Y$
2. $X + Y - Z$

Contrôle de mathématiques — Correction

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$A = (-7) + (-9)$
$\boxed{A = (-16)}$
$B = (-11) + (+6)$
$\boxed{= (-5)}$
$C = (+8) + (+10)$
$\boxed{C = (+18)}$

$D = (+6) + (-13)$
$\boxed{D = (-7)}$
$E = (+7) + (-8) + (+9) + (-5)$
$E = (+16) + (-13)$
$\boxed{E = (+3)}$

$F = (-7) + (-8) + (+9) + (-2) + (+5) + (-1)$
$F = (-18) + (+14)$
$\boxed{F = (-4)}$
$G = (-56) + (+78) + (-105) + (+56) + (-78)$
$\boxed{G = (-105)}$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$H = (-6) - (-7) - (+8)$
$H = (-6) + (+7) + (-8)$
$H = (-14) + (+7)$
$\boxed{H = (-7)}$
$I = (+7) - (+9) + (-10) - (-7)$
$I = (+7) + (-9) + (-10) + (+7)$
$I = (-19) + (+14)$
$\boxed{I = (-5)}$

$J = (-10) - (-11) - (+9) + (-8)$
$J = (-10) + (+11) + (-9) + (-8)$
$J = (-27) + (+11)$
$\boxed{J = (-16)}$
$K = (-13) - (+13) - (-13) + (-13)$
$K = (-13) + (-13) + (+13) + (-13)$
$\boxed{K = (-26)}$

Exercice 3
On pose $X = (-7)$, $Y = (+11)$ et $Z = (-5)$
Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

1. $Z - X + Y$
$(-5) - (-7) + (+11)$
$(-5) + (+7) + (+11)$
$(-5) + (+18)$
$\boxed{(-13)}$

2. $X + Y - Z$
$(-7) + (+11) - (-5)$
$(-7) + (+11) + (+5)$
$(-7) + (+16)$
$\boxed{(+9)}$

Contrôle de mathématiques

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$A = (-5) + (-11)$
$B = (-12) + (+6)$
$C = (+8) + (+11)$
$D = (+7) + (-13)$

$E = (+8) + (-9) + (+10) + (-5)$

$F = (-5) + (-8) + (+9) + (-2) + (+7) + (-1)$

$G = (-65) + (+87) + (-106) + (+65) + (-87)$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$H = (-7) - (-6) - (+8)$
$I = (+7) - (+10) + (-9) - (-7)$
$J = (-11) - (-10) - (+9) + (-8)$
$K = (-15) - (+15) - (-15) + (-15)$

Exercice 3

On pose $X = (-7)$, $Y = (+11)$ et $Z = (-5)$
Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :
1. $Z + X - Y$
2. $Y - X - Z$

Contrôle de mathématiques — Correction

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$A = (-5) + (-11)$
$\boxed{A = (-16)}$
$B = (-12) + (+6)$
$\boxed{B = (-6)}$
$C = (+8) + (+11)$
$\boxed{C = (+19)}$

$D = (+7) + (-13)$
$\boxed{D = (-6)}$
$E = (+8) + (-9) + (+10) + (-5)$
$E = (-14) + (+18)$
$\boxed{E = (+4)}$

$F = (-5) + (-8) + (+9) + (-2) + (+7) + (-1)$
$F = (-16) + (+16)$
$\boxed{F = 0}$
$G = (-65) + (+87) + (-106) + (+65) + (-87)$
$\boxed{G = (-106)}$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$H = (-7) - (-6) - (+8)$
$H = (-7) + (+6) + (-8)$
$H = (-15) + (+6)$
$\boxed{H = (-9)}$
$I = (+7) - (+10) + (-9) - (-7)$
$I = (+7) + (-10) + (-9) + (+7)$
$I = (-19) + (+14)$
$\boxed{I = (-5)}$

$J = (-11) - (-10) - (+9) + (-8)$
$J = (-11) + (+10) + (-9) + (-8)$
$J = (-28) + (+10)$
$\boxed{J = (-18)}$
$K = (-15) - (+15) - (-15) + (-15)$
$K = (-15) + (-15) + (+15) + (-15)$
$\boxed{K = (-30)}$

Exercice 3
On pose $X = (-7)$, $Y = (+11)$ et $Z = (-5)$
Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

1. $Z + X - Y$
$(-5) + (-7) - (+11)$
$(-5) + (-7) + (-11)$
$\boxed{(-23)}$

2. $Y - X - Z$
$(+11) - (-7) - (-5)$
$(+11) + (+7) + (+5)$
$\boxed{(+23)}$

Contrôle de mathématiques

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

A $= -3+6-7+5$
B $= -11-10+21+8$
C $= -123+238-456+123-238+456-17$
D $= -7+11-13+10-1+8-9-3$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

E $= -3-(-3+7-1+4)$
F $= 5-(3-2-4+3)-(1-3-4+5)$
G $= (-3+6-11+4)-(-6-8+10-11)$
H $= 1-[1-(1-3+2)-2]-3$

Exercice 3

On pose $a=-7$, $b=11$, $c=-5$ et $d=-3$
Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :
1. $(a-b)-(c-d)+(d-a)$
2. $(d-a-b+c)-(a-b+d-c)$

Contrôle de mathématiques — Correction

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$A = -3 + 6 - 7 + 5$
$A = -10 + 11$
$\boxed{A = 1}$
$B = -11 - 10 + 21 + 8$
$B = -20 + 29$
$\boxed{B = 9}$

$C = -123 + 238 - 456 + 123 - 238 + 456 - 17$
$C = (-123 + 123) + (238 - 238) + (-456 + 456) - 17$
$\boxed{C = -17}$
$D = -7 + 11 - 13 + 10 - 1 + 8 - 9 - 3$
$D = -33 + 29$
$\boxed{D = -4}$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$E = -3 - (-3 + 7 - 1 + 4)$
$E = -3 - (-4 + 11)$
$E = -3 - 7$
$\boxed{E = -10}$
$F = 5 - (3 - 2 - 4 + 3) - (1 - 3 - 4 + 5)$
$F = 5 - (6 - 6) - (6 - 7)$
$F = 5 - 0 - (-1)$
$F = 5 + 1$
$\boxed{F = 6}$

$G = (-3 + 6 - 11 + 4) - (-6 - 8 + 10 - 11)$
$G = (-14 + 10) - (-25 + 10)$
$G = -4 - (-15)$
$G = -4 + 15$
$\boxed{G = 11}$
$H = 1 - [1 - (1 - 3 + 2) - 2] - 3$
$H = 1 - [1 - (3 - 3) - 2] - 3$
$H = 1 - [1 - 0 - 2] - 3$
$H = 1 - (-1) - 3$
$H = 1 + 1 - 3$
$\boxed{H = -1}$

Exercice 3 On pose $a = -7$, $b = 11$, $c = -5$ et $d = -3$. Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

1. $(a - b) - (c - d) + (d - a) = (-7 - 11) - (-5 + 3) + (-3 + 7) = -18 - (-2) + 4$
$-18 + 2 + 4 = \boxed{-12}$

2. $(d - a - b + c) - (a - b + d - c) = (-3 + 7 - 11 - 5) - (-7 - 11 - 3 + 5) = (-19 + 7) - (-21 + 5)$
$-12 - (-16) = -12 + 1 = \boxed{4}$

Contrôle de mathématiques

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$A = -6+5-7+5$

$B = -13-10+22+8$

$C = -132+238-456+132-238+456-19$

$D = -8+13-11+12-1+8-9-3$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$E = -4-(-4+7-1+3)$

$F = 6-(5-2-4+3)-(1-3-6+5)$

$G = (-4+6-12+4)-(-6-8+10-12)$

$H = 1-[2-(2-3+1)-2]-3$

Exercice 3

On pose $a=-6$, $b=12$, $c=-5$ et $d=-3$

Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

1. $(a-d)-(c-b)+(d-a)$

2. $(b-a-d+c)-(a-b+d-c)$

Contrôle de mathématiques — Correction

Exercice 1 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant, quand c'est nécessaire, votre démarche :

$A = -6+5-7+5$
$A = -13+10$
$\boxed{A = -3}$
$B = -13-10+22+8$
$B = -23+30$
$\boxed{B = 7}$

$C = -132+238-456+132-238+456-19$
$C = (-132+132)+(238-238)+(-456+456)-19$
$\boxed{C = -19}$
$D = -8+13-11+12-1+8-9-3$
$D = -32+33$
$\boxed{D = 1}$

Exercice 2 : Recopier chacune des expressions suivantes puis calculer en détaillant votre démarche :

$E = -4-(-4+7-1+3)$
$E = -4-(-5+10)$
$E = -4-5$
$\boxed{E = -9}$
$F = 6-(5-2-4+3)-(1-3-6+5)$
$F = 6-(8-6)-(6-9)$
$F = 6-2-(-3)$
$F = 4+3$
$\boxed{F = 7}$

$G = (-4+6-12+4)-(-6-8+10-12)$
$G = (-16+10)-(-26+10)$
$G = -6-(-16)$
$G = -6+16$
$\boxed{G = 10}$
$H = 1-[2-(2-3+1)-2]-3$
$H = 1-[2-(0)-2]-3$
$H = 1-[0]-3$
$H = 1-3$
$\boxed{H = -2}$

Exercice 3 On pose $a = -6$, $b = 12$, $c = -5$ et $d = -3$. Calculer en recopiant l'expression puis en détaillant vos calculs :

1. $(a-d)-(c-b)+(d-a) = (-6+3)-(-5-12)+(-3+6)$

$-3-(-17)+3 = -3+17+3 = \boxed{17}$

2. $(b-a-d+c)-(a-b+d-c) = (-12+6+3-5)-(-6-12-3+5) = (-17+9)-(-21+5)$
$-8-(-16) = -8+16 = \boxed{8}$

Contrôle de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation – Nombres relatifs

Exercice 1 : Calculer en détaillant votre méthode.

$A = (-4) \times 3 + (-5) \times (-7) + 5 \times 2 + (-6) \times (-2)$

$B = (-3) \times (-3) - (-4) \times 5 - 9 \times 7 - (-5) \times (-4)$

$C = 5 - 3 \times 7 + 7 - (-5) \times (-2) + 3$

$D = (1 - 3 \times 2)(3 \times (-2) + 1)$

Exercice 2

On pose $a = -2$, $b = 5$, $c = -3$ et $d = -5$. Calculer :

$Z = a \times b + b \times c + c \times d + d \times a$

$Y = (a - b) \times (c - d)$

$X = (1 - b + c)(2 + a - d)$

$$\mathrm{W} = (a-d)(b-a) - (c-b)(b-a)$$

Contrôle de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation – Nombres relatifs

Exercice 1 : Calculer en détaillant votre méthode.

$A = (-4) \times 3 + (-5) \times (-6) + 5 \times 2 + (-5) \times (-2)$

$B = (-3) \times (-3) - (-4) \times 5 - 8 \times 7 - (-5) \times (-4)$

$C = 7 - 3 \times 7 + 7 - (-5) \times (-2) + 3$

$D = (2 - 3 \times 2)(3 \times (-2) + 1)$

Exercice 2

On pose $a = -3$, $b = 5$, $c = -2$ et $d = -5$. Calculer :

$Z = a \times b + b \times c + c \times d + d \times a$

$Y = (a - b) \times (c - d)$

$X = (1 - b + c)(2 + a - d)$

$$W = (a-d)(b-a)-(c-b)(b-a)$$

Contrôle de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation – Nombres relatifs

Exercice 1 : Calculer en détaillant votre méthode.

$A = (-5) \times 3 + (-5) \times (-7) + 5 \times 2 + (-6) \times (-2)$

$B = (-4) \times (-3) - (-4) \times 5 - 9 \times 7 - (-5) \times (-4)$

$C = 2 - 3 \times 7 + 7 - (-5) \times (-2) + 3$

$D = (3 - 3 \times 2)(3 \times (-2) + 1)$

Exercice 2

On pose $a = -4$, $b = 5$, $c = -3$ et $d = -5$. Calculer :

$Z = a \times b + b \times c + c \times d + d \times a$

$Y = (a - b) \times (c - d)$

$X = (1 - b + c)(2 + a - d)$

$$W = (a - d)(b - a) - (c - b)(b - a)$$

Devoir maison : Nombres relatifs — **Les Repunits**

Un **Repunit** est un nombre dont l'écriture décimale est constituée que du chiffre 1.
1, 11, 111, 11 111... 111 111 111 111 sont des Repunits.

1. Effectuer la division euclidienne en la posant de 11 par 9, de 111 par 9, de 1 111 par 9 et enfin de 11 111 par 9

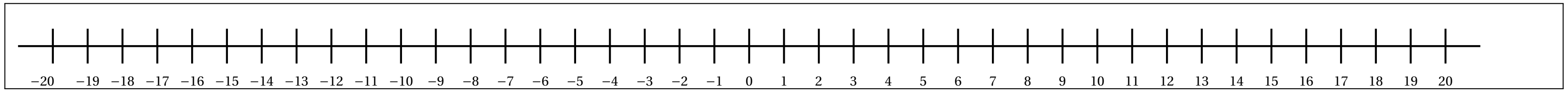
2. En utilisant votre calculatrice, écrire l'égalité euclidienne qui correspond à la division par 9 des Repunits 111 111, 1 111 111, 11 111 111 et 111 111 111.

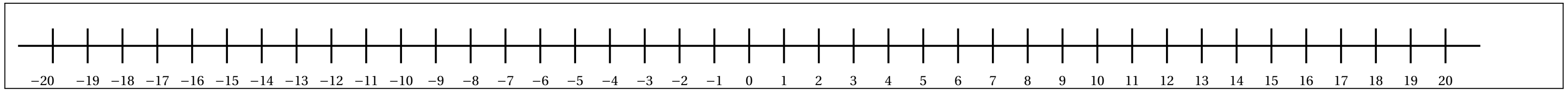
3. Que remarquez-vous ?

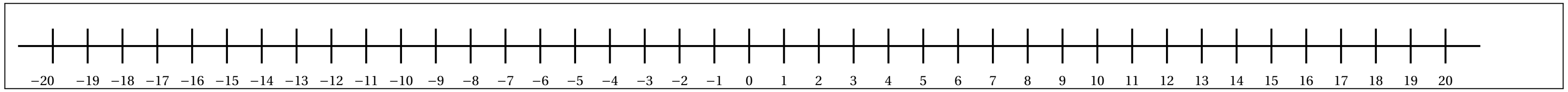
4. Quels sont les Repunits inférieurs à 10^{18} qui sont divisibles par 3 ?

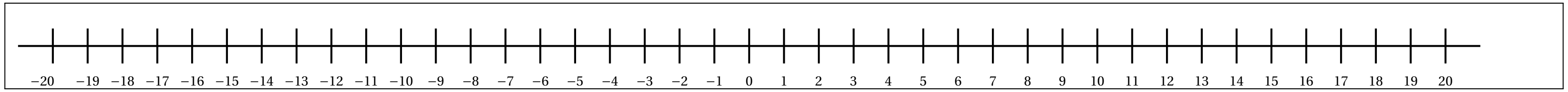
5. Quels sont les Repunits inférieurs à 10^{18} qui sont divisibles par 9 ?

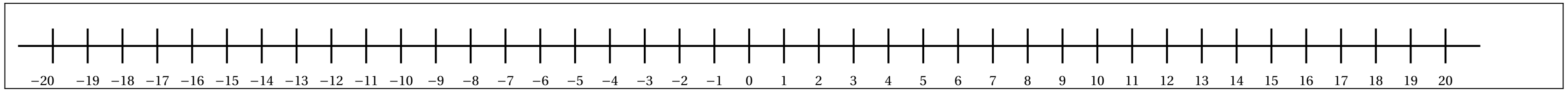
6. [INTERNET] – Un Repunit peut-il être premier ?

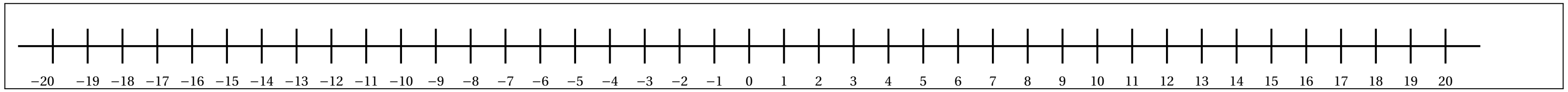

−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

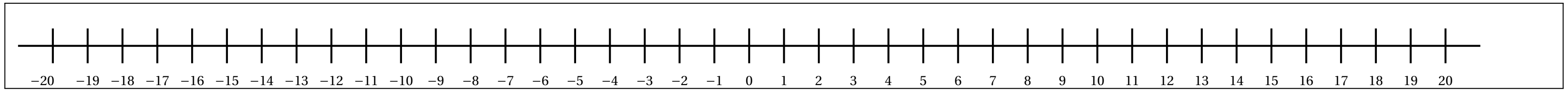

−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

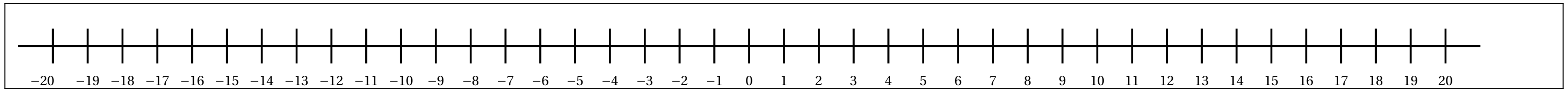

−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

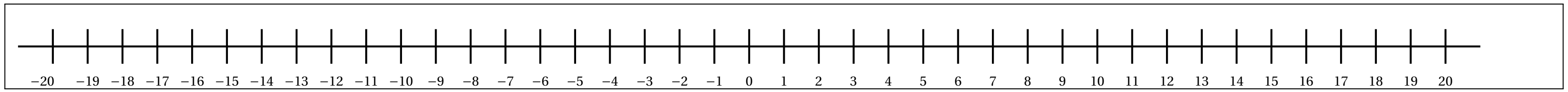

−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

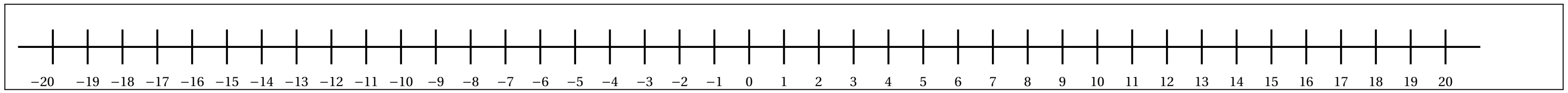

−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

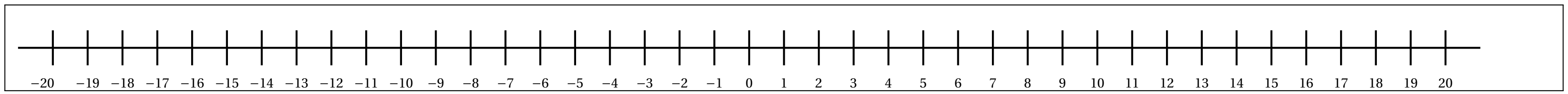

−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

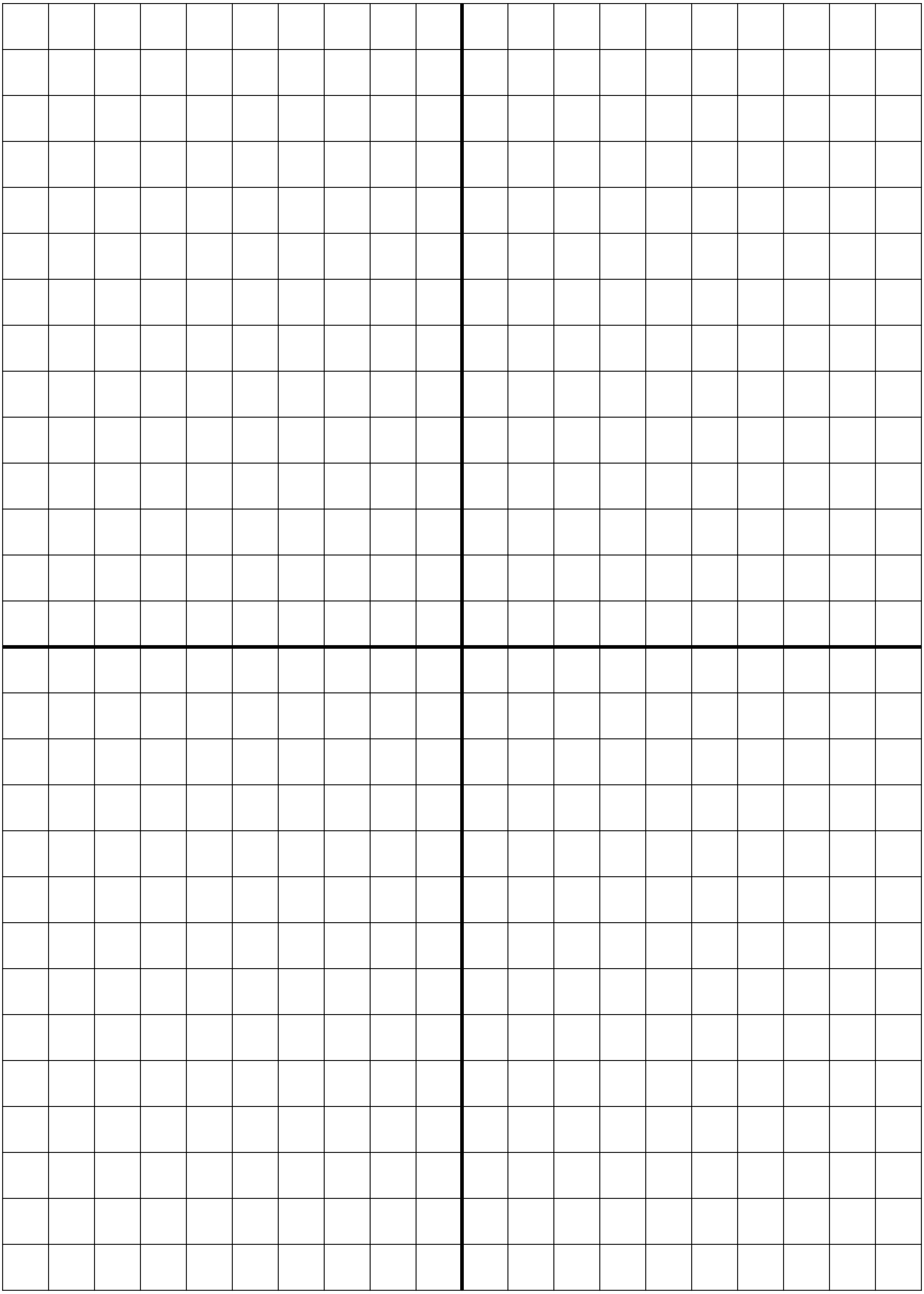

−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

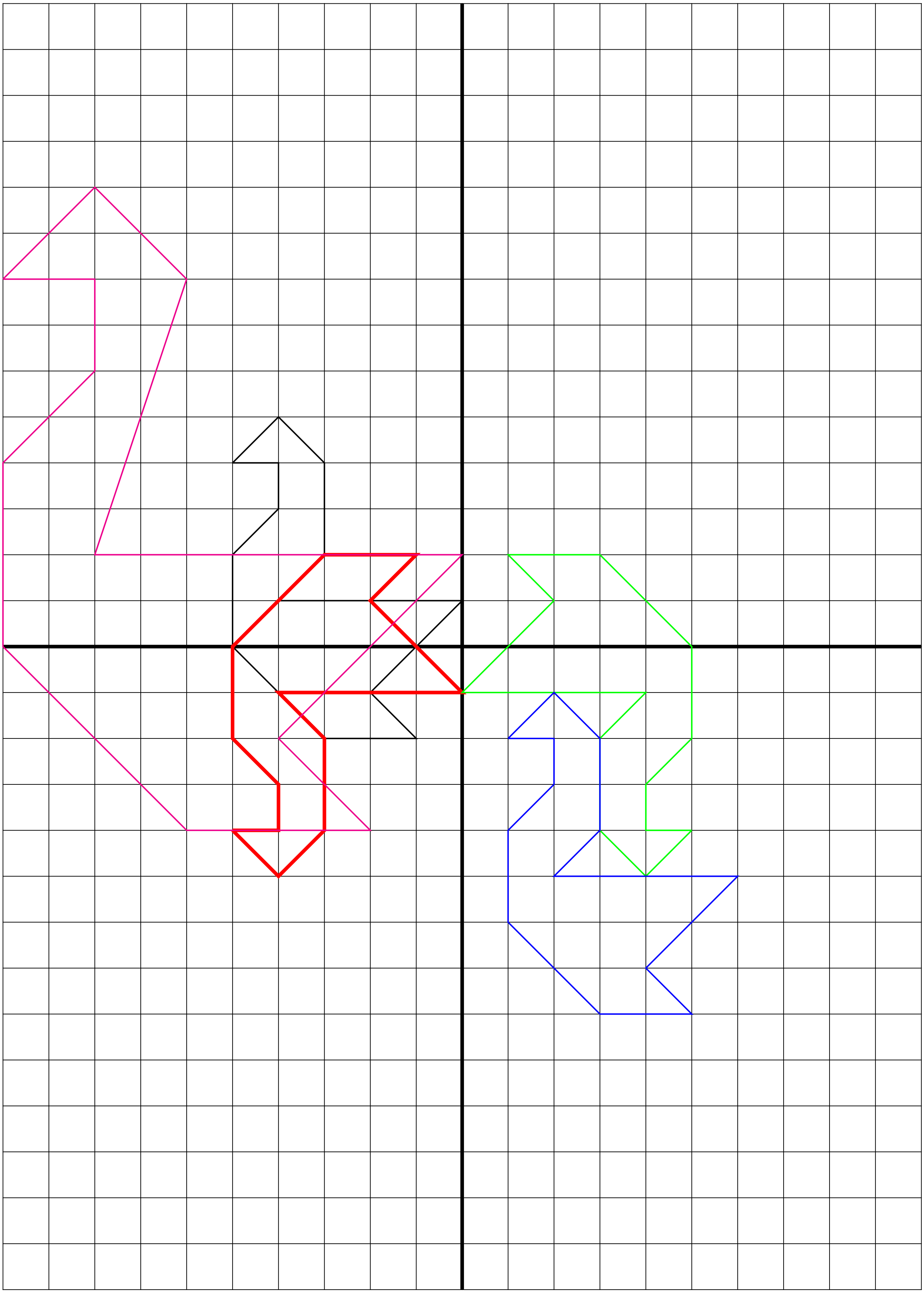

−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

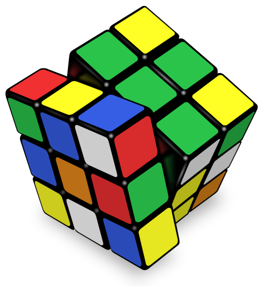

−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20


−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20


−20 −19 −18 −17 −16 −15 −14 −13 −12 −11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20







La pharmacie
Quatrieme

Tâche complexe

Sophie ne se sent pas très bien depuis plusieurs jours. Elle est allée voir son médecin qui lui a diagnostiqué une pneumopathie infectieuse.

Document n° 1 : médicaments disponibles à la pharmacie

Document n° 2 : ordonnance du médecin

Cabinet médical des Drs GAUSS-FERMAT-GALOIS

Médecine générale
314, boulevard Ada Lovelace
82500 BEAUMONT DE LOMAGNE
0314 159265

Docteur Évariste GALOIS

Consultation sur rendez-vous
Lundi au vendredi
de 3h14 à 15h09 et 16h26 à 19h39
ADELI 3141592

Sophie GERMAIN — lundi 8 novembre 2021

Née le 01/04/1776

Clamoxyl 1g
3 comprimés par jour pendant 1 mois

Doliprane 1g
1 comprimé par jour pendant 10 jours
Non substituable

Aprovel 150 mg
3 comprimé par jour le soir pendant 3 semaines
AR 5 fois

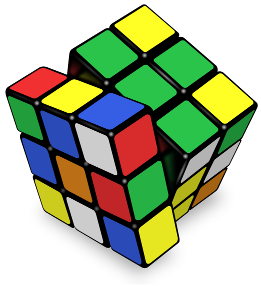
En cas d'urgence, de nuits, dimanches et jours fériés, appeler le 314.
Membre d'une A.G.A., le règlement par chèque est accepté.

Document n° 3 : Wikipédia

Un médicament générique est un médicament identique ou équivalent à celui d'une marque. Ces médicaments génériques peuvent être produits après expiration du brevet, ou en l'absence de brevet. La posologie, les indications et contre-indications, les effets secondaires et les garanties d'innocuité sont les mêmes. En revanche, un médicament générique est, par principe, à sa sortie, vendu à un prix moindre.
Dans le cas des médicaments nécessitant une ordonnance, le pharmacien a pour obligation de substituer le générique sauf si le médecin s'oppose à la substitution en inscrivant sur l'ordonnance la mention « Non substituable ».
Si le patient refuse la substitution d'un générique à un médicament princeps, la dispense d'avance de frais peut lui être refusée. Il sera néanmoins intégralement remboursé par son organisme de sécurité sociale.

Sophie se rend à la pharmacie avec l'ordonnance ci-contre de son médecin. Les médicaments présentés ci-dessus sont disponibles.

En respectant la loi sur les médicaments génériques et avec l'accord de Sophie, quelles économies la Sécurité Sociale va-t-elle pouvoir faire sur cette ordonnance ?



La pharmacie — Correction

Tâche complexe

Pour répondre à la question posée il faut comparer le prix de cet ordonnance en prenant les médicaments de marque et avec les médicaments génériques.

1. Identification des médicaments

On lit sous la marque Clamoxyl le nom de la molécule active : amoxicilline. L'amoxicilline de Mylan Pharma est donc le médicament générique du Clamoxyl.
Pour la même raison, Irbsértan de Ranbaxy est le médicament générique de l'Aprovel.
Le Doliprane est la marque qui correspond au médicament générique Paracétamol de Mylan Pharma.

2. En consultant le **Document n° 3** et l'ordonnance, on remarque que le Doliprane a été signalé comme « Non substituable ». Cela signifie qu'il est inutile d'en tenir compte dans les calculs.

3. Clamoxyl et Amoxicilline

L'ordonnance indique qu'il faut trois comprimés par jour pendant 1 mois. Nous allons considérer qu'un mois correspond à 30 jours (d'autant que nous sommes en novembre).
Il faut donc $3 \times 30 = 90$ comprimé de Clamoxyl ou d'Amoxicilline.

Une boite de Clamoxyl contient 14 comprimés. Comme $90 = 14 \times 6 + 6$, 6 boites ne suffiront pas. Il en faudra une septième.
Le prix des 7 boites de Clamoxyl $7 \times 5{,}11$ €$= 35{,}77$ €.

Une boite d'Amoxicilline Mylan Pharma contient 6 comprimés. Comme $90 = 6 \times 15$, il faut 15 boites.
Le prix des 15 boites d'Amoxicilline $15 \times 1{,}76$ €$= 26{,}40$ €.

4. Aprovel et Irbésartan

L'ordonnance indique qu'il faut 3 comprimés par jour pendant 3 semaines soit 21 jours. Il faut donc $21 \times 3 = 63$ comprimés.

Une boite d'Aprovel contient 30 comprimés, il en faut donc 3 boites.
Le prix de 3 boites d'Aprovel $3 \times 15{,}77$ €$47{,}31$ €.

Une boite d'Irbésartan contient 90 comprimés. Une boite à $15{,}08$ €suffit.

Les plus experts auront remarqué que le dosage d'Irbésartan n'est pas celui de l'ordonnance, 75 mg. Comme 2×75 mg $= 150$ mg, il faut doubler la quantité d'Irbésartan pour arriver au dosage préconisé par le médecin.
Il faut alors deux boites soit $2 \times 15{,}08$ € $= 30{,}16$ € .

5. Comparaison

Sur l'Amoxicilline, l'économie réalisable est $35{,}77$ € $-26{,}40$ € $= 9{,}37$ €.

Sur l'Irbésartan, l'économie réalisable est $47{,}31$ € $-15{,}08$ € $= 32{,}23$ €.
En tenant compte du dosage, l'économie réalisable passe à $47{,}31$ € $-30{,}16$ € $= 17{,}15$ €.

Au final, en choisissant des médicaments génériques, la Sécurité sociale va économiser $9{,}37$ €$+28{,}09$ €$= 37{,}46$ €.

Il faut retirer $15{,}08$ € en tenant compte du dosage soit $\boxed{22{,}38 \text{ €}}$.

E3D

Empreinte carbone

Quatrieme

✧✧✧

Le bilan carbone est une méthode de comptabilisation des émissions de gaz à effet de serre. Les émissions de gaz à effet de serre, dont le CO_2, sont des facteurs importants des changements climatiques en France et dans le monde. Ils sont ainsi une priorité de la transition énergétique. Une fois émis dans l'atmosphère, le CO_2 y reste environ 100 ans. Les autres gaz à effets de serre, tels que le CH_4 ou encore le N_2O, ont également une masse et resteront eux aussi dans l'atmosphère durant plus ou moins de 100 ans. Pour simplifier les calculs, on rapporte l'impact de chaque gaz à effet de serre à son impact équivalent en CO_2, qui est le principal gaz à effet de serre. On exprime donc les émissions de gaz à effet de serre en kg équivalents de CO2 (kg CO2e).

À l'occasion de la COP 26 du 30 octobre au 12 novembre 2021, Greta a décidé de modifier certaines de ses habitudes de consommation en 2022 pour diminuer son empreinte carbone. Elle profite des vacances de Toussaint pour faire quelques recherches et prendre quelques résolutions.

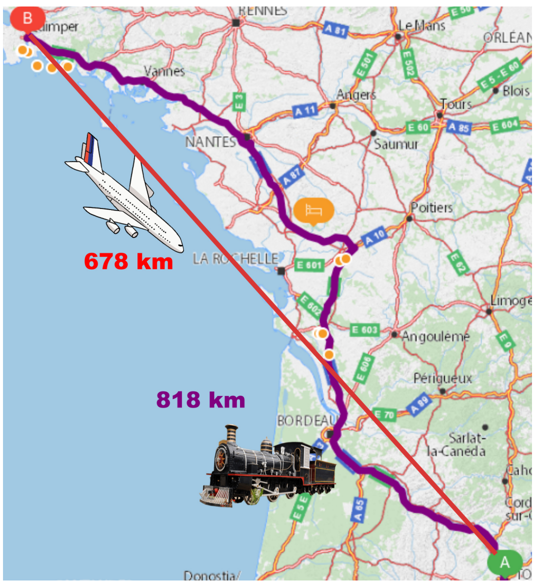
Document nº 1 : les résolutions de Greta

- se rendre au collège en vélo quand il fait beau ;
- passer à un régime flexitarien ;
- voyager en train plutôt qu'en avion ;
- ne pas changer de téléphone portable cette année ;
- ne plus utiliser TikTok.

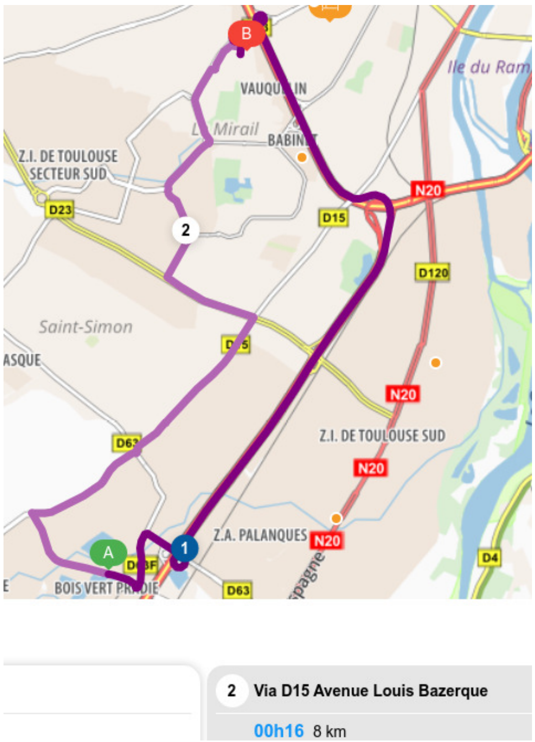
Document nº 2 : le mode de vie de Greta

- elle habite rue Francazal à Toulouse et va au collège Vauquelin ;
- sa mère la conduit au collège en voiture tous les matins et vient la chercher le soir ;
- elle a un régime alimentaire classique ;
- elle se rend chez sa grand-mère à Quimper en avion à chaque période de vacances scolaires ;
- elle utilise TikTok et Snapchat environ 30 minutes chacun par jour.

Document nº 3 : Trajet Toulouse Quimper



Document nº 4 : Trajet pour se rendre au collège



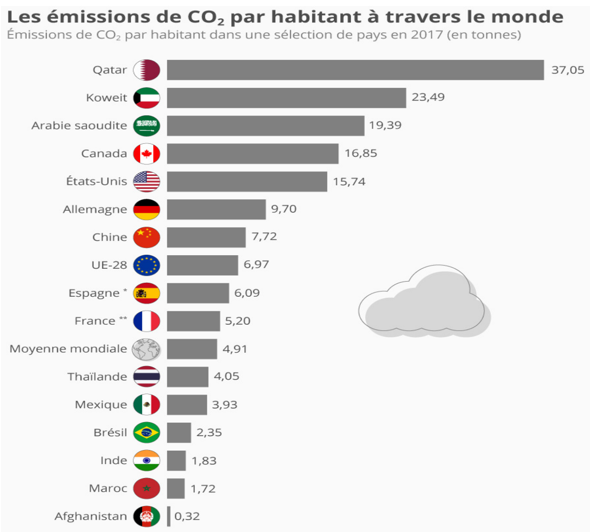
Document n° 5 : la météo à Toulouse

	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
Température moyenne (°C)	5.8	6.2	9.5	12.4	15.9	20.2	22.4	22.4	19.3	15.4	9.7	6.6
Température minimale moyenne (°C)	2.7	2.4	5.1	7.8	11.2	15.2	17.2	17.4	14.5	11.5	6.6	3.5
Température maximale (°C)	9.4	10.5	14.3	17.3	20.7	25.3	27.5	27.7	24.5	20	13.3	10.2
Précipitations (mm)	70	58	62	84	87	68	55	69	57	68	80	65
Humidité(%)	83%	77%	72%	71%	70%	65%	60%	61%	63%	73%	81%	82%
Jours de pluie (jrée)	9	7	8	9	9	7	6	7	6	8	9	8
Heures de soleil (h)	4.3	5.8	7.2	8.2	8.7	9.9	9.8	9.5	8.7	7.1	5.1	4.8

Document n° 6 : émission carbone (source : ADEME)

Transports		**Équipements électroniques**	
Voiture	$0,192\ kg\ CO_2e/km$	Console de salon	$73,7\ kg\ CO_2e/unit$
Cyclomoteur	$0,0644\ kg\ CO_2e/km$	Montre connectée	$9,72\ kg\ CO_2e/unit$
Autobus	$0,137\ kg\ CO_2e/passager.km$	Ordinateur portable	$156\ kg\ CO_2e/unit$
Train	$0,0265\ kg\ CO_2e/passager.km$	Téléphone	$39,1\ kg\ CO_2e/unit$
TGV	$0,0019\ kg\ CO_2e/passager.km$	Tablette	$63,2\ kg\ CO_2e/unit$
Avion	$0,126\ kg\ CO_2e/passager.km$	Télévision	$371\ kg\ CO_2e/unit$
Électroménager		**Alimentation**	
Appareil à raclette	$16,8\ kg\ CO_2e/unit$	Régime classique	$136\ kg\ CO_2e/personne.mois$
Aspirateur	$47,3\ kg\ CO_2e/unit$	Régime flexitarien	$85,7\ kg\ CO_2e/personne.mois$
Four	$217\ kg\ CO_2e/unit$	Régime végétarien	$45,9\ kg\ CO_2e/personne.mois$
Lave-linge	$342\ kg\ CO_2e/unit$		
Lave-vaisselle	$235\ kg\ CO_2e/unit$	**Réseaux sociaux**	
Machine à café	$47,6kg\ CO_2e/unit$		
Réfrigérateur	$300\ kg\ CO_2e/unit$	Instagram	$1,05\ g\ CO_2e/min$
		Reddit	$2,48\ g\ CO_2e/min$
		Snapchat	$0,87\ g\ CO_2e/min$
		TikTok	$2,63\ g\ CO_2e/min$
		Twitter	$0,60\ g\ CO_2e/min$
		Youtube	$0,6\ g\ CO_2e/min$

Document n° 7 : émissions mondiales de CO2



En utilisant l'ensemble des documents selectionnés par Greta, déterminer la quantité de dioxyde de carbone que Greta n'émettra pas en 2022.

Cette économie représente quelle proportion de sa consommation annuelle ?

E3D

Empreinte carbone — Correction

✧✧✧

Nous allons examiner les résolutions de Greta les unes après les autres.

Résolution n° 1 : se rendre au collège en vélo quand il fait beau

D'après le document n° 4, Greta habite a 8 km du collège. Elle parcourt donc 16 km par jour d'école.
Il faut déterminer le nombre de jours de collège dans une année. En utilisant le carnet de correspondance, on constate qu'il y a 36 semaines scolaires dans une année civile. En considérant que Greta se rend au collège 5 jours par semaine cela fait $5 \times 36 = 180$ jours de collège.

D'après le document n° 5, le nombre de jours de pluie en dehors des vacances d'été sont au nombre de : $6+8+9+8+9+7+8+9+9+7 = 80$ jours.

Greta va donc pouvoir se rendre au collège en vélo $180 - 80 = 100$ jours dans l'année.

Cela correspond à $100 \times 16\,\text{km} = 1\,600\,\text{km}$.

D'après le document n° 6, une voiture consomme $0,192\ kg\ \text{CO}_2e$ par kilomètre parcouru.

$1\,600 \times 0,192\ kg\ \text{CO}_2e = 307\ kg\ \text{CO}_2e$.

$\boxed{\text{En prenant le vélo pour aller au collège Greta va économiser } 307\ kg\ \text{CO}_2e.}$

Résolution n° 2 : passer au régime flexitarien

En examinant le document n° 6 on constate que le régime classique consomme $136\ kg\ \text{CO}_2e$ par mois et le régime flexitarien $85,7\ kg\ \text{CO}_2e$.
La différence entre les deux régimes permet d'économiser $136\ kg\ \text{CO}_2e - 85,7\ kg\ \text{CO}_2e = 50,3\ kg\ \text{CO}_2e$ par mois.

Comme $12 \times 50,3\ kg\ \text{CO}_2e = 603,6\ kg\ \text{CO}_2e$, $\boxed{\text{Greta va économiser } 603,6\ kg\ \text{CO}_2e \text{ en passant au régime flexitarien.}}$

Résolution n° 3 : voyager en train plutôt qu'en avion

On compte les périodes de vacances scolaires : Toussaint, Noël, Hiver, Printemps et Été. Greta se rend donc 5 fois par an chez sa grand-mère en avion.
En lisant le document n° 3 on voit que la distance en avion entre Toulouse et Quimper fait 678 km. 5 allers-retours correspondent à $10 \times 678\,\text{km} = 6\,780\,\text{km}$ en avion.
En examinant le document n° 6 on note qu'il faut $0,126\ kg\ \text{CO}_2e$ par kilomètre parcouru en avion.
Comme $0,126\ kg\ \text{CO}_2e \times 6780 = 854,28\ kg\ \text{CO}_2e$, Greta emet $854,28\ kg\ \text{CO}_2e$ pour se rendre chez sa grand-mère en avion.

Le voyage en train fait 818 km d'après le document n° 3. Pour 5 allers-retours cela fait $10 \times 818\,\text{km} = 8\,180\,\text{km}$.
En examinant le document n° 6 on note qu'il faut $0,0265\ kg\ \text{CO}_2e$ par kilomètre parcouru en train. On considère qu'il s'agit d'un TER et pas du TGV !
Comme $0,0265\ kg\ \text{CO}_2e \times 8\,180 = 216,77\ kg\ \text{CO}_2e$, Greta emet $216,77\ kg\ \text{CO}_2e$ pour se rendre chez sa grand-mère en train.

Finalement $\boxed{\text{Greta va économiser } 854,28\ kg\ \text{CO}_2e - 216,77\ kg\ \text{CO}_2e = 637,51\ kg\ \text{CO}_2e \text{ en prenant le train à la place de l'avion.}}$

Résolution n° 4 : ne pas changer de téléphone cette année.

D'après le document n° 6, $\boxed{\text{cela fait économiser } 39,1\ kg\ \text{CO}_2e.}$

Résolution n° 5 : ne plus utiliser TikTok

Greta utilise pour l'instant TikTok 30 min par jour.
D'après le document n° 6, une minute de TikTok émet $2,63\ g\ \text{CO}_2e$.
Comme $30 \times 2,63\ g\ \text{CO}_2e = 78,9\ g\ \text{CO}_2e$, Greta émet $78,9\ g\ \text{CO}_2e$ par jour pour TikTok.
$365 \times 78,9\ g\ \text{CO}_2e = 28\,798,5\ g\ \text{CO}_2e = 28,7985\ kg\ \text{CO}_2e$, $\boxed{\text{Greta va économiser environ } 28,8\ kg\ \text{CO}_2e \text{ en abandonnant TikTok.}}$

Bilan :

En suivant ses cinq résolutions, Greta va économiser :

$307\ kg\ \mathrm{CO_2}e + 603,6\ kg\ \mathrm{CO_2}e + 637,51\ kg\ \mathrm{CO_2}e + 39,1\ kg\ \mathrm{CO_2}e + 28,8\ kg\ \mathrm{CO_2}e = 1\,616\ kg\ \mathrm{CO_2}e \approx 1{,}6\ t\ \mathrm{CO_2}e$

$\boxed{\text{Greta va économiser } 1,6\ t\ \mathrm{CO_2}e.}$

D'après le document n° 7, un Français emet environ $5,20\ t\ \mathrm{CO_2}e$ par an en 2017.

Comme $\dfrac{1,6\ t\ \mathrm{CO_2}e}{5,20\ t\ \mathrm{CO_2}e} \approx 0,31$, $\boxed{\text{Greta aura diminué ses émissions de } \mathrm{CO_2} \text{ de } 31\ \%.}$

Les nombres relatifs

Nombres opposés

Deux nombres relatifs sont **opposés** si leur somme est nulle.

0 est égal à son opposé.
Quand deux nombres sont opposés, l'un des deux est **positif** et l'autre est **négatif** .
Deux nombres opposés sont situés à la même distance de zéro.

Exemples :

$(-5)+(+5)=0$, (-5) et $(+5)$ sont opposés. (-5) est négatif et $(+5)$ est positif.
Ces deux nombres sont situés à la même distance de zéro : 5 unités.
$0+0=0$: 0 est son propre opposé.

Somme de deux nombres relatifs

Pour calculer la somme de deux nombres relatifs :

- Si les deux nombres ont **le même signe** :
  - on **ajoute** les distances à zéro ;
  - la somme a le même signe que les deux nombres.
- Si les deux nombres ont **des signes différents** :
  - on **soustrait** les distances à zéro ;
  - la somme est du même signe que celui des nombres le plus éloigné de zéro.

Exemples :

$(+5)+(+7)=(+12)$ car $5+7=12$ et les deux nombres sont positifs.
$(-5)+(-7)=(-12)$ car $5+7=12$ et les deux nombres sont négatifs.
$(+5)+(-7)=(-2)$ car $7-5=2$ et -7 est le plus éloigné de zéro.
$(-5)+(+7)=(+2)$ car $7-5=2$ et $+7$ est le plus éloigné de zéro.

Différence de deux nombres relatifs

Soustraire un nombre revient à ajouter son opposé.

Exemples :

$(-5)-(+7)=(-5)+(-7)=(-12)$
$(-6)-(-7)=(-6)+(+7)=(+1)$

Écriture algébrique

L'expression $-5+7-8-9+9$ est une somme algébrique.
Elle correspond à la somme suivante : $(-5)+(+7)+(-8)+(-9)+(+9)$.
L'expression $5-7-8+9-9$ est une somme algébrique.
Elle correspond à la somme suivante : $(+5)+(-7)+(-8)+(+9)+(-9)$.

Dans cette écriture les symboles + et − donne le signe du nombre qui suit.
Ce ne sont plus des symboles opératoires car l'addition est sous-entendue.

On n'écrit pas le signe + devant le premier terme d'une somme algébrique.

Exemple pratique :

$A=(-6)+(-3)-(+7)-(-5)+(+9)$ peut s'écrire $A=(-6)+(-3)+(-7)+(+5)+(+9)$
Ainsi $A=-6-3-7+5+9$
On remarque que deux signes + consécutifs correspondent à un +, que deux signes − à un + et un signe + suivi d'un − ou le contraire à un −.

Produit de deux nombres relatifs

Pour calculer le produit de deux nombres relatifs :

- Si les deux nombres ont **le même signe** :
  - on multiplie les distances à zéro ;
  - le produit est **positif** .
- Si les deux nombres ont **des signes différents** :
  - on multiplie les distances à zéro ;
  - le produit est **négatif** .

Exemples :

$(+5)\times(+7)=(+35)$ $(-5)\times(-7)=(+35)$ $(+5)\times(-7)=(-35)$ $(-5)\times(+7)=(-35)$

Quotient de deux nombres relatifs

La règle est la même que pour le produit en calculant les quotients des distances à zéro.

Remarque :

$(+5)\div(+3)$ est positif.
$(-5)\div(-3)$ est positif.
$(-5)\div(+3)$ est négatif.
$(+5)\div(-3)$ est négatif.

$$\frac{+5}{+3}=\frac{-5}{-3}=\frac{5}{3}$$

$$\frac{-5}{+3}=\frac{+5}{-3}=-\frac{5}{3}$$

Remarques et intentions pédagogiques

1 Activité — Chiffre de César

En cours de rédaction

2 Activité — Moins c'est rouge et plus c'est noir !

En cours de rédaction

[1]Il aurait été plus judicieux d'utiliser un autre symbole que $-$ pour désigner l'opposé d'un nombre, par exemple $opp(a)$ ce qui aurait pour mérite d'éviter la confusion quand on aborde la soustraction

[2]C'est une des constructions possibles de cet ensemble.

[3]On suppose sans le dire que $(\mathbb{Z},+)$ est un groupe ordonné.

[4]L'idée est de prolonger la somme des nombres positifs aux nombres relatifs. Cette prolongation doit respecter les propriétés usuelles de l'addition dont la commutativité

[5]Une démonstration dans le cas général demande d'utiliser la notation $opp(a)$ pour l'opposé de a un nombre relatif et éviter la confusion avec la soustraction.
a et b deux relatifs, $S = a + b$
$S + opp(a) + opp(b) = a + b + opp(a) + opp(b) = 0$ donc $opp(a) + opp(b)$ est l'opposé de $a + b$ c'est-à-dire $opp(a + b) = opp(a) + opp(b)$

- Si $a \geqslant 0$ et $b \geqslant 0$ on a la somme habituelle ;
- Si $a \leqslant 0$ et $b \leqslant 0$ alors $opp(a) \geqslant 0$ et $opp(b) \geqslant 0$ ainsi $opp(a) + opp(b) = opp(a + b) > O$ Ainsi $a + b \leqslant 0$ et sa distance à zéro est la même que celle de $opp(a) + opp(b)$
- Si $a \leqslant 0$ et $b \geqslant 0$, $S = a + b$ donc $S + opp(a) = a + b + opp(a)$ ainsi $S + opp(a) = b$
  - si $b \geqslant opp(a)$ alors S est la différence entre b et $opp(a)$, $S = b - opp(a) \geqslant 0$
  - si $b \leqslant opp(a)$ On a $S + opp(a) = b$ donc $opp(S + opp(a)) = opp(b)$ et $opp(S) + a = opp(b)$ Comme $b \leqslant opp(a)$ on a $opp(b) \geqslant a$ Ainsi $opp(S)$ est la différence entre $opp(b)$ et a, $opp(S) = opp(b) - a \geqslant 0$. Finalement S est négatif.

[6]Une démonstration dans le cas général demanderait pour plus de clarté de noter l'opposé d'un nombre relatif a sous la forme $opp(a)$ par exemple, pour éviter la confusion entre les symboles.
Dans ce cas on obtiendrait pour a et b deux relatifs, $D = a - b$ donc D vérifie $D + b = a$ (par définition étendue de la différence de deux nombres).
Comme $D + b = a$ on arrive à $D + b + opp(b) = a + opp(b)$ et finalement $D = a + opp(b)$

[7]On définit la soustraction comme nombre répondant à la question des « additions à trous ». Dans une théorie plus axiomatique des opérations dans $\mathbb{Z}$, la soustraction n'est pas une opération en tant que telle, elle est définit comme somme de l'opposé.

[8]J'aime à dire à ce moment-là que nous venons de faire disparaître la soustraction. Plus précisément, nous avions quatre opérations fondamentales sur les nombres avant ce chapitre et il n'en reste maintenant plus que trois ! La soustraction n'est qu'une addition particulière. Ce sera bientôt le tour de la division. Cette manière de penser tient à la structure de groupe additif de $\mathbb{Z}$ et celle de corps pour $\mathbb{R}$.

[9]C'est une règle usuelle mais qui peut présenter une difficulté didactique. Cela n'a en effet aucun lien avec la multiplication des nombres relatifs et cela peut contribuer à créer de la confusion entre l'addition et la multiplication des nombres relatifs. Il est nécessaire de bien distinguer à l'oral ces deux notions.
Ainsi « $--5$ devient $+5$ »est une phrase à proscrire. Il est raisonnable de dire « $--5$ revient à soustraire l'opposé de 5 c'est-à-dire ajouter 5 ce qu'on écrit $+5$ »

[10]On souhaite que le produit de deux nombres relatifs ait les mêmes propriétés que le produit habituel sur les nombres décimaux positifs. En particulier l'associativité, la commutativité et la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.
Une démonstration dans le cas général est hors de portée du collège.
a et b deux nombres relatifs.
$a \times \big(b + opp(b)\big) = a \times 0 = 0$ en distribuant $a \times b + a \times opp(b) = 0$
Ainsi $a \times b$ est l'opposé de $a \times opp(b)$, ces deux nombres sont donc de signe contraire et $opp(ab) = a \times opp(b)$
En échangeant le rôle de a et b et en invoquant la commutativité de la multiplication on arrive ainsi à :
$opp(a \times b) = a \times opp(b) = b \times opp(a)$.

Développons $\big(a + opp(a)\big)\big(b + opp(b)\big) = 0$
$a \times b + a \times opp(b) + b \times opp(a) + opp(a) \times opp(b) = 0$
Comme $a \times opp(b) = b \times opp(a) = opp(a \times b)$
$a \times b + opp(a \times b) + opp(a \times b) + opp(a) \times opp(b) = 0$
$opp(a \times b) + opp(a) \times opp(b) = 0$ ce qui signifie que $opp(a) \times opp(b)$ est l'opposé de $opp(a \times b)$
C'est-à-dire $opp(a) \times opp(b) = a \times b$.

Par disjonction de cas sur les signes respectifs de a et b on obtient la propriété précédente.

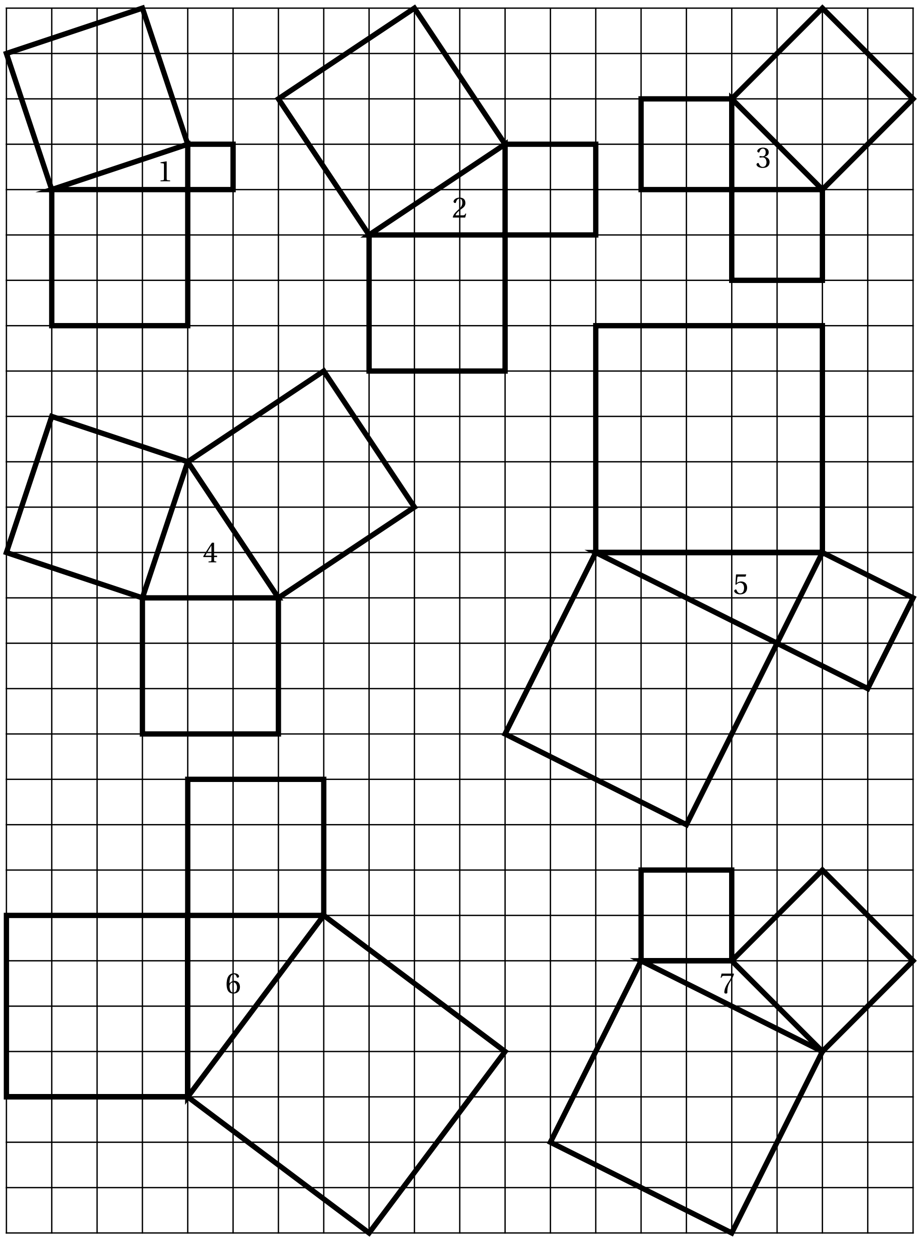
[11]On se gardera bien à l'oral de dire que « $-$ par $+$ égal $-$ »pour éviter les confusions avec l'addition, on préférera « le produit d'un négatif par un positif est négatif. »

Chapitre II

Le théorème de Pythagore et sa réciproque

Sommaire

Situation initiale : Aire et quadrillage



Compléter le tableau suivant. L'unité de mesure des aires est le carreau.

Figure	Aire du petit carré	Aire du Carré moyen	Aire du grand carré
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

I — Le théorème de Pythagore

Définition 2.1 : Vocabulaire du triangles rectangle

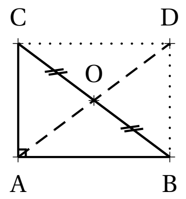
Un triangle ayant un angle droit est un **triangle rectangle** .
Les deux côtés perpendiculaires d'un triangle rectangle sont les **côtés de l'angle droit** . Le côté restant est l'**hypoténuse** du triangle rectangle. C'est le **côté opposé** à l'angle droit.

Propriété 2.1 : Hypoténuse Admise

Si un triangle est rectangle **alors** son plus grand côté est l'hypoténuse. [1]

Démonstration :

Montrons que l'hypoténuse d'un triangle rectangle est le plus long côté.
Soit ABC un triangle rectangle en A et O le milieu de l'hypoténuse [BC].
On place D le symétrique du point A par rapport au point O.



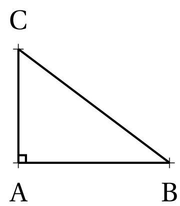
Les diagonales du quadrilatère ABDC se coupent en leur milieu O donc ABCD est un parallélogramme.
De plus ABDC est un parallélogramme ayant un angle droit, il s'agit donc d'un rectangle.
On sait que dans un rectangle les diagonales ont la même longueur, elles ont le même milieu O.
Ainsi $OA = OB = OC = OD$

Dans le triangle OBA l'inégalité triangulaire affirme que $AB \leqslant AO + OB$ or $AO = OC$ d'où $AB \leqslant OB + OC$. Comme $OB + OC = BC$ on a $AB \leqslant BC$
De même dans le triangle OCA on prouve que $AC \leqslant BC$.
Le segment [BC] est bien le plus grand côté du triangle ABC rectangle en A

CQFD

Théorème 2.1 : Le théorème de Pythagore Admis

Si un triangle est rectangle **alors** la somme des carrés des mesures des côtés de l'angle droit est égale au carré de la mesure de l'hypoténuse.

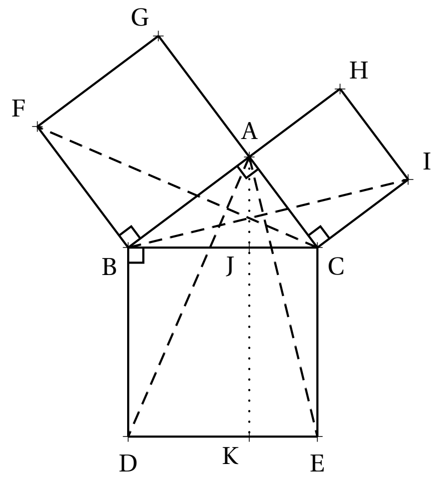


Si ABC est un triangle rectangle en A **alors** $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (**Égalité de Pythagore**)

Démonstration :

Les carrés dans l'égalité de Pythagore correspondent aux aires des carrés construits sur les côtés du triangle rectangle. Les démonstrations proposées ici visent donc à montrer que la somme des aires des deux petits carrés est égale à l'aire du plus grand.

Voici la démonstration que l'on trouve dans les Éléments d'Euclide.



Dans le triangle ABD, l'angle $\widehat{DBA} = 90° + \widehat{CBA}$.
Dans le triangle BCF, l'angle $\widehat{CBF} = 90° + \widehat{CBA}$.
Ainsi $\widehat{DBA} = \widehat{CBF}$. De plus FB = AB et BC = BD.
Les triangles CBF et ABD ont deux angles égaux dont les côtés ont la même longueur. Les triangles ABD et CBF sont donc superposables.
On arrive enfin à $Aire(\text{ABD}) = Aire(\text{CBF})$.

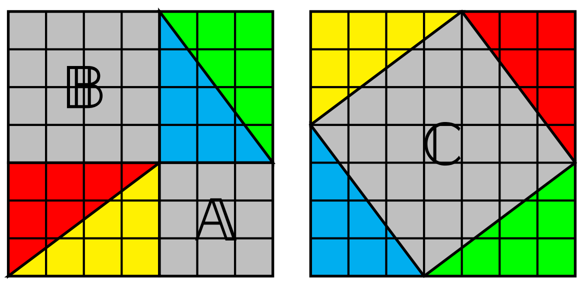
Par le même raisonnement au fait que les triangles BCI et ACE sont aussi superposables.
De même $Aire(\text{BCI}) = Aire(\text{ACE})$

Le triangle FBC a pour base le segment [FB] et sa hauteur mesure la longueur AB puisque ABFG est un carré.
Ainsi l'aire du triangle FBC vaut $\text{FB} \times \text{AB} \div 2$ soit la moitié de l'aire du carré ABFG.
Par le même raisonnement on prouve que l'aire du triangle BCI vaut la moitié de l'aire du carré ACIH

Le triangle ABD a pour base le segment [BD] et sa hauteur mesure la longueur BJ puisque BDKJ est un rectangle.
Ainsi l'aire du triangle ABD vaut la moitié de celle du rectangle BDKJ.
De même l'aire du triangle ACE vaut la moitié de celle du rectangle CEKJ.

Finalement l'aire du carré ABFG vaut le double de celle du triangle FBC donc le double de celle du triangle ABD soit l'aire du rectangle BDKJ.
De même l'aire du carré ACIH est égale à celle du rectangle CEKJ.
On arrive enfin au fait que la somme des aires des petits carrés est égale à l'aire du plus grand.

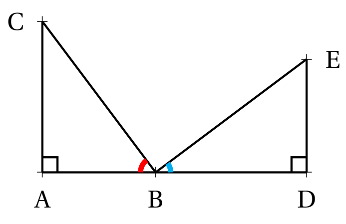
Démonstration par soustraction d'aires égales



On constate l'égalité suivante entre les aires :

$$\mathbb{A} + \mathbb{B} = \mathbb{C}$$

Pour justifier la construction il peut être utile de faire la remarque suivante :



Les triangles rectangles ABC et BDE sont superposables. Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BED}$ sont donc égaux, il en est de même des angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{EBD}$.
On sait que dans un triangle rectangles, les angles aigus sont complémentaires, c'est-à-dire que $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90°$.
On en déduit que $\widehat{ABC} + \widehat{DBE} = 90°$. Comme $\widehat{ABD}$ est plat, on arrive au fait que $\widehat{CBE}$ est droit.
Cela justifie le fait que l'existence du carré de le seconde figure !

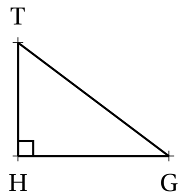
Démonstration de Périgal en 1917
Voir en annexe !

CQFD

Remarque :
$7^2 = \underbrace{7 \times 7}_{2 \text{ fois}} = 49$. À ne pas confondre avec $7 \times 2 = \underbrace{7 + 7}_{2 \text{ fois}} = 14$

II — Application du théorème de Pythagore et racine carrée

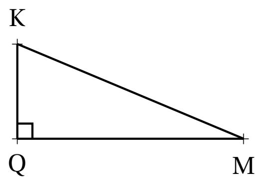
Calcul de l'hypoténuse connaissant les deux côtés de l'angle droit :
On étudie le triangle GHT rectangle en H tel que HG = 4 cm et HT = 3 cm. On trace ce triangle et on constate en mesurant que GT ≈ 5 cm



Dans le triangle GHT rectangle en H, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$HG^2 + HT^2 = GT^2$$
$$4^2 + 3^2 = GT^2$$
$$GT^2 = 16 + 9$$
$$GT^2 = 25$$

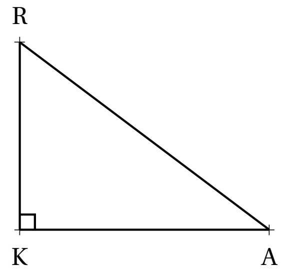
GT est donc un nombre dont le carré est 25, GT = 5 car $5^2 = 25$
L'hypoténuse [GT] mesure 5 cm.[2]
Calcul d'un côté de l'angle droit connaissant l'hypoténuse et un autre côté :
On étudie le triangle QMK rectangle en Q tel que QM = 12 cm et MK = 13 cm. On mesure et on constate que QK ≈ 5 cm.



Dans le triangle QMK rectangle en Q, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$QM^2 + QK^2 = MK^2$$
$$12^2 + QK^2 = 13^2$$
$$144 + QK^2 = 169$$
$$QK^2 = 169 - 144$$
$$QK^2 = 25$$

QK est donc un nombre dont le carré est 25, QK = 5
Calcul d'un côté dont la mesure au carré ne soit pas un carré parfait :
On étudie le triangle RAK rectangle en K tel que KR = 4,95 cm et KA = 6,6 cm. Calculons la mesure du côté [AR].



Dans le triangle RAK rectangle en K, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{KA}^2 + \mathrm{KR}^2 = \mathrm{AR}^2$$
$$6,6^2 + 4,95^2 = \mathrm{AR}^2$$
$$\mathrm{AR}^2 = 43,56 + 24,5025$$
$$\mathrm{AR}^2 = 68,0625$$

On ne connait pas immédiatement un nombre dont le carré vaut exactement $68,0625$.
Notons x ce nombre.
Comme $8^2 = 64 < 68,0625 < 81 = 9^2$ on en déduit que $8 < x < 9$.[3]
En utilisant la calculatrice on trouve que $8,2^2 = 67,24 < 68,0625 < 68,89 = 8,3^2$ et donc que $8,2 < x < 8,3$.
On constate alors que $8,25^2 = 68,0625$.
Finalement $\mathrm{AR} = 8,25\ cm$.

Propriété 2.2 : La racine carrée Admise

Pour tout nombre positif a, il existe un unique nombre positif dont le carré vaut exactement le nombre a.
Ce nombre s'appelle la **racine carrée** de a et se note $\sqrt{a}$.
Par définition $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

Exemples :

$\sqrt{0} = 0$ et $\sqrt{1} = 1$.
$\sqrt{49} = 7$ car $7^2 = 49$.
La plupart des racines carrées ne sont pas des nombres décimaux, ni même des nombres rationnels.
$\sqrt{2} \approx 1,41421$ et $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

Méthode 2.1 : Calculer la mesure du côté d'un triangle rectangle
Pour utiliser le théorème de Pythagore il faut connaître la mesure de deux côtés et vouloir calculer la mesure du troisième.

— Nommer le triangle rectangle et bien repérer l'angle droit ;
— invoquer le théorème de Pythagore et écrire l'égalité en veillant à l'angle droit ;
— si on cherche la mesure de l'hypoténuse, on effectue la somme des carrés des deux autres côtés ;
— si on cherche la mesure d'un autre côté, on fait la différence du carré de l'hypoténuse et de l'autre côté ;
— une fois le carré obtenu il suffit de calculer la racine carrée pour obtenir la mesure.

III — La réciproque du théorème de Pythagore

Théorème 2.2 : Contraposée du théorème de Pythagore *(Admis)*

Si dans un triangle l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée **alors** ce triangle n'est pas rectangle.

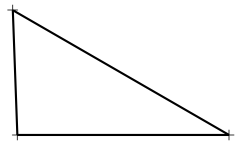
Démonstration :

C'est une conséquence de la logique des propositions.
Prenons un exemple simple :

Propriété : Si nous sommes le 25 décembre alors je ne vais pas à l'école.
La propriété contraposée est : Si je vais à l'école alors nous ne sommes pas le 25 décembre.
On comprend que quand une propriété est vraie alors la propriété contraposée est également vraie.
Dans le cas du théorème de Pythagore, si l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée alors le triangle n'est pas rectangle car s'il était rectangle l'égalité serait vérifiée !

CQFD

Exemple :
Un triangle TYP est tel que TY = 33 mm, TP = 56 mm et YP = 66 mm
En dessinant ce triangle, il semble rectangle.



Vérifions : comparons $TY^2 + TP^2$ et YP^2

$TY^2 + TP^2 = 33^2 + 56^2$
$TY^2 + TP^2 = 1\,089 + 3\,136$
$TY^2 + TP^2 = 4\,225$

$YP^2 = 66^2$
$YP^2 = 4\,356$

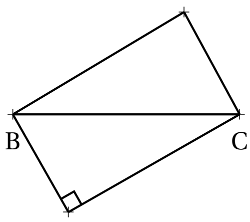
Ainsi $TY^2 + TP^2 \neq YP^2$
D'après **le théorème contraposé de Pythagore**, le triangle TYP n'est pas rectangle.

Théorème 2.3 : Réciproque du théorème de Pythagore *(Admis)*

Si dans un triangle l'égalité de Pythagore est vérifiée **alors** ce triangle est rectangle.

Démonstration :

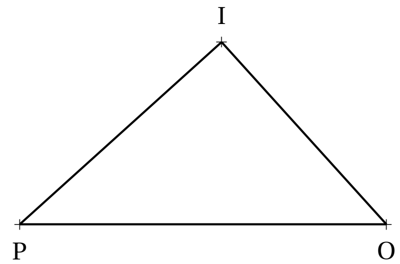
aCe théorème, contrairement au théorème contraposé, demande une démonstration.
Soit ABC un triangle à priori quelconque vérifiant l'égalité de Pythagore, par exemple $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ce qui suppose que BC est le plus long côté.



Plaçons de l'autre côté du segment [BC] un point D tel que BCD soit rectangle en D et BD = AC. (Cela revient à tracer un triangle rectangle connaissant la mesure de l'hypoténuse et un côté de l'angle droit).
Comme BCD est rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore on a :
$DB^2 + DC^2 = BC^2$
Or BD = AC et $AB^2 + AC^2 = BC^2$ d'où $AC^2 + DC^2 = AB^2 + AC^2$ c'est-à-dire $DC^2 = AB^2$ donc DC = AB (ce sont des longueurs !).
Le quadrilatère ABDC a donc ses côtés opposés AB et DC de même longueur, ainsi que les côtés opposés BD et AC
On sait que **Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur deux à deux alors c'est un parallélogramme.**
On en déduit que ABDC est un parallélogramme.
De plus ce parallélogramme a un angle droit en D.
On sait que **Si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle**.
Finalement ABDC est un rectangle, ce qui prouve que ABC est un triangle rectangle en A.

CQFD

Exemple :
POI un triangle tel que : PO = 97 mm, PI = 72 mm et OI = 65 mm.



Ce triangle est-il rectangle ?

Comme PO est le plus long côté, comparons PO^2 et $IP^2 + IO^2$

$$PO^2 = 97^2$$
$$PO^2 = 9\,409$$

$$IP^2 + IO^2 = 72^2 + 65^2$$
$$IP^2 + IO^2 = 5\,184 + 4\,225$$
$$IP^2 + IO^2 = 9\,409$$

Ainsi $IP^2 + IO^2 = PO^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle POI est rectangle en P.

Méthode 2 . 2 : Déterminer si un triangle est rectangle

Étant données les trois mesures des côtés d'un triangle :

— Déterminer le plus grand côté (il est candidat pour être l'hypoténuse) ;

— calculer le carré de la mesure du plus grand côté ;

— calculer la somme des carrés des mesures des deux plus petits côtés ;

— vérifier si les deux calculs précédents sont égaux ou non :

  — si les deux calculs sont exactement égaux, l'**égalité de Pythagore** est vérifiée, la réciproque du théorème de Pythagore affirme que le triangle est rectangle ;

  — si les deux calculs ne sont pas égaux, l'**égalité de Pythagore** n'est pas vérifiée, la contraposée du théorème de Pythagore affirme que le triangle n'est pas rectangle.

Question du jour n° 1 : Mesurer et calculer le côté d'un triangle rectangle

Tracer le triangle RIZ rectangle en Z tel que ZR = 6 cm et ZI = 8 cm.
Mesurer la longueur du segment RI puis calculer la longueur exacte de RI.

Question du jour n° 2 : Mesurer et calculer le côté d'un triangle rectangle – Épisode 2

Tracer le triangle GLU rectangle en U tel que UR = $4,5$ cm et GL = $7,5$ cm.
Mesurer la longueur du segment UL puis calculer la longueur exacte de UL.

Question du jour n° 3 : Mesurer et calculer le côté d'un triangle rectangle – Épisode 3

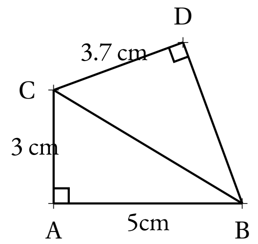
Tracer le triangle AHU rectangle en A tel que AH = 28 mm et AU = 45 mm.
Mesurer la longueur du segment HU puis calculer la longueur exacte de HU.

Question du jour n° 4 : Mesurer et calculer le côté d'un triangle rectangle – Épisode 4

Tracer le triangle KAT rectangle en T tel que TK = $3,3$ cm et KA = $6,5$ cm.
Mesurer la longueur du segment AT puis calculer la longueur exacte de AT.

Question du jour n° 5 : Deux à la suite

En tenant compte des codages et des longueurs indiquées, calculer la valeur exacte puis la valeur approchée au millimètre près de la longueur BD.



Question du jour n° 6 : Rectangle ou pas ?

Tracer le triangle ZOE tel que ZO = 48 mm, ZE = 55 mm et OE = 73 mm. ZOE est-il rectangle ?

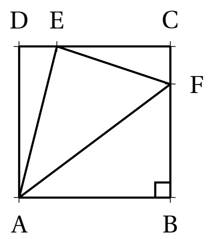
Question du jour n° 7 : Rectangle ou pas ? – Épisode 2

Tracer le triangle KAE tel que KE = 36 mm, KA = 77 mm et AE = 84 mm. KAE est-il rectangle ?

Question du jour n° 8 : Rectangle ou pas ? – Épisode 3

Le carré ABCD a des côtés de 4 cm.
E ∈ [CD] tel que CE = 3 cm
F ∈ [BC] tel que BF = 3 cm

Le triangle AEF est-il rectangle ?



Exercices

Exercice n° 1 : Théorème de Pythagore en mesurant — Épisode 1

Tracer le triangle JHG rectangle en J tel que $JH = 2,8\ cm$ et $JG = 4,5\ cm$
Mesurer puis calculer la longueur HG.

Exercice n° 2 : Théorème de Pythagore en mesurant – Épisode 2

Tracer le triangle POL rectangle en P tel que $OL = 65\ mm$ et $PO = 33\ mm$
Mesurer puis calculer la longueur LP.

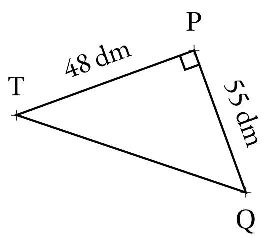
Exercice n° 3 : Théorème de Pythagore sans mesurer — Épisode 1

Le triangle PHA rectangle en H est tel que $HA = 60\ km$ et $HP = 63\ km$.
Tracer un croquis puis calculer la longueur PA.

Exercice n° 4 : Théorème de Pythagore sans mesurer — Épisode 2

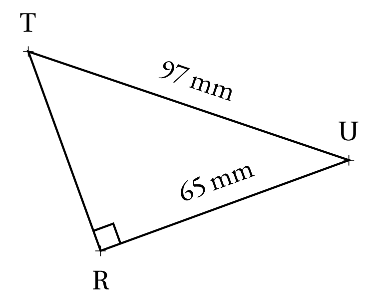
Le triangle FAB rectangle en F est tel que $FB = 39\ m$ et $AB = 89\ m$.
Tracer un croquis puis calculer la longueur FA.

Exercice n° 5 : Théorème de Pythagore avec une figure — Épisode 1



Le triangle PTQ rectangle en P

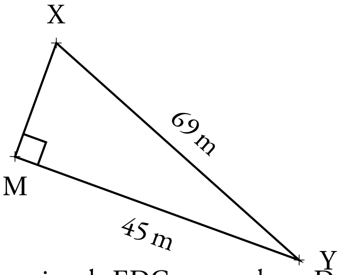
Calculer la valeur exacte de TQ.



Le triangle RUT rectangle en R

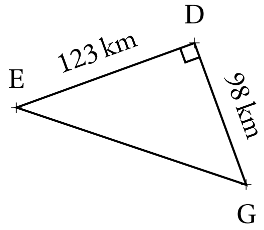
Calculer la valeur exacte de TR.

Exercice n° 6 : Théorème de Pythagore avec une figure — Épisode 2



Le triangle XMY rectangle en M

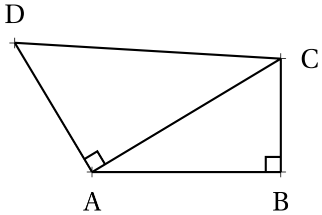
Calculer la valeur exacte de MX puis une valeur approchée au centième près.



Le triangle EDG rectangle en D

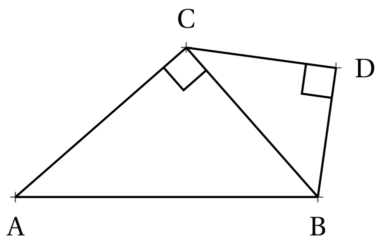
Calculer la valeur exacte de EG.

Exercice n° 7 : Théorème de Pythagore : deux à la suite — Épisode 1



Sur la figure ci-après,
AB = 5 cm, BC = 3 cm et AD = 4 cm.
Calculer la valeur exacte de DC puis donner une valeur approchée au millimètre près.

Exercice n° 8 : Théorème de Pythagore : deux à la suite – Épisode 2

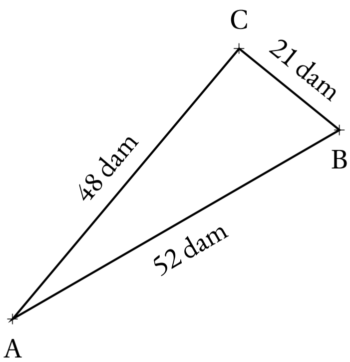


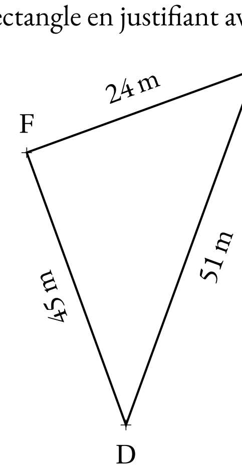
Sur la figure ci-après,
AB = 4 cm, AC = 3 cm et CD = 2 cm.

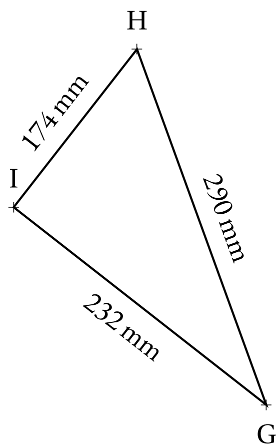
Calculer la valeur exacte de DB puis donner une valeur approchée au millimètre près.

Exercice n° 9 : Rectangle ou pas

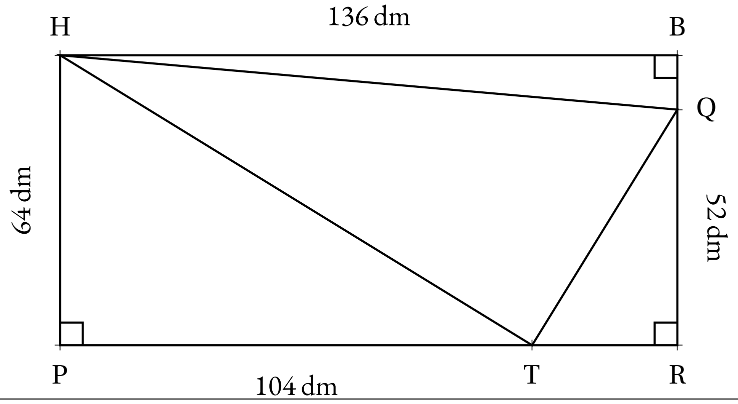
Pour chacune des figures suivantes, indiquer si le triangle est rectangle en justifiant avec soin votre raisonnement.







Exercice n° 10 : Un triangle rectangle dans dans un rectangle



La figure ci-contre n'est pas dessinée en vraie grandeur.

PRBH est un rectangle.

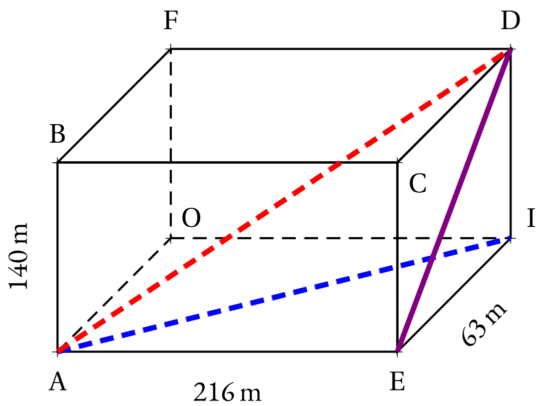
Le triangle HQT est-il rectangle ?

Exercice n° 11 : Un cric

Ce cric, pour changer la roue d'une voiture, a la forme d'un losange dont les côtés mesurent 21 cm de côté.

À quelle hauteur soulève-t-on la voiture quand la grande diagonale mesure 32 cm ?

Exercice n° 12 : La grande diagonale



AEIOBCDF est un pavé droit.

1. Calculer AI.

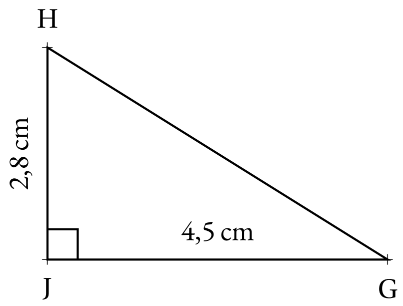
2. Calculer AD.

3. Le triangle AED est-il rectangle ?

À quelle hauteur soulève-t-on la voiture quand la grande diagonale mesure 32 cm ?

Exercice n° 1 : Théorème de Pythagore en mesurant — Épisode 1

Correction



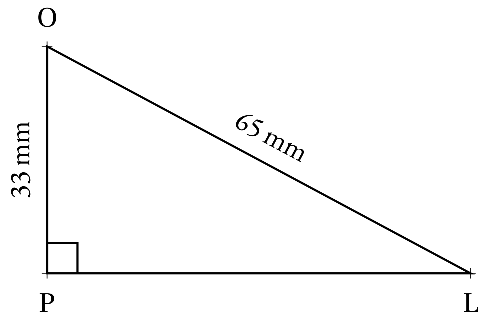
Dans le triangle JHG rectangle en J,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$JH^2 + JG^2 = HG^2$$
$$2,8^2 + 4,5^2 = HG^2$$
$$7,84 + 20,25 = HG^2$$
$$HG^2 = 28,09$$
$$HG = \sqrt{28,09}$$
$$HG = 5,3$$

Ainsi $\boxed{HG = 5{,}3\,\text{cm}}$

Exercice n° 2 : Théorème de Pythagore en mesurant — Épisode 2

Correction



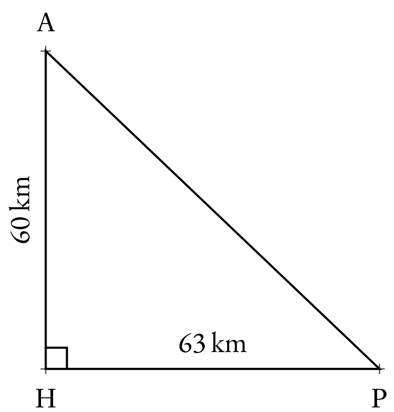
Dans le triangle POL rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$PO^2 + PL^2 = OL^2$$
$$33^2 + PL^2 = 65^2$$
$$1089 + PL^2 = 4225$$
$$PL^2 = 4225 - 1089$$
$$PL^2 = 3136$$
$$PL = \sqrt{3136}$$
$$PL = 56$$

Ainsi $\boxed{PL = 56\,\text{mm}}$

Exercice n° 3 : Théorème de Pythagore sans mesurer — Épisode 1

Correction



Dans le triangle HPA rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

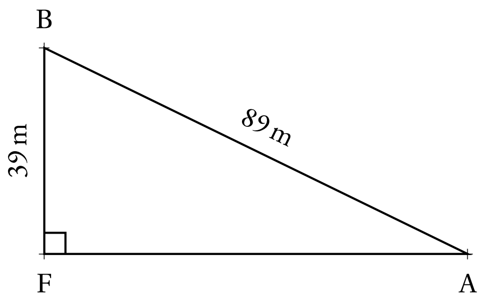
$$HP^2 + HA^2 = PA^2$$
$$63^2 + 60^2 = PA^2$$
$$3969 + 3600 = PA^2$$
$$PA^2 = 7569$$
$$PA = \sqrt{7569}$$
$$PA = 87$$

Ainsi $\boxed{PA = 87\,\text{km}}$

Exercice n° 4 : Théorème de Pythagore sans mesurer — Épisode 2

Correction

Dans le triangle BFA rectangle en F,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :



$$FB^2 + FA^2 = BA^2$$
$$39^2 + FA^2 = 89^2$$
$$1521 + FA^2 = 7921$$
$$FA^2 = 7921 - 1521$$
$$FA^2 = 6400$$
$$FA = \sqrt{6400}$$
$$FA = 80$$

Ainsi $\boxed{FA = 80\,\text{m}}$

Exercice n° 5 : Théorème de Pythagore avec une figure — Épisode 1

Correction

Dans le triangle PTQ rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$PT^2 + PQ^2 = TQ^2$$
$$48^2 + 55^2 = TQ^2$$
$$2304 + 3025 = TQ^2$$
$$TQ^2 = 5329$$
$$TQ = \sqrt{5329}$$
$$TQ = 73$$

$\boxed{TQ = 73\,\text{dm}}$

Dans le triangle TRU rectangle en R,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$RT^2 + RU^2 = TU^2$$
$$RT^2 + 65^2 = 97^2$$
$$RT^2 + 4225 = 9409$$
$$RT^2 = 9409 - 4225$$
$$RT^2 = 5184$$
$$RT = \sqrt{5184}$$
$$RT = 72$$

$\boxed{RT = 72\,\text{mm}}$

Exercice n° 6 : Théorème de Pythagore avec une figure — Épisode 2

Correction

Dans le triangle MXY rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$MX^2 + MY^2 = XY^2$$
$$MX^2 + 45^2 = 69^2$$
$$MX^2 + 2025 = 4761$$
$$MX^2 = 4761 - 2025$$
$$MX^2 = 2736$$
$$MX = \sqrt{2736}$$
$$MX \approx 52{,}31$$

$\boxed{MX = \sqrt{2736}\ m \approx 52{,}31\,\text{m}}$

Dans le triangle EDG rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DE^2 + DG^2 = EG^2$$
$$123^2 + 98^2 = EG^2$$
$$15\,129 + 9604 = EG^2$$
$$EG^2 = 24\,733$$
$$EG = \sqrt{24\,733}$$
$$EG \approx 157{,}28$$

$\boxed{EG = \sqrt{24\,733}\ km \approx 157{,}28\,\text{km}}$

Exercice n° 7 : Théorème de Pythagore : deux à la suite — Épisode 1

Correction

Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$
$$5^2 + 3^2 = AC^2$$
$$25 + 9 = AC^2$$
$$AC^2 = 34$$
$$AC = \sqrt{34}$$
$$AC \approx 5,83$$

$\boxed{AC = \sqrt{34}\ cm \approx 5{,}83\,\text{cm}}$

Dans le triangle CAD rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AC^2 + AD^2 = CD^2$$
$$34 + 4^2 = CD^2$$
$$34 + 16 = CD^2$$
$$CD^2 = 50$$
$$CD = \sqrt{50}$$
$$CD \approx 7{,}07$$

$\boxed{CD = \sqrt{50}\ cm \approx 7{,}07\,\text{cm}}$

Exercice n° 8 : Théorème de Pythagore : deux à la suite — Épisode 1

Correction

Dans le triangle ACB rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CA^2 + CB^2 = AB^2$$
$$3^2 + CB^2 = 4^2$$
$$9 + CB^2 = 16$$
$$CB^2 = 16 - 9$$
$$CB^2 = 7$$
$$CB = \sqrt{7}$$
$$CB \approx 2,64$$

$\boxed{CB = \sqrt{7}\ cm \approx 2{,}64\,\text{cm}}$

Dans le triangle CDB rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DB^2 + DC^2 = BC^2$$
$$DB^2 + 2^2 = 7$$
$$DB^2 + 4 = 7$$
$$DB^2 = 7 - 4$$
$$DB^2 = 3$$
$$DB = \sqrt{3}$$
$$DB \approx 1,73$$

$\boxed{DB = \sqrt{3}\ cm \approx 1{,}73\,\text{cm}}$

Exercice n° 9 : Rectangle ou pas

Correction

Le triangle ABC **est-il rectangle ?**

Comparons $CA^2 + CB^2$ et AB^2 :

$CA^2 + CB^2$	AB^2
$48^2 + 21^2$	52^2
$2304 + 441$	
2745	2704

Comme $CA^2 + CB^2 \neq AB^2$,
D'après **la contraposée du théorème de Pythagore**
$\boxed{\text{le triangle ABC n'est pas rectangle}}$.

Le triangle FED est-il rectangle ?

Comparons $FE^2 + FD^2$ et ED^2 :

$FE^2 + FD^2$	ED^2
$24^2 + 45^2$	51^2
$576 + 2025$	
2601	2601

Comme $FE^2 + FD^2 = ED^2$,
D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**
$\boxed{\text{le triangle FED est rectangle en F}}$.

Le triangle IHG est-il rectangle ?

Comparons $IH^2 + IG^2$ et HG^2 :

$IH^2 + IG^2$	HG^2
$174^2 + 232^2$	290^2
$20\,276 + 53\,824$	
$84\,100$	$84\,100$

Comme $IH^2 + IG^2 = HG^2$,
D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**
$\boxed{\text{le triangle IHG est rectangle en I}}$.

Dans le triangle HPT rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$PH^2 + PT^2 = HT^2$$
$$64^2 + 104^2 = HT^2$$
$$4096 + 10\,816 = HT^2$$
$$HT^2 = 14\,912$$
$$HT = \sqrt{14\,912}$$
$$HT = \approx 122,11$$

Dans le triangle TRQ rectangle en R,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$RT^2 + RQ^2 = TQ^2$$
$$32^2 + 52^2 = TQ^2$$
$$1024 + 2704 = TQ^2$$
$$TQ^2 = 3728$$
$$TQ = \sqrt{3728}$$
$$TQ = \approx 61,06$$

Dans le triangle HBQ rectangle en B,

D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BH^2 + BQ^2 = HQ^2$$
$$136^2 + 12^2 = HQ^2$$
$$18\,496 + 144 = HQ^2$$
$$HQ^2 = 18\,640$$
$$HQ = \sqrt{18\,640}$$
$$HQ = \approx 136,53$$

Comparons $TH^2 + TQ^2$ et HQ^2 :

$TH^2 + TQ^2$	HQ^2
$14\,912 + 3728$	
$18\,640$	$18\,640$

Comme

$$TH^2 + TQ^2 = HQ^2$$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore**
$\boxed{\text{le triangle THQ est rectangle en T}}$.

Attention, en prenant, les valeurs approchées, on peut obtenir un résultat différent et faux !

$TH^2 + TQ^2 \approx 122,11^2 + 61,06^2 \approx 14\,910{,}85 + 3728{,}32 \approx 18\,639{,}17$
Et $HQ^2 \approx 136,53^2 \approx 18\,640{,}44$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

1. Tracer le triangle UYR rectangle en Y tel que UY = 28 mm et RY = 45 mm. Calculer UR.

---

2. Tracer le triangle MLO rectangle en O tel que ML = $8,9$ cm et OL = $3,9$ cm. Calculer MO.

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

1. Tracer le triangle ZER rectangle en Z tel que ZE = 33 mm et ZR = 56 mm. Calculer ER.

---

2. Tracer le triangle PUT rectangle en P tel que UT = $9,7$ cm et PU = $7,2$ cm. Calculer PT.

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

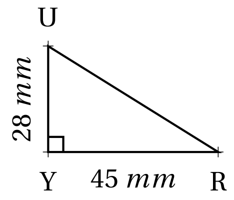
1. Tracer le triangle ATH rectangle en A tel que AT = 36 mm et AH = 77 mm. Calculer TH.

---

2. Tracer le triangle KWX rectangle en W tel que KX = $8,9$ cm et WX = 8 cm. Calculer KW.

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

1. Tracer le triangle UYR rectangle en Y tel que UY = 28 mm et RY = 45 mm. Calculer UR.



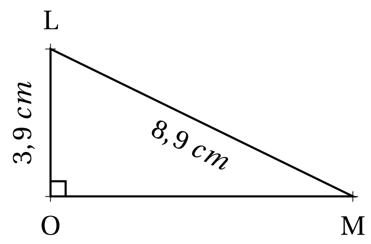
Dans le triangle YUR rectangle en Y,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$YU^2 + YR^2 = UR^2$$
$$28^2 + 45^2 = UR^2$$
$$784 + 2\,025 = UR^2$$
$$UR^2 = 2\,809$$
$$UR = \sqrt{2\,809}$$
$$UR = 53$$

$\boxed{UR = 53\ mm}$

---

2. Tracer le triangle MLO rectangle en O tel que ML = 8,9 cm et OL = 3,9 cm. Calculer MO.



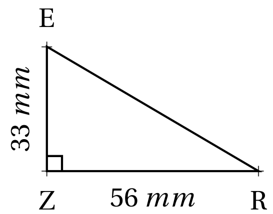
Dans le triangle MLO rectangle en O,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$OM^2 + OL^2 = ML^2$$
$$OM^2 + 3,9^2 = 8,9^2$$
$$OM^2 + 15,21 = 79,21$$
$$OM^2 = 79,21 - 15,21$$
$$OM^2 = 64$$
$$OM = \sqrt{64}$$
$$OM = 8$$

$\boxed{OM = 8\ cm}$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

1. Tracer le triangle ZER rectangle en Z tel que ZE = 33 mm et ZR = 56 mm. Calculer ER.



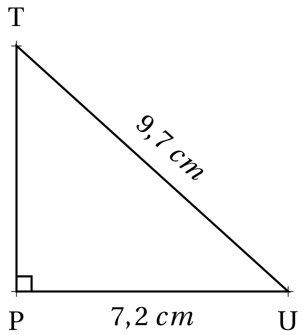
Dans le triangle ZER rectangle en Z,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$ZR^2 + ZE^2 = ER^2$$
$$56^2 + 33^2 = ER^2$$
$$3\,136 + 1\,089 = ER^2$$
$$ER^2 = 4\,225$$
$$ER = \sqrt{4\,225}$$
$$ER = 65$$

$\boxed{ER = 65\ mm}$

---

2. Tracer le triangle PUT rectangle en P tel que UT = 9,7 cm et PU = 7,2 cm. Calculer PT.



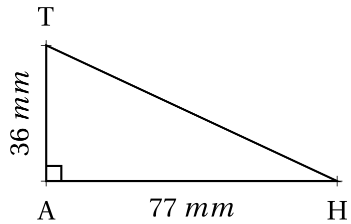
Dans le triangle PUT rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$PU^2 + PT^2 = UT^2$$
$$7,2^2 + PT^2 = 9,7^2$$
$$51,84 + PT^2 = 94,09$$
$$PT^2 = 94,09 - 51,85$$
$$PT^2 = 42,25$$
$$PT = \sqrt{42,25}$$
$$PT = 6,5$$

$\boxed{PT = 6,5\ cm}$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

1. Tracer le triangle ATH rectangle en A tel que AT = 36 mm et AH = 77 mm. Calculer TH.



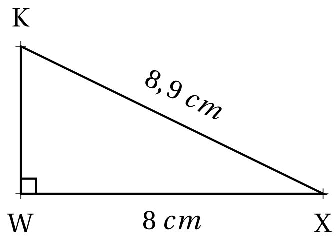
Dans le triangle ATH rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AH^2 + AT^2 = TH^2$$
$$77^2 + 36^2 = TH^2$$
$$5\,929 + 1\,296 = TH^2$$
$$TH^2 = 7\,225$$
$$TH = \sqrt{7\,225}$$
$$TH = 85$$

$\boxed{TH = 85\ mm}$

---

2. Tracer le triangle KWX rectangle en W tel que KX = 8,9 cm et WX = 8 cm. Calculer KW.



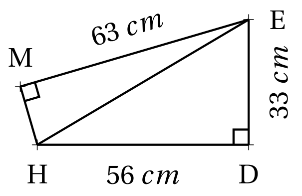
Dans le triangle KWX rectangle en W,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$WK^2 + WX^2 = KX^2$$
$$WK^2 + 8^2 = 8,9^2$$
$$WK^2 + 64 = 79,21$$
$$WK^2 = 79,21 - 64$$
$$WK^2 = 15,21$$
$$WK = \sqrt{15,21}$$
$$WK = 3,9$$

$\boxed{WK = 3,9\ cm}$

Contrôle de mathématiques

Exercice 1



Cette figure n'est pas réalisée en vraies grandeurs !

1. Démontrer en détaillant votre raisonnement que HE = 65 cm.

2. Démontrer en détaillant votre raisonnement que MH = 16 cm.

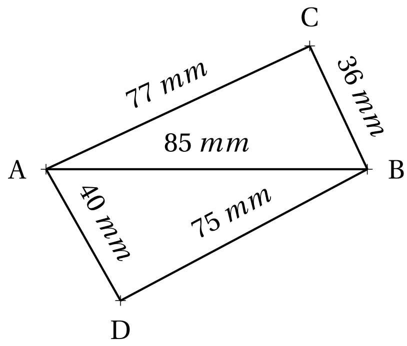
Exercice 2

1. Le triangle ABC est-il rectangle ?

Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.

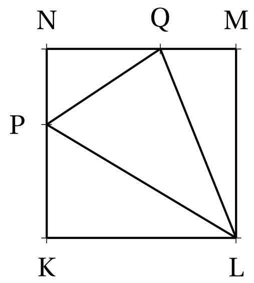
2. Le triangle ABD est-il rectangle ?

Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.



Cette figure n'est pas réalisée en vraies grandeurs !

Exercice 3



Cette figure n'est pas réalisée en vraies grandeurs !

KLMN est un carré de côté 5 cm

P ∈ [KN] tel que KP = 3 cm
Q ∈ [NM] tel que QM = 2 cm

1. Calculer en justifiant votre raisonnement les longueurs QP, PL et LQ

2. Le triangle PLQ est-il rectangle ?
Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.

Exercice 4

Voici deux expressions littérales : $M = (x - y) - (y - x)$ et $N = x - (y - x) - y$

1. Calculer M et N pour $x = -1$ et $y = 3$ en détaillant vos calculs.

2. Calculer M et N pour $x = 5$ et $y = -5$ en détaillant vos calculs.

3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

Correction

Exercice 1
1. Dans le triangle HDE rectangle en D, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DH^2 + DE^2 = EH^2$$
$$56^2 + 33^2 = EH^2$$
$$EH^2 = 3\,136 + 1\,089$$
$$EH^2 = 4\,225$$
$$EH = \sqrt{4\,225}$$
$$EH = 65$$

Donc EH = 65 cm.

2. Dans le triangle HME rectangle en M, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$MH^2 + ME^2 = EH^2$$
$$MH^2 + 63^2 = 65^2$$
$$MH^2 + 3\,969 = 4\,225$$
$$MH^2 = 4\,225 - 3\,969$$
$$MH^2 = 256$$
$$MH = \sqrt{256}$$
$$MH = 16$$

Donc MH = 16 cm.

Exercice 2
1. Comparons $CA^2 + CB^2$ et AB^2

$$CA^2 + CB^2 = 77^2 + 36^2$$
$$CA^2 + CB^2 = 5\,929 + 1\,296$$
$$CA^2 + CB^2 = 7\,225$$

$$AB^2 = 85^2$$
$$AB^2 = 7\,225$$

Comme $CA^2 + CB^2 = AB^2$ d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle ABC est rectangle C.

2. Comparons $DA^2 + DB^2$ et AB^2

$$DA^2 + DB^2 = 75^2 + 40^2$$
$$DA^2 + DB^2 = 5\,625 + 1\,600$$
$$DA^2 + DB^2 = 7\,225$$

$$AB^2 = 85^2$$
$$AB^2 = 7\,225$$

Comme $DA^2 + DB^2 = AB^2$ d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle ADC est rectangle D.

Exercice 3

1. Comme KLMN est un carré, les triangles NPQ, QML et PKL sont rectangles respectivement en N, M et K.

Dans le triangle NPQ rectangle en N, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$NQ^2 + NP^2 = QP^2$$
$$3^2 + 2^2 = QP^2$$
$$QP^2 = 9 + 4$$
$$QP^2 = 13$$
$$QP = \sqrt{13}$$

Dans le triangle QLM rectangle en M, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$MQ^2 + ML^2 = QL^2$$
$$2^2 + 5^2 = QL^2$$
$$QL^2 = 4 + 25$$
$$QL^2 = 29$$
$$QL = \sqrt{29}$$

Dans le triangle PKL rectangle en K, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$KL^2 + KP^2 = PL^2$$
$$5^2 + 3^2 = PL^2$$
$$PL^2 = 25 + 9$$
$$PL^2 = 34$$
$$PL = \sqrt{34}$$

2. Comparons $QP^2 + QL^2$ et PL^2

$$QP^2 + QL^2 = (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{29})^2$$
$$QP^2 + QL^2 = 13 + 29$$
$$QP^2 + QL^2 = 42$$

$$Pl^2 = (\sqrt{34})^2$$
$$PL^2 = 34$$

Comme $QP^2 + QL^2 \neq PL^2$ d'après **la contraposée du théorème de Pythagore**, le triangle PQL n'est pas rectangle.

Exercice 4

1. Pour $x = -1$ et $y = 3$

$M = (-1-3) - (3-(-1))$
$M = -4 - (3+1)$
$M = -4 - 4$
$M = -8$

$N = -1 - (3-(-1)) - 3$
$N = -1 - (3+1) - 3$
$N = -1 - 4 - 3$
$N = -8$

2. Pour $x = 5$ et $y = -5$

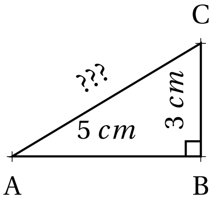
$M = (5-(-5)) - (-5-5)$
$M = (5+5) - (-10)$
$M = 10 + 10$
$M = 20$

$N = 5 - (-5-5) - (-5)$
$N = 5 - (-10) + 5$
$N = 5 + 10 + 5$
$N = 20$

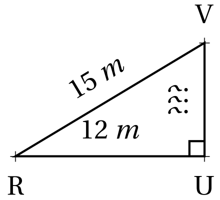
3. Conjecture : les expressions M et N sont équivalentes !

Contrôle de mathématiques

Exercice 1 | *Les deux figures ci-dessous ne sont pas en vraie grandeur.* **(5 points)**

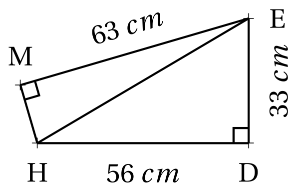


Donner une valeur approchée au dixième près de AC.



Donner une valeur approchée au centième près de UV.

Exercice 2 **(5 points)**



Cette figure n'est pas réalisée en vraies grandeurs !

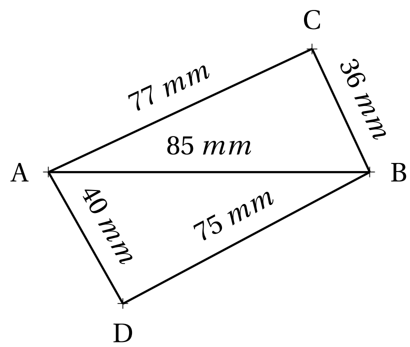
1. Démontrer en détaillant votre raisonnement que HE = 65 cm.

2. Démontrer en détaillant votre raisonnement que MH = 16 cm.

Exercice 3 **(5 points)**

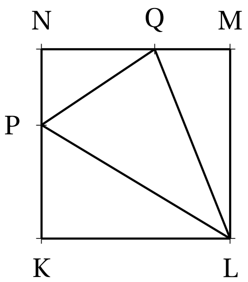
1. Le triangle ABC est-il rectangle ?
Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.

2. Le triangle ABD est-il rectangle ?
Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.



Cette figure n'est pas réalisée en vraies grandeurs !

Exercice 4 **(5 points)**



Cette figure n'est pas réalisée en vraies grandeurs !

KLMN est un carré de côté 5 cm

P ∈ [KN] tel que KP = 3 cm
Q ∈ [NM] tel que QM = 2 cm

1. Calculer en justifiant votre raisonnement les longueurs QP, PL et LQ

2. Le triangle PLQ est-il rectangle ?
Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.

Correction

Exercice 1

Calcul de AC **dans le triangle** ABC

Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{BA}^2+\mathrm{BC}^2=\mathrm{AC}^2$$
$$5^2+3^2=\mathrm{AC}^2$$
$$25+9=\mathrm{AC}^2$$
$$\mathrm{AC}^2=34$$
$$\mathrm{AC}=\sqrt{34}$$
$$\mathrm{BC}\approx 5,8$$

$\boxed{\mathrm{AC}\approx 5,8\ cm}$

Calcul de VU **dans le triangle** VUR

Dans le triangle RUV rectangle en U,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{UR}^2+\mathrm{UV}^2=\mathrm{RV}^2$$
$$12^2+\mathrm{UV}^2=15^2$$
$$144+\mathrm{UV}^2=225$$
$$\mathrm{UV}^2=225-144$$
$$\mathrm{UV}^2=81$$
$$\mathrm{UV}=\sqrt{81}$$
$$\mathrm{UV}=9$$

$\boxed{\mathrm{UV}=9\ m}$

Exercice 2
1. Dans le triangle HDE rectangle en D, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{DH}^2+\mathrm{DE}^2=\mathrm{EH}^2$$
$$56^2+33^2=\mathrm{EH}^2$$
$$\mathrm{EH}^2=3\,136+1\,089$$
$$\mathrm{EH}^2=4\,225$$
$$\mathrm{EH}=\sqrt{4\,225}$$
$$\mathrm{EH}=65$$

Donc $\mathrm{EH}=65\ cm$.

2. Dans le triangle HME rectangle en M, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{MH}^2+\mathrm{ME}^2=\mathrm{EH}^2$$
$$\mathrm{MH}^2+63^2=65^2$$
$$\mathrm{MH}^2+3\,969=4\,225$$
$$\mathrm{MH}^2=4\,225-3\,969$$
$$\mathrm{MH}^2=256$$
$$\mathrm{MH}=\sqrt{256}$$
$$\mathrm{MH}=16$$

Donc $\mathrm{MH}=16\ cm$.

Exercice 3

1. Comparons $CA^2 + CB^2$ et AB^2

$$CA^2 + CB^2 = 77^2 + 36^2$$
$$CA^2 + CB^2 = 5\,929 + 1\,296$$
$$CA^2 + CB^2 = 7\,225$$

$$AB^2 = 85^2$$
$$AB^2 = 7\,225$$

Comme $CA^2 + CB^2 = AB^2$ d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle ABC est rectangle C.

2. Comparons $DA^2 + DB^2$ et AB^2

$$DA^2 + DB^2 = 75^2 + 40^2$$
$$DA^2 + DB^2 = 5\,625 + 1\,600$$
$$DA^2 + DB^2 = 7\,225$$

$$AB^2 = 85^2$$
$$AB^2 = 7\,225$$

Comme $DA^2 + DB^2 = AB^2$ d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle ADC est rectangle D.

Exercice 4

1. Comme KLMN est un carré, les triangles NPQ, QML et PKL sont rectangles respectivement en N, M et K.

Dans le triangle NPQ rectangle en N, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$NQ^2 + NP^2 = QP^2$$
$$3^2 + 2^2 = QP^2$$
$$QP^2 = 9 + 4$$
$$QP^2 = 13$$
$$QP = \sqrt{13}$$

Dans le triangle QLM rectangle en M, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$MQ^2 + ML^2 = QL^2$$
$$2^2 + 5^2 = QL^2$$
$$QL^2 = 4 + 25$$
$$QL^2 = 29$$
$$QL = \sqrt{29}$$

Dans le triangle PKL rectangle en K, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$KL^2 + KP^2 = PL^2$$
$$5^2 + 3^2 = PL^2$$
$$PL^2 = 25 + 9$$
$$PL^2 = 34$$
$$PL = \sqrt{34}$$

2. Comparons $QP^2 + QL^2$ et PL^2

$$QP^2 + QL^2 = (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{29})^2$$
$$QP^2 + QL^2 = 13 + 29$$
$$QP^2 + QL^2 = 42$$

$$Pl^2 = (\sqrt{34})^2$$
$$PL^2 = 34$$

Comme $QP^2 + QL^2 \neq PL^2$ d'après **la contraposée du théorème de Pythagore**, le triangle PQL n'est pas rectangle.

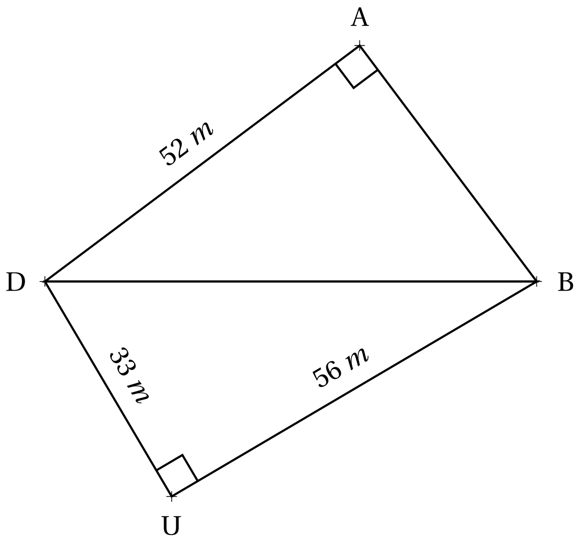
Évaluation

Exercice n° 1 : *6 points*

On pose A = (−3), B = (+7), C = (−11) et D = (+9). Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$W = A + B + C + D \qquad X = A - B - C - D \qquad Y = (A + B) - (C - D) \qquad Z = (B - A - D) - (D - C + B)$

Exercice n° 2 : *4 points*



La figure ci-contre n'est pas tracée en vraie grandeur.

1. Démontrer que DB = 65 m.

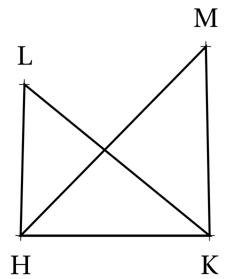
2. Calculer la valeur exacte de AB.

Exercice n° 3 : *6 points*

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.

On sait que :

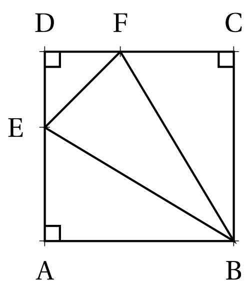
- HK = 24 mm ;
- HL = 18 mm et LK = 30 mm ;
- HM = 40 mm et MK = 33 mm ;



1. Le triangle HLK est-il rectangle ?

2. Le triangle HMK est-il rectangle ?

Exercice n° 4 : *4 points + 2 points BONUS*



La figure ci-contre n'est pas tracée en vraie grandeur.

On sait que :

- ABCD est un carré de côté 10 cm
- DF = 3 cm
- DE = 4 cm

1. Calculer les valeurs exactes de EF, FB et EB

2. Le triangle EFB est-il rectangle ?

Évaluation — Correction

Exercice n° 1 : Nombres relatif Correction

Somme et différence de relatifs

On pose $A = (-3)$, $B = (+7)$, $C = (-11)$ et $D = (+9)$. Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$W = A + B + C + D$

$W = (-3) + (+7) + (-11) + (+9)$

$W = (-14) + (+16)$

$\boxed{W = (+2)}$

$X = A - B - C - D$

$X = (-3) - (+7) - (-11) - (+9)$

$X = (-3) + (-7) + (+11) + (-9)$

$X = (-19) + (+11)$

$X = (-8)$

$Y = (A + B) - (C - D)$

$Y = ((-3) + (+7)) - ((-11) - (+9))$

$Y = (+4) - ((-11) + (-9))$

$Y = (+4) - (-20)$

$Y = (+4) + (+20)$

$\boxed{Y = (+24)}$

$Z = (B - A - D) - (D - C + B)$

$Z = ((+7) - (-3) - (+9)) - ((+9) - (-11) + (+7))$

$Z = ((+7) + (+3) + (-9)) - ((+9) + (+11) + (+7))$

$Z = (+1) - (+27)$

$Z = (+1) + (-27)$

$\boxed{Z = (-26)}$

Exercice n° 2 : Pythagore Correction

Théorème de Pythagore

1. Dans le triangle DBU rectangle en U,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$UD^2 + UB^2 = DB^2$$
$$33^2 + 56^2 = DB^2$$
$$1089 + 3136 = DB^2$$
$$DB^2 = 4225$$
$$DB = \sqrt{4225}$$
$$DB = 65$$

$\boxed{DB = 65\,\text{m}}$

2. Dans le triangle ABD rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AB^2 + AD^2 = BD^2$$
$$AB^2 + 52^2 = 65^2$$
$$AB^2 + 2704 = 4225$$
$$AB^2 = 4225 - 2704$$
$$AB^2 = 1521$$
$$AB = \sqrt{1521}$$
$$AB = 39$$

$\boxed{AB = 39\,\text{m}}$

Exercice n° 3 : Pythagore

Correction

Réciproque et contraposée du théorème de Pythagore

1. Comparons $HL^2 + HK^2$ et LK^2 :

$HL^2 + HK^2$	LK^2
$18^2 + 24^2$	30^2
$324 + 576$	
900	900

Comme $HL^2 + HK^2 = LK^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle HLK est rectangle en H}}$.

2. Comparons $KH^2 + KM^2$ et HM^2 :

$KH^2 + KM^2$	HM^2
$24^2 + 33^2$	40^2
$576 + 1089$	
1665	1600

Comme $KH^2 + KM^2 \neq HM^2$, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle KHM n'est pas rectangle}}$.

Exercice n° 4 : Pythagore

Correction

Réciproque et théorème de Pythagore

1. Dans le triangle EDF rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DE^2 + DF^2 = EF^2$$
$$4^2 + 3^2 = EF^2$$
$$16 + 9 = EF^2$$
$$EF^2 = 25$$
$$EF = \sqrt{25}$$
$$EF = 5$$

$\boxed{EF = 5\,\text{cm}}$

Dans le triangle FCB rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CB^2 + CF^2 = BF^2$$
$$10^2 + 7^2 = BF^2$$
$$100 + 49 = BF^2$$
$$BF^2 = 149$$
$$BF = \sqrt{149}$$

$\boxed{BF = \sqrt{149}\ cm}$

Dans le triangle EAB rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AE^2 + AB^2 = EB^2$$
$$6^2 + 10^2 = EB^2$$
$$36 + 100 = EB^2$$
$$EB^2 = 136$$
$$EB = \sqrt{136}$$

$\boxed{EB = \sqrt{136}\ cm}$

2. Comparons $EB^2 + EF^2$ et FB^2 :

$EB^2 + EF^2$	FB^2
$136 + 5^2$	
$136 + 25$	
161	149

Comme $EB^2 + EF^2 \neq FB^2$, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle EFB n'est pas rectangle}}$.

Évaluation

Exercice n° 1 : *6 points*

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$A = (7 - 9 - 13) - (1 - 6 + 3)$

$B = 3 \times (-2) + (-7) \times 3 - 3 \times (-4)$

$C = (1 - 3)(6 - 10)(1 - 2 - 3)$

$D = -1 - (-1 - 1 - 3) - (-1 - 1)(3 - 5)$

Exercice n° 2 : *6 points*

On pose $x = -3$, $y = 5$ et $z = -2$.

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (x - y + z)(z - x - y)$

$F = (x - y)(x - z)(y - z)$

$C = 1 - x - y - z + x + y + z$

Exercice n° 3 : *4 points*

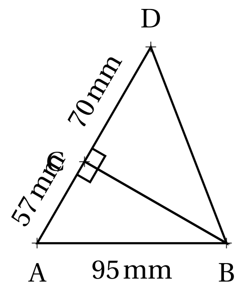
1.a. Tracer un triangle HYT rectangle en Y tel que $HY = 5{,}7\ cm$ et $YT = 7{,}6\ cm$.

1.b. Calculer la valeur exacte de la longueur HT.

2.a. Tracer un triangle RFG rectangle en G tel que $GF = 6{,}6\ cm$ et $RF = 11\ cm$.

2.b. Calculer la valeur exacte de la longueur GR.

Exercice n° 4 : *4 points*



1. Démontrer que $CB = 76\ mm$.

2. Calculer la valeur exacte puis une valeur approchée au dixième de millimètre près de la longueur DB.

Évaluation — Correction

Exercice n° 1 : Nombres relatifs

Correction

Nombres relatifs et priorités opératoires

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$A = (7-9-13)-(1-6+3)$
$A = (7-22)-(4-6)$
$A = -15-(-2)$
$A = -15+2$
$\boxed{A = -13}$

$B = 3\times(-2)+(-7)\times 3-3\times(-4)$
$B = -6+(-21)+12$
$B = -27+12$
$\boxed{B = -15}$

$C = (1-3)(6-10)(1-2-3)$
$C = (-2)(-4)(1-5)$
$C = 8(-4)$
$\boxed{C = -32}$

$D = -1-(-1-1-3)-(-1-1)(3-5)$
$D = -1-(-5)-(-2)(-2)$
$D = -1+5-4$
$D = -5+5$
$\boxed{D = 0}$

Exercice n° 2 : Nombres relatifs

Correction

Nombres relatifs et calcul littéral

On pose $x = -3$, $y = 5$ et $z = -2$.

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (x-y+z)(z-x-y)$
$E = (-3-5+(-2))\,(-2-(-3)-5)$
$E = (-8-2)(-2+3-5)$
$E = -10(-7+3)$
$E = -10(-4)$
$\boxed{E = 40}$

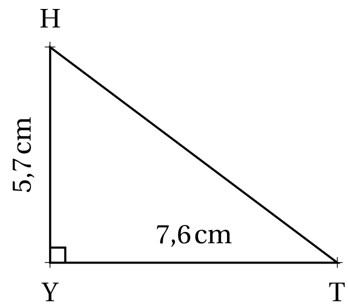
$F = (x-y)(x-z)(y-z)$
$F = (-3-5)\,(-3-(-2))\,(5-(-2))$
$F = (-8)(-3+2)(5+2)$
$F = -8(-1)\times 7$
$\boxed{F = 56}$

$C = 1-x-y-z+x+y+z$
$C = -1-(-3)-5-(-2)+(-3)+5+(-2)$
$C = -1+3-5+2-3+5-2$
$C = -11+10$
$\boxed{C = -1}$

Exercice n° 3 : Pythagore CORRECTION

Théorème de Pythagore et tracé géométrique

1.a. Tracer un triangle HYT rectangle en Y tel que HY = $5,7\ cm$ et YT = $7,6\ cm$.



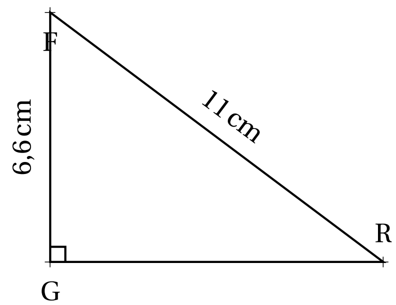
1.b. Calculer la valeur exacte de la longueur HT.

Dans le triangle HYT rectangle en Y,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{YH}^2 + \mathrm{YT}^2 = \mathrm{HT}^2$$
$$5,7^2 + 7,6^2 = \mathrm{HT}^2$$
$$32,49 + 57,76 = \mathrm{HT}^2$$
$$\mathrm{HT}^2 = 90,25$$
$$\mathrm{HT} = \sqrt{90,25}$$
$$\mathrm{HT} = 9,5$$

$\boxed{\mathrm{HT} = 9{,}5\,\mathrm{cm}}$

2.a. Tracer un triangle RFG rectangle en G tel que GF = $6,6\ cm$ et RF = $11\ cm$.



2.b. Calculer la valeur exacte de la longueur GR.

Dans le triangle RFG rectangle en G,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{GF}^2 + \mathrm{GR}^2 = \mathrm{RF}^2$$
$$6,6^2 + \mathrm{GR}^2 = 11^2$$
$$43,56 + \mathrm{GR}^2 = 121$$
$$\mathrm{GR}^2 = 121 - 43,56$$
$$\mathrm{RF} = \sqrt{77,44}$$
$$\mathrm{RF} = 8,8$$

$\boxed{\text{RF} = 8{,}8\,\text{cm}}$

Exercice n° 4 : Pythagore CORRECTION

Théorème de Pythagore deux fois

1. Démontrer que CB = 76 mm.

Dans le triangle ABC rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CA^2 + CB^2 = AB^2$$
$$57^2 + CB^2 = 95^2$$
$$3\,249 + CB^2 = 9\,025$$
$$CB^2 = 9\,025 - 3\,249$$
$$CB^2 = 5\,776$$
$$CB = \sqrt{5\,776}$$
$$CB = 76$$

$\boxed{\text{CB} = 76\,\text{mm}}$

2. Calculer la valeur exacte puis une valeur approchée au dixième de millimètre près de la longueur DB.

Dans le triangle DCB rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CD^2 + CB^2 = BD^2$$
$$70^2 + 76^2 = BD^2$$
$$4\,900 + 5\,776 = BD^2$$
$$BD^2 = 10\,676$$
$$BD = \sqrt{10\,676}$$
$$BD \approx 103,3$$

$\boxed{\text{BD} \approx 103{,}3\,\text{mm au dixième de millimètre près.}}$

Évaluation

Exercice n° 1 : *6 points*

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$A = (7 - 9 - 13) - (1 - 6 + 3)$

$B = 3 \times (-2) + (-7) \times 3 - 3 \times (-4)$

$C = (1 - 3) \times (6 - 10) \times (1 - 2 - 3)$

$D = [2 - (-5) \times 3 + (-3) \times (-1)] - [-1 - 1 \times 2 + 3 \times (-1)]$

Exercice n° 2 : *6 points*

On pose $a = -3$, $b = 5$ et $c = -2$.

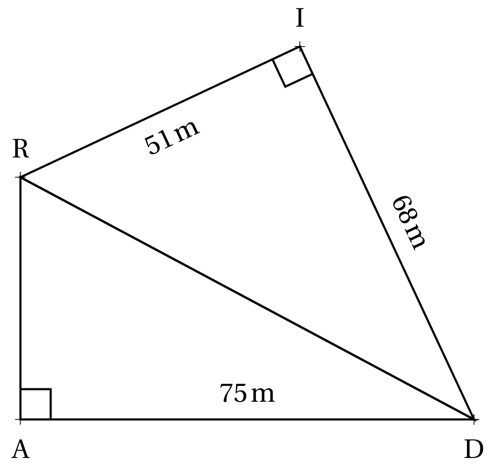
Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (a - b + c) - (-a + b - c)$

$F = a \times b + a \times c - b \times c + a \times b \times c$

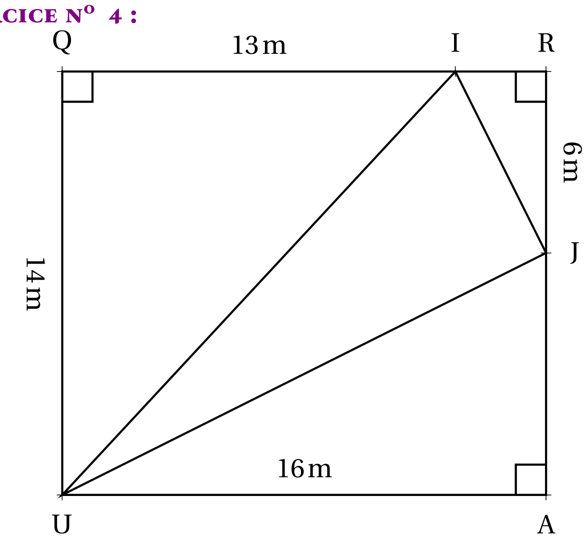
$G = 3 + a \times (b - c) - c \times (1 - a - b)$

Exercice n° 3 : *4 points*



Calculer la valeur exacte de RD puis de AR

Exercice n° 4 : *4 + 2 points*



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas tracée en vraies grandeurs, on sait que QRAU est un rectangle et que les points Q, I et R sont alignés ainsi que les points R, J et A.

1. Calculer, en justifiant soigneusement votre réponse, la longueur des côtés [UI], [IJ] et [UJ].
Donner la valeur exacte ainsi qu'une valeur approchée au millimètre près.

2. Le triangle UIJ est-il rectangle ? Justifier votre réponse.

Évaluation — Correction

Exercice n° 1 : Nombres relatifs Correction

Nombres relatifs et priorités opératoires
Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$A = (7 - 9 - 13) - (1 - 6 + 3)$
$A = (7 - 22) - (4 - 6)$
$A = -15 - (-2)$
$A = -15 + 2$

$\boxed{A = -7}$

$B = 3 \times (-2) + (-7) \times 3 - 3 \times (-4)$
$B = -3 - 21 + 12$
$B = -24 + 12$

$\boxed{B = -12}$

$C = (1 - 3) \times (6 - 10) \times (1 - 2 - 3)$
$C = (-2) \times (-4) \times (1 - 5)$
$C = 8 \times (-4)$

$\boxed{C = -32}$

$D = [2 - (-5) \times 3 + (-3) \times (-1)] - [-1 - 1 \times 2 + 3 \times (-1)]$
$D = [2 - (-15) + 3] - [-1 - 2 - 3]$
$D = (2 + 15 + 3) - (-6)$
$D = 20 + 6$

$\boxed{D = 26}$

Exercice n° 2 : Nombres relatifs Correction

Nombres relatifs et calcul littéral
On pose $a = -3$, $b = 5$ et $c = -2$.

Calculer les expressions suivantes en détaillant les étapes.

$E = (a - b + c) - (-a + b - c)$
$E = (-3 - 5 - 2) - (-(-3) + 5 - (-2))$
$E = -10 - (3 + 5 + 2)$
$E = -10 - 10$

$\boxed{E = -20}$

$F = a \times b + a \times c - b \times c + a \times b \times c$
$F = -3 \times 5 + (-3) \times (-2) - 5 \times (-2) + (-3) \times 5 \times (-2)$
$F = -15 + 6 + 10 + (-3) \times (-10)$
$F = -15 + 16 + 30$

$\boxed{F = 31}$

$G = 3 + a \times (b - c) - c \times (1 - a - b)$

$G = 3 + (-3) \times (5 - (-2)) - (-2) \times (1 - (-3) - 5)$
$G = 3 - 3 \times (5 + 2) + 2 \times (1 + 3 - 5)$
$G = 3 - 3 \times 7 + 2 \times (4 - 5)$
$G = 3 - 21 + 2 \times (-1)$
$G = -18 - 2$

$\boxed{G = -20}$

Exercice n° 3 : Pythagore Correction

Théorème de Pythagore deux fois de suite

Dans le triangle RID rectangle en I,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$IR^2 + ID^2 = RD^2$$
$$51^2 + 68^2 = RD^2$$
$$2601 + 4624 = RD^2$$
$$RD^2 = 7225$$
$$RD = \sqrt{7225}$$
$$RD = 85$$

$\boxed{RD = 85\,\text{m}}$

Dans le triangle RAD rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AR^2 + AD^2 = RD^2$$
$$AR^2 + 75^2 = 85^2$$
$$AR^2 + 5625 = 7225$$
$$AR^2 = 7225 - 5625$$
$$AR^2 = 1600$$
$$AR = \sqrt{1600}$$
$$AR = 40$$

$\boxed{AR = 40\,\text{m}}$

Exercice n° 4 : Pythagore Correction

Théorème de Pythagore et réciproque

1.

Dans le triangle UQI rectangle en Q,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$QU^2 + QI^2 = UI^2$$
$$14^2 + 13^2 = UI^2$$
$$196 + 169 = UI^2$$

$$UI^2 = 365$$
$$UI = \sqrt{365}$$
$$UI \approx 19{,}105\,\text{m au millième de mètre près}$$

$\boxed{UI = \sqrt{365}\text{ m} \approx 19{,}105\,\text{m au millième de mètre près}}$

Dans le triangle IRJ rectangle en R,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$RI^2 + RJ^2 = IJ^2$$
$$3^2 + 6^2 = IJ^2$$
$$9 + 36 = IJ^2$$
$$IJ^2 = 45$$
$$IJ = \sqrt{45}$$
$$IJ \approx 6{,}708\,\text{m au millième de mètre près}$$

$\boxed{IJ = \sqrt{45}\text{ m} \approx 6{,}708\,\text{m au millième de mètre près}}$

Dans le triangle UAJ rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AU^2 + AJ^2 = UJ^2$$
$$16^2 + 8^2 = UJ^2$$
$$256 + 64 = UJ^2$$
$$UJ^2 = 320$$
$$UJ = \sqrt{320}$$
$$UJ \approx 17{,}889\,\text{m au millième de mètre près}$$

$\boxed{UJ = \sqrt{320}\text{ m} \approx 17{,}889\,\text{m au millième de mètre près}}$

2.
Comparons $JU^2 + JI^2$ et UI^2 :
On commence par rédiger en utilisant les valeurs approchées !

$JU^2 + JI^2$	UI^2
$17{,}889^2 + 6{,}708^2$	$19{,}105^2$
$320{,}016321 + 44{,}997264$	
$365{,}013585$	$365{,}001025$

Les valeurs sont proches, mais différentes !
Voyons ce même raisonnement en utilisant les valeurs exactes.

$JU^2 + JI^2$	UI^2
$\sqrt{320}^2 + \sqrt{45}^2$	$\sqrt{365}$
$320 + 45$	
365	365

On constate que les valeurs sont égales !

Comme

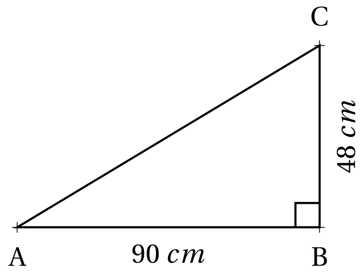
$$\mathrm{JU}^2 + \mathrm{JI}^2 = \mathrm{UI}^2$$

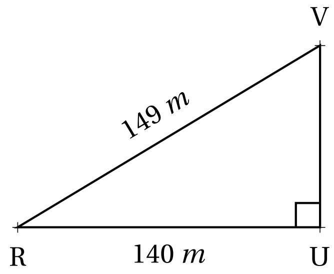
, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle UIJ est rectangle en I}}$.

Évaluation

Exercice n° 1 : *4 points*

Les deux figures ci-dessous ne sont pas tracées en vraies grandeurs.

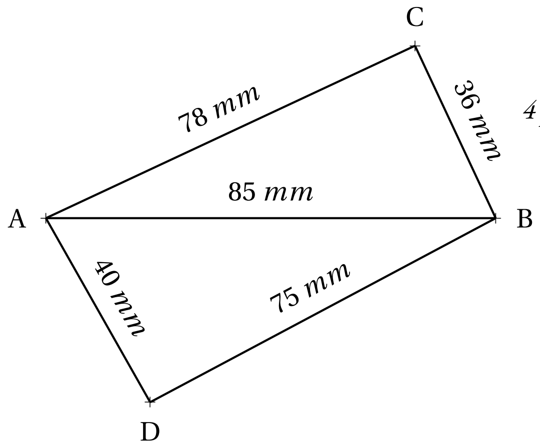




Calculer AC.

Calculer UV.

Exercice n° 2 : *4 points*

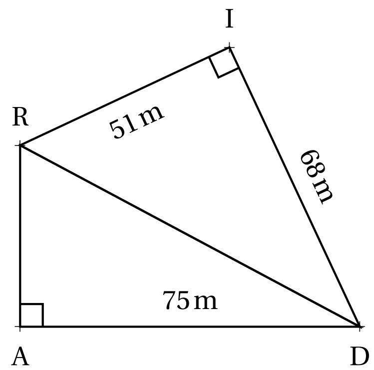


1. Le triangle ABC est-il rectangle ?
Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.

2. Le triangle ABD est-il rectangle ?
Justifier votre réponse par un raisonnement détaillé.

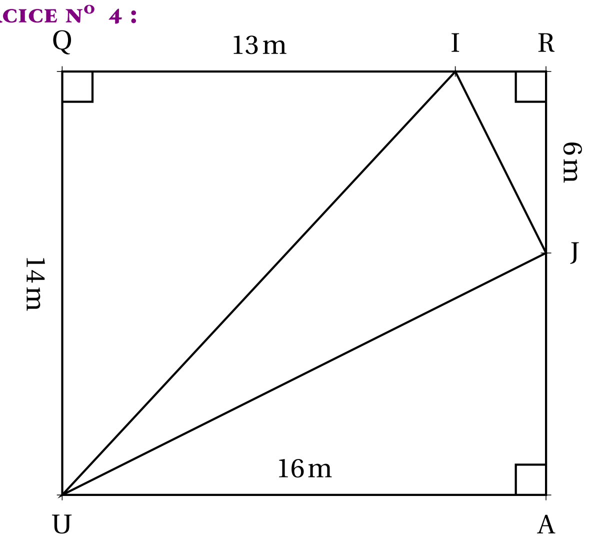
Cette figure n'est pas réalisée en vraies grandeurs !

Exercice n° 3 : *6 points*



Calculer la valeur exacte de RD puis de AR

Exercice n° 4 : *6 points*



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas tracée en vraies grandeurs, on sait que QRAU est un rectangle et que les points Q, I et R sont alignés ainsi que les points R, J et A.

1. Calculer, en justifiant soigneusement votre réponse, la longueur des côtés [UI], [IJ] et [UJ].
Donner la valeur exacte ainsi qu'une valeur approchée au millimètre près.

2. Le triangle UIJ est-il rectangle ? Justifier votre réponse.

Évaluation — Correction

Exercice n° 1 : Pythagore
Correction

Pythagore direct

Calculons AC :
Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2+BC^2=AC^2$$
$$90^2+48^2=AC^2$$
$$8100+2304=AC^2$$
$$AC^2=10\,404$$
$$AC=\sqrt{10\,404}$$
$$AC=102$$

$\boxed{AC=102\,\text{cm}}$

Calculons VU :
Dans le triangle RUV rectangle en U,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$UV^2+UR^2=VR^2$$
$$UV^2+140^2=149^2$$
$$UV^2+19\,600=22\,201$$
$$UV^2=22\,201-19\,600$$
$$UV^2=2601$$
$$UV=\sqrt{2601}$$
$$UV=51$$

$\boxed{UV=102\,\text{cm}}$

Exercice n° 2 : Pythagore
Correction

Réciproque et contraposée de Pythagore

1. Comparons CA^2+CB^2 et AB^2 :

CA^2+CB^2	AB^2
78^2+36^2	85^2
$6084+1296$	
7380	7225

Comme

$$CA^2+CB^2\neq AB^2$$

D'après **la contraposée du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle ABC n'est pas rectangle}}$.

2. Comparons DA^2+DB^2 et AB^2 :

DA^2+DB^2	AB^2
40^2+75^2	85^2
$1600+5625$	
7225	7225

Comme

$$DA^2+DB^2=AB^2$$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle ABD est rectangle en D}}$.

Exercice n° 3 : Pythagore
Correction

Théorème de Pythagore deux fois de suite

Dans le triangle RID rectangle en I,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$IR^2+ID^2=RD^2$$
$$51^2+68^2=RD^2$$

$$2601 + 4624 = RD^2$$
$$RD^2 = 7225$$
$$RD = \sqrt{7225}$$
$$RD = 85$$

$\boxed{RD = 85\,\text{m}}$

Dans le triangle RAD rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AR^2 + AD^2 = RD^2$$
$$AR^2 + 75^2 = 85^2$$
$$AR^2 + 5625 = 7225$$
$$AR^2 = 7225 - 5625$$
$$AR^2 = 1600$$
$$AR = \sqrt{1600}$$
$$AR = 40$$

$\boxed{AR = 40\,\text{m}}$

Exercice n° 4 : Pythagore CORRECTION

Théorème de Pythagore et réciproque

1.

Dans le triangle UQI rectangle en Q,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$QU^2 + QI^2 = UI^2$$
$$14^2 + 13^2 = UI^2$$
$$196 + 169 = UI^2$$
$$UI^2 = 365$$
$$UI = \sqrt{365}$$
$$UI \approx 19{,}105\,\text{m au millième de mètre près}$$

$\boxed{UI = \sqrt{365}\ \text{m} \approx 19{,}105\,\text{m au millième de mètre près}}$

Dans le triangle IRJ rectangle en R,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$RI^2 + RJ^2 = IJ^2$$
$$3^2 + 6^2 = IJ^2$$
$$9 + 36 = IJ^2$$
$$IJ^2 = 45$$
$$IJ = \sqrt{45}$$
$$IJ \approx 6{,}708\,\text{m au millième de mètre près}$$

$\boxed{IJ = \sqrt{45}\text{ m} \approx 6{,}708\,\text{m au millième de mètre près}}$

Dans le triangle UAJ rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AU^2 + AJ^2 = UJ^2$$
$$16^2 + 8^2 = UJ^2$$
$$256 + 64 = UJ^2$$
$$UJ^2 = 320$$
$$UJ = \sqrt{320}$$
$$UJ \approx 17{,}889\,\text{m au millième de mètre près}$$

$\boxed{UJ = \sqrt{320}\text{ m} \approx 17{,}889\,\text{m au millième de mètre près}}$

2.
Comparons $JU^2 + JI^2$ et UI^2 :
On commence par rédiger en utilisant les valeurs approchées !

$JU^2 + JI^2$	UI^2
$17{,}889^2 + 6{,}708^2$	$19{,}105^2$
$320{,}016\,321 + 44{,}997\,264$	
$365{,}013\,585$	$365{,}001\,025$

Les valeurs sont proches, mais différentes !
Voyons ce même raisonnement en utilisant les valeurs exactes.

$JU^2 + JI^2$	UI^2
$\sqrt{320}^2 + \sqrt{45}^2$	$\sqrt{365}$
$320 + 45$	
365	365

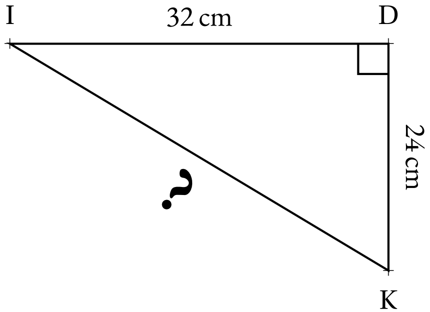
On constate que les valeurs sont égales !

Comme
$$JU^2 + JI^2 = UI^2$$
, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle UIJ est rectangle en I}}$.

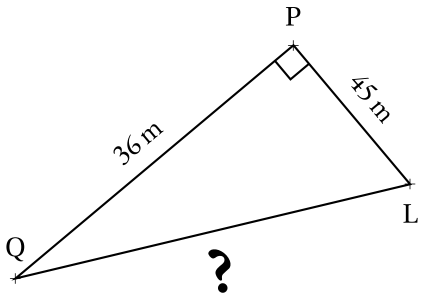
NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Dans chacune des situations suivantes, déterminer la valeur exacte et éventuellement une valeur approchée au centième près du côté marqué par un point d'interrogation.
Attention à rédiger comme nous l'avons fait en classe !

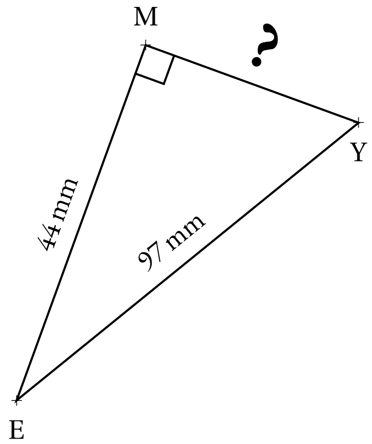
Situation n° 1



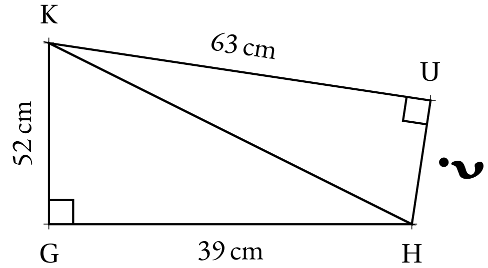
Situation n° 2



Situation n° 3



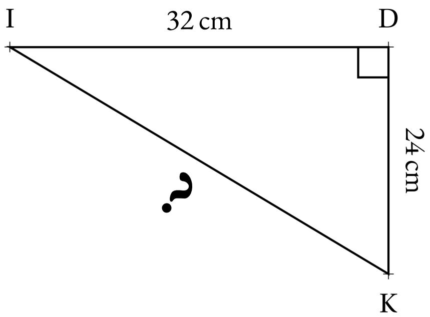
Bonus



NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Dans chacune des situations suivantes, déterminer la valeur exacte et éventuellement une valeur approchée au centième près du côté marqué par un point d'interrogation.
Attention à rédiger comme nous l'avons fait en classe !

Situation n° 1



Dans le triangle IDK rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DI^2 + DK^2 = IK^2$$

$$32^2 + 24^2 = IK^2$$

$$1024 + 576 = IK^2$$

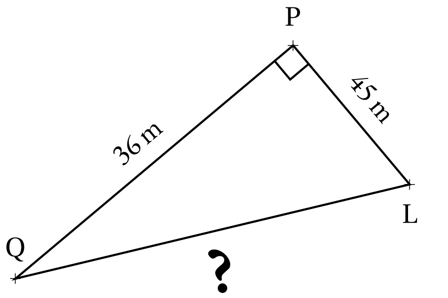
$$IK^2 = 1600$$

$$IK = \sqrt{1600}$$

$$IK = 40$$

$\boxed{IK = 40\,\text{cm}}$

Situation n° 2



Dans le triangle PQL rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$PQ^2 + PL^2 = QL^2$$

$$36^2 + 45^2 = QL^2$$

$$1296 + 2025 = QL^2$$

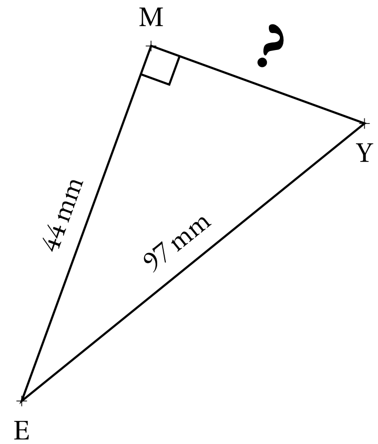
$$QL^2 = 3321$$

$$QL = \sqrt{3321}$$

$$QL \approx 57{,}63$$

$\boxed{QL \approx 57{,}63\,\text{m}}$

Situation n° 3



Dans le triangle MYE rectangle en M,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$MY^2 + ME^2 = YE^2$$

$$MY^2 + 44^2 = 97^2$$

$$MY^2 + 1936 = 9409$$

$$MY^2 = 9409 - 1936$$

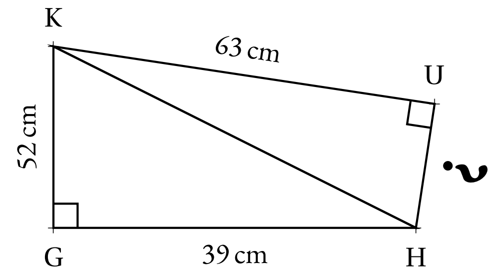
$$MY^2 = 7473$$

$$MY = \sqrt{7473}$$

$$MY \approx 86{,}45$$

$\boxed{MY \approx 86{,}45\,\text{mm}}$

Bonus



Dans le triangle KGH rectangle en G,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$GK^2 + GH^2 = KH^2$$

$$52^2 + 39^2 = KH^2$$

$$2704 + 1521 = KH^2$$

$$KH^2 = 4225$$

$$KH = \sqrt{4225}$$

$$KH = 65$$

Dans le triangle KHU rectangle en U,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$UK^2 + UH^2 = KH^2$$

$$63^2 + UH^2 = 65^2$$

$$3969 + UH^2 = 4225$$

$$UH^2 = 4225 - 3969$$

$$UH^2 = 256$$

$$UH = \sqrt{256}$$

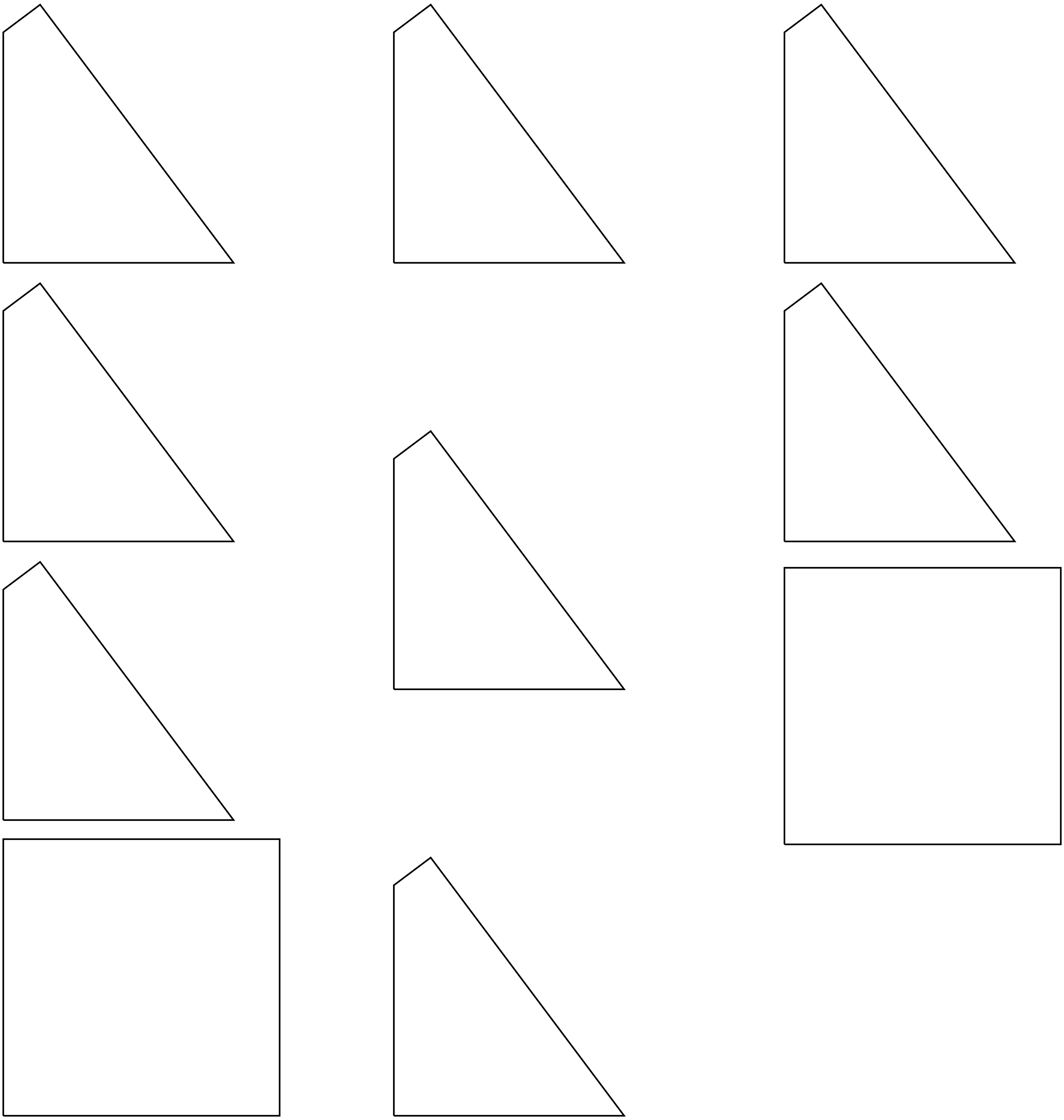
$$UH = 16$$

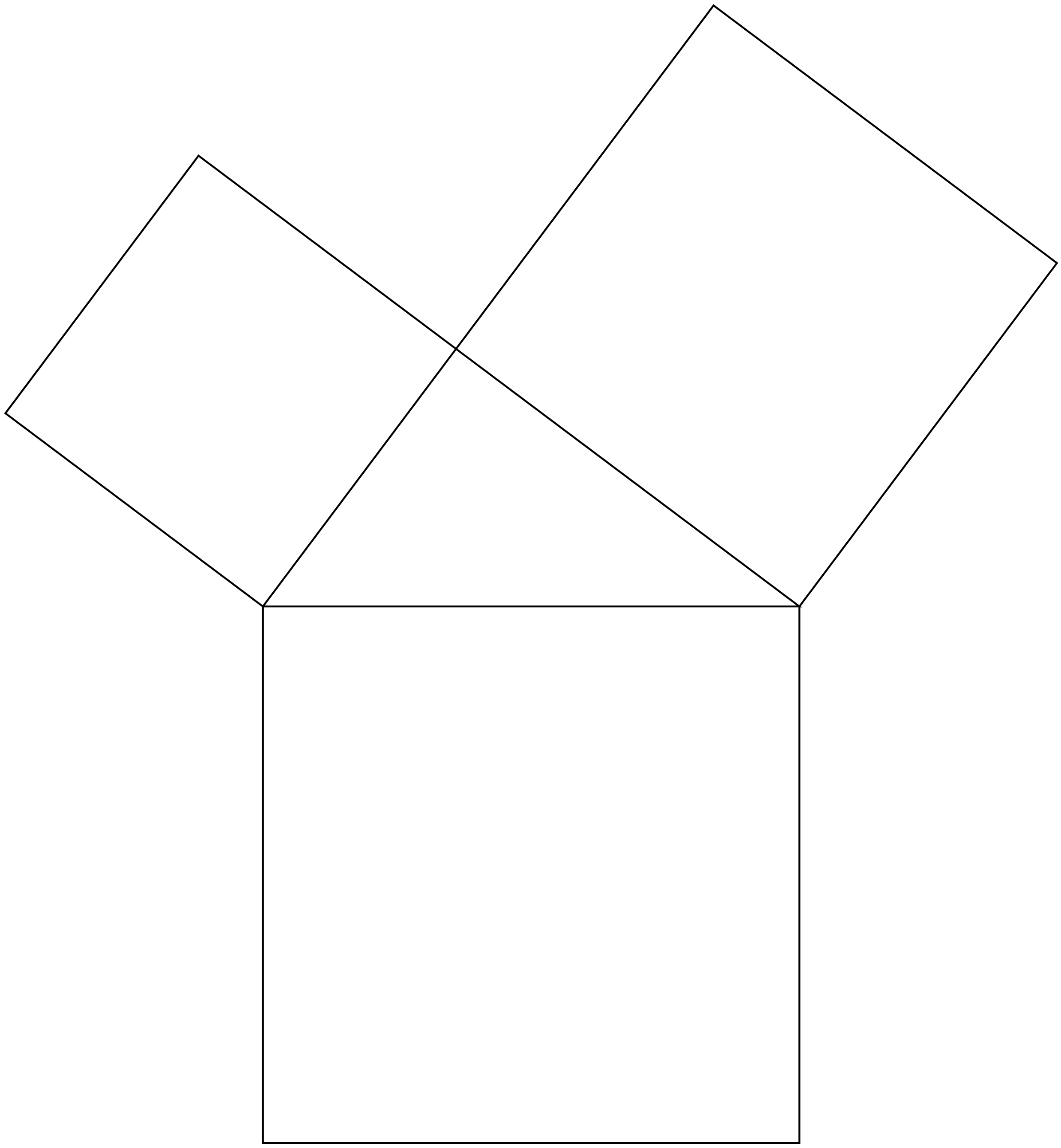
$\boxed{UH = 16\,\text{cm}}$

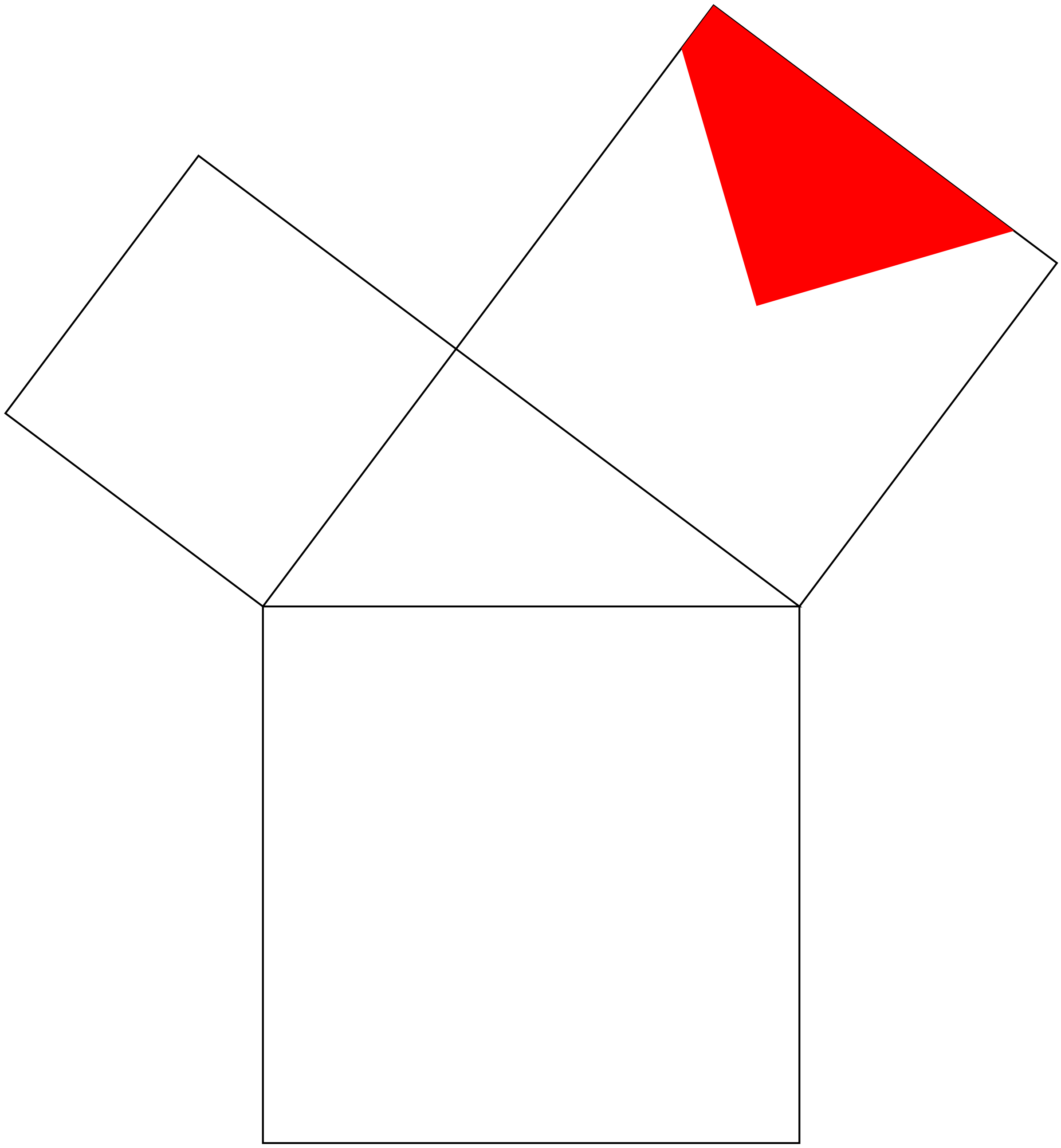
Puzzle de Perigal

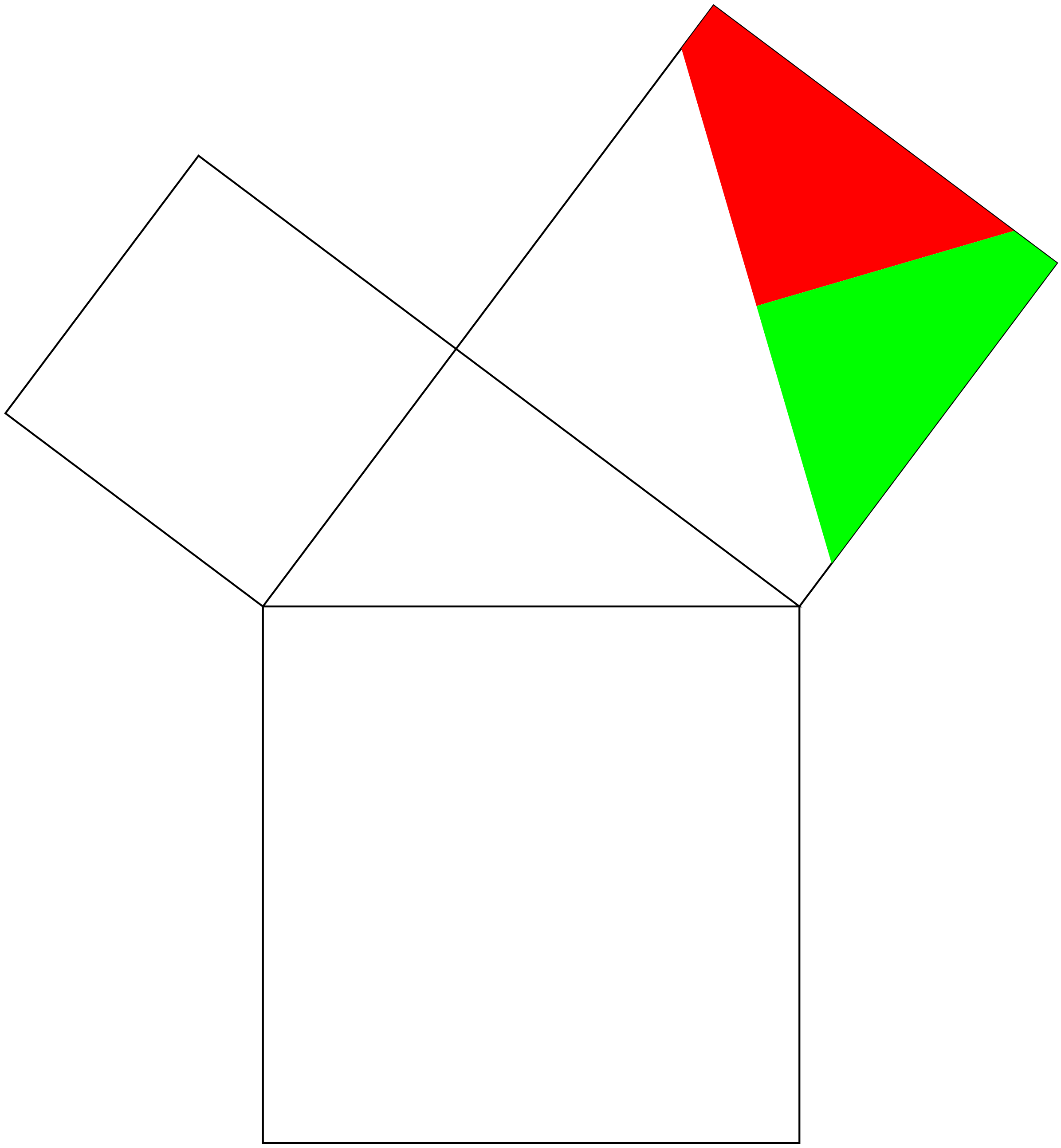
Ce puzzle a été crée en 1873 par le mathématicien Henry Perigal.

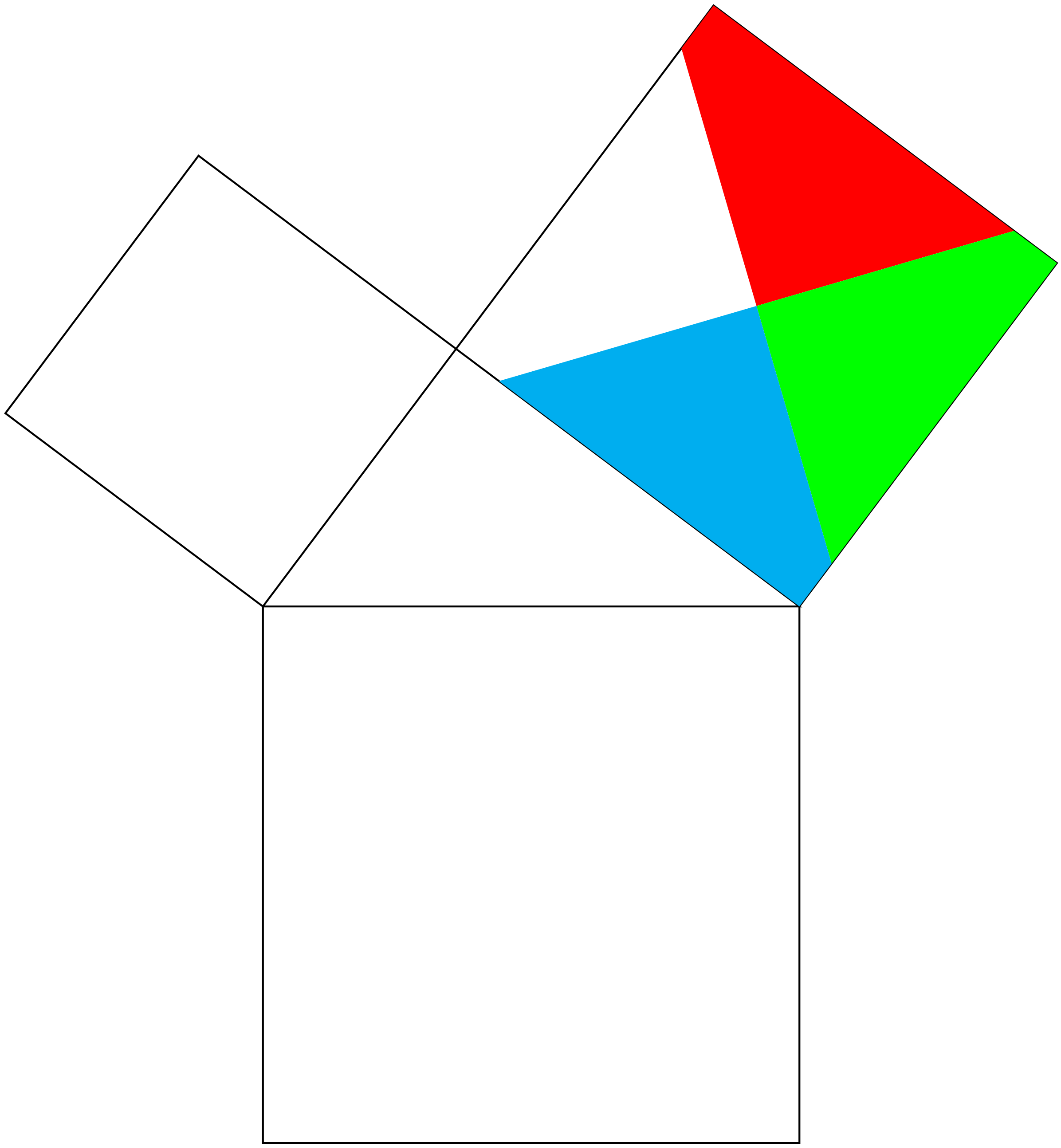
Positionner les 10 pièces sur la figure constituée d'un triangle rectangle et des carrés construits sur chacun de ses côtés.

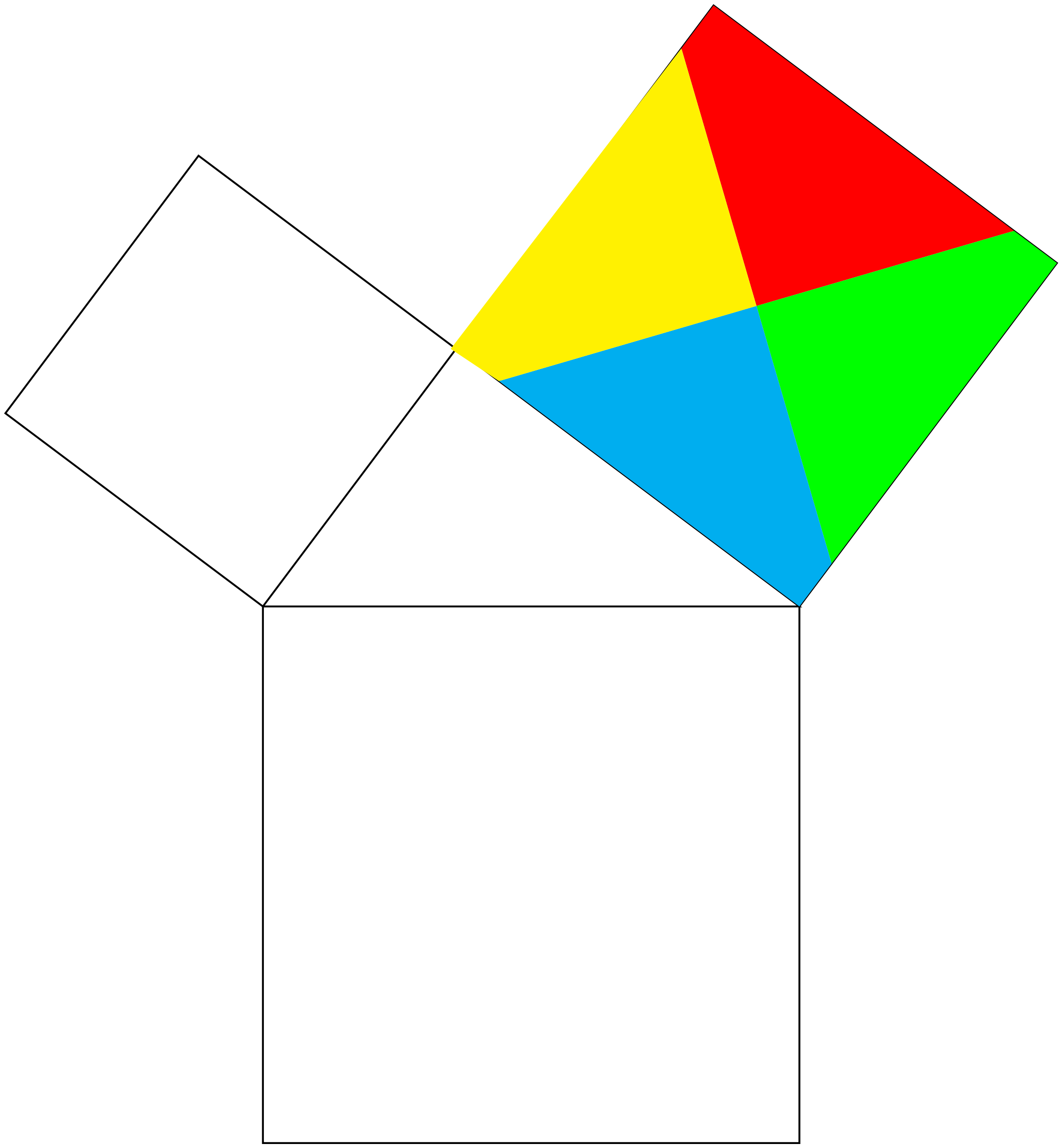


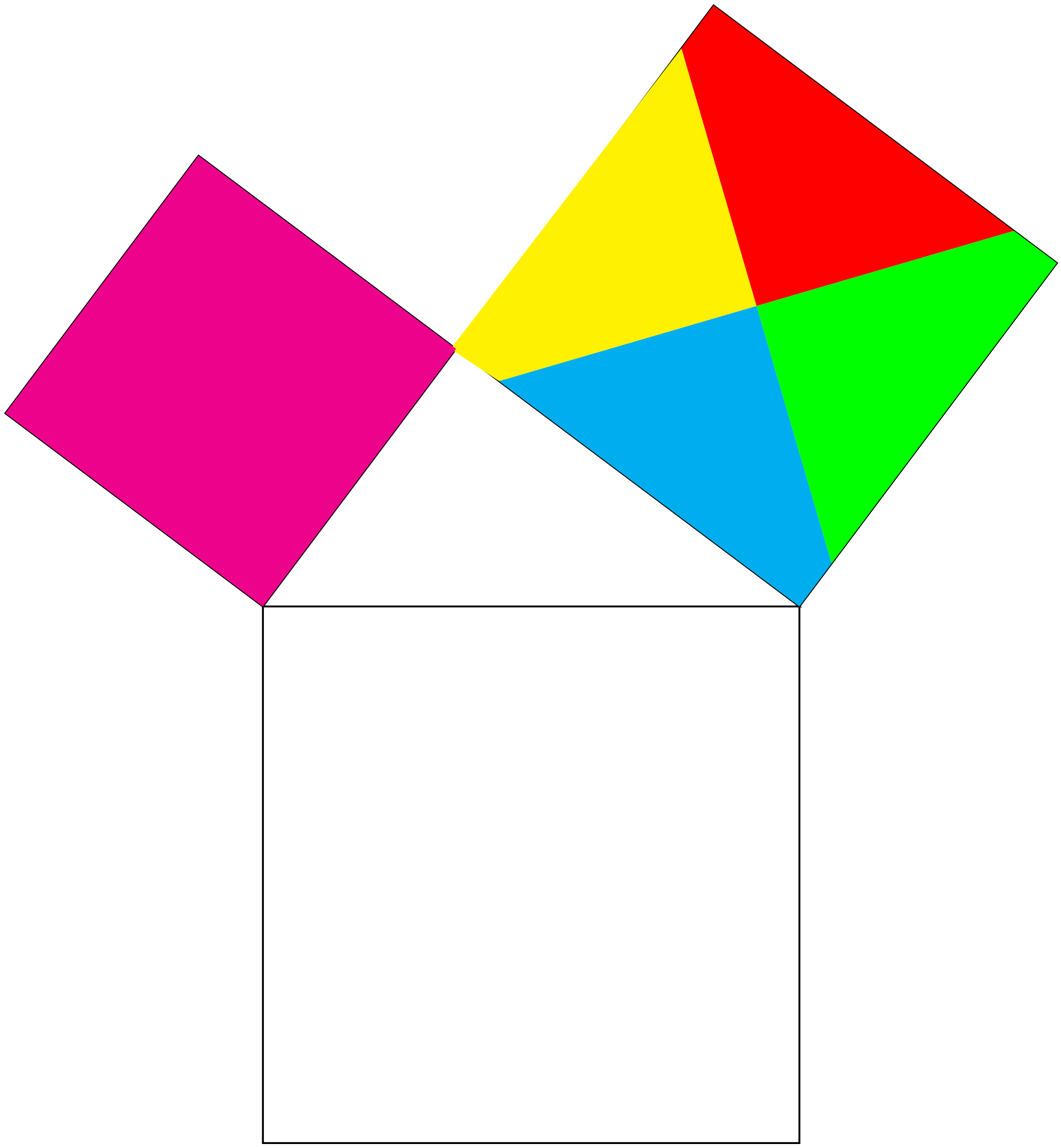


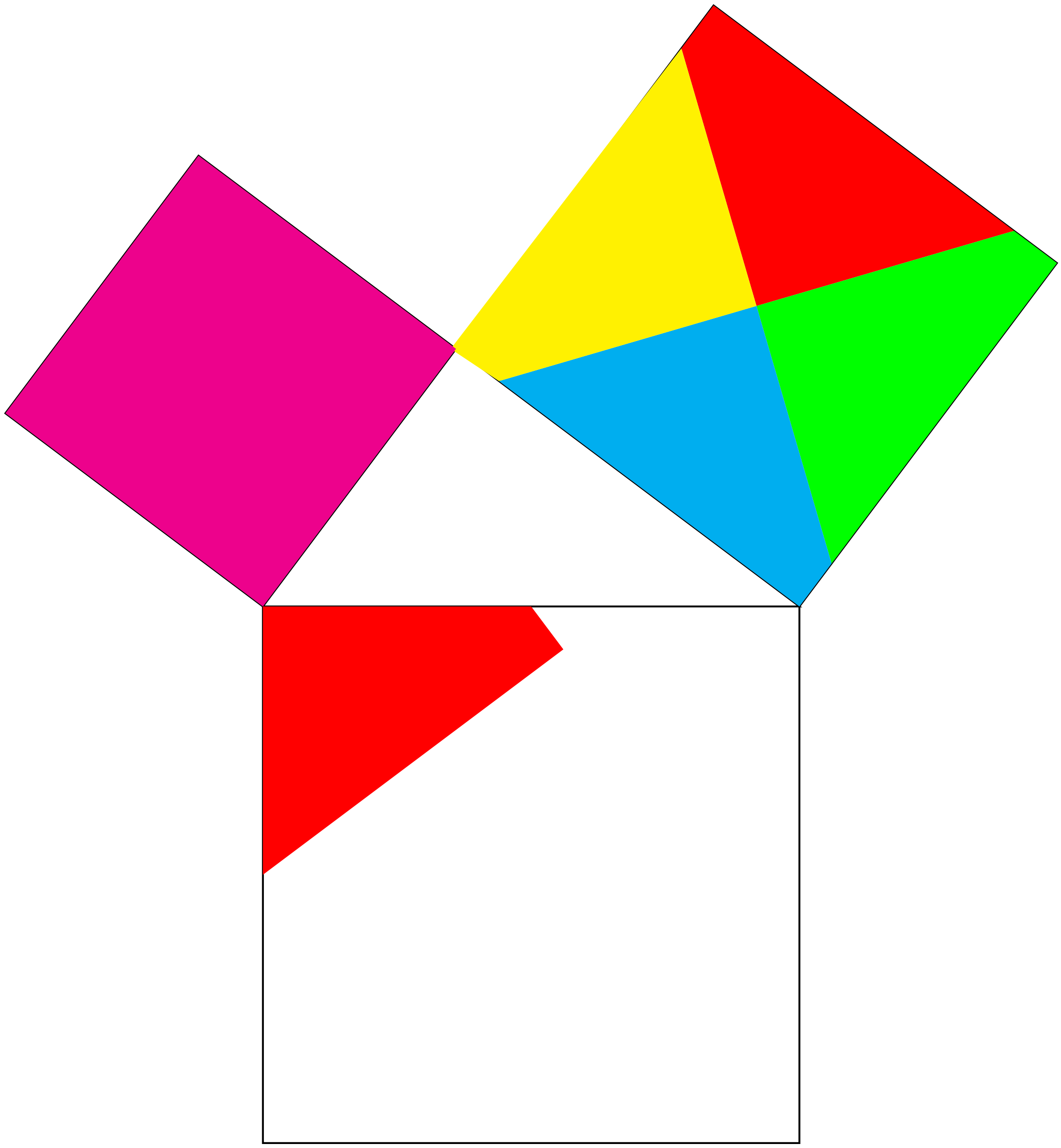


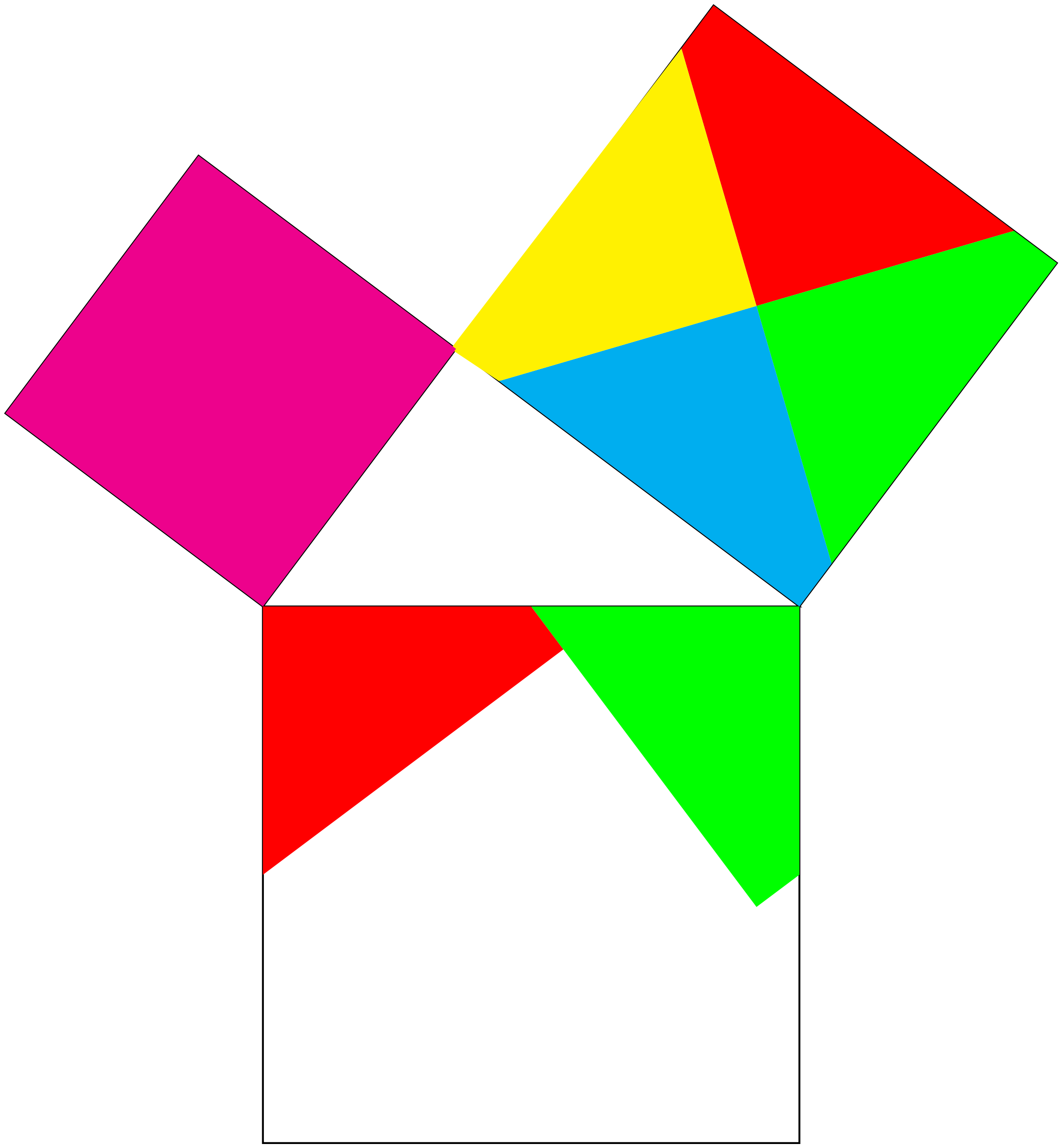


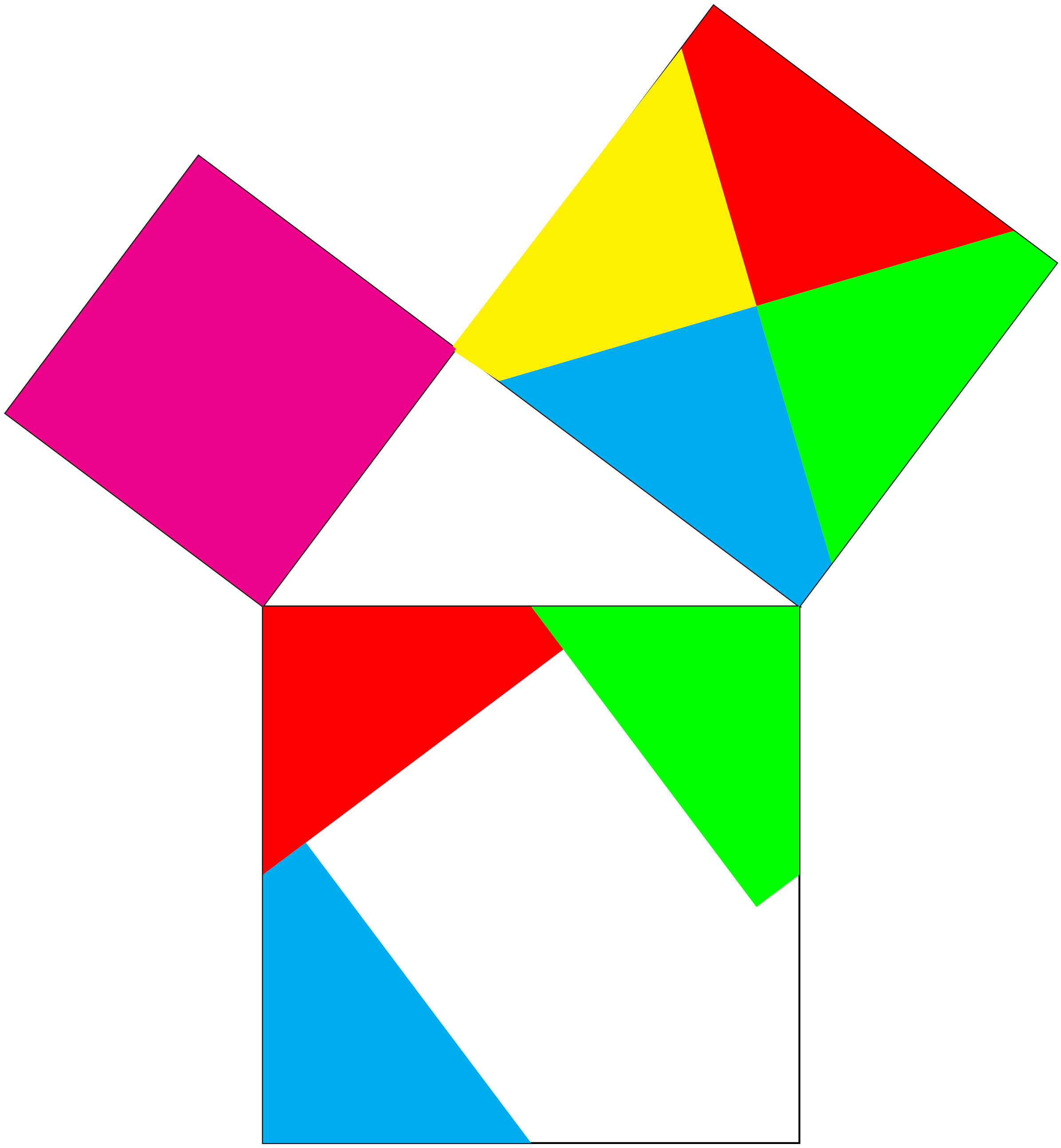


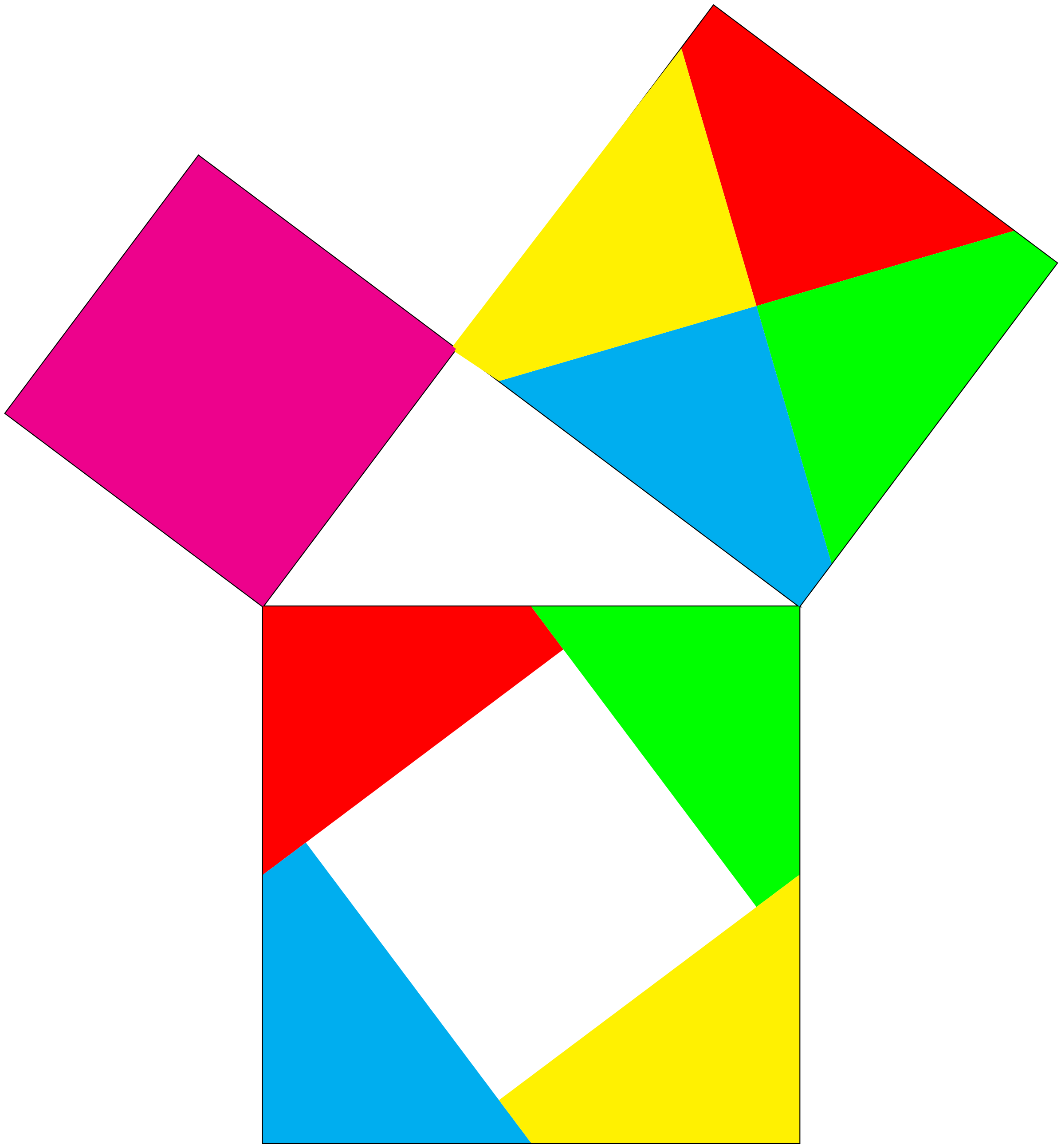


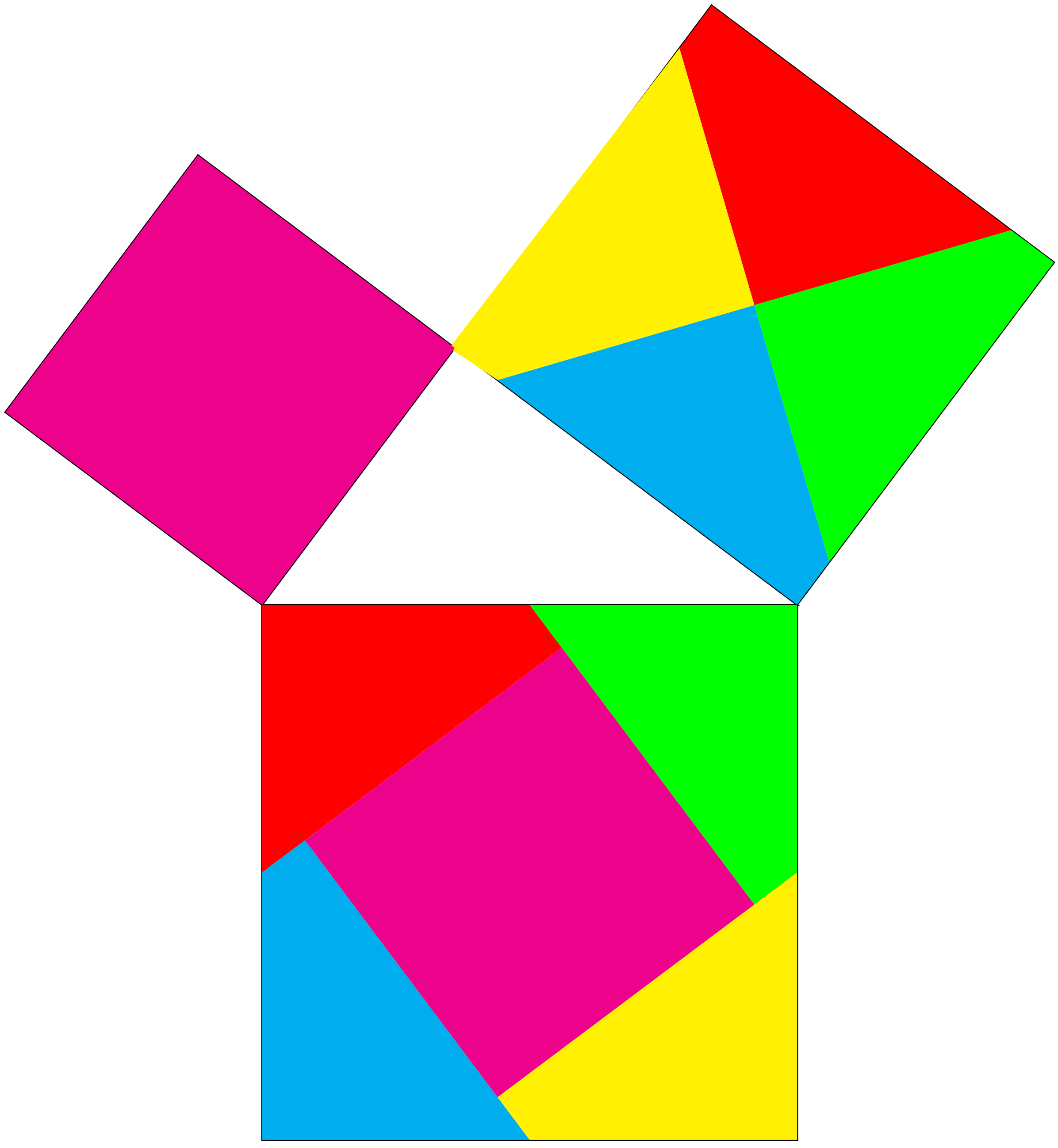


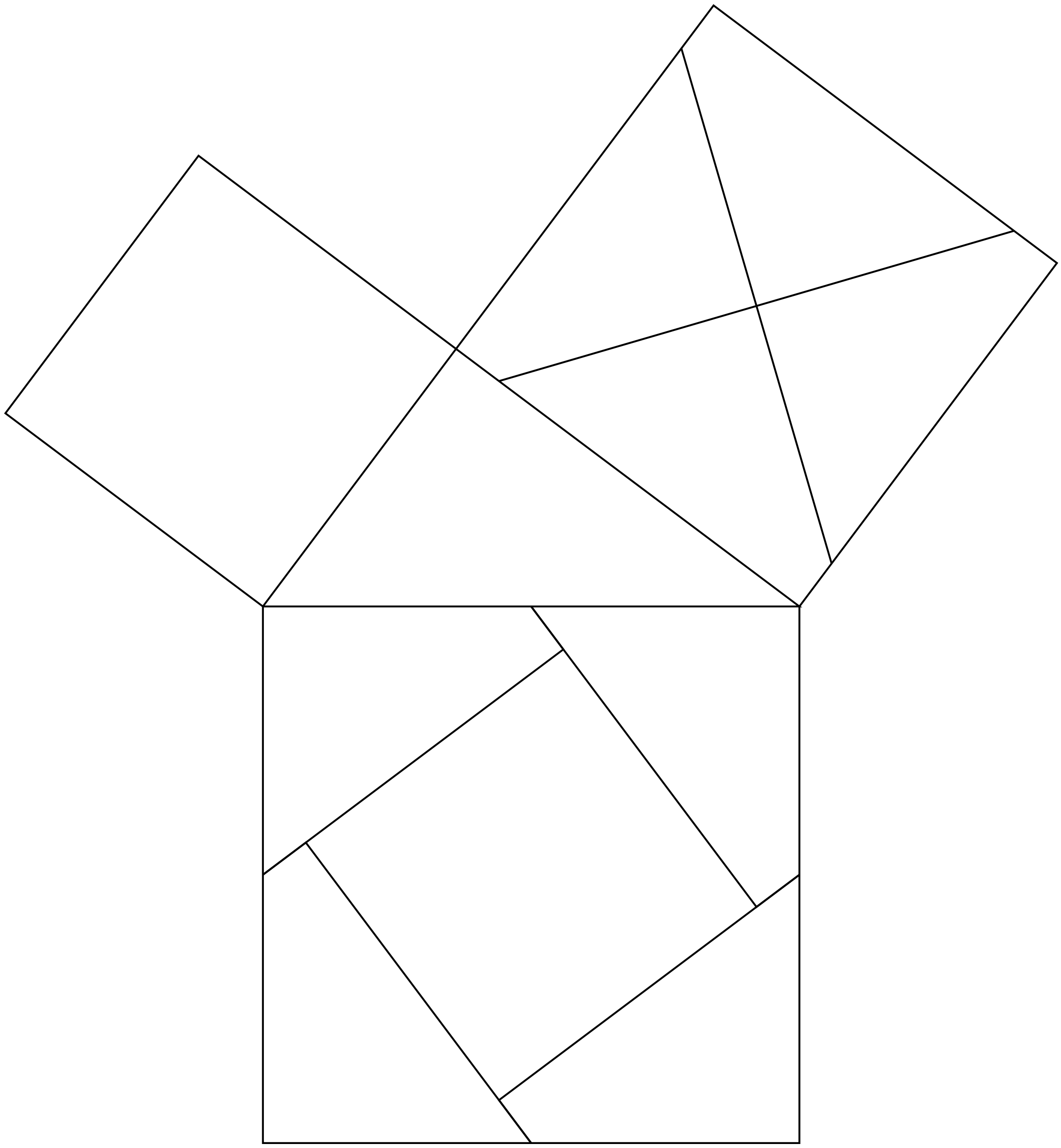












Infox

Le puzzle de Lewis Carrol

Quatrieme

✧✧✧

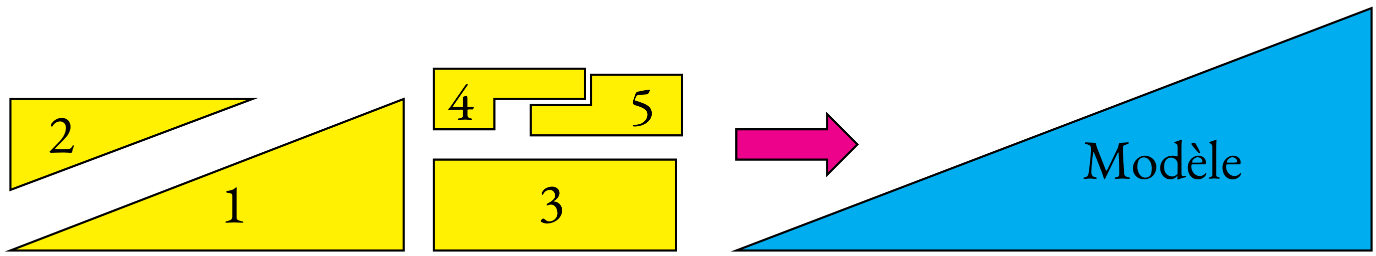
Première partie : les deux puzzles

Sur le document fourni en annexe se trouve deux rectangles quadrillés et les pièces nécessaires pour construire deux puzzles.

Découper les cinq pièces identiques de chaque puzzle et les deux rectangles quadrillés.

Les pièces du puzzle A et du puzzle B permettent de construire la même figure par **deux méthodes différentes**, plus précisément aucune des pièces du puzzle A et du puzzle B ne doivent se situer au même endroit.

À vous de trouver ces deux méthodes puis de coller les pièces sur les rectangles quadrillés une fois votre construction validée.



Que constatez-vous ?

Deuxième partie : comparaison des aires

1. Indiquez la nature géométrique de chacune des pièces de ce puzzle et du modèle.

2. En utilisant pour unité d'aire un carreau du quadrillage, déterminer l'aire du modèle.

3. Déterminer les aires de chacune des pièces du puzzle en utilisant la même unité.

4. En observant chacune des constructions obtenues avec les puzzles, déterminer à nouveau l'aire du grand modèle.

5. Quel paradoxe observe-t-on ?

Troisième partie : démonstration

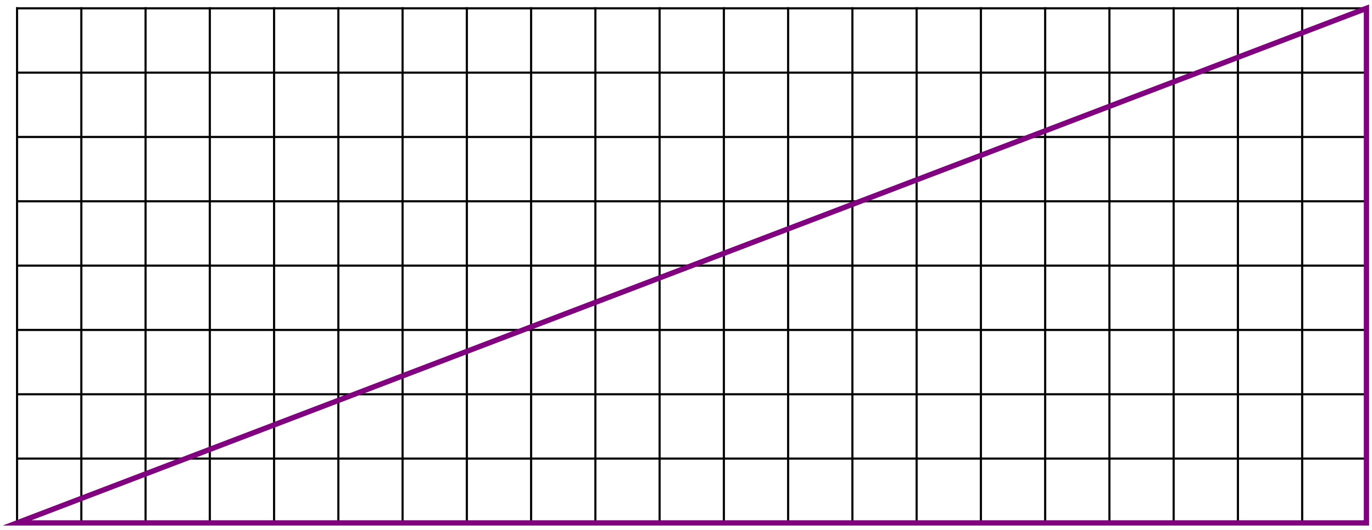
L'unité de mesure utilisée dans cette partie est la mesure du côté d'un carreau du quadrillage.

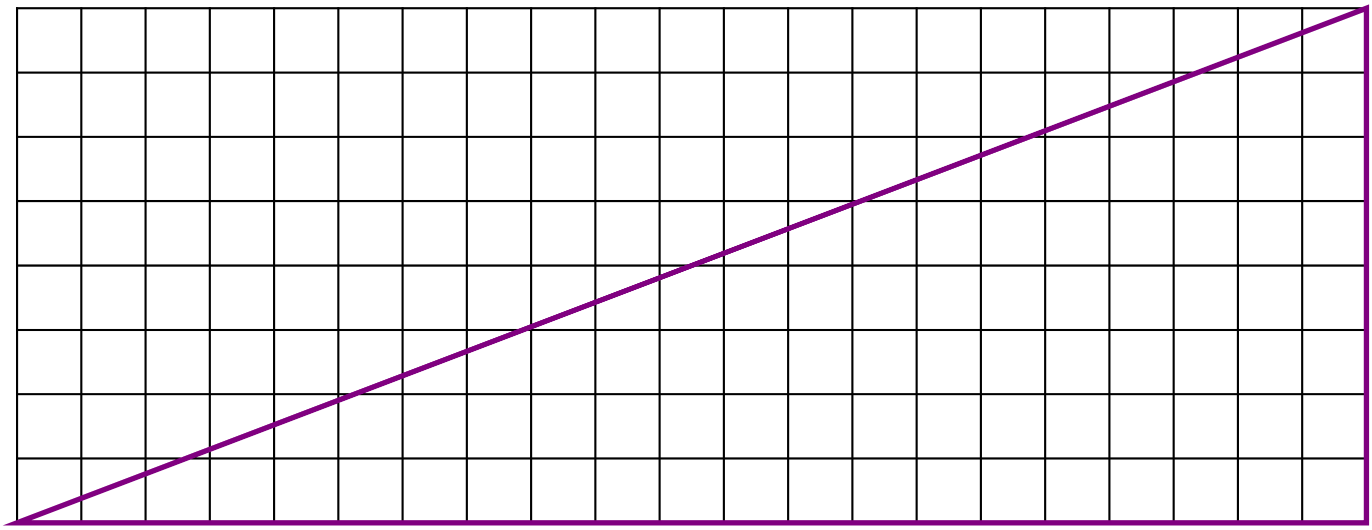
1. Calculer la mesure de l'hypoténuse du grand triangle rectangle obtenu après la construction du puzzle.

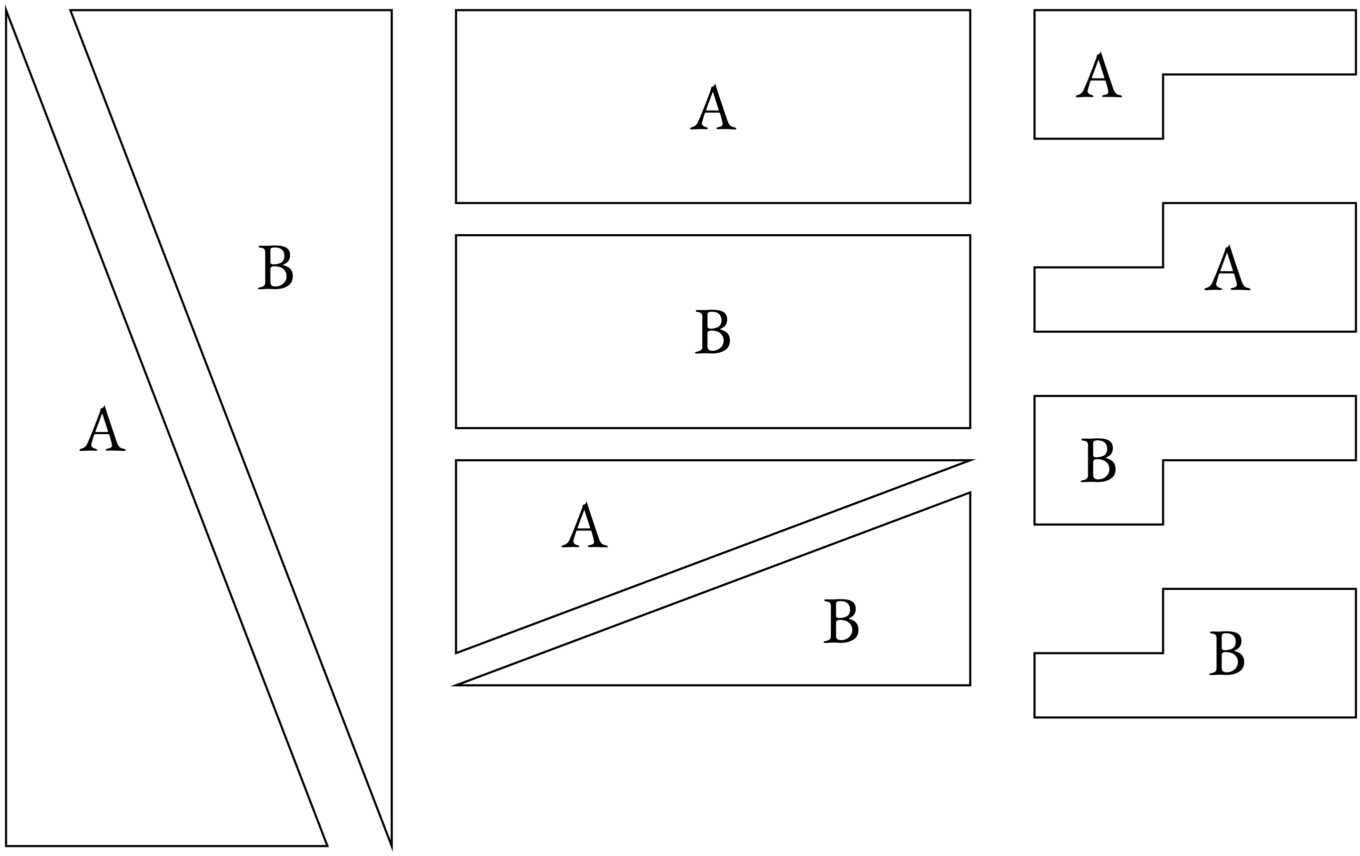
2. Calculer la mesure de l'hypoténuse de chacune des deux pièces en forme de triangle rectangle du puzzle.

3. Quelle relation devrait-on trouver entre les mesures calculées aux questions **1.** et **2.**.

4. Voyez-vous une explication au paradoxe observé dans la deuxième partie ?






B
A
A
B
A
B
A
A
B
B

Le puzzle de Lewis Carrol — Correction

Première partie : les deux puzzles

Voir page précédente.

Seconde partie : comparaison des aires

1. Il y a deux triangles rectangles, un rectangle et deux hexagones.

2. Le grand triangle rectangle a une base qui mesure 21 carreaux et une hauteur qui mesure 8 carreaux.

$$\text{Aire(grand triangle rectangle)} = \frac{21 \times 8}{2} = \frac{168}{2} = 84$$

3. En unité d'aire on obtient pour le puzzle :

$$\text{Aire(petit triangle rectangle)} = \frac{8 \times 3}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

$$\text{Aire(grand triangle rectangle)} = \frac{13 \times 5}{2} = \frac{65}{2} = 32,5$$

$$\text{Aire(rectangle)} = 8 \times 3 = 24$$

$$\text{Aire(petit hexagone)} = 7$$

$$\text{Aire(grand hexagone)} = 8$$

4. On obtient pour l'un des puzzles :

$$\text{Aire(grand triangle rectangle)} = 32,5 + 12 + 24 + 7 + 8 = 83,5$$

Et pour l'autre :

$$\text{Aire(grand triangle rectangle)} = 32,5 + 12 + 24 + 7 + 8 + {\color{red}+1} = 84,5$$

5. Nous avons obtenu trois mesures différentes de l'aire avec trois méthodes différentes !!

Troisième partie : démonstration

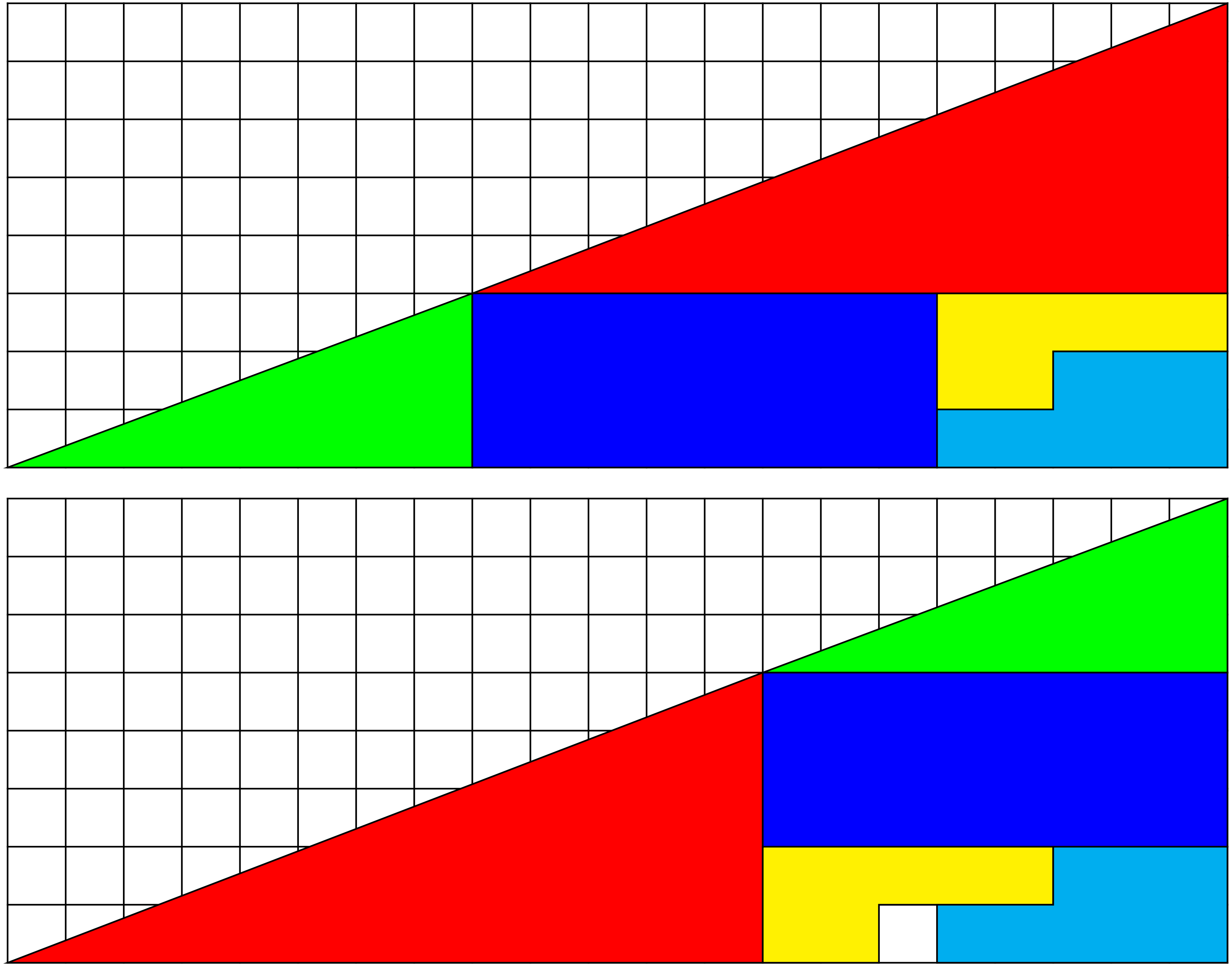
1. La grand triangle rectangle a une base qui mesure 21 et une hauteur de 8.
En utilisant le théorème de Pythagore on obtient :
Comme $21^2 + 8^2 = 441 + 64 = 505$ son hypoténuse mesure $\sqrt{505} \approx 22,47$

2. Les deux triangles rectangles du puzzle ont respectivement des côtés de l'angle droit dont les mesures sont :
8 et 3 pour l'un et 13 et 8 pour l'autre.
En utilisant le théorème de Pythagore dans ces deux cas on obtient :
Comme $8^2 + 3^2 = 64 + 9 = 73$ l'un des hypoténuses mesure $\sqrt{73} \approx 8,54$
Et $13^2 + 8^2 = 169 + 64 = 233$ l'autre mesure $\sqrt{233} \approx 15,26$

3. La somme des mesures des deux hypoténuses des pièces du puzzle devrait être égale à l'hypoténuse du grand triangle rectangle.
Or on constate que $\sqrt{73} + \sqrt{233} \approx 23,8$

Donc $\sqrt{73} + \sqrt{233} > \sqrt{505}$

4. Le plus court chemin entre deux points est le segment. Nous déduisons des calculs précédents que les deux hypoténuses des triangles des pièces du puzzle ne sont pas alignés avec l'hypoténuse du grand triangle.
Contrairement à ce que nous voyons, les pièces du puzzle proposés ne permettent pas de construire un triangle rectangle.
Les angles des deux pièces en forme de triangle rectangle ne sont pas superposables. C'est invisible à l'oeil nu ! Le tracé imparfait et le découpage empêchent d'observer ce décalage !



La connaissance scientifique

La **connaissance scientifique** est fondée sur quatre piliers :

— **Premier pilier** : **La question initiale** .
À l'origine de toute connaissance scientifique se trouve une **question** qui interroge le monde dans lequel nous vivons. Une connaissance est une réponse à une question.
« Avant tout, il faut savoir poser des problèmes. Et quoi qu'on en dise, dans la vie scientifique, les problèmes ne se posent pas d'eux-mêmes. Pour un esprit scientifique, toute connaissance est une réponse à une question. S'il n'y a pas eu de question, il ne peut y avoir de connaissance scientifique. Rien ne va de soi. Rien n'est donné. Tout est construit. » — Gaston Bachelard

— **Deuxième pilier** : **Le réalisme** .
Le monde des idées n'a pas la priorité sur le monde physique. Le monde là dehors existe indépendamment et antérieurement à la perception que j'en ai et aux descriptions que l'on en fait.

— **Troisième pilier** : **La rationnalité** .
Cela consiste à respecter les lois de la logique fournies par les mathématiques. Cela demande également d'accepter seulement les théories les plus économiques en hypothéses de départ.

— **Quatrième pilier** : **Le matérialisme** .
Les expériences scientifiques n'utilisent que des éléments du monde réel et matériel, cela exclu les définitions immatérielles comme les esprits.

Croyance et opinion

Croyance :
« La croyance est le processus mental expérimenté par une personne qui adhère à une thèse ou une hypothèse, de façon qu'elle les considère comme vérité, indépendamment des faits, ou de l'absence de faits, confirmant ou infirmant cette thèse ou cette hypothèse. Ainsi, les croyances sont souvent des certitudes sans preuve. » — Wikipédia

Opinion :
« L'opinion est un jugement que l'on porte sur un individu, un être vivant, un phénomène, un fait, un objet ou une chose.
Elle peut être considérée comme bonne ou mauvaise. » — Wikipédia

Biais cognitifs

Je suis le frère de deux aveugles.
Pourtant, ces deux aveugles ne sont pas mes frères.
Comment est-ce possible ?

Biais cognitif :
Ce sont des **heuristiques** ou raccourci mentaux qui nous conduisent presque toujours à porter un faux jugement.
Nous utilisons les biais cognitifs lorsque :

— il y a un trop grand nombre d'informations à traiter ;

— nous avons besoin de donner du sens au monde qui nous entoure ;

— nous avons besoin d'agir vite ;

— nous avons besoin de mémoriser les choses pour plus tard.

Voici quatre exemples :

Biais d'ancrage
On a tendance à être trop dépendant de la première information entendue ou observée.

Effet d'entraînement
La probabilité pour qu'une personne adopte une croyance augmente proportionnellement au nombre de personnes qui ont cette croyance.

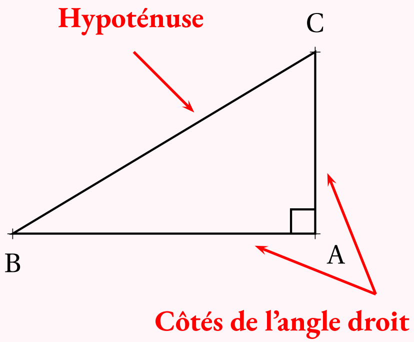
Biais de confirmation
Tendance à ne porter attention qu'aux informations qui confirment nos opinions.

Biais de Blind-Spot
Le fait de ne pas réussir à identifier ses propres biais est un biais en lui-même.

Égalité de Pythagore

Vocabulaire du triangle rectangle

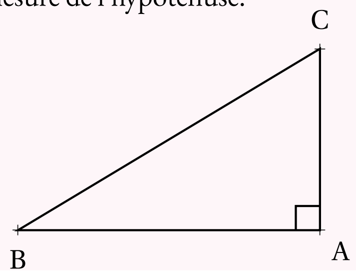
Dans un triangle rectangle, l'**hypoténuse** désigne le côté qui n'est pas adjacent à l'angle droit. L'**hypoténuse** est le plus long côté d'un triangle rectangle.



Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle

alors la somme des carrés des mesures des côtés de l'angle droit est égale au carré de la mesure de l'hypoténuse.



Si ABC est rectangle en A

alors

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

Contraposée du théorème de Pythagore

Si un dans un triangle la somme des carrés des mesures des deux plus petits côtés **n'est pas égale** au carré de la mesure du plus grand côté

alors ce triangle n'est pas rectangle.

Réciproque du théorème de Pythagore

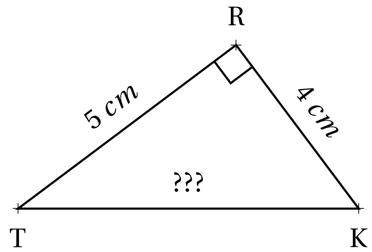
Si un dans un triangle la somme des carrés des mesures des deux plus petits côtés **est égale** au carré de la mesure du plus grand côté

alors ce triangle est rectangle.

Calculer la mesure de l'hypoténuse :

Dans le triangle TKR rectangle en R, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

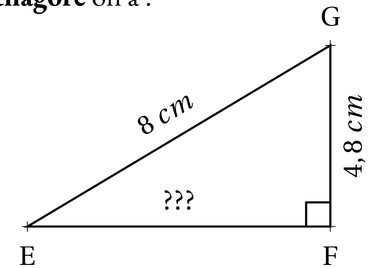
$$\begin{gathered} RT^2 + RK^2 = TK^2 \\ 5^2 + 4^2 = TK^2 \\ 25 + 16 = TK^2 \\ TK^2 = 41 \\ TK = \sqrt{41} \\ \boxed{TK \approx 6{,}4\ cm} \end{gathered}$$



Calculer la mesure d'un côté de l'angle droit :

Dans le triangle EFG rectangle en F, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{gathered} FG^2 + FE^2 = GE^2 \\ 4{,}8^2 + FE^2 = 8^2 \\ 23{,}04 + FE^2 = 64 \\ FE^2 = 64 - 23{,}04 \\ FE^2 = 40{,}96 \\ FE = \sqrt{40{,}96} \\ \boxed{FE = 6{,}4\ cm} \end{gathered}$$



Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle :

MNO un triangle tel que :

- $MN = 78\ mm$
- $MO = 103\ mm$
- $NO = 130\ mm$

MNO **est-il rectangle ?**

[NO] est le plus grand côté, comparons $MN^2 + MO^2$ et NO^2

$MN^2 + MO^2$	NO^2
$78^2 + 103^2$	130^2
$6\,084 + 10\,609$	$16\,900$
$16\,693$	

$$MN^2 + MO^2 \neq NO^2$$

D'après **la contraposée du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle MNO n'est pas rectangle}}$.

Démontrer qu'un triangle est rectangle :

LKU un triangle tel que :

- $LK = 11{,}7\ m$
- $KU = 10{,}8\ m$
- $LU = 4{,}5\ m$

LKU **est-il rectangle ?**

[LK] est le plus grand côté, comparons $UK^2 + UL^2$ et LK^2

$UL^2 + UK^2$	LK^2
$4{,}5^2 + 10{,}8^2$	$11{,}7^2$
$20{,}25 + 116{,}64$	$136{,}89$
$136{,}89$	

$$UK^2 + UL^2 = LK^2$$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle LKU est rectangle en U}}$.

Remarques et intentions pédagogiques

[1]du latin hypotenusa venant du grec hypoteinousa, c'est le participe présent de hypoteínô qui signifie sous-tendre ou soutenir. Dans la proposition I.19 des Éléments d'Euclide, il est dit que « Dans tout triangle, le plus grand côté est celui opposé au plus grand angle. »

[2]Les nombres $(3;4;5)$ forment un triplet Pythagoricien. C'est un triplet primitif au sens où ces trois nombres n'ont pas de diviseurs communs. Voici les triplets primitifs inférieurs à 100

$$(3;4;5)--(5;12;13)--(8;15;17)--(7;24;25)--(20;21;29)--(12;35;37)--(9;40;41)--(28;45,53)--(11;60;61)--(16;63;65)--(33;56;65)--(48;55;73)--(13$$

[3]Il faut bien sur supposer connu le fait que la fonction racine carrée est croissante. Le raisonnement suivant demanderait d'utiliser la continuité et la stricte croissante de la fonction carrée pour obtenir son inverse et la continuité de la fonction racine. C'est hors de propos en troisième...

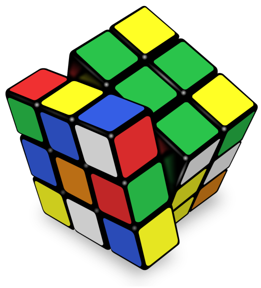
1 Activité — Le puzzle de Lewis Carrol

Mes intentions sont claires

CHAPITRE III

Égalité et somme de fractions

Sommaire

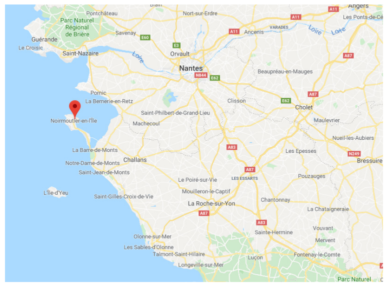


Tâche complexe

La pêche à pied à Noirmoutier

Quatrieme

✧✧✧



Nous sommes le 12 août 2022. La famille Cantor est en vacances sur l'ile de Noirmoutier. Ils souhaitent profiter des grandes marées pour organiser une sortie pêche à pied. Pour préparer cette journée, cette famille qui ne connaît pas bien la culture de la côte atlantique, a consulté la capitainerie du port pour obtenir des consignes de sécurité, le site Wikipédia et marée.info pour obtenir des informations.

En utilisant toutes ces informations, indiquer à la famille Cantor l'heure à laquelle ils pourront aller pêcher et celle où ils devront absolument rentrer.

Document nº 1 : conseils de la capitainerie

Prendre connaissance de la météo, des horaires de marée et anticiper la remontée de la mer. Vous pouvez commencer lorsque la marée descendante a atteint un quart du marnage. Vous devez absolument rentrer quand la marée montante a atteint un tiers du marnage. Éviter d'aller pêcher par temps de brume ou d'orage. Ne partez pas seul et prévenez quelqu'un resté à terre. Disposer d'un moyen de communication pour alerter les secours.

Document nº 2 : Wikipédia

Wikipédia
L'encyclopédie libre

Période de pêche : Du fait des conditions de pêches, les grandes marées sont très favorables à cette activité. Les zones découvertes à marée basse l'étant beaucoup moins souvent que lors des marées normales, la population de crustacés est nettement plus importante. Ces événements attirent en règle générale un grand nombre de pêcheurs à pied.
Marée : La marée est la variation de la hauteur du niveau des mers et des océans, causée par des forces gravitationnelles dues à la Lune et au Soleil, le tout conjugué à la rotation de la Terre sur son axe et la révolution de la Terre. Le niveau le plus élevé atteint par la mer au cours d'un cycle de marée est appelé pleine mer (PM) ou marée haute. Le niveau le plus bas est appelé basse mer (BM) ou marée basse.
Marnage : Le marnage est la différence de hauteur d'eau entre la pleine mer et la basse mer.

Document nº 3 : Maree.info

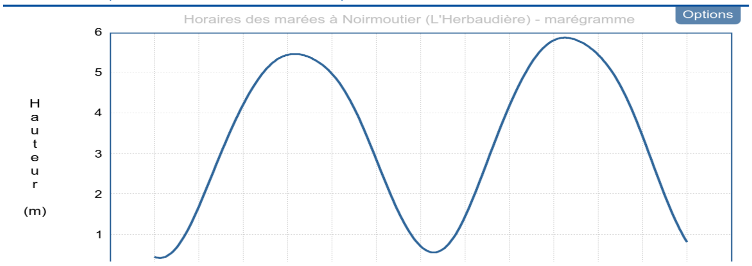
Samedi 13 Août 2022 UTC+2 Semaine 32 — 47°02' N 2°18' W — **Noirmoutier (L'Herbaudière)**

Lever du soleil : 07h03 — Lune gibbeuse décroissante — Coucher du soleil : 21h21

	Coeff.	Heure	Durée de la marée	Heure de marée	Hauteur	Marnage	1/12	1/4	1/2
BM		00h14			0,41m				
PM	102	06h18	06h04	01h00	5,45m	5,04m	0,42m	1,26m	2,52m
BM		12h35	06h17	01h02	0,55m	4,90m	0,41m	1,23m	2,45m
PM	103	18h30	05h55	00h59	5,86m	5,31m	0,44m	1,33m	2,66m

Options

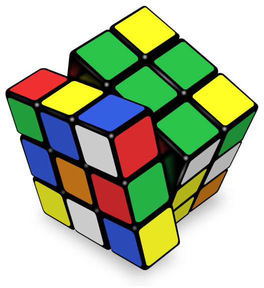
Horaires des marées à Noirmoutier (L'Herbaudière) - marégramme



Date	Heure	Hauteur	Coeff.
Sam. 13	00h14	0,41m	
	06h18	5,45m	102
	12h35	0,55m	
	18h30	5,86m	103
Dim. 14	01h01	0,34m	
	06h50	5,44m	103
	13h21	0,55m	
	19h05	5,79m	102
Lun. 15	01h47	0,45m	
	07h20	5,34m	99
	14h06	0,70m	
	19h38	5,61m	95
Mar. 16	02h31	0,71m	
	07h50	5,16m	90
	14h51	0,98m	
	20h12	5,33m	84
Mer. 17	03h14	1,08m	
	08h20	4,93m	77
	15h37	1,34m	
	20h46	5,00m	70

Document nº 4 : la règle des douzièmes

Proverbe marin : « *À partir de la marée haute, la marée descend de un douzième la première heure, de deux douzièmes la deuxième heure, de trois douzièmes la troisième heure, de trois douzièmes la quatrième heure, de deux douzièmes la cinquième heure et de un douzième la sixième heure pour arriver à la marée basse puis elle remonte de manière identique.* ».

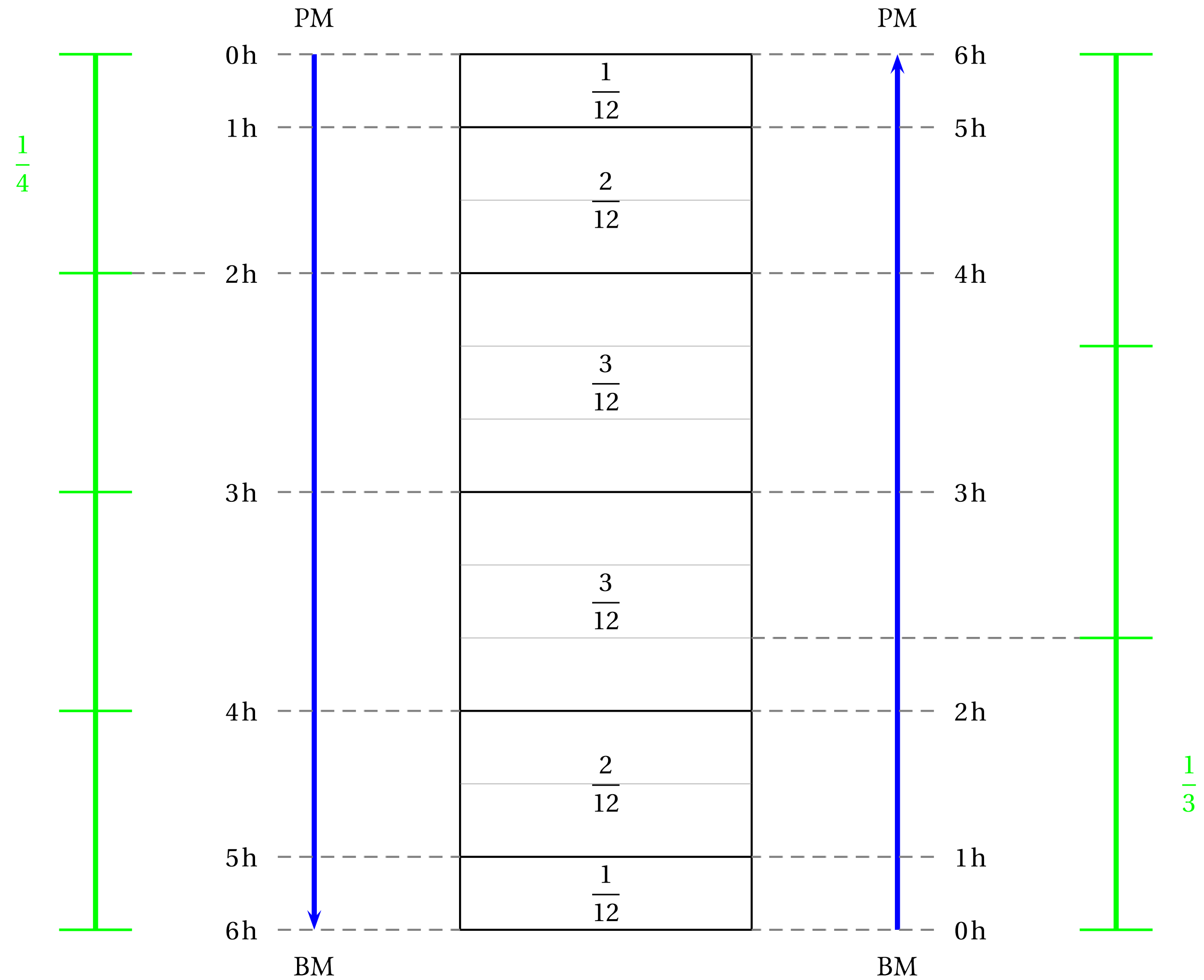


La pêche à pied à Noirmoutier — Correction

✧✧✧

Tâche complexe

Nous allons commencer par modéliser la règle des douzièmes pour comprendre la manière dont la marée monte et descend.



Nous avons représenté sous la forme d'un rectangle les six heures de marée montante ou descendante. Ce rectangle a été partagé en douze parts. Il est assez facile ensuite de représenter les heures de montée et descente en respectant la règle des douzièmes du **Document n° 4**.

En lisant le **Document n° 1** nous lisons qu'il est possible d'aller pêcher à partir du quart du marnage. D'après le **Document n° 2** le marnage correspond à la hauteur de montée ou de descente de la marée.

Comme $\dfrac{1}{4} = \dfrac{1 \times 3}{4 \times 3} = \dfrac{3}{12}$ et que $\dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{12} + \dfrac{2}{12}$ on en déduit qu'il est possible d'aller pêcher deux heures après le début de la marée descendante comme on peut le voir sur la modélisation ci-dessus.

Comme $\dfrac{1}{3} = \dfrac{1 \times 4}{3 \times 4} = \dfrac{4}{12}$ et que $\dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{12} + \dfrac{2}{12} + \dfrac{1}{12}$ on en déduit que l'heure de départ aura lieu durant la troisième heure après la marée basse. Comme la troisième heure correspond à trois douzièmes de la marée, il faut partir au premier douzième c'est-à-dire au tiers de la troisième heure.

Comme $1\,\text{h} = 60\,\text{min}$, $\dfrac{1}{3} \times 60\,\text{min} = \dfrac{60\,\text{min}}{3} = 20\,\text{min}$, il faut partir 2 h 20 min après la marée basse.

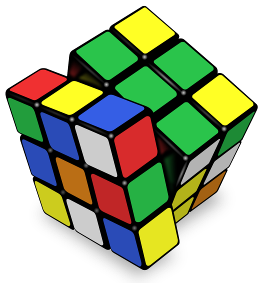
En consultant le **Document n° 3** on constate que le 13 août 2022, la marée haute aura lieu à 6 h 18 min.

Cette famille pourra donc pêcher à partir de 8 h 18 min.

Comme la marée basse suivante est prévue à 12 h 35 min,

ils devront quitter les lieux au plus tard à 14 h 55 min.

Ils pourraient aussi aller pêcher après la marée haute du soir vers 20 h 30, mais pêcher à pied la nuit ne semble pas raisonnable !



Le mur
Quatrieme

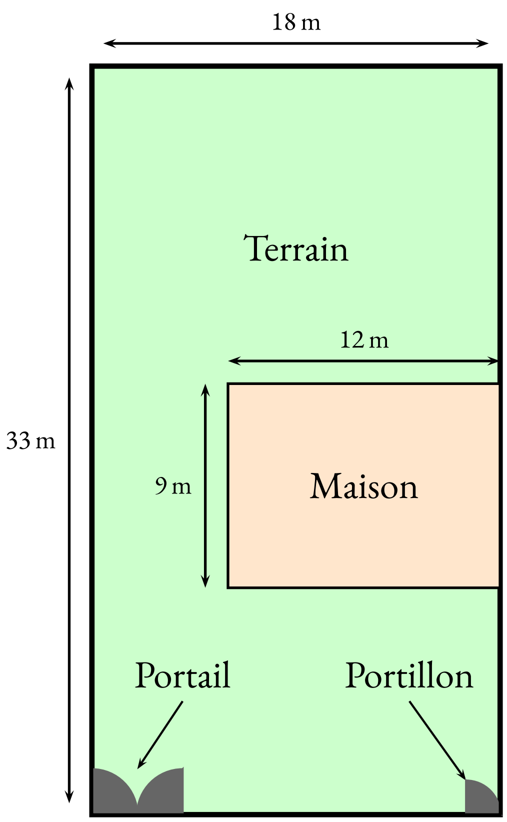
✧✧✧

Tâche complexe

Emmy Noether vient d'acheter un maison neuve. Le terrain est encore en friche, elle souhaite rapidement le clotûrer pour que son chien Ascali cesse de s'enfuir. Emmy est bricoleuse, avec ses amies, elle a décidé de monter elle-même un mur en béton tout autour de sa propriété.
Pour ne pas être dérangé par ses voisins, elle veut un mur de 1,60 m de haut. Sa maison a été construite en bordure du terrain, autant de parpaings en moins !
Avant de se lancer dans les travaux de maçonnerie, il faut acheter et transporter le matériel. Son magasin de bricolage préféré, Le Roi Arthur, se situe à 25 km de chez elle. C'est dans ce magasin qu'elle compte acheter les parpaings. Il faut pour cela qu'elle loue un camion pour le transport. Pour le ciment, le sable et le gravier, elle se fera livrer par la sablière près de chez elle. Elle envisage aussi d'ajouter un portail et un portillon qu'elle commandera plus tard.

En utilisant les documents ci-dessous, indiquer le budget à prévoir pour l'achat des parpaings en tenant compte de la location du moyen de transport.

Document n° 1 : Plan du terrain



Document n° 2 : Location d'un camion

Tarifs et informations :

— Masse totale en charge : 3 tonnes ;
— 10 € la première heure avec 30 km inclus ;
— 3 € le quart d'heure supplémentaire ;
— 0,37 € le kilomètre supplémentaire.

Document n° 3 : le trajet

— Distance entre le magasin et chez Mme Noether : 12 km
— Temps de trajet : 17 min
— Temps de chargement et de déchargement : 20 min

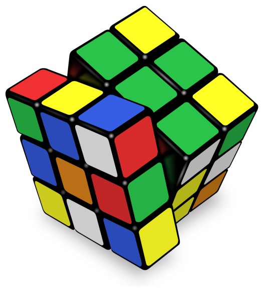
Document n° 4 : les parpaings

Prix : 0,83 €
Dimensions : 20 cm × 20 cm × 50 cm
Masse : 10 kg

Document n° 5 : le projet de portail et de portillon

Longueur : 400 cm

Longueur : 150 cm



TÂCHE COMPLEXE

LE MUR — Correction

Nous allons procéder à la résolution de cette tâche complexe en plusieurs étapes.

Étape n° 1 : périmètre du terrain

Il s'agit d'un terrain rectangulaire de longueur 18 m et de largeur 33 m.
Son périmètre mesure donc $18\,\text{m} \times 2 + 33\,\text{m} \times 2 = 36\,\text{m} + 66\,\text{m} = 102\,\text{m}$

Étape n° 2 : longueur du mur

Il faut retirer au périmètre le côté mitoyen de la maison et la longueur des entrées.
Le mur doit donc mesurer : $102\,\text{m} - 9\,\text{m} - 4\,\text{m} - 1{,}50\,\text{m} = 87{,}50\,\text{m}$

Étape n° 3 : nombre de parpaings

Le mur doit mesurer 87,50 m de long. Un parpaing a une longueur de 50 cm=0,50 m.
Comme $87{,}50\,\text{m} \div 0{,}50\,\text{m} = 175$, il faut 175 parpaings pour faire une longueur.
On pouvait aussi se dire qu'il faut deux parpaings pour 1 m de mur et on obtient $87{,}5 \times 2 = 175$

Le mur mesure 1,60 m de haut. Un parpaing mesure 20 cm=0,20 m de haut.
Comme $1{,}60\,\text{m} \div = 0{,}20\,\text{m} = 8$ ou que $160\,\text{cm} \div 20\,\text{cm} = 8$, il faut 8 rangées de 175 parpaings.
$8 \times 175 = 1400$, Emmy doit acheter et transporter 1400 parpaings.

Étape n° 4 : prix des parpaings

Un parpaing coûte 0,83 €.
Comme $0{,}83$ € $\times 1400 = 1162$ €, Emmy doit payer 1162 € pour le matériel.

Étape n° 5 : masse à transporter

Un parpaing a une masse de 10 kg. Emmy doit donc transporter $10\,\text{kg} \times 1400 = 14\,000\,\text{kg} = 14\,\text{t}$.

Étape n° 6 : nombre de voyages à effectuer, distance et temps de trajet

Le camion ne peut transporter que 3 t à la fois.
Comme $14\,\text{t} \div 3\,\text{t} \approx 4{,}67$, il faudra faire 5 aller-retour.

La distance entre la maison et la magasin est de 12 km, comme $12\,\text{km} \times 2 \times 5 = 120\,\text{km}$, Emmy doit faire 120 km.

En comptant le temps de trajet et de chargement/déchargement, on trouve $17\,\text{min} + 20\,\text{min} = 37\,\text{min}$ par trajet.
Comme $37\,\text{min} \times 5 = 185\,\text{min}$ =3 h 05 min, Emmy va passer 3 h 05 min pour effectuer le transport du matériel.

Étape n° 7 : coût de la location

La première heure et les trente premiers kilomètres coûtent 10 €.
Il reste donc $120\,\text{km} - 30\,\text{km} = 90\,\text{km}$ hors forfait.
Comme $90 \times 0{,}37$ € $= 33{,}30$ €, il faut ajouter 33,30 € pour la distance supplémentaire.

La première heure est incluse, soit 60 min, il reste donc $185\,\text{min} - 60\,\text{min} = 125\,\text{min}$ à payer.
Or $125\,\text{min} \div 15\,\text{min} \approx 8{,}33$, elle va payer 9 quarts d'heures supplémentaires.
Soit 9×3 € =27 €.

Finalement pour le transport, Emmy va payer : 10 € +33,30 € +27 € =70,30 €.

Étape n° 8 : conclusion

Emmy va payer 1162€ pour les parpaings et 70,30 € pour le transport soit 1162€ +70,30 € =1232,30 €.

I — Définition du quotient

Définition 3.1 : Fraction

a et b deux nombres entiers relatifs et $b \neq 0$

La **fraction** $\dfrac{a}{b}$ désigne le quotient $a \div b$ de a par b, c'est-à-dire un nombre vérifiant :

$$b \times \frac{a}{b} = a$$

- a est le **numérateur** de la fraction ;
- b est le **dénominateur** de la fraction ;
- a et b sont séparés par **la barre de fraction** ou vinculum.

Remarque :

la division par 0 n'est pas une opération autorisée ![1]

Exemples :

$5 \times \dfrac{15}{5} = 15$ ainsi $\dfrac{15}{5} = 3$: une fraction peut correspondre à un **nombre entier** .

Réciproquement, comme $3 = 3 \div 1 = \dfrac{3}{1}$, tout nombre entier a peut s'écrire sous la forme d'une fraction $a = \dfrac{a}{1}$ [2]

$4 \times \dfrac{7}{4} = 7$ et $7 \div 4 = 1{,}75$ donc la fraction $\dfrac{7}{4}$ correspond à **un nombre décimal** .

Réciproquement, le nombre décimal $3{,}141\,592 = \dfrac{3\,141\,592}{1\,000\,000}$, tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction.

$3 \times \dfrac{4}{3} = 4$ et $4 \div 3 \approx 1{,}333$, $\dfrac{4}{3}$ n'est pas un nombre décimal, c'est **un nombre rationnel** .[3]

II — Égalité de fractions : le produit en croix

Propriété 3.1 : Égalité de fractions

a, b et k des nombres entiers relatifs avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$ [4]

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times b}$$

En multipliant le numérateur et le dénominateur d'une fraction par le même nombre non nul on obtient une fraction égale.

Démonstration :

Sur un exemple générique :
Considérons la fraction $\dfrac{5}{3}$. Elle a pour propriété fondamentale de vérifier $3 \times \dfrac{5}{3} = 5$.

Choisissons un nombre entier quelconque, par exemple 9. On peut multiplier l'égalité précédente par 9 :

$$9 \times 3 \times \frac{5}{3} = 9 \times 5$$

$$27 \times \frac{5}{3} = 45$$

On sait également que par définition la fraction $\frac{45}{27}$ vérifie $27 \times \frac{45}{27} = 45$.

Par conséquent, $\frac{5}{3} = \frac{45}{27}$ c'est-à-dire $\frac{5}{3} = \frac{9 \times 5}{9 \times 3} = \frac{45}{27}$. [5]

De manière générale :

Pour a et b deux nombres entiers relatifs et $b \neq 0$ on a $b \times \frac{a}{b} = a$
k un nombre entier relatif non nul, on peut multiplier l'égalité précédente par k :

$$k \times b \times \frac{a}{b} = a \times k$$

$$b \times k \times \frac{a}{b} = a \times k$$

Or par définition du quotient : $b \times k \times \frac{a \times b}{b \times k} = a \times k$

Finalement en observant ces deux égalités on constate que $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$

CQFD

Exemples :

Cette propriété permet de simplifier les fractions :
$A = \frac{56}{64} = \frac{8 \times 7}{8 \times 8} = \frac{7}{8}$
Il y a souvent plusieurs manières de simplifier une fraction :
$A = \frac{56}{64} = \frac{2 \times 28}{2 \times 32} = \frac{28}{32} = \frac{2 \times 14}{2 \times 16} = \frac{14}{16} = \frac{2 \times 7}{2 \times 8} = \frac{7}{8}$

Cette propriété permet aussi d'obtenir des fractions égales entre elles :

Remarque :

La connaissance des critères de divisibilité est souvent utile pour simplifier des fractions.

- un nombre entier est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8;
- un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3;
- un nombre entier est divisible par 4 si le nombre formé par le chiffre des dizaines et des unités est divisible par 4;
- un nombre entier est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5;
- un nombre entier est divisible par 6 s'il est divisible par 2 et par 3;
- un nombre entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9;
- un nombre entier est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

Exemple :

Cette propriété permet aussi d'obtenir des fractions égales à un dénominateur fixé à l'avance :

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9} = \frac{7 \times 2}{7 \times 3} = \frac{14}{21} = \frac{12 \times 2}{12 \times 3} = \frac{24}{36} = \frac{9 \times 2}{9 \times 3} = \frac{18}{27} = \dots$$

Propriété 3.2 : Le produit en croix

Dire que deux fractions sont égales revient exactement à dire que leurs produits en croix sont égaux.

Plus précisément,

a, b, c et d quatre nombres entiers avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

Les fractions $\dfrac{a}{b}$ et $\dfrac{c}{d}$ sont égales si et seulement si $a \times d = b \times c$.

III — Somme algébrique de fractions

Propriété 3.3 : Somme de fractions

a, b et c des nombres entiers rationnels avec bă $\neq 0$.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

Démonstration :

Sur un exemple générique :

Calculons la somme $\dfrac{7}{9} + \dfrac{13}{9}$.

On sait que $9 \times \dfrac{7}{9} = 7$ et que $9 \times \dfrac{13}{9} = 13$.

On peut ajouter ces deux égalités :

$$\color{red}{9} \times \frac{7}{9} + \color{red}{9} \times \frac{13}{9} = 7 + 13$$

On factorise le facteur commun 9 :

$$9 \times \left(\frac{7}{9} + \frac{13}{9}\right) = 20$$

D'autre part on sait que :

$$9 \times \color{red}{\frac{20}{9}} = 20$$

On en déduit que :

$$\frac{7}{9} + \frac{13}{9} = \frac{20}{9}$$

Dans un cas plus général, a, b et c des nombres entiers relatifs avec $b \neq 0$.

On souhaite calculer la somme $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{b}$.

On sait que $b \times \dfrac{a}{b} = a$ et que $b \times \dfrac{c}{b} = c$.

On peut ajouter ces deux égalités :

$$\color{red}{b} \times \frac{a}{b} + \color{red}{b} \times \frac{c}{b} = a + b$$

On factorise le facteur commun b :

$$b \times \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{b}\right) = a + c$$

D'autre part on sait que :

$$b \times \frac{a+c}{b} = a + c$$

On en déduit que :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

CQFD

Remarque :

Les nombres entiers a et c sont relatifs. Cette propriété concerne donc la somme algébrique de fractions, c'est-à-dire l'addition et la soustraction ordinaire.

Ainsi $\frac{5}{3} + \frac{-4}{3} = \frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5+(-4)}{3} = \frac{1}{3}$

On a vu quand on a étudié le quotient des nombres relatifs que $\frac{4}{3} = \frac{-4}{-3}$ et que $\frac{-4}{3} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$.

On privilégiera les nombres entiers positifs au numérateur et au dénominateur des fractions !

Exemples :

$\frac{3}{4} + \frac{6}{4} = \frac{9}{4}$

$\frac{6}{7} - \frac{11}{7} = -\frac{5}{7}$

Remarque importante :

On ne sait faire la somme algébrique que de fractions ayant le même dénominateur. Pour additionner des fractions ayant des dénominateurs différents il faut donc les modifier pour qu'elles puissent correspondre à la propriété !

Méthode 3 . 1 : Somme algébrique des fractions

Premier cas : les fractions ont le même dénominateur.

Il suffit d'appliquer la propriété précédente.

$\frac{3}{5} + \frac{7}{5} - \frac{16}{5} = \frac{3+7-16}{5} = -\frac{-6}{5}$

Deuxième cas : une des fractions a un dénominateur multiple de l'autre.

Le dénominateur multiple de l'autre est un dénominateur commun.

$\frac{5}{7} + \frac{10}{21}$, $21 = 7 \times 3$ est un multiple de 7.

$\frac{5}{7} + \frac{10}{21} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} + \frac{10}{21} = \frac{15}{21} + \frac{10}{21} = \frac{35}{21}$

Il est souvent nécessaire de simplifier le résultat : $\frac{35}{21} = \frac{7 \times 5}{7 \times 3} = \frac{5}{3}$

Cas particulier : en présence d'unités !

$5+\frac{7}{9}=\frac{5}{1}+\frac{7}{9}$, tout nombre entier peut s'écrire sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est 1.

$\frac{5\times 9}{1\times 9}+\frac{7}{9}=\frac{45}{9}+\frac{7}{9}=\frac{52}{9}$

Troisième cas : les deux dénominateurs n'ont rien en commun !

Le produit de ces dénominateurs est un dénominateur commun.

$\frac{7}{8}+\frac{6}{5}$, le produit $8\times 5=40$ est un multiple commun à 8 et 5.

$\frac{7\times 5}{8\times 5}+\frac{6\times 8}{5\times 8}=\frac{35}{40}+\frac{48}{40}=\frac{73}{40}$

Attention, le produit de deux dénominateurs n'est pas toujours le plus petit dénominateur commun !

$\frac{7}{12}-\frac{4}{15}$, $12\times 15=180$ est un dénominateur commun possible... mais il y a mieux !

On peut lister les multiples de 12 : $12-24-36-48-60-72$... et ceux de 15 : $15-30-45-60$...
60 est un dénominateur commun plus petit !

$\frac{7}{12}-\frac{4}{15}=\frac{7\times 5}{12\times 5}-\frac{4\times 4}{15\times 4}=\frac{35}{60}-\frac{16}{60}=\frac{19}{60}$

IV — Produit des fractions

Propriété 3.4 : Produit de deux fractions

a, b, c et d sont des nombres entiers relatifs, $b\neq 0$ et $d\neq 0$.

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$$

Démonstration :

Sur un exemple générique :

Calculons $\frac{5}{3}\times\frac{4}{7}$

On sait que $3\times\frac{5}{3}=5$ et que $7\times\frac{4}{7}=4$

On peut multiplier les membres de ces égalités :

$$3\times\frac{5}{3}\times 7\times\frac{4}{7}=5\times 4$$

$$3\times 7\times\frac{5}{3}\times\frac{4}{7}=20$$

$$21\times\frac{5}{3}\times\frac{4}{7}=20$$

De plus on sait que :

$$21\times\frac{20}{21}=20$$

On en déduit que $\dfrac{5}{3} \times \dfrac{4}{7} = \dfrac{20}{21} = \dfrac{5 \times 4}{3 \times 7}$

De manière générale, a, b, c et d des entiers relatifs avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$

Calculons $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d}$

On sait que $b \times \dfrac{a}{b} = a$ et que $d \times \dfrac{c}{d} = c$

On peut multiplier les membres de ces égalités :

$$b \times \frac{a}{b} \times d \times \frac{c}{d} = a \times c$$

$$b \times d \times \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = a \times c$$

De plus on sait que :

$$b \times d \times \frac{a \times c}{b \times d} = a \times c$$

On en déduit que $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{a \times c}{b \times d}$

CQFD

Exemples :

$\dfrac{5}{3} \times \dfrac{7}{13} = \dfrac{5 \times 7}{3 \times 13} = \dfrac{35}{39}$

Il est souvent conseillé de simplifier un produit avant de l'effectuer :

$\dfrac{16}{15} \times \dfrac{35}{24} = \dfrac{560}{360}$: mais il faut alors simplifier !

$\dfrac{16}{15} \times \dfrac{35}{24} = \dfrac{16 \times 35}{15 \times 24} = \dfrac{8 \times 2 \times 7 \times 5}{3 \times 5 \times 8 \times 3} = \dfrac{8 \times 2 \times 7 \times 5}{3 \times 5 \times 8 \times 3} = \dfrac{2 \times 7}{3 \times 3} = \dfrac{14}{9}$

De manière encore plus caricaturale ....

$\dfrac{64}{63} \times \dfrac{81}{56} = \dfrac{5\,184}{3\,528}$: oups !

$\dfrac{64}{63} \times \dfrac{81}{56} = \dfrac{64 \times 81}{63 \times 56} = \dfrac{8 \times 8 \times 9 \times 9}{7 \times 9 \times 8 \times 7} = \dfrac{8 \times 8 \times 9 \times 9}{7 \times 9 \times 8 \times 7} = \dfrac{8 \times 9}{7 \times 7} = \dfrac{72}{49}$

V — Quotient des fractions

Définition 3.2 : Inverse d'un nombre

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre quand leur produit est égal à 1.

Exemples :

$0,5 \times 2 = 1$: $0,5$ et 2 sont inverses l'un de l'autre.
On dit que 2 est l'inverse de $0,5$ ou que $0,5$ est l'inverse de 2.

$0,2 \times 5 = 1$: $0,2$ et 5 sont inverses l'un de l'autre.

$1 \times 1 = 1$: 1 est son propre inverse, $-1) \times (-1) = 1$, -1 aussi.

Remarque :

Pour tout nombre k on sait que $0 \times k = 0$.
Le nombre 0 ne possède pas d'inverse.

Propriété 3.5 : Inverse d'un nombre entier relatif

a un entier relatif, $a \neq 0$.

$\dfrac{1}{a}$ est l'inverse de a.

Démonstration :

C'est la définition de la fraction quotient : $a \times \dfrac{1}{a} = 1$!

Sur un exemple générique on a : $3 \times \dfrac{1}{3} = 1$

CQFD

Exemples :

$\dfrac{1}{2} = 0,5$ est l'inverse de 2.

$\dfrac{1}{5} = 0,2$ est l'inverse de 5.

Propriété 3.6 : Inverse d'un nombre rationnel

a et b deux nombres entiers relatifs et $a \neq 0$, $b \neq 0$

L'inverse de la fraction $\dfrac{a}{b}$ est la fraction $\dfrac{b}{a}$.

Démonstration :

Sur un exemple générique, il est évident de voir que $\dfrac{5}{4} \times \dfrac{4}{5} = \dfrac{5 \times 4}{4 \times 5} = \dfrac{20}{20} = 1$

Plus généralement on a $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{b}{a} = \dfrac{a \times b}{b \times a} = 1$

CQFD

Propriété 3.7 : Diviser deux fractions

Diviser par un nombre rationnel non nul revient à multiplier par son inverse.

Plus précisément, a, b, c et d des nombres relatifs tous non nuls.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \color{red}{\frac{d}{c}}$$

Démonstration :

Sur un exemple générique dans le cas de la division par un entier positif,

Le quotient $5 \div 3$ correspond à la fraction $\frac{5}{3}$.

Or on sait que $5 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$

Finalement $5 \div 3 = 5 \times \frac{1}{3}$.

De manière générale a et b deux entiers positifs non nuls,

On a $a \div b = \frac{a}{b}$ et $a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{1} \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$

Sur un exemple générique dans le cas de la division par un nombre rationnel,

On veut calculer $\frac{5}{3} \div \frac{7}{4}$. On note Q ce résultat.

D'après la définition d'un quotient, le nombre Q vérifie l'égalité $\frac{7}{4} \times \mathrm{Q} = \frac{5}{3}$.

L'idée géniale consiste à multiplier cette égalité par le nombre rationnel non nul $\frac{4}{7}$ inverse de $\frac{7}{4}$. On obtient :

$$\frac{7}{4} \times \mathrm{Q} \times \frac{4}{7} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{7}$$

$$\frac{7}{4} \times \frac{4}{7} \times \mathrm{Q} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{7}$$

$$1 \times \mathrm{Q} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{7}$$

On en déduit que $\frac{5}{3} \div \frac{7}{4} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{7}$

De manière plus générale,

On veut calculer $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$. On note Q ce résultat.

D'après la définition d'un quotient, le nombre Q vérifie l'égalité $\frac{c}{d} \times \mathrm{Q} = \frac{a}{b}$.

L'idée géniale consiste à multiplier cette égalité par le nombre rationnel non nul $\frac{d}{c}$ inverse de $\frac{c}{d}$. On obtient :

$$\frac{c}{d} \times \mathrm{Q} \times \frac{d}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$\frac{c}{d} \times \frac{d}{c} \times \mathrm{Q} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$1 \times \mathrm{Q} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

On en déduit que $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

CQFD

Exemple :

$\frac{5}{3} \div \frac{7}{4} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{21}$

Exercice n° 3.1 : La fraction quotient

Recopier les égalités suivantes en complétant la partie manquante avec un nombre entier, un nombre décimal ou une fraction. Quand il y a plusieurs de ces réponses est possible, les écrire toutes !

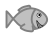
$3 \times$ ă  $= 15$

$3 \times$ ă  $= 2$

 $\times \frac{3}{7} = 15$

$8 \times$ ă  $= 12$

 $\times \frac{5}{4} = 5$

 $\times \frac{9}{4} = 18$

$5 \times$ ă  $= 2$

 $\times \frac{7}{9} = 7$

$20 \times$ ă $\frac{6}{5} =$ 

$6 \times$ ă  $= 10$

$8 \times$ ă $\frac{11}{8} =$ 

$48 \times$ ă $\frac{11}{6} =$ 

Exercice n° 3.2 : Simplification de fractions

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre réponse :

$\frac{6}{9}$ $\quad \frac{9}{45}$ $\quad \frac{56}{63}$

$\frac{16}{24}$ $\quad \frac{45}{9}$ $\quad \frac{128}{96}$

$\frac{11}{22}$ $\quad \frac{64}{48}$ $\quad \frac{315}{405}$

Exercice n° 3.3 : Égalité de fractions

Recopier les égalités suivantes en complétant les nombres manquants :

$\frac{5}{4}$ =  / 20 = 20 /  = 35 /  =  / 36 =  ă / 

$\frac{7}{8}$ = 14 /  = 28 /  =  / 56 = 56 /  =  ă / 

$\frac{3}{20}$ =  / 5 = 18 /  = 27 /  =  / 55 =  ă / 

$\frac{32}{24}$ =  / 9 = 28 /  =  / 36 =  / 40 =  ă / 

Exercice n° 3.4 : Avec le même dénominateur et des nombres entiers

Pour ajouter ou soustraire deux fractions ayant le même dénominateur, il suffit d'ajouter et soustraire les numérateurs. Le dénominateur du résultat est le même que celui des termes de départ.

$$\frac{5}{3}-\frac{1}{3}=\frac{5-1}{3}=\frac{4}{3} \text{ et } \frac{6}{7}+\frac{5}{7}=\frac{11}{7}$$

Calculer de même :

$A=\frac{5}{2}+\frac{6}{2}$ $\quad$ $C=\frac{15}{4}+\frac{9}{4}$ $\quad$ $E=\frac{8}{11}-\frac{13}{11}$

$B=\frac{7}{8}-\frac{5}{8}$ $\quad$ $D=\frac{11}{7}-\frac{4}{7}$ $\quad$ $F=\frac{7}{6}-\frac{11}{6}$

Exercice n° 3.5 : Avec le même dénominateur et des nombres entiers relatifs

Calculer :

$A=\frac{5}{2}+\frac{-6}{2}$ $\quad$ $C=\frac{-15}{4}+\frac{9}{4}$ $\quad$ $E=-\frac{8}{11}-\frac{-13}{11}$

$B=\frac{-7}{8}-\frac{-5}{8}$ $\quad$ $D=\frac{-11}{7}-\frac{-4}{7}$ $\quad$ $F=-\frac{-7}{6}-\frac{-11}{6}$

Exercice n° 3.6 : Avec des dénominateurs multiples l'un de l'autre

Quand les fractions ont des dénominateurs différents, il faut les modifier pour qu'elles aient le même dénominateur. Ce dénominateur commun est un multiple des dénominateurs des fractions de départ.

$$\frac{5}{2}+\frac{7}{8}=\frac{5\times 4}{2\times 4}+\frac{7}{8}=\frac{20}{8}+\frac{7}{8}=\frac{27}{8}$$

Calculer :

$A=\frac{5}{3}-\frac{8}{9}$ $\quad$ $C=\frac{-15}{7}+\frac{9}{28}$ $\quad$ $E=\frac{8}{9}-\frac{5}{27}$

$B=\frac{7}{4}+\frac{3}{16}$ $\quad$ $D=\frac{-11}{2}-\frac{1}{10}$ $\quad$ $F=\frac{1}{6}-\frac{1}{36}$

Exercice n° 3.7 : Avec des dénominateurs différents

Quand les fractions ont des dénominateurs différents, il faut les modifier pour qu'elles aient le même dénominateur. Ce dénominateur commun est un multiple des dénominateurs des fractions de départ.

$$\frac{5}{2}+\frac{7}{3}=\frac{5\times 3}{2\times 3}+\frac{7\times 2}{3\times 2}=\frac{15}{6}+\frac{14}{6}=\frac{29}{6}$$

Calculer :

$A=\frac{5}{3}+\frac{7}{4}$ $\quad$ $C=\frac{4}{9}-\frac{3}{5}$ $\quad$ $E=1+\frac{5}{3}$

$B=\frac{7}{5}+\frac{8}{7}$ $\quad$ $D=\frac{5}{12}-\frac{3}{15}$ $\quad$ $F=\frac{8}{5}-5$

Exercice n° 3.8 : Avec des dénominateurs différents

Calculer :

$A = 3 - \dfrac{5}{3} + \dfrac{3}{4}$

$B = 1 - \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4}$

$C = \dfrac{5}{2} + \dfrac{3}{4} - \dfrac{7}{8}$

$D = \dfrac{7}{3} - \dfrac{5}{9} + \dfrac{5}{18}$

$E = \dfrac{5}{3} + \dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{5}$

$F = \dfrac{3}{7} - \dfrac{5}{2} + \dfrac{4}{3}$

Interrogation de mathématiques

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Calculer puis simplifier au maximum les expressions suivantes :

$A = \frac{56}{81} \times \frac{63}{64}$

$B = \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{4}$

$C = \frac{5}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{9}{7}$

$D = \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} - \frac{7}{6} \times \frac{3}{5}$

$E = \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right) \times \left(3 + \frac{3}{2} - \frac{5}{3}\right)$

Interrogation de mathématiques — Correction

Calculer puis simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A=\frac{56}{81}\times\frac{63}{64}$$
$$A=\frac{56\times 63}{81\times 64}$$
$$A=\frac{7\times 8\times 7\times 9}{8\times 9\times 8\times 8}$$
$$\boxed{A=\frac{49}{64}}$$

$$B=\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{5}{4}$$
$$B=\frac{3}{4}+\frac{1\times 3}{5\times 4}$$
$$B=\frac{3}{4}+\frac{5}{12}$$
$$B=\frac{3\times 3}{4\times 3}+\frac{5}{12}$$
$$B=\frac{9}{12}+\frac{5}{12}$$
$$B=\frac{14}{12}$$
$$B=\frac{2\times 7}{2\times 6}$$
$$\boxed{B=\frac{7}{6}}$$

$$C=\frac{5}{3}-\frac{5}{3}\times\frac{9}{7}$$
$$C=\frac{5}{3}-\frac{5\times 9}{3\times 7}$$
$$C=\frac{5}{3}-\frac{5\times 3\times 3}{3\times 7}$$
$$C=\frac{5}{3}-\frac{15}{7}$$
$$C=\frac{5\times 7}{3\times 7}-\frac{15\times 3}{7\times 3}$$
$$C=\frac{35}{21}-\frac{45}{21}$$
$$\boxed{C=-\frac{10}{21}}$$

$$D=\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}-\frac{7}{6}\times\frac{3}{5}$$
$$D=\frac{3\times 1}{5\times 4}-\frac{7\times 3}{6\times 5}$$
$$D=\frac{3}{20}-\frac{21}{30}$$
$$D=\frac{3\times 3}{20\times 3}-\frac{21\times 2}{30\times 2}$$
$$D=\frac{9}{60}-\frac{42}{60}$$
$$D=-\frac{33}{60}$$
$$D=-\frac{3\times 11}{3\times 20}$$
$$\boxed{D=-\frac{11}{20}}$$

$$E=\left(1-\frac{1}{3}+\frac{3}{4}\right)\times\left(3+\frac{3}{2}-\frac{5}{3}\right)$$
$$E=\left(\frac{1}{1}-\frac{1\times 4}{3\times 4}+\frac{3\times 3}{4\times 3}\right)\times\left(\frac{3}{1}+\frac{3\times 3}{2\times 3}-\frac{5\times 2}{3\times 2}\right)$$
$$E=\left(\frac{1\times 12}{1\times 12}-\frac{4}{12}+\frac{9}{12}\right)\times\left(\frac{3\times 6}{1\times 6}+\frac{9}{6}-\frac{10}{6}\right)$$
$$E=\left(\frac{12}{12}-\frac{4}{12}+\frac{9}{12}\right)\times\left(\frac{18}{6}+\frac{9}{6}-\frac{10}{6}\right)$$
$$E=\frac{17}{12}\times\frac{17}{6}$$
$$E=\frac{17\times 17}{12\times 6}$$
$$\boxed{E=\frac{289}{72}}$$

Interrogation de mathématiques

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Calculer puis simplifier au maximum les expressions suivantes :

$A = \dfrac{48}{49} \times \dfrac{63}{56}$

$B = \dfrac{4}{3} + \dfrac{1}{4} \times \dfrac{5}{3}$

$C = \dfrac{7}{3} - \dfrac{7}{3} \times \dfrac{9}{5}$

$D = \dfrac{3}{5} \times \dfrac{1}{6} - \dfrac{7}{4} \times \dfrac{3}{5}$

$E = \left(1 - \dfrac{2}{3} + \dfrac{5}{4}\right) \times \left(4 + \dfrac{3}{2} - \dfrac{7}{3}\right)$

Interrogation de mathématiques — Correction

Calculer puis simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A = \frac{48}{49} \times \frac{63}{56}$$

$$A = \frac{48 \times 63}{49 \times 56}$$

$$A = \frac{6 \times 8 \times 7 \times 9}{7 \times 7 \times 8 \times 7}$$

$$\boxed{A = \frac{54}{49}}$$

$$B = \frac{4}{3} + \frac{1}{4} \times \frac{5}{3}$$

$$B = \frac{4}{3} + \frac{1 \times 5}{4 \times 3}$$

$$B = \frac{4}{3} + \frac{5}{12}$$

$$B = \frac{4 \times 4}{3 \times 4} + \frac{5}{12}$$

$$B = \frac{16}{12} + \frac{5}{12}$$

$$B = \frac{21}{12}$$

$$B = \frac{3 \times 7}{3 \times 4}$$

$$\boxed{B = \frac{7}{4}}$$

$$C = \frac{7}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{9}{5}$$

$$C = \frac{7}{3} - \frac{7 \times 9}{3 \times 5}$$

$$C = \frac{7}{3} - \frac{7 \times 3 \times 3}{3 \times 5}$$

$$C = \frac{7}{3} - \frac{21}{5}$$

$$C = \frac{7 \times 5}{3 \times 5} - \frac{21 \times 3}{5 \times 3}$$

$$C = \frac{35}{15} - \frac{63}{15}$$

$$\boxed{C = -\frac{28}{15}}$$

$$D = \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} - \frac{7}{4} \times \frac{3}{5}$$

$$D = \frac{3 \times 1}{5 \times 6} - \frac{7 \times 3}{4 \times 5}$$

$$D = \frac{3}{30} - \frac{21}{20}$$

$$D = \frac{3 \times 2}{30 \times 2} - \frac{21 \times 3}{20 \times 3}$$

$$D = \frac{6}{60} - \frac{63}{60}$$

$$D = -\frac{57}{60}$$

$$D = -\frac{3 \times 19}{3 \times 20}$$

$$\boxed{D = -\frac{19}{20}}$$

$$E = \left(1 - \frac{2}{3} + \frac{5}{4}\right) \times \left(4 + \frac{3}{2} - \frac{7}{3}\right)$$

$$E = \left(\frac{1}{1} - \frac{2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{5 \times 3}{4 \times 3}\right) \times \left(\frac{4}{1} + \frac{3 \times 3}{2 \times 3} - \frac{7 \times 2}{3 \times 2}\right)$$

$$E = \left(\frac{1 \times 12}{1 \times 12} - \frac{8}{12} + \frac{15}{12}\right) \times \left(\frac{4 \times 6}{1 \times 6} + \frac{9}{6} - \frac{14}{6}\right)$$

$$E = \left(\frac{12}{12} - \frac{8}{12} + \frac{15}{12}\right) \times \left(\frac{24}{6} + \frac{9}{6} - \frac{14}{6}\right)$$

$$E = \frac{19}{12} \times \frac{19}{6}$$

$$E = \frac{19 \times 19}{12 \times 6}$$

$$\boxed{E = \frac{361}{72}}$$

Contrôle de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1 : *4 points*

Cet exercice est à compléter directement sur le sujet.

Compléter les fractions suivantes :

$$\frac{7}{3} = \frac{\quad}{24} = \frac{49}{\quad} = \frac{56}{\quad}$$

$$\frac{12}{6} = \frac{\quad}{36} = \frac{60}{\quad} = \frac{36}{\quad}$$

$$\frac{12}{7} = \frac{\quad}{49} = \frac{36}{\quad} = \frac{60}{\quad}$$

Simplifier au maximum les fractions suivantes :

$$A = \frac{42}{49} =$$

$$B = \frac{75}{55} =$$

$$C = \frac{84}{96} =$$

Exercice n° 2 : *6 points*

Cet exercice doit être rédigé sur votre copie.

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$A = \frac{5}{3} - \frac{11}{3} + \frac{4}{3} \qquad B = \frac{3}{5} - \frac{2}{15} \qquad C = 2 + \frac{3}{4} - \frac{4}{3} \qquad D = \frac{2}{7} - \frac{8}{5}$$

Exercice n° 3 : *4 points*

Cet exercice doit être rédigé sur votre copie.

Calculer et simplifier au maximum les expresssions suivantes en détaillant votre démarche :

$$E = \frac{5}{3} \times \frac{8}{7} \qquad F = \frac{15}{16} \times \frac{4}{5} \qquad G = \frac{12}{5} \times \frac{5}{36} \qquad H = \frac{64}{63} \times \frac{49}{72}$$

Exercice n° 4 : *6 points*

Cet exercice doit être rédigé sur votre copie.

Calculer et simplifier au maximum les expresssions suivantes en détaillant votre démarche :

$$I = \frac{1}{3}\text{ă} \times \frac{5}{4} - \frac{7}{3} \qquad J = \frac{8}{3} - \frac{8}{3} \times \frac{2}{5} \qquad K = \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{3}\right)\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right) \qquad L = \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right)\left(2 + \frac{1}{3}\right)$$

Contrôle de mathématiques — Correction

Exercice n° 1 : Simplification de fractions Correction

Simplification de fractions

$$\frac{7}{3}=\frac{7\times8}{3\times8}=\frac{56}{24}=\frac{7\times7}{3\times7}=\frac{49}{21}=\frac{56}{24}$$

$$A=\frac{42}{49}=\frac{6\times7}{7\times7}=\boxed{\frac{6}{7}}$$

$$\frac{12}{6}=\frac{12\times6}{6\times6}=\frac{72}{36}=\frac{12\times5}{6\times5}=\frac{60}{30}=\frac{12\times3}{6\times3}=\frac{36}{18}$$

$$B=\frac{75}{55}=\frac{5\times15}{5\times11}=\boxed{\frac{15}{11}}$$

$$\frac{12}{7}=\frac{12\times7}{7\times7}=\frac{84}{49}=\frac{12\times3}{7\times3}=\frac{36}{21}=\frac{12\times5}{7\times5}\,\frac{60}{35}$$

$$C=\frac{84}{96}=\frac{2\times42}{2\times48}=\frac{42}{48}=\frac{6\times7}{6\times8}=\boxed{\frac{7}{8}}$$

Exercice n° 2 : Somme algébrique de fractions Correction

Somme algébrique de fractions

$$A=\frac{5}{3}-\frac{11}{3}+\frac{4}{3}$$

$$\boxed{A=-\frac{2}{3}}$$

$$B=\frac{3}{5}-\frac{2}{15}$$

$$B=\frac{3\times3}{5\times3}-\frac{2}{15}$$

$$B=\frac{9}{15}-\frac{2}{15}$$

$$\boxed{B=\frac{7}{15}}$$

$$C=2+\frac{3}{4}-\frac{4}{3}$$

$$C=\frac{2\times12}{1\times12}+\frac{3\times3}{4\times3}-\frac{4\times4}{3\times4}$$

$$C=\frac{24}{12}+\frac{9}{12}-\frac{16}{12}$$

$$\boxed{C=\frac{17}{12}}$$

$$D=\frac{2}{7}-\frac{8}{5}$$

$$D=\frac{2\times5}{7\times5}-\frac{8\times7}{5\times7}$$

$$D=\frac{10}{35}-\frac{56}{35}$$

$$\boxed{D=-\frac{46}{35}}$$

Exercice n° 3 : Produit de fractions Correction

Produit de fractions

$$E=\frac{5}{3}\times\frac{8}{7}$$

$$\boxed{E=\frac{40}{21}}$$

$$F=\frac{15}{16}\times\frac{4}{5}$$

$$F=\frac{3\times5\times4}{4\times4\times5}$$

$$\boxed{F=\frac{3}{4}}$$

$$G=\frac{12}{5}\times\frac{5}{36}$$

$$G=\frac{12\times5}{5\times12\times3}$$

$$\boxed{G=\frac{1}{3}}$$

$$H=\frac{64}{63}\times\frac{49}{72}$$

$$H=\frac{8\times8\times7\times7}{7\times9\times8\times9}$$

$$H=\frac{8\times7}{9\times9}$$

$$\boxed{H=\frac{56}{81}}$$

Exercice n° 4 : Expression complexe utilisant les fractions Correction

Fractions et priorité

$I = \frac{1}{3}\text{ă} \times \frac{5}{4} - \frac{7}{3}$

$I = \frac{5}{12} - \frac{7}{3}$

$I = \frac{5}{12} - \frac{28}{12}$

$\boxed{I = -\frac{23}{12}}$

$J = \frac{8}{3} - \frac{8}{3} \times \frac{2}{5}$

$J = \frac{8}{3} - \frac{16}{15}$

$J = \frac{40}{15} - \frac{16}{15}$

$\boxed{J = \frac{24}{15}}$

$K = \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{3}\right)\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right)$

$K = \left(\frac{6}{15} - \frac{25}{15}\right)\left(\frac{9}{15} + \frac{5}{15}\right)$

$K = -\frac{19}{15} \times \frac{14}{15}$

$\boxed{K = -\frac{266}{225}}$

$L = \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right)\left(2 + \frac{1}{3}\right)$

$L = \left(\frac{12}{12} - \frac{4}{12} + \frac{9}{12}\right)\left(\frac{6}{3} + \frac{1}{3}\right)$

$L = \frac{17}{12} \times \frac{7}{3}$

$\boxed{L = \frac{119}{36}}$

Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1 :

Compléter les égalités suivantes :

$3 \times \ldots = 7$ | $7 \times \ldots = 3$ | $5 \times \ldots = 8$ | $\ldots \times \dfrac{9}{13} = \ldots$ | $\ldots \times \dfrac{17}{7} = \ldots$

Exercice n° 2 :

Compléter les fractions suivantes :

$$\frac{7}{3} = \frac{\ldots}{24} = \frac{49}{\ldots} = \frac{63}{\ldots}$$

$$\frac{12}{6} = \frac{\ldots}{36} = \frac{60}{\ldots} = \frac{36}{\ldots}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{\ldots}{49} = \frac{36}{\ldots} = \frac{48}{\ldots}$$

$$\frac{9}{6} = \frac{\ldots}{2} = \frac{15}{\ldots} = \frac{24}{\ldots}$$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$$A = \frac{15}{25} =$$

$$B = \frac{42}{49} =$$

$$C = \frac{36}{24} =$$

$$D = \frac{84}{96} =$$

Exercice n° 3 :

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$A = \frac{5}{3} - \frac{11}{3} + \frac{4}{3}$$

$$B = \frac{3}{5} - \frac{2}{15}$$

$$C = 2 + \frac{3}{4} - \frac{4}{3}$$

$$D = \frac{2}{7} - \frac{8}{5}$$

Interrogation de mathématiques — Correction

Exercice n° 1 : Définition des fractions

Correction

Définition

Compléter les égalités suivantes :

$3\times\frac{7}{3}=7$ | $7\times\frac{3}{7}=3$ | $5\times\frac{8}{3}=8$ | $13\times\frac{9}{13}=9$ | $7\times\frac{17}{7}=17$

Exercice n° 2 : Simplification de fractions

Correction

Simplification de fractions

Compléter les fractions suivantes :

$\frac{7}{3}=\frac{56}{24}=\frac{49}{21}=\frac{63}{27}$

$\frac{12}{6}=\frac{72}{36}=\frac{60}{30}=\frac{36}{18}$

$\frac{4}{7}=\frac{28}{49}=\frac{36}{63}=\frac{60}{84}$

$\frac{9}{6}=\frac{3}{2}=\frac{15}{10}=\frac{24}{16}$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$A=\frac{15}{25}=\frac{5\times3}{5\times5}=\boxed{\frac{3}{5}}$

$B=\frac{42}{49}=\frac{7\times6}{7\times7}=\boxed{\frac{6}{7}}$

$C=\frac{36}{24}=\frac{4\times9}{4\times6}=\frac{9}{6}=\frac{3\times3}{3\times2}=\boxed{\frac{3}{2}}$

$D=\frac{84}{96}=\frac{2\times42}{2\times48}=\frac{42}{48}=\frac{6\times7}{6\times8}=\boxed{\frac{7}{8}}$

Exercice n° 3 : Somme algébrique de fractions

Correction

Somme algébrique de fractions

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$A=\frac{5}{3}-\frac{11}{3}+\frac{4}{3}$

$A=\frac{5-11+4}{3}$

$\boxed{(A=-\frac{2}{3}}$

$B=\frac{3}{5}-\frac{2}{15}$

$B=\frac{3\times3}{5\times3}-\frac{2}{15}$

$B=\frac{9}{15}-\frac{2}{15}$

$\boxed{B=\frac{7}{15}}$

$C=2+\frac{3}{4}-\frac{4}{3}$

$C=\frac{2}{1}+\frac{3\times3}{4\times3}-\frac{4\times4}{3\times4}$

$C=\frac{2\times12}{1\times12}+\frac{9}{12}-\frac{16}{12}$

$C=\frac{24}{12}+\frac{9}{12}-\frac{16}{12}$

$\boxed{C=\frac{17}{12}}$

$D=\frac{2}{7}-\frac{8}{5}$

$D=\frac{2\times5}{7\times5}-\frac{8\times7}{5\times7}$

$D=\frac{10}{35}-\frac{56}{35}$

$\boxed{D=-\frac{46}{35}}$

Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1 :

Compléter les égalités suivantes :

$5 \times \ldots = 3$ | $3 \times \ldots = 5$ | $6 \times \ldots = 7$ | $\ldots \times \frac{8}{17} =$ | $\ldots \times \frac{13}{7} =$

Exercice n° 2 :

Compléter les fractions suivantes :

$$\frac{5}{4} = \frac{\ldots}{24} = \frac{35}{\ldots} = \frac{45}{\ldots}$$

$$\frac{10}{5} = \frac{\ldots}{25} = \frac{60}{\ldots} = \frac{70}{\ldots}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{\ldots}{49} = \frac{36}{\ldots} = \frac{48}{\ldots}$$

$$\frac{15}{9} = \frac{\ldots}{3} = \frac{25}{\ldots} = \frac{35}{\ldots}$$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$$A = \frac{14}{21} =$$

$$B = \frac{48}{56} =$$

$$C = \frac{48}{36} =$$

$$D = \frac{96}{112} =$$

Exercice n° 3 :

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$A = \frac{5}{4} - \frac{11}{4} + \frac{3}{4}$$

$$B = \frac{3}{7} - \frac{2}{21}$$

$$C = 2 + \frac{3}{5} - \frac{4}{3}$$

$$D = \frac{2}{5} - \frac{8}{7}$$

Interrogation de mathématiques — Correction

Exercice n° 1 : Définition des fractions — Correction

Définition

Compléter les égalités suivantes :

$5 \times \frac{3}{5} = 3$ | $3 \times \frac{5}{3} = 5$ | $6 \times \frac{7}{6} = 7$ | $17 \times \frac{6}{17} = 6$ | $7 \times \frac{13}{7} = 13$

Exercice n° 2 : Simplification de fractions — Correction

Simplification de fractions

Compléter les fractions suivantes :

$$\frac{5}{4} = \frac{30}{24} = \frac{35}{28} = \frac{45}{36}$$

$$\frac{10}{5} = \frac{50}{25} = \frac{60}{30} = \frac{70}{35}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{42}{49} = \frac{36}{42} = \frac{48}{56}$$

$$\frac{15}{9} = \frac{5}{3} = \frac{25}{15} = \frac{35}{21}$$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$$A = \frac{14}{21} = \frac{7 \times 2}{7 \times 3} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

$$B = \frac{48}{56} = \frac{8 \times 6}{8 \times 7} = \boxed{\frac{6}{7}}$$

$$C = \frac{48}{36} = \frac{6 \times 8}{6 \times 6} = \frac{8}{6} = \frac{2 \times 4}{2 \times 3} = \boxed{\frac{4}{3}}$$

$$D = \frac{96}{112} = \frac{2 \times 48}{2 \times 56} = \frac{48}{56} = \frac{8 \times 6}{8 \times 7} = \boxed{\frac{6}{7}}$$

Exercice n° 3 : Somme algébrique de fractions — Correction

Somme algébrique de fractions

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$A = \frac{5}{4} - \frac{11}{4} + \frac{3}{4}$$

$$A = \frac{5 - 11 + 3}{4}$$

$$\boxed{(A = -\frac{3}{4}}$$

$$B = \frac{3}{7} - \frac{2}{21}$$

$$B = \frac{3 \times 3}{7 \times 3} - \frac{2}{21}$$

$$B = \frac{9}{21} - \frac{2}{21}$$

$$\boxed{B = \frac{7}{21}}$$

$$C = 2 + \frac{3}{5} - \frac{4}{3}$$

$$C = \frac{2}{1} + \frac{3 \times 3}{5 \times 3} - \frac{4 \times 5}{3 \times 5}$$

$$C = \frac{2 \times 15}{1 \times 15} + \frac{9}{15} - \frac{20}{15}$$

$$C = \frac{30}{15} + \frac{9}{15} - \frac{20}{15}$$

$$\boxed{C = \frac{19}{15}}$$

$$D = \frac{2}{5} - \frac{8}{7}$$

$$D = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} - \frac{8 \times 5}{7 \times 5}$$

$$D = \frac{14}{35} - \frac{40}{35}$$

$$\boxed{D = -\frac{26}{35}}$$

Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1 :

Compléter les égalités suivantes :

$8 \times \quad = 3$ | $3 \times \quad = 8$ | $9 \times \quad = 7$ | $\quad \times \frac{11}{8} =$ | $\quad \times \frac{11}{27} =$

Exercice n° 2 :

Compléter les fractions suivantes :

$\frac{3}{4} = \frac{\quad}{24} = \frac{27}{\quad} = \frac{39}{\quad}$

$\frac{14}{7} = \frac{\quad}{49} = \frac{28}{\quad} = \frac{70}{\quad}$

$\frac{5}{6} = \frac{\quad}{36} = \frac{35}{\quad} = \frac{55}{\quad}$

$\frac{18}{12} = \frac{\quad}{2} = \frac{15}{\quad} = \frac{27}{\quad}$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$A = \frac{12}{18} =$

$B = \frac{64}{56} =$

$C = \frac{24}{36} =$

$D = \frac{96}{84} =$

Exercice n° 3 :

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$A = \frac{5}{7} - \frac{11}{7} + \frac{3}{7}$

$B = \frac{3}{5} - \frac{2}{15}$

$C = 2 + \frac{3}{6} - \frac{4}{5}$

$D = \frac{2}{3} - \frac{8}{7}$

Interrogation de mathématiques — Correction

Exercice n° 1 : Définition des fractions Correction

Définition

Compléter les égalités suivantes :

$8\times\frac{3}{8}=3$ | $3\times\frac{8}{3}=8$ | $9\times\frac{7}{8}=7$ | $8\times\frac{11}{8}=11$ | $27\times\frac{11}{27}=11$

Exercice n° 2 : Simplification de fractions Correction

Simplification de fractions

Compléter les fractions suivantes :

$$\frac{3}{4}=\frac{18}{24}=\frac{27}{36}=\frac{39}{52}$$

$$\frac{14}{7}=\frac{98}{49}=\frac{28}{14}=\frac{70}{35}$$

$$\frac{5}{6}=\frac{30}{36}=\frac{35}{42}=\frac{55}{66}$$

$$\frac{18}{12}=\frac{3}{2}=\frac{15}{10}=\frac{27}{18}$$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$$A=\frac{12}{18}=\frac{6\times2}{6\times3}=\boxed{\frac{2}{3}}$$

$$B=\frac{64}{56}=\frac{8\times8}{8\times7}=\boxed{\frac{8}{7}}$$

$$C=\frac{24}{36}=\frac{6\times4}{6\times6}=\frac{4}{6}=\frac{2\times2}{2\times3}=\boxed{\frac{2}{3}}$$

$$D=\frac{96}{84}=\frac{2\times48}{2\times42}=\frac{48}{42}=\frac{6\times8}{6\times7}=\boxed{\frac{8}{7}}$$

Exercice n° 3 : Somme algébrique de fractions Correction

Somme algébrique de fractions

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$A=\frac{5}{7}-\frac{11}{7}+\frac{3}{7}$$

$$A=\frac{5-11+3}{7}$$

$$\boxed{(A=-\frac{3}{7}}$$

$$B=\frac{3}{5}-\frac{2}{15}$$

$$B=\frac{3\times3}{5\times3}-\frac{2}{15}$$

$$B=\frac{9}{15}-\frac{2}{15}$$

$$\boxed{B=\frac{7}{15}}$$

$$C=2+\frac{3}{6}-\frac{4}{5}$$

$$C=\frac{2}{1}+\frac{3\times5}{6\times5}-\frac{4\times6}{5\times6}$$

$$C=\frac{2\times30}{1\times30}+\frac{15}{30}-\frac{24}{30}$$

$$C=\frac{60}{30}+\frac{15}{30}-\frac{24}{30}$$

$$C=\frac{51}{30}$$

$$C=\frac{3\times17}{3\times10}$$

$$\boxed{C=\frac{17}{10}}$$

$$D=\frac{2}{3}-\frac{8}{7}$$

$$D=\frac{2\times7}{3\times7}-\frac{8\times3}{7\times3}$$

$$D=\frac{14}{21}-\frac{24}{21}$$

$$\boxed{D=-\frac{10}{21}}$$

Interrogation de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1 :

Compléter les égalités suivantes :

$9 \times \ldots = 7$ | $7 \times \ldots = 9$ | $4 \times \ldots = 7$ | $\ldots \times \dfrac{11}{23} = \ldots$ | $\ldots \times \dfrac{17}{27} = \ldots$

Exercice n° 2 :

Compléter les fractions suivantes :

$$\frac{7}{3} = \frac{\ldots}{24} = \frac{49}{\ldots} = \frac{63}{\ldots}$$

$$\frac{16}{8} = \frac{\ldots}{32} = \frac{32}{\ldots} = \frac{80}{\ldots}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{\ldots}{49} = \frac{36}{\ldots} = \frac{48}{\ldots}$$

$$\frac{15}{10} = \frac{\ldots}{2} = \frac{9}{\ldots} = \frac{24}{\ldots}$$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$$A = \frac{21}{14} =$$

$$B = \frac{49}{42} =$$

$$C = \frac{36}{24} =$$

$$D = \frac{112}{96} =$$

Exercice n° 3 :

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$A = \frac{5}{4} - \frac{17}{4} + \frac{9}{4}$$

$$B = \frac{3}{7} - \frac{2}{21}$$

$$C = 2 + \frac{5}{6} - \frac{7}{4}$$

$$D = \frac{2}{9} - \frac{8}{5}$$

Interrogation de mathématiques — Correction

Exercice n° 1 : Définition des fractions Correction

Définition

Compléter les égalités suivantes :

$9\times\frac{7}{9}=7$ | $7\times\frac{9}{7}=9$ | $4\times\frac{7}{4}=7$ | $23\times\frac{11}{23}=11$ | $27\times\frac{17}{27}=17$

Exercice n° 2 : Simplification de fractions Correction

Simplification de fractions

Compléter les fractions suivantes :

$$\frac{7}{3}=\frac{56}{24}=\frac{49}{21}=\frac{63}{27}$$

$$\frac{16}{8}=\frac{64}{32}=\frac{32}{16}=\frac{80}{40}$$

$$\frac{6}{7}=\frac{42}{49}=\frac{36}{42}=\frac{48}{56}$$

$$\frac{15}{10}=\frac{3}{2}=\frac{9}{6}=\frac{24}{16}$$

Simplifier au maximum les fractions suivantes en détaillant votre raisonnement :

$$A=\frac{21}{14}=\frac{7\times3}{7\times2}=\boxed{\frac{3}{2}}$$

$$B=\frac{49}{42}=\frac{7\times7}{7\times6}=\boxed{\frac{7}{6}}$$

$$C=\frac{36}{24}=\frac{6\times6}{6\times4}=\frac{6}{4}=\frac{2\times3}{2\times2}=\boxed{\frac{3}{2}}$$

$$D=\frac{112}{96}=\frac{2\times56}{2\times48}=\frac{56}{48}=\frac{8\times7}{8\times6}=\boxed{\frac{7}{6}}$$

Exercice n° 3 : Somme algébrique de fractions Correction

Somme algébrique de fractions

Calculer et simplifier les expressions suivantes en détaillant votre démarche :

$$A=\frac{5}{4}-\frac{17}{4}+\frac{9}{4}$$

$$A=\frac{5-17+9}{4}$$

$$\boxed{(A=-\frac{3}{4}}$$

$$B=\frac{3}{7}-\frac{2}{21}$$

$$B=\frac{3\times3}{7\times3}-\frac{2}{21}$$

$$B=\frac{9}{21}-\frac{2}{21}$$

$$\boxed{B=\frac{7}{21}}$$

$$C=2+\frac{5}{6}-\frac{7}{4}$$

$$C=\frac{2}{1}+\frac{5\times2}{6\times2}-\frac{7\times3}{4\times3}$$

$$C=\frac{2\times12}{1\times12}+\frac{10}{12}-\frac{21}{12}$$

$$C=\frac{24}{12}+\frac{10}{12}-\frac{21}{12}$$

$$\boxed{C=\frac{13}{12}}$$

$$D=\frac{2}{9}-\frac{8}{5}$$

$$D=\frac{2\times5}{9\times5}-\frac{8\times9}{5\times9}$$

$$D=\frac{10}{45}-\frac{72}{45}$$

$$\boxed{D=-\frac{62}{45}}$$

Évaluation

Quatrieme

Exercice n° 1

(4 points)

Recopier sur votre copie et remplacer les étoiles par le nombre qui convient :

$A = \frac{3}{4} = \frac{\star}{12} = \frac{12}{\star} = \frac{\star}{36} = \frac{33}{\star}$

$C = \frac{9}{7} = \frac{\star}{21} = \frac{36}{\star} = \frac{\star}{63} = \frac{99}{\star}$

$B = \frac{6}{5} = \frac{\star}{10} = \frac{30}{\star} = \frac{\star}{45} = \frac{72}{\star}$

$D = \frac{11}{8} = \frac{\star}{24} = \frac{55}{\star} = \frac{\star}{56} = \frac{99}{\star}$

Exercice n° 2

(4 points)

Recopier chaque fraction sur votre copie puis simplifier au maximum en détaillant chaque étape :

$E = \frac{12}{16}$ $F = \frac{15}{25}$ $G = \frac{36}{45}$ $H = \frac{72}{96}$

$I = \frac{21}{49}$ $J = \frac{24}{48}$ $K = \frac{64}{96}$ $L = \frac{108}{96}$

Exercice n° 3

(12 points)

Recopier chacune de ces sommes algébriques sur votre copie, puis effectuer les calculs en détaillant chaque étape.
Penser à simplifier le résultat final :

$M = \frac{12}{7} - \frac{8}{7} - \frac{10}{7}$

$N = 2 - \frac{8}{9} - \frac{5}{9} + \frac{4}{9}$

$O = \frac{3}{5} - \frac{7}{15}$

$P = 4 + \frac{7}{8} - \frac{11}{24}$

$Q = \frac{6}{5} - \frac{3}{4}$

$R = \frac{5}{3} + \frac{7}{5}$

$S = 1 - \frac{7}{6} - \frac{5}{8}$

$T = 5 + \frac{3}{4} - \frac{5}{3} + \frac{1}{9}$

Exercice n° 4

(+2 points)

Recopier chacune de ces sommes algébriques sur votre copie, puis effectuer les calculs en détaillant chaque étape.
Penser à simplifier le résultat final :

$U = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

$V = \left(1 - \frac{3}{5}\right) - \left(2 - \frac{5}{6}\right) - \left(3 - \frac{7}{10}\right)$

Évaluation — Correction

Exercice n° 1

Correction

Recopier sur votre copie et remplacer les étoiles par le nombre qui convient :

$$A = \frac{3}{4} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{27}{36} = \frac{33}{44}$$

$$C = \frac{9}{7} = \frac{27}{21} = \frac{36}{28} = \frac{81}{63} = \frac{99}{77}$$

$$B = \frac{6}{5} = \frac{12}{10} = \frac{30}{25} = \frac{54}{45} = \frac{72}{60}$$

$$D = \frac{11}{8} = \frac{33}{24} = \frac{55}{40} = \frac{77}{56} = \frac{99}{72}$$

Exercice n° 2

Correction

Recopier chaque fraction sur votre copie puis simplifier au maximum en détaillant chaque étape :

$$E = \frac{12}{16}$$

$$E = \frac{3 \times 4}{4 \times 4}$$

$$\boxed{E = \frac{3}{4}}$$

$$F = \frac{15}{25}$$

$$F = \frac{3 \times 5}{5 \times 5}$$

$$\boxed{F = \frac{3}{5}}$$

$$G = \frac{36}{45}$$

$$G = \frac{4 \times 9}{5 \times 9}$$

$$\boxed{G = \frac{4}{5}}$$

$$H = \frac{72}{96}$$

$$H = \frac{36}{48}$$

$$H = \frac{6 \times 6}{8 \times 6}$$

$$H = \frac{6}{8}$$

$$\boxed{H = \frac{3}{4}}$$

$$I = \frac{21}{49}$$

$$I = \frac{3 \times 7}{7 \times 7}$$

$$\boxed{I = \frac{3}{7}}$$

$$J = \frac{24}{48}$$

$$J = \frac{1 \times 24}{2 \times 48}$$

$$\boxed{J = \frac{1}{2}}$$

$$K = \frac{64}{96}$$

$$K = \frac{32 \times 2}{48 \times 2}$$

$$K = \frac{32}{48}$$

$$K = \frac{4 \times 8}{6 \times 8}$$

$$K = \frac{4}{6}$$

$$\boxed{K = \frac{2}{3}}$$

$$L = \frac{108}{96}$$

$$L = \frac{54}{48}$$

$$L = \frac{9 \times 6}{8 \times 6}$$

$$\boxed{L = \frac{9}{8}}$$

Exercice n° 3

(12 points)

Recopier chacune de ces sommes algébriques sur votre copie, puis effectuer les calculs en détaillant chaque étape.
Penser à simplifier le résultat final :

$M = \frac{12}{7} - \frac{8}{7} - \frac{10}{7}$

$\boxed{M = -\frac{6}{7}}$

$N = 2 - \frac{8}{9} - \frac{5}{9} + \frac{4}{9}$

$N = \frac{2}{1} - \frac{8}{9} - \frac{5}{9} + \frac{4}{9}$

$N = \frac{18}{9} - \frac{8}{9} - \frac{5}{9} + \frac{4}{9}$

$\boxed{N = \frac{9}{9} = 1}$

$O = \frac{3}{5} - \frac{7}{15}$

$O = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} - \frac{7}{15}$

$O = \frac{9}{15} - \frac{7}{15}$

$\boxed{O = \frac{2}{15}}$

$P = 4 + \frac{7}{8} - \frac{11}{24}$

$P = \frac{4}{1} + \frac{7}{8} - \frac{11}{24}$

$P = \frac{4 \times 24}{1 \times 24} + \frac{7 \times 3}{8 \times 3} - \frac{11}{24}$

$P = \frac{96}{24} + \frac{21}{24} - \frac{11}{24}$

$\boxed{P = \frac{106}{24} = \frac{53}{12}}$

$Q = \frac{6}{5} - \frac{3}{4}$

$Q = \frac{6 \times 4}{5 \times 4} - \frac{3 \times 5}{4 \times 5}$

$Q = \frac{24}{20} - \frac{15}{20}$

$\boxed{Q = \frac{9}{20}}$

$R = \frac{5}{3} + \frac{7}{5}$

$R = \frac{5 \times 5}{3 \times 5} + \frac{7 \times 3}{5 \times 3}$

$R = \frac{25}{15} + \frac{21}{15}$

$\boxed{R = \frac{46}{15}}$

$S = 1 - \frac{7}{6} - \frac{5}{8}$

$S = \frac{1}{1} - \frac{7}{6} - \frac{5}{8}$

$S = \frac{1 \times 24}{1 \times 24} - \frac{7 \times 4}{6 \times 4} - \frac{5 \times 3}{8 \times 3}$

$S = \frac{24}{24} - \frac{28}{24} - \frac{15}{24}$

$\boxed{S = -\frac{19}{24}}$

$T = 5 + \frac{3}{4} - \frac{5}{3} + \frac{1}{9}$

$T = \frac{5}{1} + \frac{3}{4} - \frac{5}{3} + \frac{1}{9}$

$T = \frac{5 \times 36}{1 \times 36} + \frac{3 \times 9}{4 \times 9} - \frac{5 \times 12}{3 \times 12} + \frac{1 \times 4}{9 \times 4}$

$T = \frac{180}{36} + \frac{27}{36} - \frac{60}{36} + \frac{4}{36}$

$\boxed{T = \frac{151}{36}}$

Exercice n° 4

(+2 points)

Recopier chacune de ces sommes algébriques sur votre copie, puis effectuer les calculs en détaillant chaque étape.
Penser à simplifier le résultat final :

$U = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

$U = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

$U = \frac{60}{60} - \frac{1 \times 30}{2 \times 30} + \frac{1 \times 20}{3 \times 20} - \frac{1 \times 15}{4 \times 15} + \frac{1 \times 12}{5 \times 12}$

$U = \frac{60}{60} - \frac{30}{60} + \frac{20}{60} - \frac{15}{60} + \frac{12}{60}$

$\boxed{U = \frac{47}{12}}$

$V = \left(1 - \frac{3}{5}\right) - \left(2 - \frac{5}{6}\right) - \left(3 - \frac{7}{10}\right)$

$V = \left(\frac{5}{5} - \frac{3}{5}\right) - \left(\frac{12}{6} - \frac{5}{6}\right) - \left(\frac{30}{10} - \frac{7}{10}\right)$

$V = \frac{2}{5} - \frac{7}{6} - \frac{23}{10}$

$V = \frac{2 \times 6}{5 \times 6} - \frac{7 \times 5}{6 \times 5} - \frac{23 \times 3}{10 \times 3}$

$V = \frac{12}{30} - \frac{35}{30} - \frac{69}{30}$

$\boxed{V = -\frac{92}{30} = -\frac{46}{15}}$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation – Fractions

Exercice 1 : Compléter les égalités suivantes :

$\frac{7}{3} = \frac{\qquad}{21} = \frac{35}{\qquad} = \frac{56}{\qquad}$

$\frac{12}{7} = \frac{\qquad}{49} = \frac{36}{\qquad} = \frac{60}{\qquad}$

$\frac{5}{4} = \frac{\qquad}{16} = \frac{25}{\qquad} = \frac{60}{\qquad}$

$\frac{16}{12} = \frac{\qquad}{27} = \frac{40}{\qquad} = \frac{24}{\qquad}$

$\frac{11}{6} = \frac{\qquad}{36} = \frac{55}{\qquad} = \frac{33}{\qquad}$

$\frac{25}{15} = \frac{\qquad}{21} = \frac{45}{\qquad} = \frac{65}{\qquad}$

Exercice 2 : Simplifier les fractions suivantes :

$A = \frac{42}{49} =$

$E = \frac{84}{96} =$

$B = \frac{56}{64} =$

$F = \frac{128}{196} =$

$C = \frac{63}{72} =$

$G = \frac{108}{162} =$

$D = \frac{75}{55} =$

Exercice 3 : Les fractions suivantes sont-elles égales ? Justifier votre réponse.

1. $\frac{13}{8}$ et $\frac{21}{13}$

2. $\frac{65}{39}$ et $\frac{95}{57}$

3. $\frac{22}{7}$ et $\frac{333}{106}$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation – Fractions

Exercice 1 : Compléter les égalités suivantes :

$\frac{9}{4} = \frac{\ldots}{16} = \frac{45}{\ldots} = \frac{63}{\ldots}$

$\frac{12}{7} = \frac{\ldots}{49} = \frac{36}{\ldots} = \frac{60}{\ldots}$

$\frac{7}{3} = \frac{\ldots}{24} = \frac{49}{\ldots} = \frac{56}{\ldots}$

$\frac{16}{12} = \frac{\ldots}{27} = \frac{40}{\ldots} = \frac{24}{\ldots}$

$\frac{12}{6} = \frac{\ldots}{36} = \frac{60}{\ldots} = \frac{36}{\ldots}$

$\frac{25}{15} = \frac{\ldots}{21} = \frac{45}{\ldots} = \frac{65}{\ldots}$

Exercice 2 : Simplifier les fractions suivantes :

$A = \frac{56}{64} =$

$E = \frac{128}{196} =$

$B = \frac{42}{49} =$

$F = \frac{84}{96} =$

$C = \frac{75}{55} =$

$G = \frac{108}{162} =$

$D = \frac{63}{72} =$

Exercice 3 : Les fractions suivantes sont-elles égales ? Justifier votre réponse.

1. $\frac{65}{39}$ et $\frac{95}{57}$

2. $\frac{13}{8}$ et $\frac{21}{13}$

3. $\frac{22}{7}$ et $\frac{333}{106}$

Évaluation – Fractions — Correction

Exercice 1 : Compléter les égalités suivantes :

$$\frac{7}{3}=\frac{7\times 7}{21}=\frac{49}{21}=\frac{35}{5\times 3}=\frac{35}{15}=\frac{56}{3\times 8}=\frac{56}{24}$$

$$\frac{5}{4}=\frac{5\times 4}{16}=\frac{20}{16}=\frac{25}{5\times 4}=\frac{25}{20}=\frac{60}{12\times 4}=\frac{60}{48}$$

$$\frac{11}{6}=\frac{11\times 6}{36}=\frac{66}{36}=\frac{55}{6\times 5}=\frac{55}{30}=\frac{33}{3\times 6}=\frac{33}{18}$$

$$\frac{12}{7}=\frac{12\times 7}{49}=\frac{84}{49}=\frac{36}{3\times 7}=\frac{36}{21}=\frac{60}{7\times 5}=\frac{60}{35}$$

$$\frac{16}{12}=\frac{4\times 4}{4\times 3}=\frac{4}{3}=\frac{36}{27}=\frac{40}{30}=\frac{24}{18}$$

$$\frac{25}{15}=\frac{5\times 5}{5\times 3}=\frac{5}{3}=\frac{35}{21}=\frac{45}{27}=\frac{65}{39}$$

Exercice 2 : Simplifier les fractions suivantes :

$$A=\frac{42}{49}=\frac{6\times 7}{7\times 7}=\frac{6}{7}$$

$$B=\frac{56}{64}=\frac{8\times 7}{8\times 8}=\frac{7}{8}$$

$$C=\frac{63}{72}=\frac{9\times 7}{8\times 9}=\frac{7}{8}$$

$$D=\frac{75}{55}=\frac{5\times 15}{5\times 11}=\frac{15}{11}$$

$$E=\frac{84}{96}=\frac{2\times 42}{2\times 48}=\frac{42}{48}=\frac{6\times 7}{6\times 8}=\frac{7}{8}$$

$$F=\frac{128}{196}=\frac{2\times 64}{2\times 98}=\frac{64}{98}=\frac{2\times 32}{2\times 49}=\frac{32}{49}$$

$$G=\frac{108}{162}=\frac{2\times 54}{2\times 81}=\frac{54}{81}=\frac{9\times 6}{9\times 9}=\frac{6}{9}=\frac{3\times 2}{3\times 3}=\frac{2}{3}$$

Exercice 3 : Les fractions suivantes sont-elles égales ? Justifier votre réponse.

1. $\frac{13}{8}$ et $\frac{21}{13}$

$13\times 13=169$ et $8\times 21=168$ donc ces fractions ne sont pas égales.

2. $\frac{65}{39}$ et $\frac{95}{57}$

$65\times 57=3\,705$ et $39\times 95=3\,705$ donc elles sont égales.

3. $\frac{22}{7}$ et $\frac{333}{106}$

$22\times 106=2\,332$ et $7\times 333=2\,333$ donc ces fractions ne sont pas égales.

Évaluation – Fractions — Correction

Exercice 1 : Compléter les égalités suivantes :

$$\frac{9}{4}=\frac{9\times4}{16}=\frac{36}{16}=\frac{45}{9\times4}=\frac{45}{36}=\frac{63}{7\times4}=\frac{60}{28}$$

$$\frac{12}{7}=\frac{12\times7}{49}=\frac{84}{49}=\frac{36}{3\times7}=\frac{36}{21}=\frac{60}{7\times5}=\frac{60}{35}$$

$$\frac{7}{3}=\frac{7\times7}{21}=\frac{49}{21}=\frac{35}{5\times3}=\frac{35}{15}=\frac{56}{3\times8}=\frac{56}{24}$$

$$\frac{16}{12}=\frac{4\times4}{4\times3}=\frac{4}{3}=\frac{36}{27}=\frac{40}{30}=\frac{24}{18}$$

$$\frac{12}{6}=\frac{12\times6}{36}=\frac{72}{36}=\frac{60}{6\times5}=\frac{60}{30}=\frac{36}{3\times6}=\frac{36}{18}$$

$$\frac{25}{15}=\frac{5\times5}{5\times3}=\frac{5}{3}=\frac{35}{21}=\frac{45}{27}=\frac{65}{39}$$

Exercice 2 : Simplifier les fractions suivantes :

$$A=\frac{56}{64}=\frac{8\times7}{8\times8}=\frac{7}{8}$$

$$E=\frac{128}{196}=\frac{2\times64}{2\times98}=\frac{64}{98}=\frac{2\times32}{2\times49}=\frac{32}{49}$$

$$B=\frac{42}{49}=\frac{6\times7}{7\times7}=\frac{6}{7}$$

$$E=\frac{84}{96}=\frac{2\times42}{2\times48}=\frac{42}{48}=\frac{6\times7}{6\times8}=\frac{7}{8}$$

$$C=\frac{75}{55}=\frac{5\times15}{5\times11}=\frac{15}{11}$$

$$G=\frac{108}{162}=\frac{2\times54}{2\times81}=\frac{54}{81}=\frac{9\times6}{9\times9}=\frac{6}{9}=\frac{3\times2}{3\times3}=\frac{2}{3}$$

$$D=\frac{63}{72}=\frac{9\times7}{8\times9}=\frac{7}{8}$$

Exercice 3 : Les fractions suivantes sont-elles égales ? Justifier votre réponse.

1. $\frac{65}{39}$ et $\frac{95}{57}$

$65\times57=3\,705$ et $39\times95=3\,705$ donc elles sont égales.

2. $\frac{13}{8}$ et $\frac{21}{13}$

$13\times13=169$ et $8\times21=168$ donc ces fractions ne sont pas égales.

3. $\frac{22}{7}$ et $\frac{333}{106}$

$22\times106=2\,332$ et $7\times333=2\,333$ donc ces fractions ne sont pas égales.

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation – Fractions

Exercice 1 : Compléter les égalités suivantes :

$6 \times \qquad = 5$ $8 \times \qquad = 7$

$9 \times \qquad = 1$ $7 \times \qquad = 8$

Exercice 2 : Compléter en indiquant les étapes :

$A = \frac{7}{3} = \qquad = \frac{28}{}$ $E = \frac{21}{14} = \qquad = \frac{}{18}$

$B = \frac{5}{8} = \qquad = \frac{}{48}$ $F = \frac{27}{36} = \qquad = \frac{}{16}$

$C = \frac{7}{11} = \qquad = \frac{}{77}$ $G = \frac{45}{35} = \qquad = \frac{}{49}$

$D = \frac{8}{3} = \qquad = \frac{56}{}$ $H = \frac{48}{32} = \qquad = \frac{}{22}$

Exercice 3 : Simplifier au maximum les fractions suivantes :

$I = \frac{42}{49} =$ $M = \frac{84}{96} =$

$J = \frac{56}{64} =$ $N = \frac{128}{196} =$

$K = \frac{63}{72} =$ $O = \frac{108}{162} =$

$L = \frac{75}{55} =$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation – Fractions

Exercice 1 : Compléter les égalités suivantes :

$7\times \quad = 5$

$6\times \quad = 7$

$11\times \quad = 1$

$7\times \quad = 6$

Exercice 2 : Compléter en indiquant les étapes :

$A = \frac{8}{3} = \qquad = \frac{32}{}$

$E = \frac{24}{16} = \qquad = \frac{}{18}$

$B = \frac{5}{6} = \qquad = \frac{}{48}$

$F = \frac{27}{36} = \qquad = \frac{}{16}$

$C = \frac{9}{11} = \qquad = \frac{}{77}$

$G = \frac{45}{35} = \qquad = \frac{}{49}$

$D = \frac{8}{5} = \qquad = \frac{56}{}$

$H = \frac{48}{32} = \qquad = \frac{}{22}$

Exercice 3 : Simplifier au maximum les fractions suivantes :

$I = \frac{56}{64} =$

$M = \frac{84}{96} =$

$J = \frac{42}{49} =$

$N = \frac{196}{128} =$

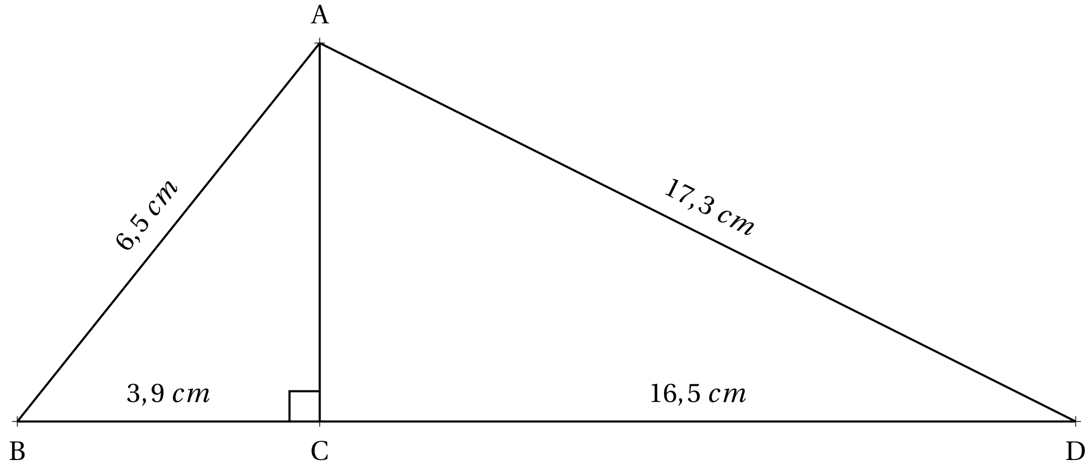
$K = \frac{72}{63} =$

$O = \frac{162}{108} =$

$L = \frac{75}{55} =$

Évaluation de mathématiques

Exercice 1 *(6 points)*



1. Calculer la longueur AC

2. On admettra dans cette question que AC = $5,2\ cm$. Le triangle ACD est-il rectangle ?

3. Sachant que les points B, C et D sont alignés, le triangle BAD est-il rectangle ?

Exercice 2 : Calculer en détaillant vos calculs et en simplifiant au maximum votre résultat : *(10 points)*

$A = \frac{7}{9} + \frac{8}{9} - \frac{14}{9}$

$D = \frac{7}{5} - \frac{8}{7}$

$G = \frac{3}{4} - \frac{4}{3} - \frac{11}{12}$

$B = 3 - \frac{3}{10} - \frac{33}{10}$

$E = 5 - \frac{8}{3}$

$H = \frac{4}{7} - \frac{1}{4} + 3$

$C = \frac{5}{3} - \frac{7}{15}$

$F = 3 + \frac{5}{4} - \frac{1}{20}$

$I = \frac{7}{12} - \frac{17}{15} - \frac{31}{60}$

Exercice 3 : Les affirmations suivantes sont-elles vraies. Justifier à chaque fois votre réponse. *(4 points)*

1. Lorsque l'on multiplie $\frac{7}{3}$ par 7 on obtient 3.

2. Les fractions $\frac{78}{102}$ et $\frac{143}{187}$ sont égales.

3. $\frac{99}{70}$ et $\frac{577}{408}$ sont égales.

Évaluation de mathématiques — Correction

Exercice 1

1.
Dans le triangle ABC rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CA^2 + CB^2 = AB^2$$
$$CA^2 + 3,9^2 = 6,5^2$$
$$CA^2 + 15,21 = 42,25$$
$$CA^2 = 42,25 - 15,21$$
$$CA^2 = 27,04$$
$$CA = \sqrt{27,04}$$
$$CA = 5,2$$

$\boxed{CA = 5,2\ cm}$

2.
Comparons $CA^2 + CD^2$ et AD^2 :

$CA^2 + CD^2$	AD^2
$5,2^2 + 16,5^2$	$17,3^2$
$27,04 + 272,25$	
$299,29$	$299,29$

Comme $CA^2 + CD^2 = AD^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle CAD est rectangle en C}}$.

3.
Comparons $AB^2 + AD^2$ et BD^2 :

$AB^2 + AD^2$	BD^2
$6,5^2 + 17,3^2$	$(3,9 + 16,5)^2$
$42,25 + 299,29$	$20,4^2$
$341,54$	$416,16$

Comme

$$AB^2 + AD^2 \neq BD^2$$

, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle ABD n'est pas rectangle}}$.

Exercice 2 : Calculer en détaillant vos calculs et en simplifiant au maximum votre résultat : *(10 points)*

$A = \frac{7}{9} + \frac{8}{9} - \frac{14}{9}$

$\boxed{A = \frac{1}{9}}$

$B = 3 - \frac{3}{10} - \frac{33}{10}$

$B = \frac{3 \times 10}{1 \times 10} - \frac{3}{10} - \frac{33}{10}$

$B = \frac{30}{10} - \frac{3}{10} - \frac{33}{10}$

$B = \frac{-6}{10}$

$B = \frac{3 \times 2}{5 \times 2}$

$\boxed{B = \frac{3}{5}}$

$C = \frac{5}{3} - \frac{7}{15}$

$C = \frac{5 \times 5}{3 \times 5} - \frac{7}{15}$

$C = \frac{25}{15} - \frac{7}{15}$

$C = \frac{18}{15}$

$C = \frac{6 \times 3}{3 \times 5}$

$\boxed{C = \frac{6}{5}}$

$D = \frac{7}{5} - \frac{8}{7}$

$D = \frac{7 \times 7}{5 \times 7} - \frac{8 \times 5}{7 \times 5}$

$D = \frac{49}{35} - \frac{40}{35}$

$\boxed{D = \frac{9}{35}}$

$E = 5 - \frac{8}{3}$

$E = \frac{5 \times 3}{1 \times 3} - \frac{8}{3}$

$E = \frac{15}{3} - \frac{8}{3}$

$\boxed{E = \frac{7}{3}}$

$F = 3 + \frac{5}{4} - \frac{1}{20}$

$F = \frac{3 \times 20}{1 \times 20} + \frac{5 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1}{20}$

$F = \frac{60}{20} + \frac{25}{20} - \frac{1}{20}$

$F = \frac{84}{20}$

$F = \frac{4 \times 21}{4 \times 5}$

$\boxed{F = \frac{21}{5}}$

$G = \frac{3}{4} - \frac{4}{3} - \frac{11}{12}$

$G = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{4 \times 4}{3 \times 4} - \frac{11}{12}$

$G = \frac{9}{12} - \frac{16}{12} - \frac{11}{12}$

$G = \frac{-18}{12}$

$G = \frac{-3 \times 6}{6 \times 2}$

$\boxed{G = \frac{-3}{2}}$

$H = \frac{4}{7} - \frac{1}{4} + 3$

$H = \frac{4 \times 4}{7 \times 4} - \frac{1 \times 7}{4 \times 7} + \frac{3 \times 28}{1 \times 28}$

$H = \frac{16}{28} - \frac{7}{28} + \frac{84}{28}$

$\boxed{H = \frac{93}{28}}$

$I = \frac{7}{12} - \frac{17}{15} - \frac{31}{60}$

$I = \frac{7 \times 5}{12 \times 5} - \frac{17 \times 4}{15 \times 4} - \frac{31}{60}$

$I = \frac{35}{60} - \frac{68}{60} - \frac{31}{60}$

$I = \frac{-64}{60}$

$I = \frac{-16 \times 4}{15 \times 4}$

$\boxed{I = \frac{-16}{15}}$

Exercice 3 : Les affirmations suivantes sont-elles vraies. Justifier à chaque fois votre réponse. *(4 points)*

1. Lorsque l'on multiplie $\frac{7}{3}$ par 7 on obtient 3. On sait que $3 \times \frac{7}{3} = 7$ donc $\boxed{\text{Affirmation n° 1 est fausse}}$.

2. Les fractions $\frac{78}{102}$ et $\frac{143}{187}$ sont égales. Comme $78 \times 187 = 14\,586$ et $102 \times 143 = 14\,586$, $\boxed{\text{Affirmation n° 2 est vraie}}$.

3. $\frac{99}{70}$ et $\frac{577}{408}$ sont égales. Comme $99 \times 408 = 40\,392$ et $70 \times 577 = 40\,390$, $\boxed{\text{Affirmation n° 3 est fausse}}$.

Les fractions

La fraction quotient

a et b étant deux nombres, $b \neq 0$

La fraction $\dfrac{a}{b}$ désigne l'unique nombre vérifiant : $b \times \dfrac{a}{b} = a$

Exemples :

$3 \times \dfrac{4}{3} = 4$ $\qquad 7 \times \dfrac{1}{7} = 1$ $\qquad -9 \times \dfrac{10}{-9} = 10$ $\qquad$ Comme $5 \times 3 = 15$ on a $3 = \dfrac{15}{5}$.

Égalité de fractions

a, b, c et k des nombres non nuls, alors $\dfrac{a \times k}{b \times k} = \dfrac{a}{b}$

Exemples de simplification de fractions :

$$\frac{56}{64} = \frac{8 \times 7}{8 \times 8} = \frac{7}{8} \qquad \frac{144}{180} = \frac{9 \times 16}{9 \times 20} = \frac{16}{20} = \frac{4 \times 4}{4 \times 5} = \frac{4}{5}$$

Égalité des produits en croix

a, b, c et d des nombres non nuls.

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ à la seule et unique condition que $a \times d = b \times c$

Exemple :

$\dfrac{56}{64} = \dfrac{7}{8}$ et on constate que $56 \times 8 = 448$ et que $64 \times 7 = 448$

Somme algébrique de deux fractions

a, b et c des nombres non nuls, alors $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{b} = \dfrac{a+c}{b}$

Remarque :

Quand les fractions n'ont pas le même dénominateur il faut déterminer des fractions égales ayant le même dénominateur. Ce dénominateur commun est un multiple commun des dénominateurs. Il est conseillé de choisir le plus petit !

Exemples :

$$A = \frac{1}{3} - \frac{5}{3} + \frac{11}{3} = \frac{1-5+11}{3} = \frac{7}{3}$$

$$B = \frac{5}{4} - \frac{7}{12} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} - \frac{7}{12}$$

$$B = \frac{15}{12} - \frac{7}{12} = \frac{8}{12} = \frac{4 \times 2}{4 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$C = \frac{7}{5} - \frac{7}{4} = \frac{7 \times 4}{5 \times 4} - \frac{7 \times 5}{4 \times 5}$$

$$C = \frac{28}{20} - \frac{35}{20} = -\frac{7}{20}$$

$$D = \frac{26}{15} - \frac{13}{12} = \frac{26 \times 4}{15 \times \text{ă}4} - \frac{13 \times 5}{12 \times 5}$$

$$D = \frac{104}{60} - \frac{65}{60} = \frac{39}{60}$$

Produit de deux fractions

a, b, c et d des nombres non nuls, alors $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{a \times c}{b \times d}$

Remarque :

Il est conseillé de simplifier le produit avant de l'effectuer. **Exemples :**

$$E = \frac{7}{3} \times \frac{8}{11} = \frac{7 \times 8}{3 \times 11} = \frac{56}{33}$$

$$F = \frac{64}{49} \times \frac{63}{56} = \frac{64 \times 63}{49 \times 56} = \frac{8 \times 8 \times 9 \times 7}{7 \times 7 \times 8 \times 7} = \frac{8 \times 9}{7 \times 7} = \frac{72}{49}$$

Inverse d'un nombre

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre quand leur produit est égal à 1.

a et b des nombres non nuls.

Comme $a \times \dfrac{1}{a} = 1$, $\dfrac{1}{a}$ est l'inverse de a. Comme $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{b}{a} = 1$, $\dfrac{b}{a}$ est l'inverse de $\dfrac{a}{b}$.

Quotient de deux fractions

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse.

a, b, c et d des nombres non nuls, $\dfrac{a}{b} \div \dfrac{c}{d} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{c}$

Exemples :

$$G = \frac{7}{3} \div \frac{5}{9} = \frac{7}{3} \times \frac{9}{5} = \frac{63}{15} = \frac{21}{5}$$

$$H = \frac{5}{3} \div \frac{3}{4} + \frac{5}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{3} + \frac{5 \times 6}{5 \times 3}$$

$$H = \frac{20}{9} + 2 = \frac{20}{9} + \frac{18}{9} = \frac{38}{9}$$

$$I = \frac{\frac{8}{5}}{\frac{16}{15}} = \frac{8}{5} \div \frac{16}{15} = \frac{8}{5} \times \frac{15}{16}$$

$$I = \frac{8 \times 15}{5 \times 16} = \frac{8 \times 3 \times 5}{5 \times 8 \times 2} = \frac{3}{2}$$

Chapitre IV

La translation

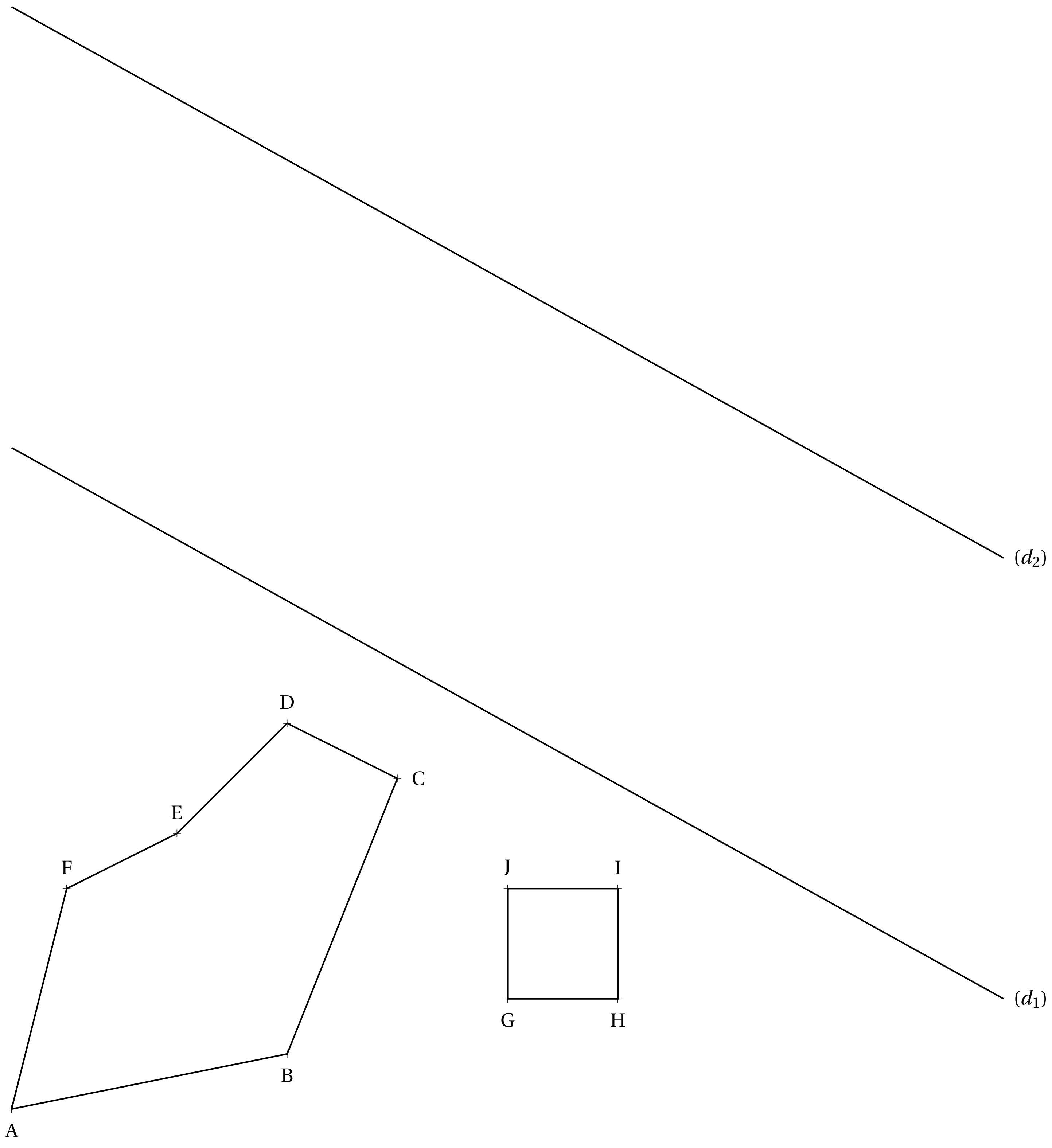
Sommaire

Deux symétries axiales consécutives — Épisode 1

Quatrieme

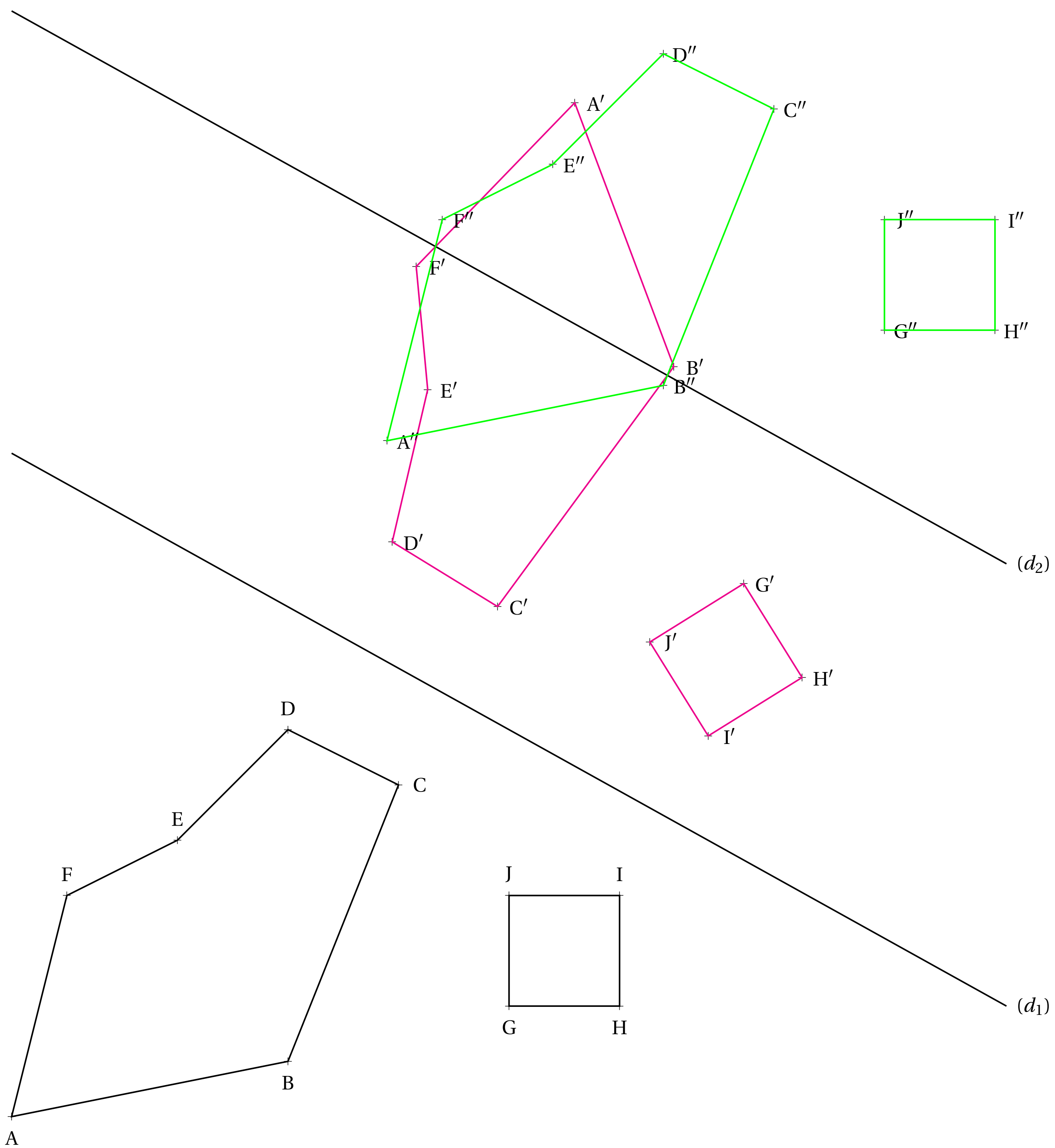
✦✦

Voici un hexagone ABCDEF et deux axes de symétries (d_1) et (d_2).
Tracer le symétrique A′B′C′D′E′F′ de ABCDEF par rapport à (d_1).
Tracer le symétrique A″B″C″D″E″F″ de A′B′C′D′E′F′ par rapport à (d_2).
Tracer le symétrique G′H′I′J′ de GHIJ par rapport à (d_1).
Tracer le symétrique G″H″I″J″ de G′H′I′J′ par rapport à (d_2).



Deux symétries axiales consécutives — Épisode 1 — Correction

✧✧

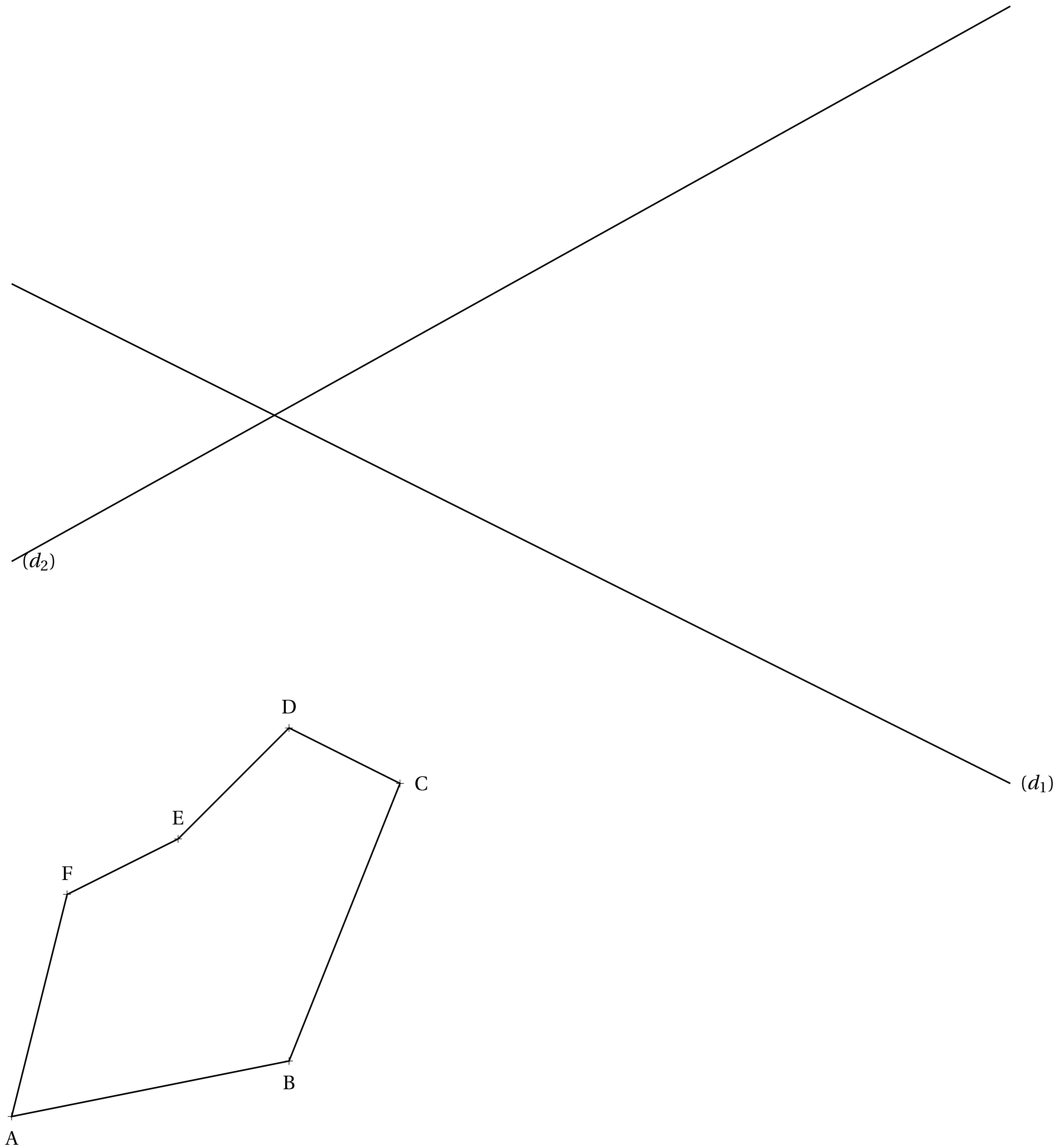


Deux symétries axiales consécutives — Épisode 2

Quatrieme

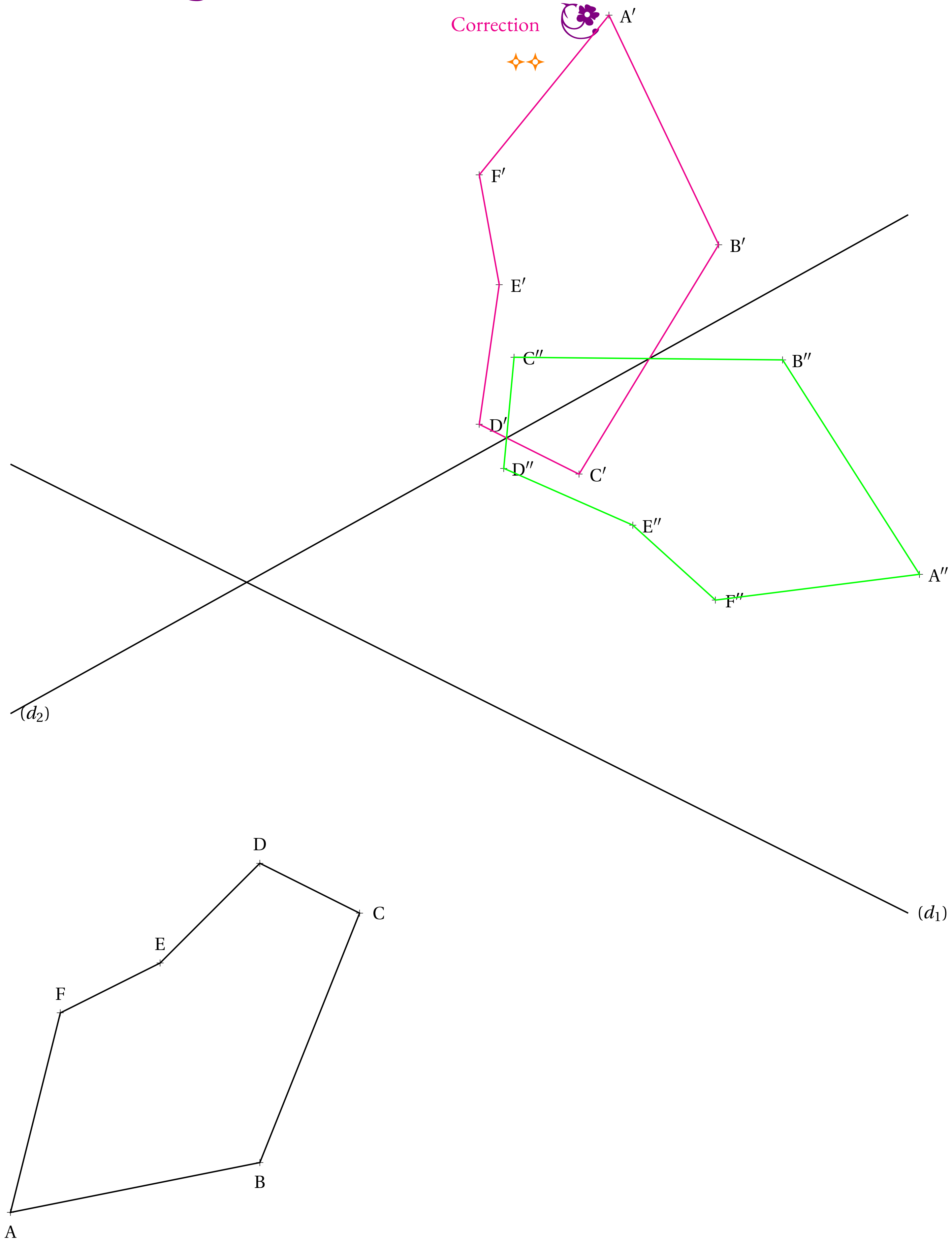
✧✧

Voici un hexagone ABCDEF et deux axes de symétries (d_1) et (d_2).
Tracer le symétrique A′B′C′D′E′F′ de ABCDEF par rapport à (d_1) puis A″B″C″D″E″F″ symétrique de A′B′C′D′E′F′ par rapport à (d_2).



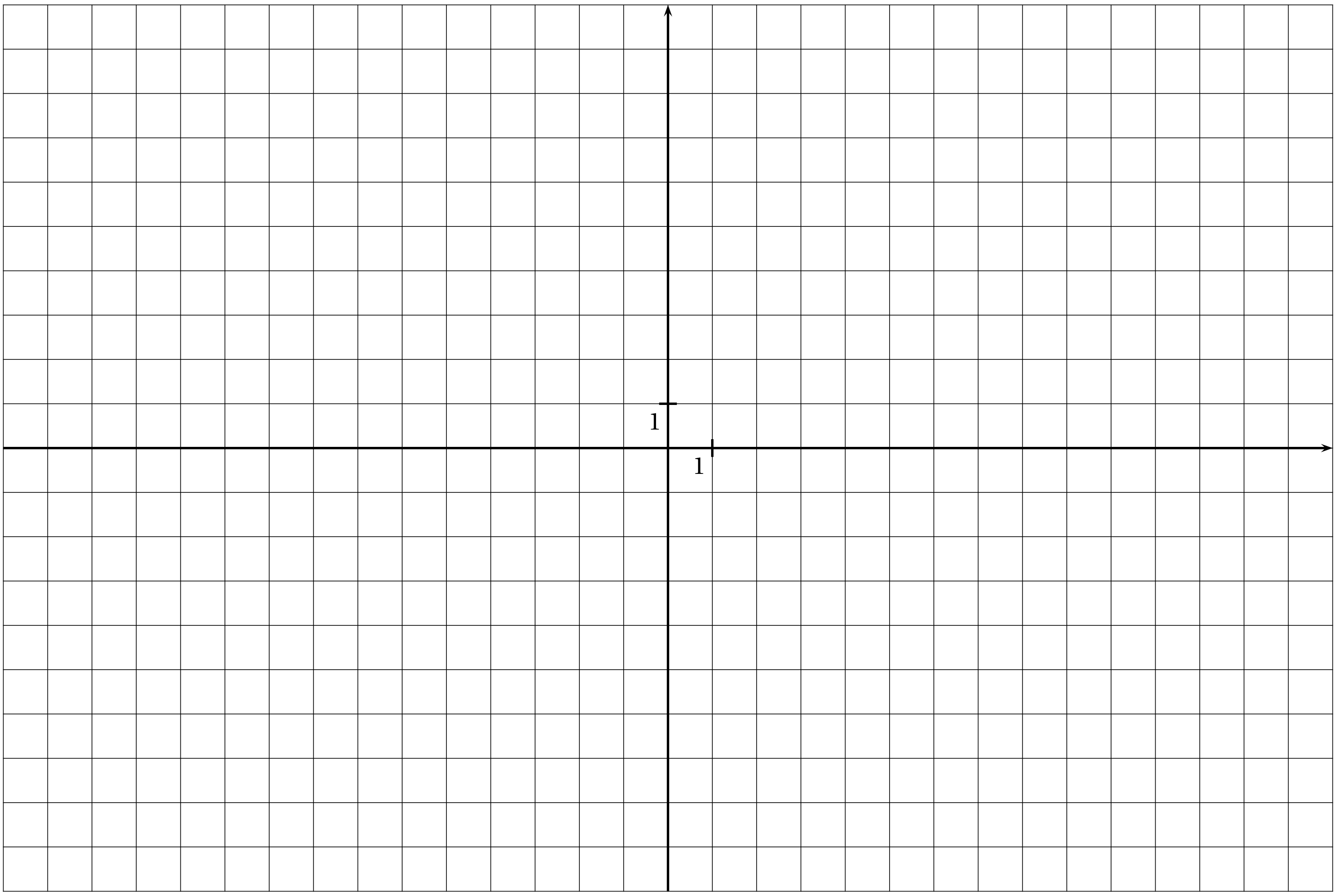
Deux symétries axiales consécutives — Épisode 2 —

Correction



Un pavage du plan

Quatrieme



1. Dans le repère orthonormé ci-dessus, placer les points suivants :

A$(-2,-1)$ — B$(-3,1)$ — C$(-1,2)$ — D$(3,0)$ — E$(5,1)$ — F$(6,-1)$ — G$(5,-3)$ – H$(3,-2)$ — I$(-1,-4)$ — J$(-3,-3)$

2. Tracer le polygone ABCDEFGHIJ.

3. Tracer le polygone obtenu après translation du polygone de départ par la translation qui transforme A en F.

4. Indiquer sur votre cahier les coordonnées de ces 10 nouveaux points.

5. Quel est le lien entre les coordonnées des points de départ et les coordonnées des points obtenus à la question **3.**

6. Tracer le polygone obtenu après la translation du polygone de départ par la translation qui transforme I en D.

7. Tracer le polygone obtenu après avoir effectué les opérations suivantes sur les coordonnées des points de départ :

- Soustraire 4 aux ordonnées;
- Ajouter 4 aux abscisses.

Quelle transformation géométrique permet de passer de la figure de départ à cette figure ?

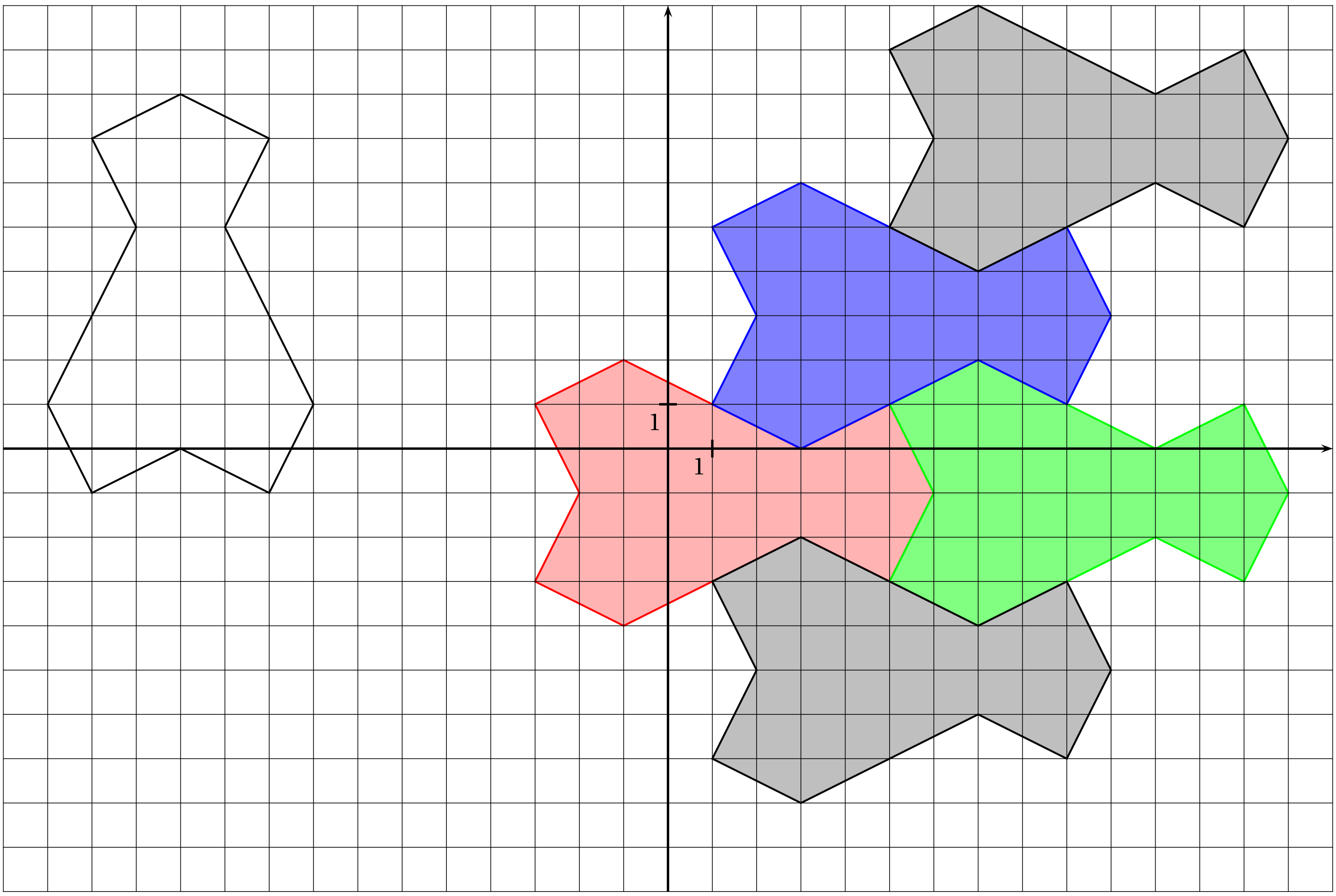
8. Tracer le polygone obtenu après avoir effectué les opérations suivantes sur les coordonnées des points de départ :

- Ajouter 8 aux abscisses;
- Ajouter 8 aux ordonnées.

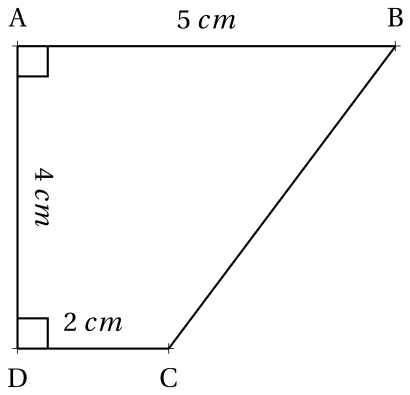
Quelle transformation géométrique permet de passer de la figure de départ à cette figure ?

Un pavage du plan — Correction

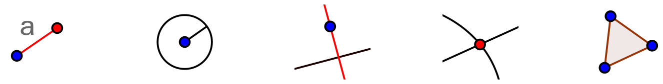
✦✦



Situation initiale : Deux symétries axiales consécutives

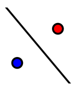


1. Tracer le quadrilatère ABCD ci-contre dans le logiciel Geogebra.



2. Tracer deux droites (UV) et (XY) parallèles qui ne coupent pas le quadrilatère ABCD.

3. En utilisant la fonction Symétrie axiale de Geogebra, tracer le symétrique de ABCD par rapport à l'axe (UV).
On appelle A′B′C′D′ ce quadrilatère.

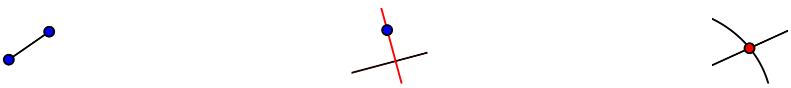


4. Tracer le symétrique de la figure A′B′C′D′ par rapport à l'axe (XY). On appelle A″B″C″D″ ce quadrilatère.

5. Sans effacer le quadrilatère A′B′C′D′, supprimer son affichage à l'écran.

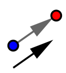
6. Observer les quadrilatères ABCD et A″B″C″D″ en déplacant la position des deux droites parallèles (UV) et (XY).
Comment pouvez-vous décrire la transformation géométrique qui permet de passer directement de la figure ABCD à la figure A″B″C″D″ ?

7. Tracer les segments [AA″], [BB″], [CC″] et [DD″]. Tracer une perpendiculaire aux droites (UV) et (XY).
<F2>On note M l'intersection de cette perpendiculaire avec (UV) et N l'intersection avec (XY).

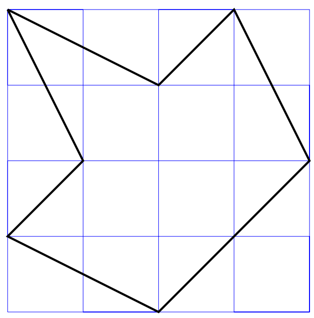


Quelle remarque pouvez-vous faire ?

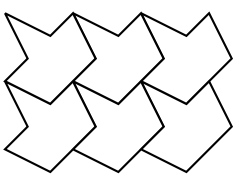
8. Sans effacer le quadrilatère A″B″C″D″ supprimer son affichage à l'écran.
Utiliser la fonction translation de Geogebra pour obtenir la même figure sans utiliser les symétries axiales précédentes.



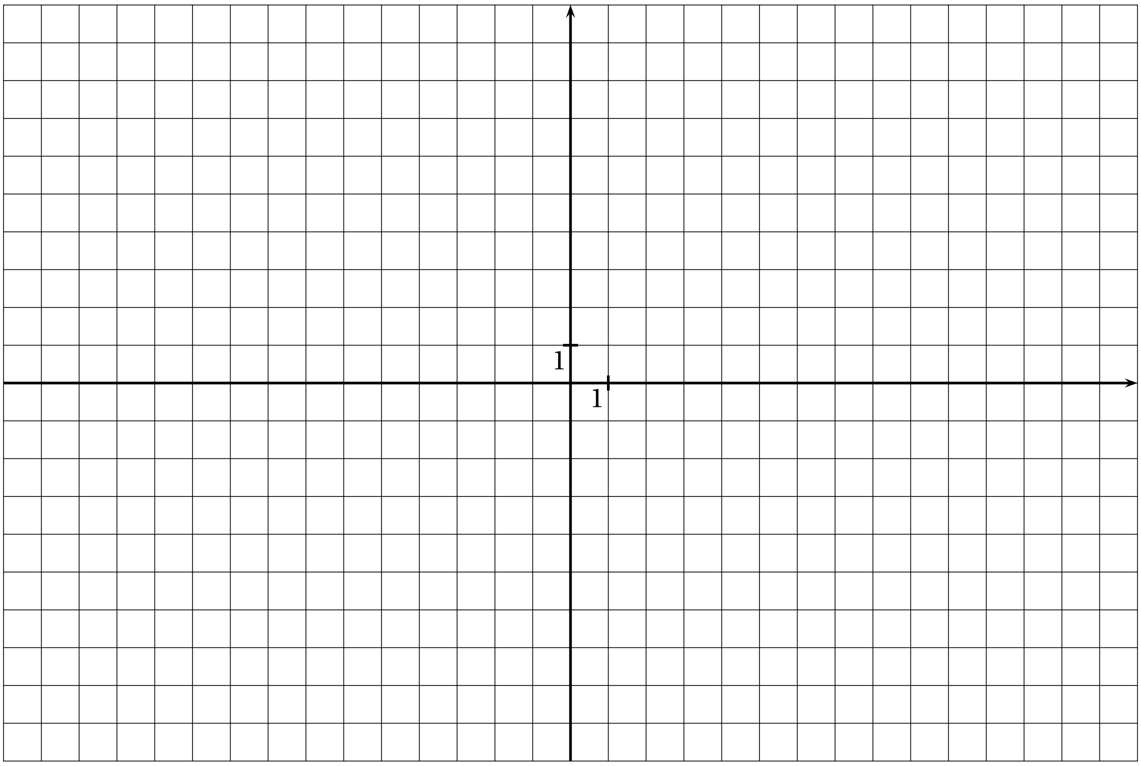
Bonus : Reproduire la figure suivante dans Géogebra :



En utilisant la fonction translation de Géogebra, construire le pavage suivant :



Situation initiale : Pavage du plan



1. Dans le repère orthonormé ci-dessus, placer les points suivants :

A(−2, −1) — B(−3, 1) — C(−1, 2) — D(3, 0) — E(5, 1) — F(6, −1) — G(5, −3) – H(3, −2) — I(−1, −4) — J(−3, −3)

2. Tracer le polygone ABCDEFGHIJ.

3. Tracer le polygone obtenu après translation du polygone de départ par la translation qui transforme A en F.

4. Indiquer sur votre cahier les coordonnées de ces 10 nouveaux points.

5. Quel est le lien entre les coordonnées des points de départ et les coordonnées des points obtenus à la question **3.**

6. Tracer le polygone obtenu après la translation du polygone de départ par la translation qui transforme I en D.

7. Tracer le polygone obtenu après avoir effectué les opérations suivantes sur les coordonnées des points de départ :

— Soustraire 4 aux ordonnées ;
— Ajouter 4 aux abscisses.

Quelle transformation géométrique permet de passer de la figure de départ à cette figure ?

8. Tracer le polygone obtenu après avoir effectué les opérations suivantes sur les coordonnées des points de départ :

— Ajouter 8 aux abscisses ;
— Ajouter 8 aux ordonnées.

Quelle transformation géométrique permet de passer de la figure de départ à cette figure ?

Exercices

Calcul littéral et translation

Quatrieme

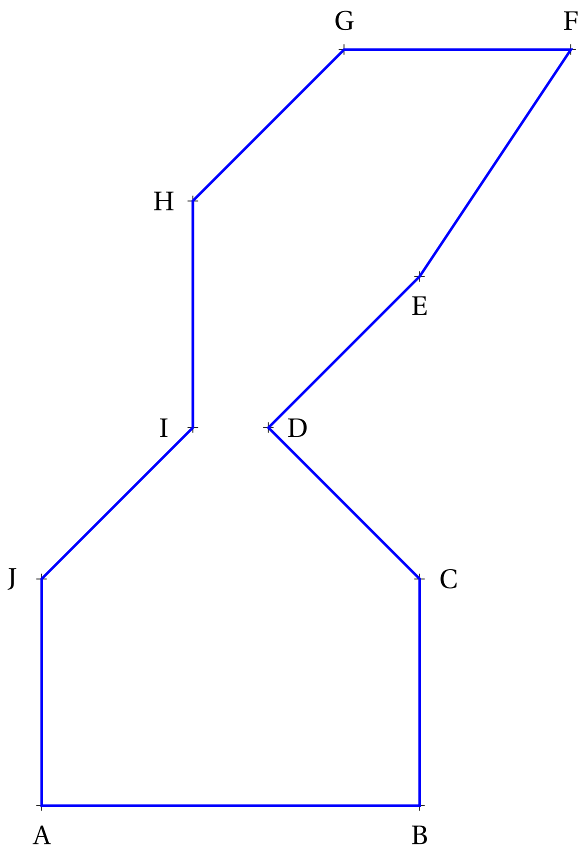
Exercice n°

1. Tracer l'image du polygone ABCDEFGHI par la translation qui transforme A en B

2. Tracer l'image du polygone ABCDEFGHI par la translation qui transforme I en F

3. Tracer l'image du polygone ABCDEFGHI par la translation qui transforme G en J

4. Tracer l'image du polygone ABCDEFGHI par la translation qui transforme H en B



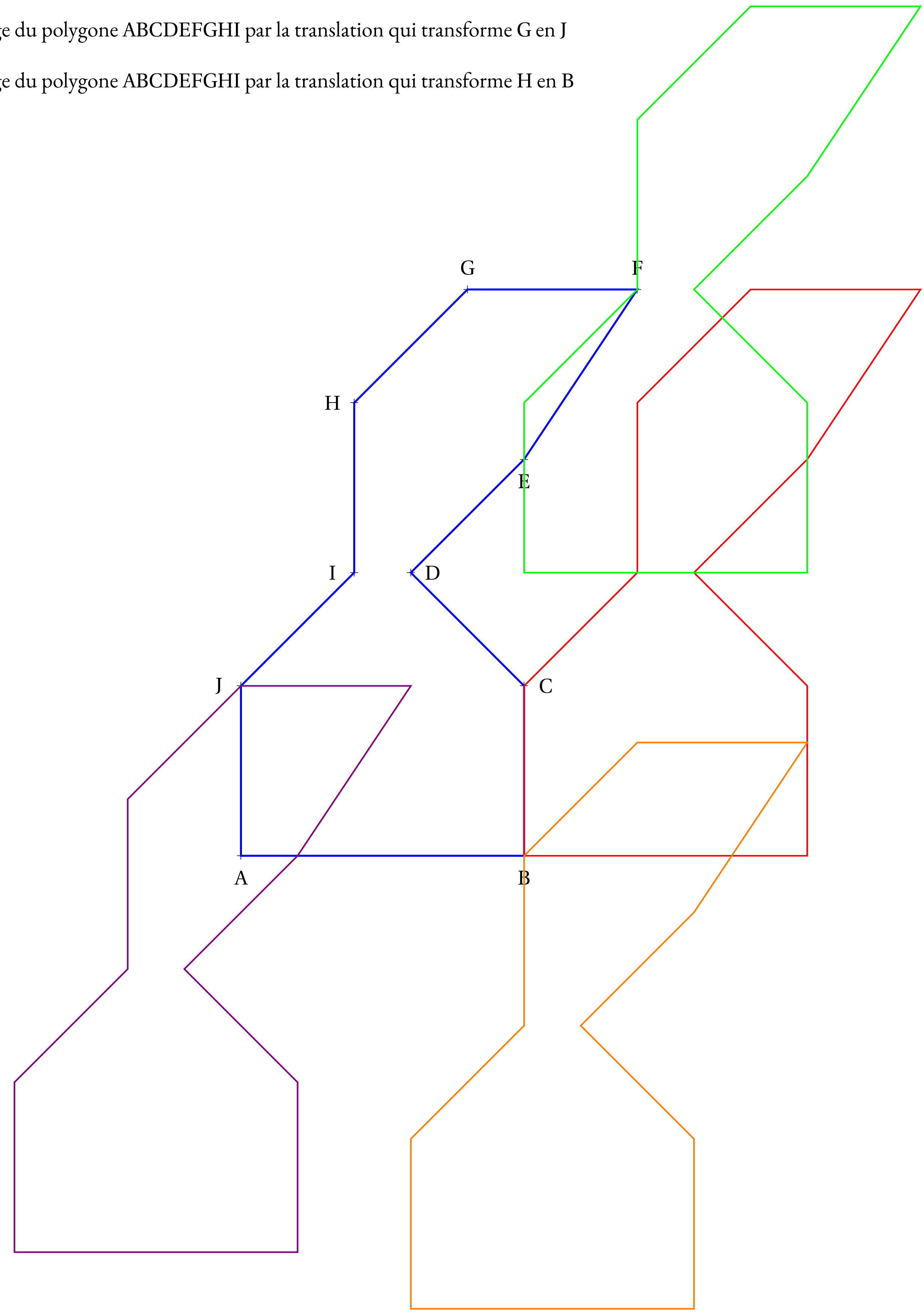
Exercices — Correction

1. Tracer l'image du polygone ABCDEFGHI par la translation qui transforme A en B

2. Tracer l'image du polygone ABCDEFGHI par la translation qui transforme I en F

3. Tracer l'image du polygone ABCDEFGHI par la translation qui transforme G en J

4. Tracer l'image du polygone ABCDEFGHI par la translation qui transforme H en B



Évaluation

Quatrieme

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Exercice n° 1 *(7,5 points)*

Développer et réduire chacune des expressions ci-dessous :

$A = 3(5x+3)+4(7x+2)$

$B = 4x(5x-1)-3(2x+7)$

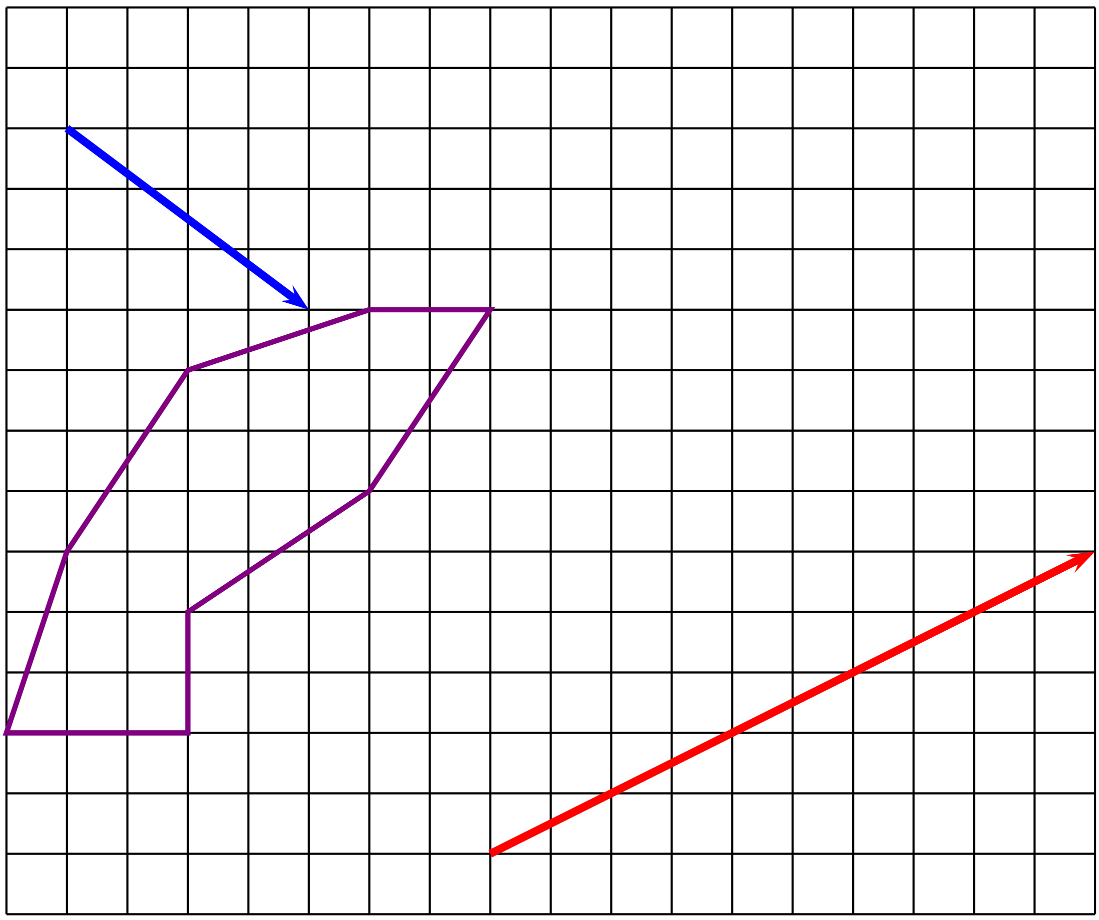
$C = 4(5x-1)-3(1-2x)-4(-2x-5)$

$D = 5-(x^2-3x+1)-4(3x-1)-(1-2x-5x^2)$

$E = 5x-4(2x-1)-(5x^2+1)-3x^2-3x(1-2x)-1$

Exercice n° 2 *(6 points)*

Tracer les translatés du polygone par les translations correspondant aux deux flèches.

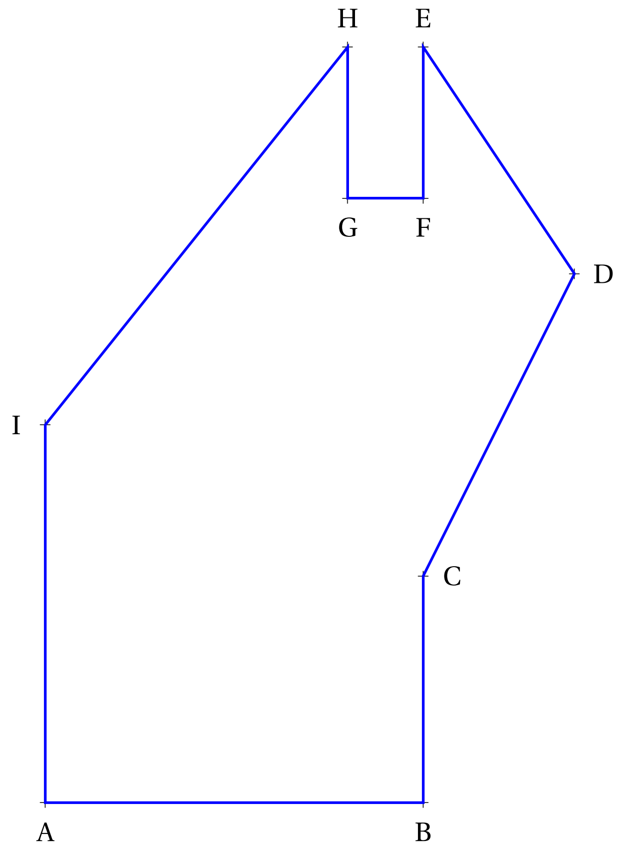


Exercice n° 3

(6,5 points) ✤✤✤

1. Tracer l'image du polygone ABCDEFGHI par la translation qui transforme I en D

2. Tracer l'image du polygone ABCDEFGHI par la translation qui transforme C en A



Évaluation — Correction

Exercice n° 1 *(7,5 points)*

Développer et réduire chacune des expressions ci-dessous :

$A = 3(5x+3)+4(7x+2)$

$A = 15x+9+28x+8$

$\boxed{A = 43x+17}$

$B = 4x(5x-1)-3(2x+7)$

$B = 20x^2-4x-6x-21$

$\boxed{B = 20x^2-10x-21}$

$C = 4(5x-1)-3(1-2x)-4(-2x-5)$

$C = 20x-4-3+6x+8x+20$

$\boxed{C = 34x+14}$

$D = 5-(x^2-3x+1)-4(3x-1)-(1-2x-5x^2)$

$D = 5-x^2+3x-1-12x+4-1+2x+5x^2$

$\boxed{D = 4x^2-7x+7}$

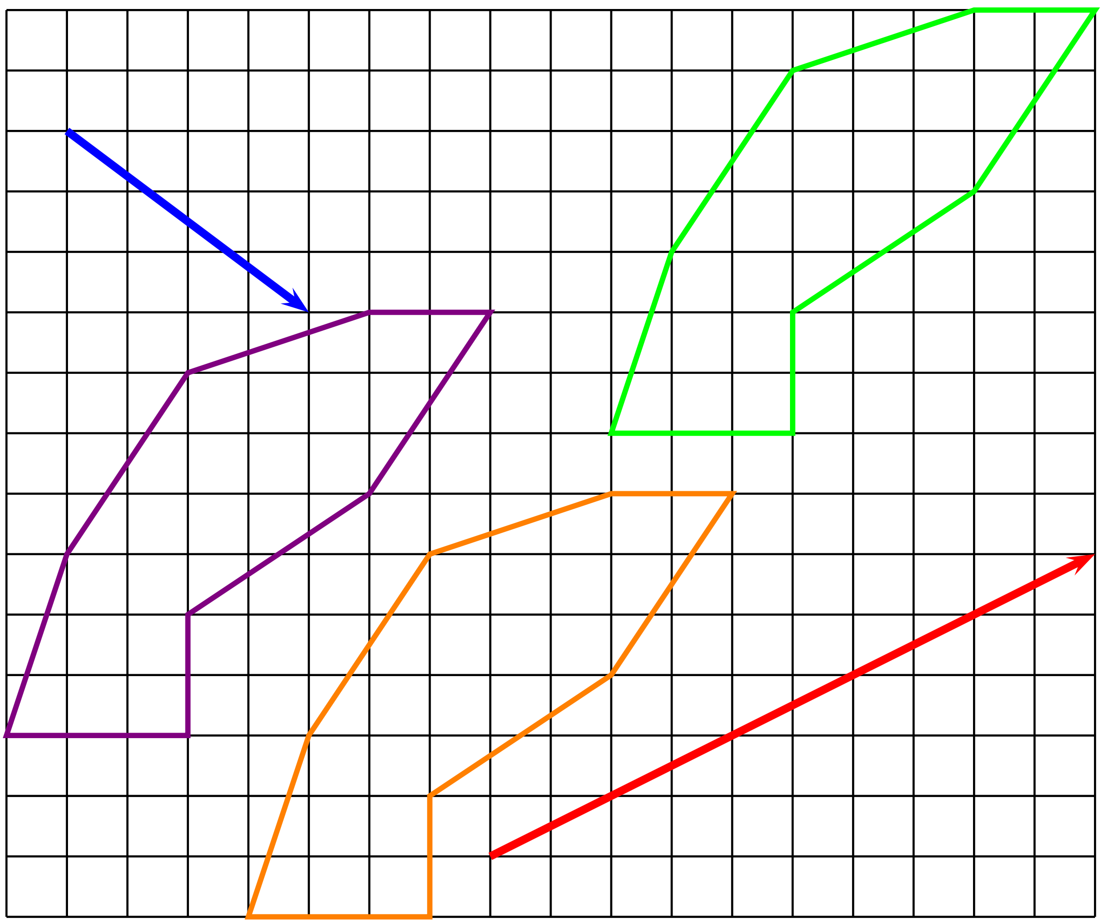
$E = 5x-4(2x-1)-(5x^2+1)-3x^2-3x(1-2x)-1$

$E = 5x-8x+4-5x^2-1-3x^2-3x+6x^2-1$

$\boxed{E = -2x^2-6x+2}$

Exercice n° 2 *(6 points)*

Tracer les translatés du polygone par les translations correspondant aux deux flèches.

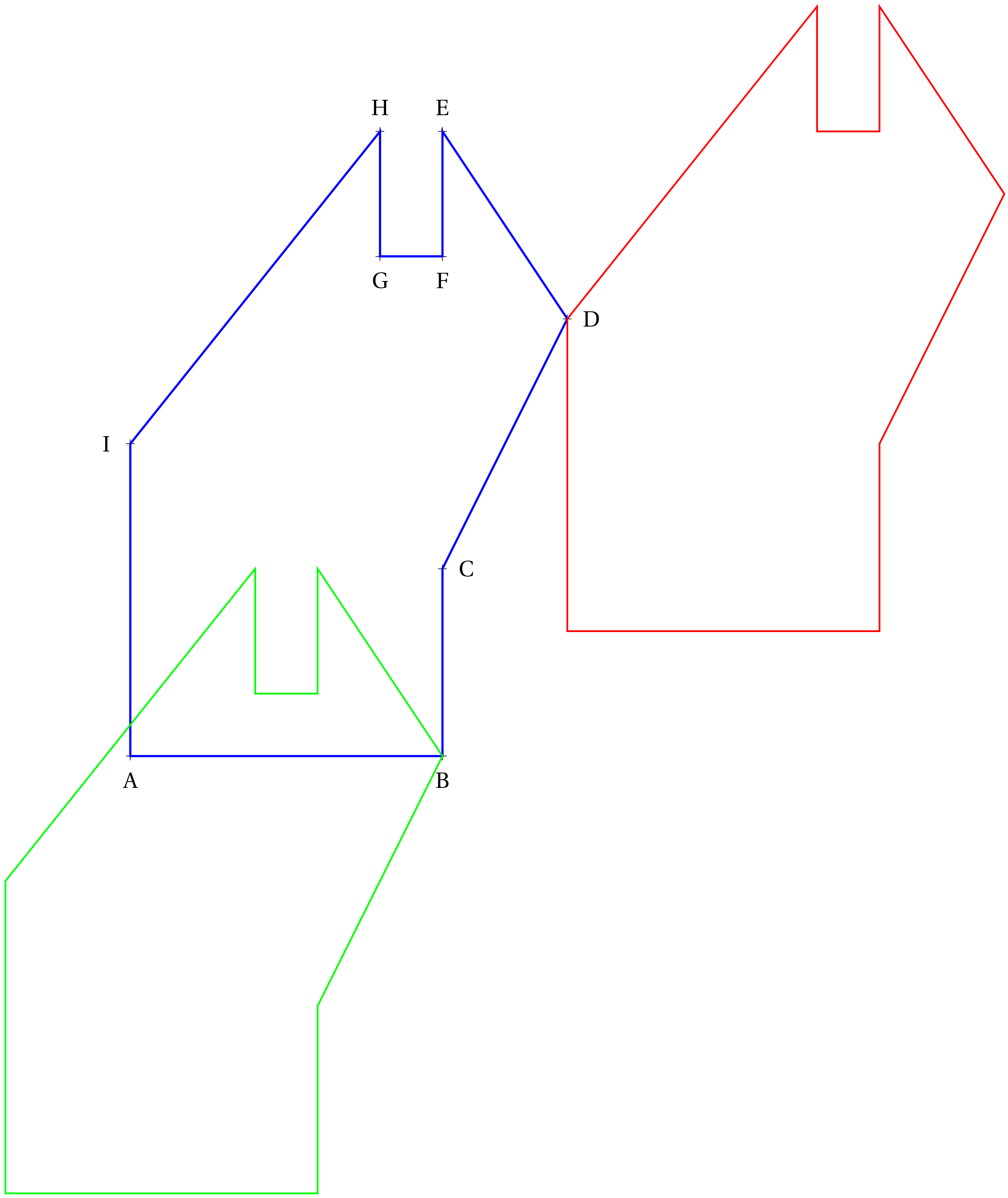


Exercice n° 3

(6,5 points)

1. Tracer l'image du polygone ABCDEFGHI par la translation qui transforme I en D

2. Tracer l'image du polygone ABCDEFGHI par la translation qui transforme C en A



Chapitre V

Le théorème de Thalès

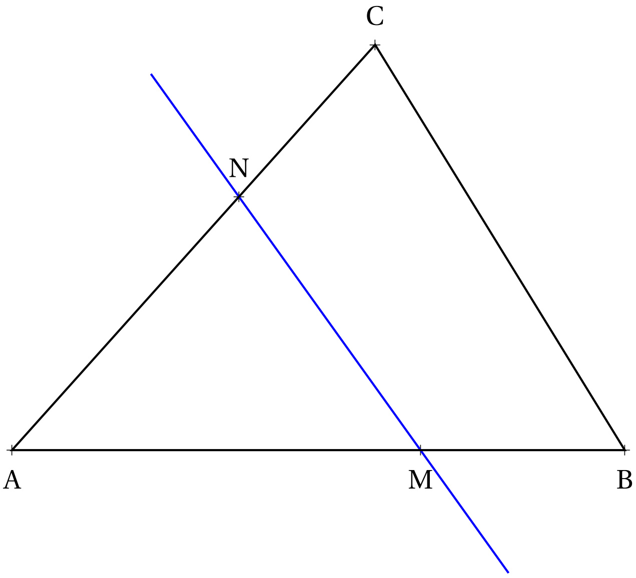
Sommaire

Parallèles et longueurs

Quatrieme

Situation Initiale

Voici deux triangles égaux, ABC et DEF dont les mesures sont AB = DE = 81 mm, BC = EF = 72 mm et AC = DF = 63 mm :



Situation Initiale

Parallèles et longueurs — Correction

Situation initiale : La droite des milieux, la droite des tiers

La droite des milieux

1. Tracer sur une feuille blanche le triangle ABC tel que AB = 8 cm, AC = 12 cm et BC = 14 cm.
Placer M le milieu de [AB] puis la droite parallèle à la droite (BC) passant par M.
Cette droite coupe le segment [AC] en N.

2. Mesurer le segment [MN]. Quelles conjectures pouvez-vous faire sur la position du point N et sur la longueur MN ?

Nous allons démontrer que N est le milieu du segment [AC] et quelques petites choses en plus...

3. Placer N′ le symétrique du point N par rapport au point M.

4. Que dire du quadrilatère AN′BN ? Démontrer cette conjecture.

5. Que dire du quadrilatère NN′BC ? Démontrer cette conjecture.

6. Expliquer pourquoi AN = N′B et N′B = NC. Que pouvez-vous dire du point N ?

7. Expliquer pourquoi NN′ = BC. Que dire de la longueur MN par rapport la longueur BC ?

8. Calculer les quotients : $\dfrac{\text{AM}}{\text{AB}}$, $\dfrac{\text{AN}}{\text{AC}}$ et $\dfrac{\text{MN}}{\text{BC}}$.

Quelle est votre conclusion ?

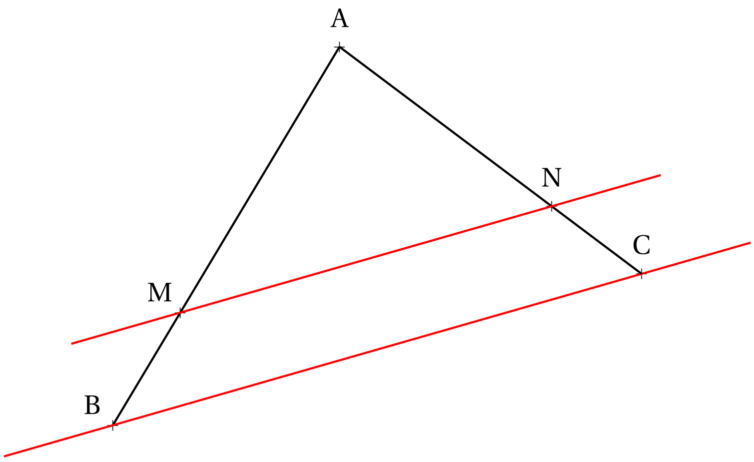
La droite des tiers

1. Tracer sur une feuille blanche un triangle ABC tel que AB = 6 cm, AC = 9 cm et BC = 12 cm.
Placer M sur le segment [AB] tel que AM = 2 cm.
Tracer la parallèle à (BC) passant par M, elle coupe le segment [AC] en N.

2. En mesurant AM et MN calculer les trois quotients comme à la question **8.** de la première partie.
Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

I — Le théorème de Thalès

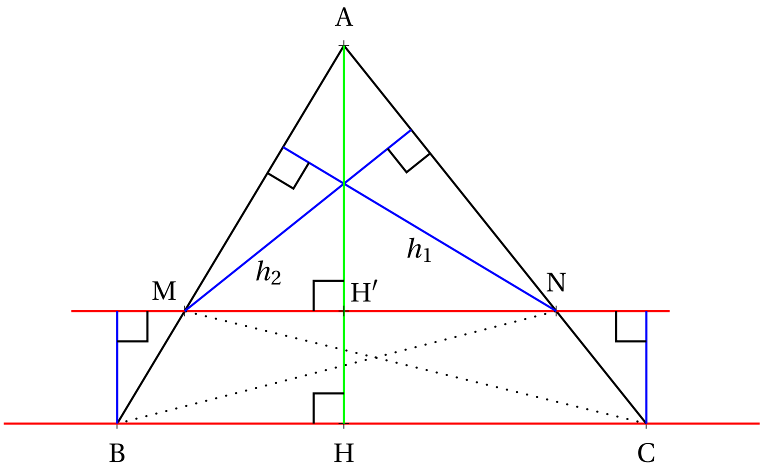
Théorème 5.1 : Théorème de Thalès



Si dans un triangle ABC une droite parallèle à (BC) coupe [AB] en M et [AC] en N
alors les mesures des triangles ABC et AMN sont proportionnelles, c'est-à-dire :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Démonstration :



En observant les triangles MNB et MNC on constate qu'ils ont une base commune, le segment [MN]. Par rapport à cette base ils ont la même hauteur puisque les droites (MN) et (BC) sont parallèles. On en déduit qu'ils ont la même aire.
$\mathscr{A}\rangle\nabla](\text{MNB}) = \mathscr{A}\rangle\nabla](\text{MNC})$

$\mathscr{A}\rangle\nabla](\text{AMN}) = \text{AM} \times h_1$ et $\mathscr{A}\rangle\nabla](\text{ABN}) = \text{AB} \times h_1$ ainsi $\dfrac{\mathscr{A}\rangle\nabla](\text{AMN})}{\mathscr{A}\rangle\nabla](\text{ABN})} = \dfrac{\text{AM}}{\text{AB}}$

$\mathscr{A}\rangle\nabla](\text{AMN}) = \text{AN} \times h_2$ et $\mathscr{A}\rangle\nabla](\text{ACM}) = \text{AC} \times h_2$ ainsi $\dfrac{\mathscr{A}\rangle\nabla](\text{AMN})}{\mathscr{A}\rangle\nabla](\text{ACM})} = \dfrac{\text{AN}}{\text{AC}}$

On constate que $\mathscr{A}\rangle\nabla](\text{ABN}) = \mathscr{A}\rangle\nabla](\text{AMN}) + \mathscr{A}\rangle\nabla](\text{MNB})$ et que $\mathscr{A}\rangle\nabla](\text{ACM}) = \mathscr{A}\rangle\nabla](\text{AMN}) + \mathscr{A}\rangle\nabla](\text{MNC})$
Comme $\mathscr{A}\rangle\nabla](\text{MNB}) = \mathscr{A}\rangle\nabla](\text{MNC})$ on prouve ainsi que $\mathscr{A}\rangle\nabla](\text{ABN}) = \mathscr{A}\rangle\nabla](\text{ACM})$

Finalement $\dfrac{\text{AM}}{\text{AB}} = \dfrac{\text{AN}}{\text{AC}}$

Reste à démontrer l'égalité avec le troisième quotient $\dfrac{\text{MN}}{\text{BC}}$.

Considérons la hauteur [AH] du triangle ABC.

On peut reprendre le raisonnement précédent dans le triangle ABH, on obtient $\dfrac{\text{AM}}{\text{AB}} = \dfrac{\text{AH}'}{\text{AH}}$

De même dans le triangle AHC, on obtient $\dfrac{\text{AN}}{\text{AC}} = \dfrac{\text{AH}'}{\text{AH}}$.

Comme précédemment, les triangles NH′C et NH′H ont la même base et la même hauteur donc $\mathscr{A}\rangle\nabla](\text{NH}'\text{C}) = \mathscr{A}\rangle\nabla](\text{NH}'\text{H})$

Ainsi $\mathscr{A}\rangle\nabla](\text{AH}'\text{C}) = \mathscr{A}\rangle\nabla](\text{AHN})$ c'est-à-dire $\dfrac{\text{AH}' \times \text{HC}}{2} = \dfrac{\text{AH} \times \text{H}'\text{N}}{2}$.

On prouve ainsi que $\text{AH}' \times \text{HC} = \text{AH} \times \text{H}'\text{N}$ et d'après l'égalité des produits en croix $\dfrac{\text{AH}'}{\text{AH}} = \dfrac{\text{H}'\text{N}}{\text{HC}}$

On prouve de même que $\dfrac{\text{AH}'}{\text{AH}} = \dfrac{\text{H}'\text{M}}{\text{HB}}$.

Nous avons donc $\dfrac{\text{H}'\text{M}}{\text{HB}} = \dfrac{\text{H}'\text{N}}{\text{HC}}$ or on sait que $\text{H}'\text{M} + \text{H}'\text{N} = \text{MN}$ et que $\text{HB} + \text{HC} = \text{BC}$

Comme $\dfrac{\text{H}'\text{M}}{\text{HB}} = \dfrac{\text{H}'\text{N}}{\text{HC}}$ on a :

$$\text{H}'\text{M} \times \text{HC} = \text{H}'\text{N} \times \text{HB}$$

Ajoutons $\text{H}'\text{N} \times \text{HC}$ à chaque membre de l'égalité :

$$\text{H}'\text{M} \times \text{HC} + \text{H}'\text{N} \times \text{HC} = \text{H}'\text{N} \times \text{HB} + \text{H}'\text{N} \times \text{HC}$$
$$(\text{H}'\text{M} + \text{H}'\text{N}) \times \text{HC} = \text{H}'\text{N} \times (\text{HB} + \text{HC})$$
$$\text{MN} \times \text{HC} = \text{H}'\text{N} \times \text{BC}$$

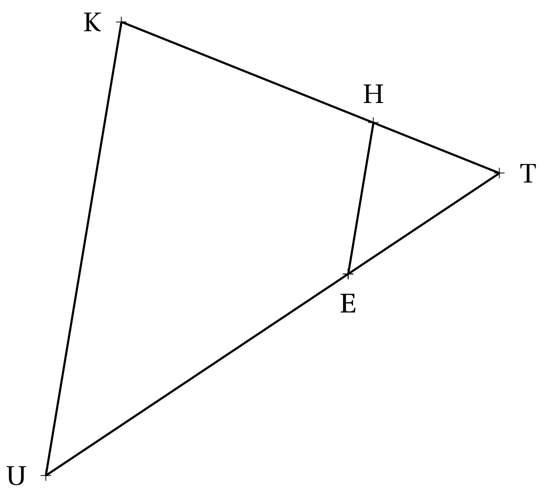
En utilisant à nouveau l'égalité des produits en croix on arrive à : $\dfrac{\text{MN}}{\text{BC}} = \dfrac{\text{H}'\text{N}}{\text{HC}}$.

Il suffit de regrouper les quotients égaux : $\dfrac{\text{H}'\text{M}}{\text{HB}} = \dfrac{\text{H}'\text{N}}{\text{HC}} = \dfrac{\text{AH}'}{\text{AH}} = \dfrac{\text{AN}}{\text{AC}} = \dfrac{\text{AM}}{\text{AB}}$

CQFD

II — Usage du théorème de Thalès

Méthode 5.1 : Calculer des longueurs avec le théorème de Thalès



On sait que :

(TH)//(UK)

TE = 3 cm

TU = 10 cm

UK = 15 cm

TH = 4 cm

On souhaite calculer les longueurs EH et TK

1. Analyse de la figure

Les droites parallèles sont (EH) et (UK).
Dans le triangle TUK le point T est situé « en face »des deux droites parallèles.
Le point T est donc le point important pour appliquer le théorème de Thalès.

2. Recherche des trois quotients égaux

On part du point T : le point important.

Sur le segment [TU] nous avons le point E. Donc en regardant dans l'ordre on a T, E et U.

On écrit dans cet ordre le premier quotient : $\dfrac{\text{TE}}{\text{TU}}$.

Sur le segment [TK] nous avons le point H. Donc en regardant dans l'ordre on a : T, H et K.

On écrit dans cet ordre le second quotient : $\dfrac{\text{TH}}{\text{TK}}$

Nous en sommes à : $\dfrac{\text{TE}}{\text{TU}} = \dfrac{\text{TH}}{\text{TK}}$.

En observant les numérateurs et les dénominateurs de ces deux quotients, on obtient le troisième en oubliant T : $\dfrac{\text{EH}}{\text{UK}}$

Voici donc l'égalité attendue : $\dfrac{\text{TE}}{\text{TU}} = \dfrac{\text{TH}}{\text{TK}} = \dfrac{\text{EH}}{\text{UK}}$

On vérifie la cohérence de l'écriture : E et H sont au numérateur ; U et K au dénominateur.

3. Rédaction

Dans le triangle TUK, E ∈ [TU] et H ∈ [TK] (cela veut juste dire que E est sur [TU] et H sur [TK] !)
Les droites (EH) et (UK) sont parallèles.

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{TE}}{\text{TU}} = \frac{\text{TH}}{\text{TK}} = \frac{\text{EH}}{\text{UK}}$$

Remplaçons par les grandeurs connues :

$$\frac{3\ cm}{10\ cm} = \frac{4\ cm}{\text{TK}} = \frac{\text{EH}}{15\ cm}$$

Comme $\dfrac{3\ cm}{10\ cm} = \dfrac{4\ cm}{\text{TK}}$, on peut appliquer la règle de trois : $\text{TK} = \dfrac{4\ cm \times 10\ cm}{3\ cm} = \dfrac{40}{3}\ cm \approx 13,3\ cm$

Comme $\dfrac{3\ cm}{10\ cm} = \dfrac{\text{EH}}{15\ cm}$, on peut appliquer la règle de trois : $\text{EK} = \dfrac{15\ cm \times 3\ cm}{10\ cm} = \dfrac{45}{10}\ cm = 4,5\ cm$

Ainsi $\boxed{\text{TK} \approx 13,3\ cm}$ et $\boxed{\text{EK} = 4,5\ cm}$.

*En pratique, quand on rédige seule la partie **3.** doit apparaître sur une copie !*

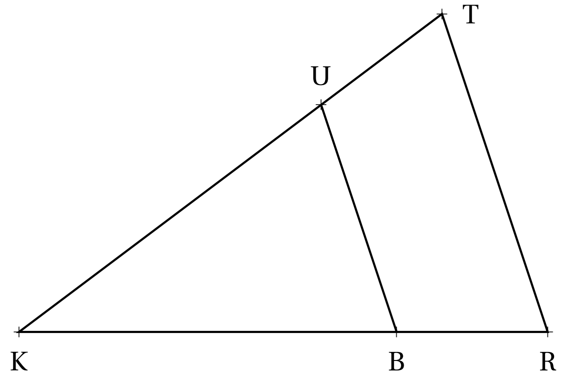
Évaluation de mathématiques

Exercice n° 1 :

8 points ☆☆

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur on a :

- KTR est un triangle ;
- K, B et R sont alignés ;
- K, U et T sont alignés ;
- KU = 12 cm ;
- KT = 15 cm ;
- KB = 14 cm ;
- UB = 8 cm.

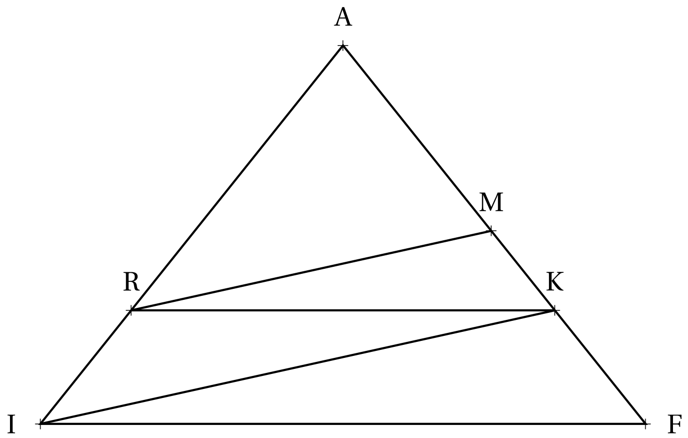


1. Calculer TR et KR.

2. Le triangle KUB est-il rectangle ?

Exercice n° 2 :

6 points ☆☆



Sur la figure ci-après, nous avons les informations suivantes :

- AIF est un triangle ;
- les points A, I et R sont alignés ;
- les points A, M, K et F sont alignés ;
- AR = 160 mm et AI = 256 mm ;
- AK = 180 mm et AF = 288 mm ;
- AM = 112 mm.

1. Les droites IF et RK sont-elles parallèles ?

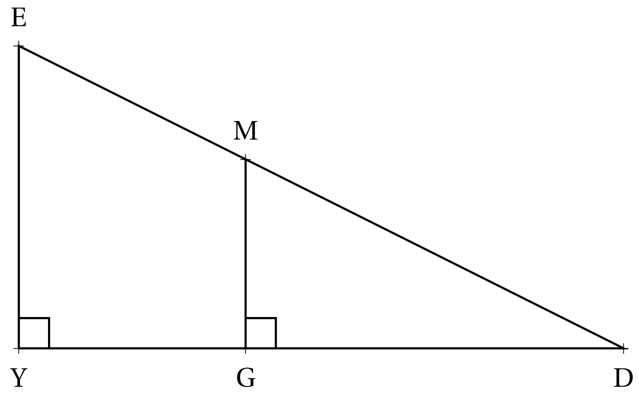
2. Les droites IK et RM sont-elles parallèles ?

Exercice n° 3 :

6 points ☆☆☆

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur on a :

- DYE et DGM sont des triangles rectangles ;
- DG = 48 dm et DM = 60 dm ;
- YE = 54 dm



1. Montrer que MG = 36 dm.

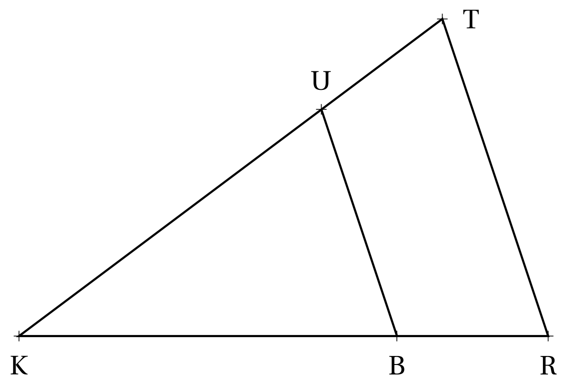
2. Calculer YG et EM.

Évaluation de mathématiques

EXERCICE N° 1 : *8 points* ★★

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur on a :

— KTR est un triangle ;
— K, B et R sont alignés ;
— K, U et T sont alignés ;
— KU = 12 cm ;
— KT = 15 cm ;
— KB = 14 cm ;
— UB = 8 cm.



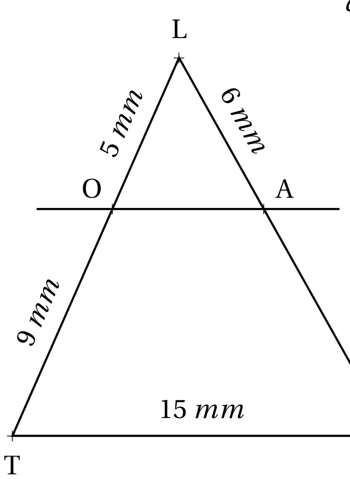
1. Calculer TR et KR.

2. Le triangle KUB est-il rectangle ?

EXERCICE N° 2 : *6 points* ★★

Sur la figure ci-après, qui n'est pas représentée en vraies grandeurs, nous savons que :

— les points L, O et T sont alignés ;
— les points L, A et C sont alignés ;
— les droites (OA) et (TC) sont parallèles.

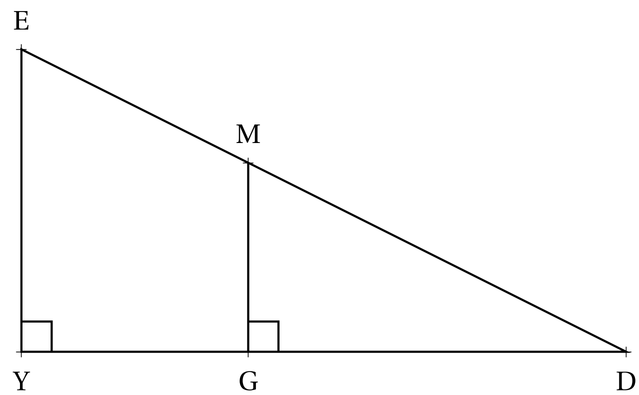


Calculer les valeurs exactes puis les valeurs approchées au millième près des longueurs OA et AC.

EXERCICE N° 3 : *6 points* ★★★

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur on a :

— DYE et DGM sont des triangles rectangles ;
— DG = 48 dm et DM = 60 dm ;
— YE = 54 dm



1. Montrer que MG = 36 dm.

2. Expliquer pourquoi les droites (MG) et (EY) sont parallèles.

3. Calculer YG et EM.

Évaluation

Quatrieme

Exercice n° 1 :

8 points

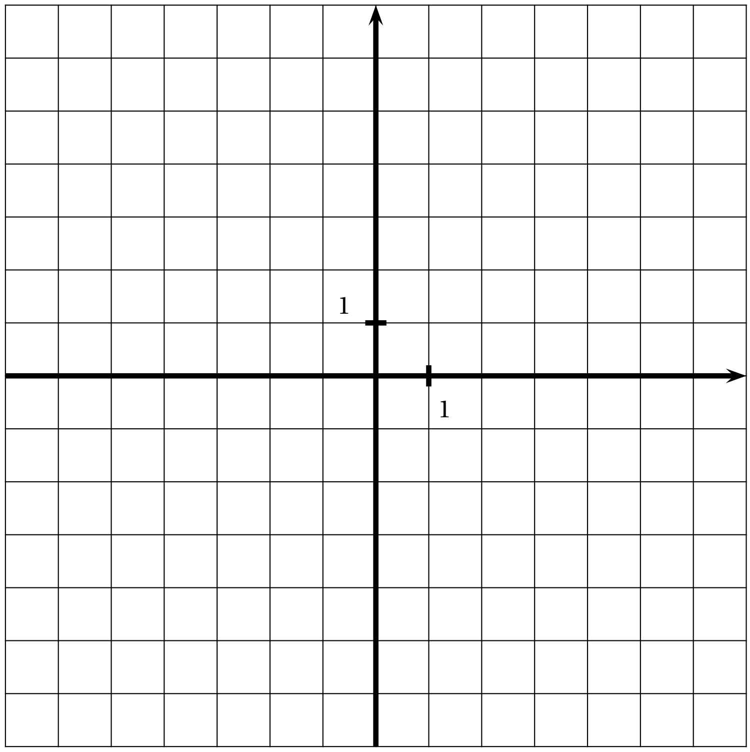
1. Placer les points suivants dans le repère ci-contre :

A(−1;7) — B(−2;3) — C(−1;−3)

(D(2;−4) — E(5;−3) — F(6;3)

G(5;7) — H(4;3) — I(2;4) — J(0;3)

Relier ces points dans l'ordre alphabétique



2. Placer les points $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1, G_1, H_1, I_1, J_1$ obtenus en appliquant les règles suivantes :

- L'abscisse de A_1 est égale à 2 moins l'abscisse de A;
- L'ordonnée de A_1 est égale à −3 plus l'ordonnée de A.

En suivant cette règle le point A_1 a pour coordonnées $A_1(3;4)$.

Écrire sur votre copie les coordonnées de ces points et placer les dans un repère.

Relier ces points dans l'ordre alphabétique.

Exercice n° 2 :

6 points

Calculer et simplifier en détaillant votre démarche :

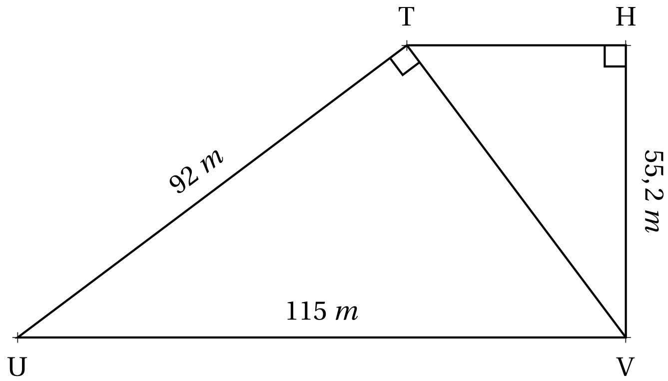
$$A = 2 - \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{7}{30} + \frac{11}{15}$$

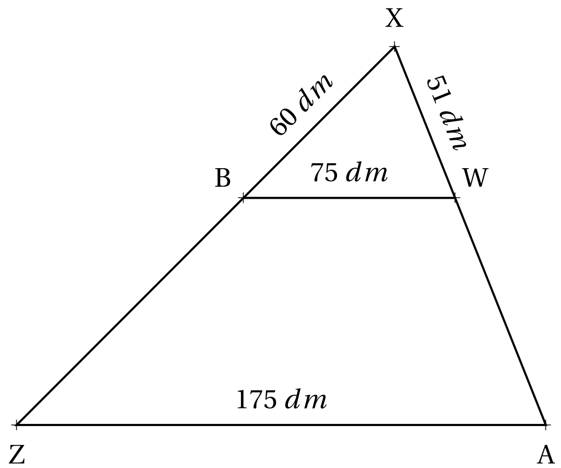
$$B = \left(\frac{3}{4} - \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{7}{6} - \frac{13}{12}\right)$$

$$C = 3 - \left(1 - \frac{2}{7}\right) + \left(3 + \frac{7}{4}\right)$$

Exercice n° 3 :

6 points





1. Calculer en détaillant votre raisonnement les longueurs TV et TH.

2. Calculer en détaillant votre raisonnement les longueurs ZX et XA.

Fractions, repère et Thalès — CORRECTION

Exercice n° 1 : Repère CORRECTION

Repère orthonormé

1. Placer les points suivants dans le repère ci-contre :

A(−1; 7) — B(−2; 3) — C(−1; −3)

(D(2; −4) — E(5; −3) — F(6; 3)

G(5; 7) — H(4; 3) — I(2; 4) — J(0; 3)

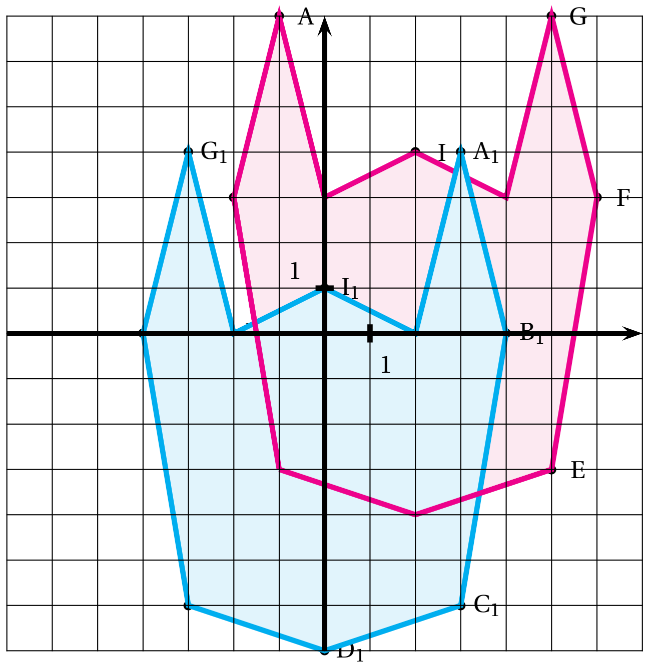
Relier ces points dans l'ordre alphabétique

2. Placer les points $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1, G_1, H_1, I_1, J_1$ obtenus en appliquant les règles suivantes :

$A_1(3;4)$ — $B_1(4;0)$ — $C_1(3;-6)$

$D_1(0;-7)$ — $E_1(-3;-6)$ — $F_1(-4;0)$

$G_1(-3;4)$ — $H_1(-2;0)$ — $I_1(0;1)$ — $J_1(2;0)$



Exercice n° 2 : Fractions CORRECTION

Fractions

Calculer et simplifier en détaillant votre démarche :

$A = 2 - \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{7}{30} + \frac{11}{15}$

$A = \frac{2}{1} - \frac{1\times 10}{3\times 10} + \frac{2\times 6}{5\times 6} - \frac{7}{30} + \frac{11\times 2}{15\times 2}$

$A = \frac{2\times 30}{1\times 30} - \frac{10}{30} + \frac{12}{30} - \frac{7}{30} + \frac{22}{30}$

$A = \frac{60}{30} - \frac{10}{30} + \frac{12}{30} - \frac{7}{30} + \frac{22}{30}$

$\boxed{A = \frac{77}{30}}$

$B = \left(\frac{3}{4} - \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{7}{6} - \frac{13}{12}\right)$

$B = \left(\frac{3\times 3}{4\times 3} - \frac{4\times 4}{3\times 4}\right) - \left(\frac{7\times 2}{6\times 2} - \frac{13}{12}\right)$

$B = \left(\frac{9}{12} - \frac{16}{12}\right) - \left(\frac{14}{12} - \frac{13}{12}\right)$

$B = -\frac{7}{12} - \frac{1}{12}$

$B = -\frac{8}{12}$

$\boxed{B = -\frac{2}{3}}$

$C = 3 - \left(1 - \frac{2}{7}\right) + \left(3 + \frac{7}{4}\right)$

$C = 3 - \left(\frac{1}{1} - \frac{2}{7}\right) + \left(\frac{3}{1} + \frac{7}{4}\right)$

$C = 3 - \left(\frac{1\times 7}{1\times 7} - \frac{2}{7}\right) + \left(\frac{3\times 4}{1\times 4} + \frac{7}{4}\right)$

$C = 3 - \left(\frac{7}{7} - \frac{2}{7}\right) + \left(\frac{12}{4} + \frac{7}{4}\right)$

$C = \frac{3}{1} - \frac{5}{7} + \frac{19}{4}$

$C = \frac{3\times 28}{1\times 28} - \frac{5\times 4}{7\times 4} + \frac{19\times 7}{4\times 7}$

$C = \frac{84}{28} - \frac{20}{28} + \frac{133}{28}$

$\boxed{C = \frac{197}{28}}$

Exercice n° 3 : Thalès et Pythagore CORRECTION

Thalès et Pythagore

1.

Dans le triangle TUV rectangle en T,

D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$TU^2 + TV^2 = UV^2$$
$$92^2 + TV^2 = 115^2$$
$$8\,464 + TV^2 = 13\,225$$
$$TV^2 = 13\,225 - 8\,464$$
$$TV^2 = 4\,761$$
$$TV = \sqrt{4\,761}$$
$$TV = 69$$

Dans le triangle THV rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$HT^2 + HV^2 = TV^2$$
$$HT^2 + 55,2^2 = 69^2$$
$$HT^2 + 3\,047,04 = 4\,761$$
$$HT^2 = 4\,761 - 3\,047,04$$
$$HT^2 = 1\,713,96$$
$$HT = \sqrt{1\,713,96}$$
$$HT = 41,4$$

$\boxed{TV = 69\ m \text{ et } HT = 41,4\ m}$

2.
Dans le triangle ZAX, les droites (BW) et (ZA) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{XB}{XZ} = \frac{XW}{XA} = \frac{BW}{ZA}$$

$$\frac{60\ dm}{XZ} = \frac{51\ dm}{XA} = \frac{75\ dm}{175\ dm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$XZ = \dfrac{60\ dm \times 175\ dm}{75\ dm}$ d'où $XZ = \dfrac{10\,500\ dm^2}{75\ dm}$ et $XZ = 140\ dm$
$XA = \dfrac{51\ dm \times 175\ dm}{75\ dm}$ d'où $XA = \dfrac{8\,725\ dm^2}{75\ dm}$ et $XA = 119\ dm$

$\boxed{XZ = 140\ dm \text{ et } XA = 119\ dm}$

Exercices

Théorème de Thalès

Quatrieme

Exercice n° 1 : Théorème de Thalès — Épisode 1

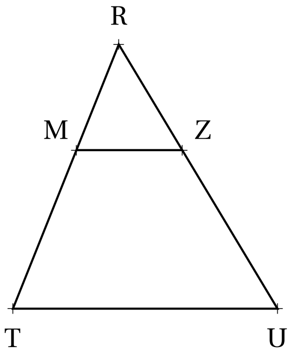
Situation n° 1

Sur la figure ci-dessous qui n'est pas tracée en vraie grandeur on sait que :

— M ∈ [RT] et Z ∈ [RU] ;

— (MZ)//(TU) ;

— RM = 8 m, RT = 20 m, RZ = 6,4 m et TU = 18 m



Calculer les valeurs exactes de RU et MZ.

Situation n° 2

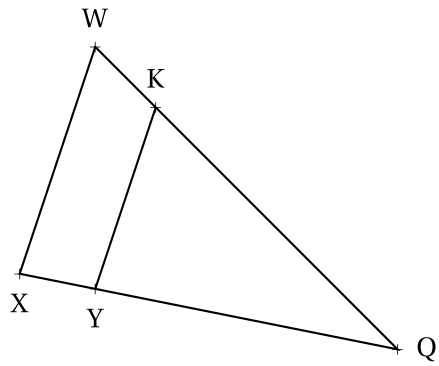
Sur la figure ci-dessous qui n'est pas tracée en vraie grandeur on sait que :

— Y ∈ [XQ] et K ∈ [WQ] ;

— (YK)//(XW) ;

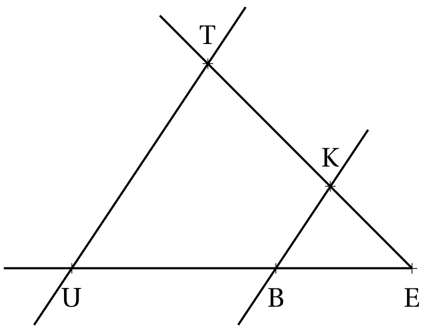
— KQ = 13 mm, WQ = 17 mm ;

— YQ = 11 mm et WX = 21 mm



Calculer les valeurs exactes puis approchée au centième près de XY et YK.

Exercice n° 2 : Théorème de Thalès — Épisode 2



Sur la figure qui n'est pas en vraies grandeurs, nous avons :

— (TK) et (UB) sont sécantes en E ;

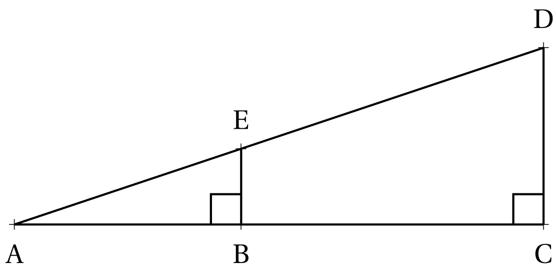
— BE = 6 m, UB = 9 m, BK = 4 m et TE = 10 m ;

— (UT)//(BK)

Calculer les valeurs exactes de UT et TK et, le cas échéant, une valeur approchée au centimètre près.

Exercice n° 3 : Un soupçon de Thalès et un peu de Pythagore

La figure ci-dessous n'est pas en vraies grandeurs.



— ABE est rectangle en B ;

— ACD est rectangle en C ;

— AB = 36 m, AE = 60 m, DC = 72 m.

Calculer les valeurs exactes de EB, BC et ED

Exercice n° 4 : Deux fois plus de Thalès

Sur la figure ci-après, qui n'est pas représentée en vraies grandeurs, nous savons que :

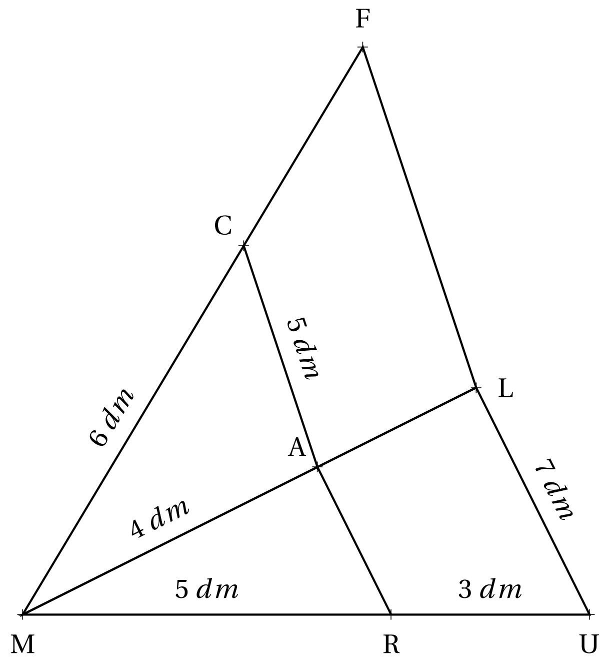
— les points M, R et U sont alignés ;

— les points M, A et L sont alignés ;

— les points M, C et F sont alignés ;

— les droites (RA) et (UL) sont parallèles ;

— les droites (CA) et (FL) sont parallèles ;



Calculer les valeurs exactes puis les valeurs approchées au dixième près des longueurs AR, AL, FL et CF.

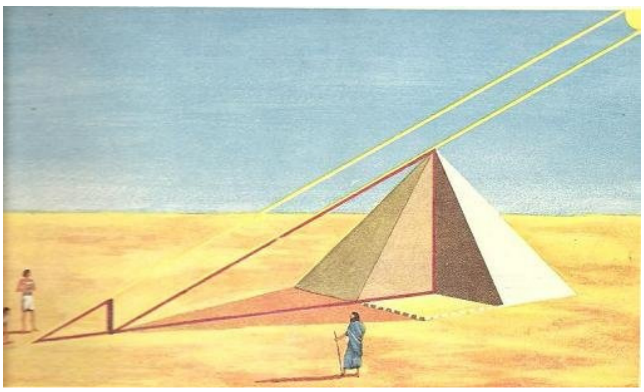
Exercice n° 5 : La légende de Thalès

La légende raconte que Thalès de Milet (-626 – -547 avant notre ère) aurait été invité par le pharaon Ahmôsis vers -560 pour honorer sa grande réputation de scientifique. Le pharaon déclara devant Thalès ne pas connaître la hauteur exacte de la grande pyramide de Khéops construite presque deux mille ans auparavant.

Thalès planta alors sa canne en plein soleil et affirma :

« Le rapport que j'entretiens avec mon ombre et le même que celui de la pyramide avec la sienne. ».

Voici quelques informations numériques (fictives) sur cette histoire (légendaire)...



— la canne de Thalès mesurait 3 coudées ;

— l'ombre de la canne au sol mesurait 5 coudées ;

— la canne se situait exactement à 465 coudées du centre de la pyramide ;

— une coudée à cette époque mesurait environ 52 cm.

Quelle mesure de la hauteur de la pyramide Thalès a-t-il réussi à effectuer ?

Exercices — Correction

Exercice n° 1 Correction

Situation n° 1

Dans le triangle TRU, $M \in [RT]$ et $Z \in [RU]$
Les droites (MZ) et (TU) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{RM}{RT} = \frac{RZ}{RU} = \frac{MZ}{TU}$$

$$\frac{8\,\text{m}}{20\,\text{m}} = \frac{6{,}4\,\text{m}}{RU} = \frac{MZ}{18\,\text{m}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$RU = \frac{6{,}4\,\text{m} \times 20\,\text{m}}{8\,\text{m}} \quad \text{d'où} \quad RU = \frac{128\,\text{m}^2}{8\,\text{m}} \quad \text{et} \quad \boxed{RU = 16\,\text{m}}$$

$$MZ = \frac{18\,\text{m} \times 8\,\text{m}}{20\,\text{m}} \quad \text{d'où} \quad MZ = \frac{144\,\text{m}^2}{8\,\text{m}} \quad \text{et} \quad \boxed{MZ = 18\,\text{m}}$$

Situation n° 2

Dans le triangle QXW, $K \in [QW]$ et $Y \in [QX]$
Les droites (KY) et (WX) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{QY}{QX} = \frac{QK}{QW} = \frac{YK}{XW}$$

$$\frac{11\,\text{mm}}{QX} = \frac{13\,\text{mm}}{17\,\text{mm}} = \frac{YK}{21\,\text{mm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$QX = \frac{11\,\text{mm} \times 17\,\text{mm}}{13\,\text{mm}} \quad \text{d'où} \quad QX = \frac{187\,\text{mm}^2}{13\,\text{mm}} \quad \text{et} \quad \boxed{QX \approx 14{,}38\,\text{mm au centième près.}}$$

$$YK = \frac{21\,\text{mm} \times 13\,\text{mm}}{17\,\text{mm}} \quad \text{d'où} \quad YK = \frac{273\,\text{mm}^2}{17\,\text{mm}} \quad \text{et} \quad \boxed{YK \approx 16{,}06\,\text{mm au centième près.}}$$

Exercice n° 2 Correction

Dans le triangle UET, $B \in [UE]$ et $K \in [TE]$
Les droites (TU) et (KB) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EB}{EU} = \frac{EK}{ET} = \frac{BK}{UT}$$

$$\frac{6\,\text{m}}{6\,\text{m} + 9\,\text{m}} = \frac{EK}{10\,\text{m}} = \frac{4\,\text{m}}{TU}$$

$$\frac{6\,\text{m}}{15\,\text{m}} = \frac{EK}{10\,\text{m}} = \frac{4\,\text{m}}{TU}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$EK = \frac{10\,\text{m} \times 6\,\text{m}}{15\,\text{m}} \quad \text{d'où} \quad EK = \frac{60\,\text{m}^2}{15\,\text{m}} \quad \text{et} \quad EK = 4\,\text{m}$$

Comme $\boxed{TK = TE - EK = 10\,\text{m} - 4\,\text{m} = 6\,\text{m}}$

$$TU = \frac{4\,\text{m} \times 15\,\text{m}}{6\,\text{m}} \quad \text{d'où} \quad TU = \frac{60\,\text{m}^2}{6\,\text{m}} \quad \text{et} \quad \boxed{TU = 10\,\text{m}}$$

Exercice n° 3 — Correction

Dans le triangle ABE rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BE^2 + BA^2 = EA^2$$
$$BE^2 + 36^2 = 60^2$$
$$BE^2 + 1296 = 3600$$
$$BE^2 = 3600 - 1296$$
$$BE^2 = 2304$$
$$BE = \sqrt{2304}$$
$$BE = 48$$

$\boxed{BE = 48\,\text{m}}$

Comme ABE est rectangle en E et ACD est rectangle en C, les droites (EB) et (CD) sont perpendiculaires à la droite (AC).

On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Ainsi (EB)//(CD).

Dans le triangle ACD, $B \in [AC]$ et $E \in [AD]$
Les droites (EB) et (CD) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{36\,\text{m}}{AC} = \frac{60\,\text{m}}{AD} = \frac{48\,\text{m}}{72\,\text{m}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$AC = \frac{36\,\text{m} \times 72\,\text{m}}{48\,\text{m}} \quad \text{d'où} \quad AC = \frac{2592\,\text{m}^2}{48\,\text{m}} \quad \text{et} \quad \boxed{AC = 54\,\text{m}}$$

$$AD = \frac{60\,\text{m} \times 72\,\text{m}}{48\,\text{m}} \quad \text{d'où} \quad AD = \frac{4320\,\text{m}^2}{48\,\text{m}} \quad \text{et} \quad \boxed{AD = 90\,\text{m}}$$

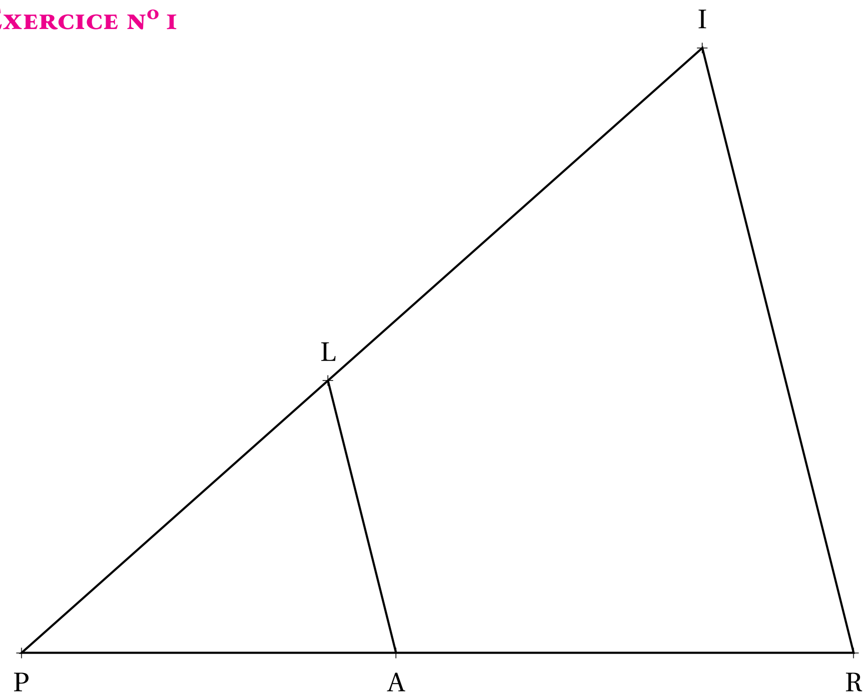
Exercice n° 4 — Correction

Exercice n° 5 — Correction

Évaluation

Quatrieme

Exercice n° 1 *(7,5 points)*

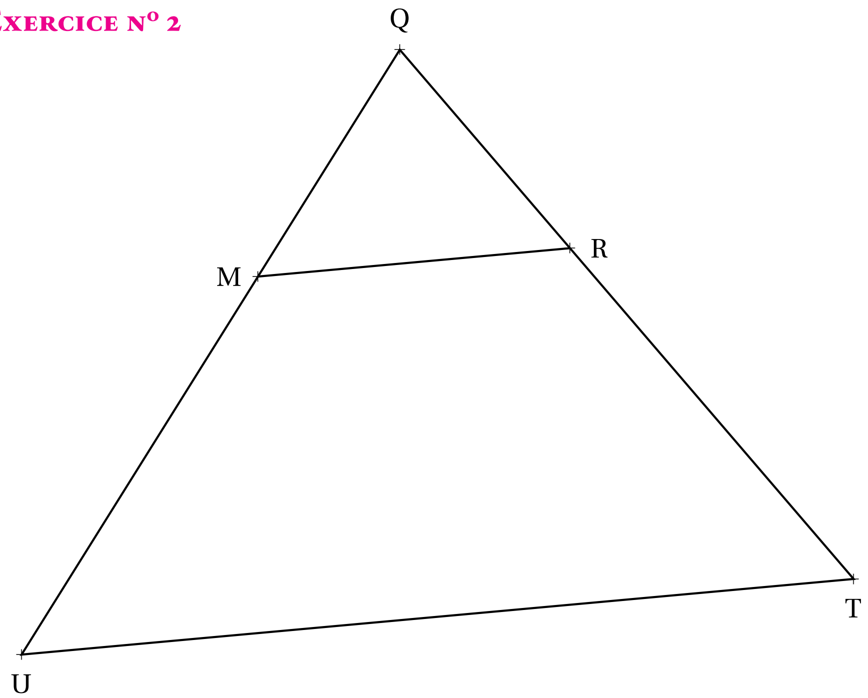


Sur la figure ci-contre, qui n'est pas tracée en vraie grandeur, on sait que :

- $L \in [PI]$ et $A \in [PR]$;
- $PA = 70\,\text{dm}$, $PI = 126\,\text{dm}$;
- $LA = 50\,\text{dm}$, $RI = 105\,\text{dm}$;
- $(LA) // (IR)$.

Calculer les valeurs exactes de PR et PL.

Exercice n° 2 *(7,5 points)*



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas tracée en vraie grandeur, on sait que :

- $M \in [QU]$ et $R \in [QT]$;
- $QM = 5\,\text{m}$, $MU = 4{,}5\,\text{m}$;
- $QT = 13{,}3\,\text{m}$, $MR = 6\,\text{m}$;
- $(MR) // (UT)$.

Calculer les valeurs exactes de RT et UT.

☞ Évaluation — Correction ☜

Exercice n° 1 — Correction

Dans PIR, L ∈ [PI] et A ∈ [PR].

Les droites (LA) et (IR) sont parallèles.

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{PL}{PI} = \frac{PA}{PR} = \frac{LA}{IR}$$

$$\frac{PL}{126\,\text{dm}} = \frac{70\,\text{dm}}{PR} = \frac{50\,\text{dm}}{105\,\text{dm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$PL = \frac{126\,\text{dm} \times 50\,\text{dm}}{105\,\text{dm}} \quad \text{d'où} \quad PL = \frac{6300\,\text{dm}^2}{105\,\text{dm}} \quad \text{et} \quad \boxed{PL = 60\,\text{dm}}$$

$$PR = \frac{70\,\text{dm} \times 105\,\text{dm}}{50\,\text{dm}} \quad \text{d'où} \quad PR = \frac{7350\,\text{dm}^2}{50\,\text{dm}} \quad \text{et} \quad \boxed{PR = 147\,\text{dm}}$$

Exercice n° 2 — Correction

Dans QUT, M ∈ [QU] et R ∈ [QT].

Les droites (MR) et (UT) sont parallèles.

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{QM}{QU} = \frac{QR}{QT} = \frac{MR}{UT}$$

$$\frac{5\,\text{m}}{5\,\text{m} + 4{,}5\,\text{m}} = \frac{QR}{13{,}3\,\text{m}} = \frac{6\,\text{m}}{UT}$$

$$\frac{5\,\text{m}}{9{,}5\,\text{m}} = \frac{QR}{13{,}3\,\text{m}} = \frac{6\,\text{m}}{UT}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$QR = \frac{13{,}3\,\text{m} \times 5\,\text{m}}{9{,}5\,\text{m}} \quad \text{d'où} \quad QR = \frac{66{,}5\,\text{m}^2}{9{,}5\,\text{m}} \quad \text{et} \quad \boxed{QR = 7\,\text{m}}$$

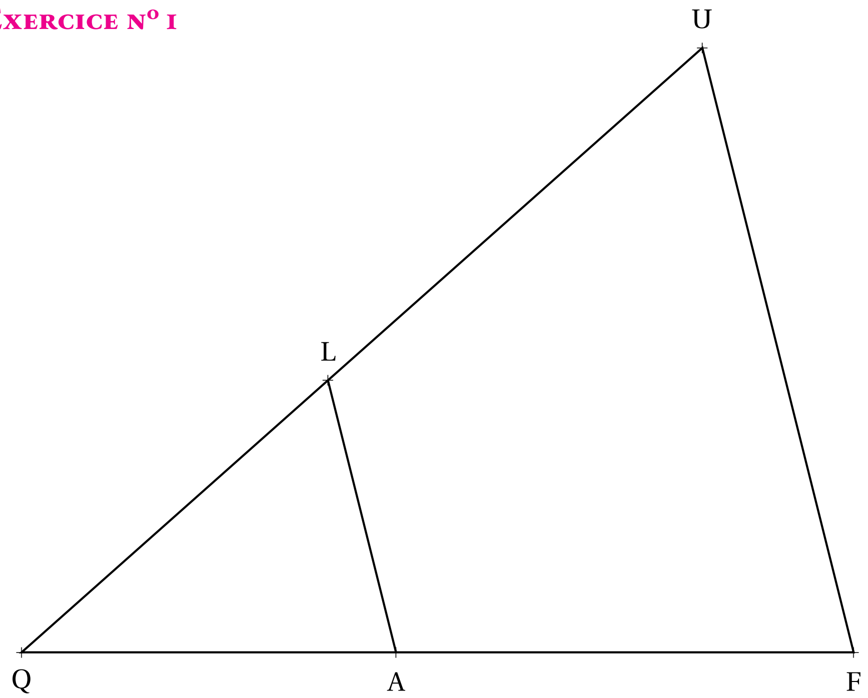
$$UT = \frac{6\,\text{m} \times 9{,}5\,\text{dm}}{5\,\text{m}} \quad \text{d'où} \quad UT = \frac{57\,\text{m}^2}{5\,\text{dm}} \quad \text{et} \quad \boxed{UT = 11{,}4\,\text{m}}$$

Évaluation

Quatrieme

Exercice nº 1

(7,5 points)



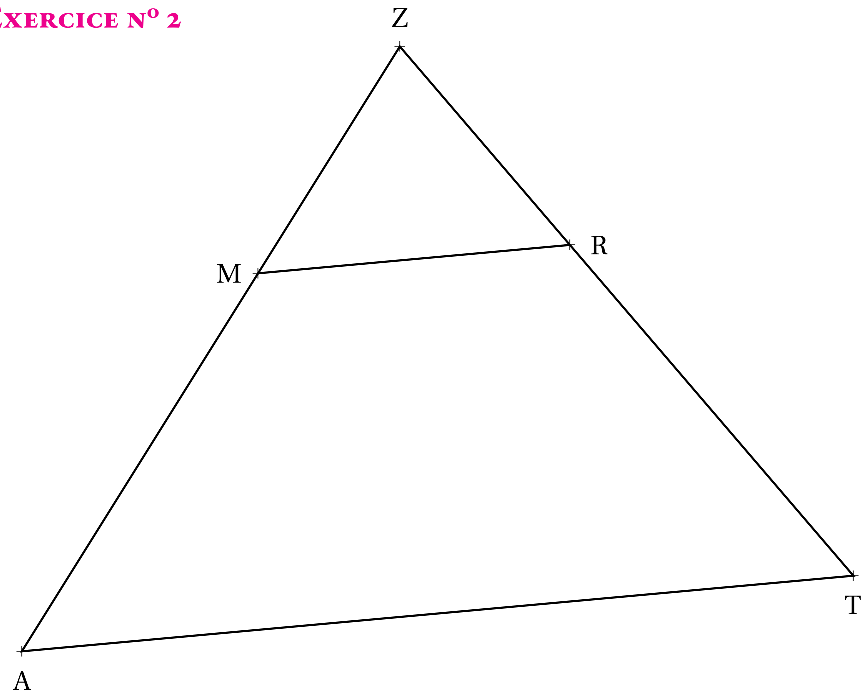
Sur la figure ci-contre, qui n'est pas tracée en vraie grandeur, on sait que :

— $L \in [QU]$ et $A \in [QR]$;
— $QA = 80\,dm$, $QU = 168\,dm$;
— $LA = 60\,dm$, $FU = 126\,dm$;
— $(LA)//(UF)$.

Calculer les valeurs exactes de QF et QL.

Exercice nº 2

(7,5 points)



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas tracée en vraie grandeur, on sait que :

— $M \in [ZA]$ et $R \in [ZT]$;
— $ZM = 7\,m$, $MA = 6{,}3\,m$;
— $ZT = 15{,}2\,m$, $MR = 8\,m$;
— $(MR)//(AT)$.

Calculer les valeurs exactes de RT et AT.

Évaluation — Correction

Exercice n° 1 — Correction

Dans QUF, $L \in [QU]$ et $A \in [QF]$.

Les droites (LA) et (UF) sont parallèles.

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{QL}{QU} = \frac{QA}{QF} = \frac{LA}{UF}$$

$$\frac{QL}{168\,\text{dm}} = \frac{80\,\text{dm}}{QF} = \frac{60\,\text{dm}}{126\,\text{dm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$QL = \frac{168\,\text{dm} \times 60\,\text{dm}}{126\,\text{dm}} \quad \text{d'où} \quad QL = \frac{10\,080\,\text{dm}^2}{126\,\text{dm}} \quad \text{et} \quad \boxed{QL = 80\,\text{dm}}$$

$$QF = \frac{80\,\text{dm} \times 126\,\text{dm}}{60\,\text{dm}} \quad \text{d'où} \quad QF = \frac{10\,080\,\text{dm}^2}{60\,\text{dm}} \quad \text{et} \quad \boxed{QF = 168\,\text{dm}}$$

Exercice n° 2 — Correction

Dans ZAT, $M \in [ZA]$ et $R \in [ZT]$.

Les droites (MR) et (AT) sont parallèles.

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{ZM}{ZA} = \frac{ZR}{ZT} = \frac{MR}{AT}$$

$$\frac{7\,\text{m}}{7\,\text{m} + 6{,}3\,\text{m}} = \frac{ZR}{15{,}2\,\text{m}} = \frac{8\,\text{m}}{AT}$$

$$\frac{7\,\text{m}}{13{,}3\,\text{m}} = \frac{ZR}{15{,}2\,\text{m}} = \frac{8\,\text{m}}{AT}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

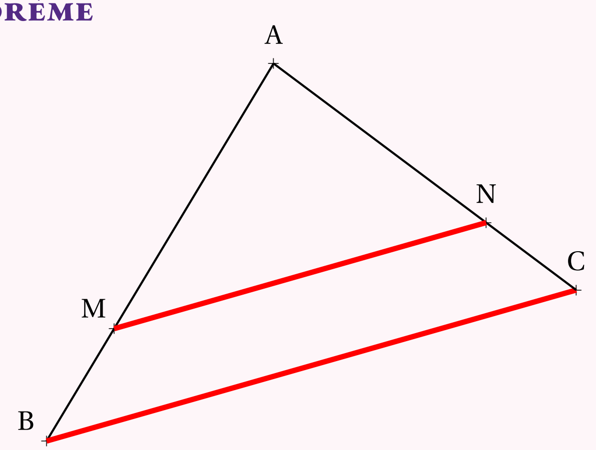
$$ZR = \frac{15{,}2\,\text{m} \times 7\,\text{m}}{13{,}3\,\text{m}} \quad \text{d'où} \quad ZR = \frac{106{,}4\,\text{m}^2}{13{,}3\,\text{m}} \quad \text{et} \quad \boxed{ZR = 8\,\text{m}}$$

$$AT = \frac{8\,\text{m} \times 13{,}3\,\text{dm}}{7\,\text{m}} \quad \text{d'où} \quad AT = \frac{106{,}4\,\text{m}^2}{7\,\text{dm}} \quad \text{et} \quad \boxed{AT = 15{,}2\,\text{m}}$$

Le théorème de Thalès

Version quatrième

Le théorème



Si dans un triangle ABC, M ∈ [AB], N ∈ [AC] et (MN)//(BC)
Alors

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Remarque :
Cette égalité signifie que les longueurs AM, AN et MN sont proportionnelles aux longueurs AB, AC et BC. Elle signifie aussi que le triangle ABC est un agrandissement du triangle AMN ou que AMN est une réduction de ABC.

La règle de trois et égalité des produits en croix

Les produits en croix

Deux fractions sont égales si et seulement si les produits en croix sont égaux.
a, b, c et d des nombres non nuls.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \textbf{ si et seulement si } a \times d = b \times c$$

La règle de trois

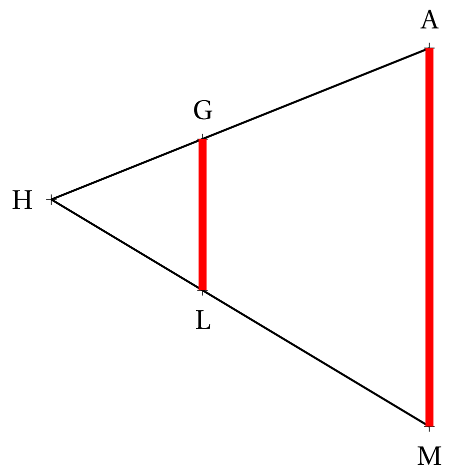
a, b et c des nombres connus non nuls.
Le nombre x vérifiant $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ est $x = \frac{b \times c}{a}$

Exemple :

On sait que :

- G ∈ [HA] et L ∈ [HM]
- (GL)//(AM)
- HL = 4 cm, HA = 12 cm,
- GL = 3 cm, AM = 15 cm

On veut calculer HG **et** HM**.**



Dans le triangle HAM on sait que G ∈ [HA] et L ∈ [HM]
Les droites (GL) et (AM) sont parallèles,
D'après le **théorème de Thalès** on a :

$$\frac{HL}{HM} = \frac{HG}{HA} = \frac{LG}{MA}$$

$$\frac{4\ cm}{HM} = \frac{HG}{12\ cm} = \frac{3\ cm}{15\ cm}$$

Comme $\frac{3\ cm}{15\ cm} = \frac{4\ cm}{HM}$ on a HM $= \frac{4\ cm \times 15\ cm}{3\ cm} = \frac{60}{3}\ cm = \boxed{20\ cm}$

Comme $\frac{3\ cm}{15\ cm} = \frac{HG}{12\ cm}$ on a HG $= \frac{12\ cm \times 3\ cm}{15\ cm} = \frac{36}{15}\ cm = \boxed{2{,}4\ cm}$

Remarques et intentions pédagogiques

[1] **Activité — Le mur**

Mes intentions sont claires !

[1]Raisonnons par l'absurde sur un exemple générique. Si le quotient $20 \div 0$ avait un sens alors $0 \times (20 \div 0) = 20$. Or comme pour tout nombre x on a $0 \times x = 0$, l'égalité $0 \times x = a$ n'est vérifiée que pour $a = 0$. Ce qui signifie en toute rigueur que seul le quotient de 0 par 0 aurait un sens. Cependant par l'absurde on aurait $0 \times (0 \div 0) = 0$ mais ce quotient peut dans ce cas prendre la valeur réelle de notre choix... Ce qui rend absurde son existence !

[2]De plus $\dfrac{15}{5} = 3$ et $\dfrac{3}{1} = 3$: il n'y a donc pas unicité de la fraction $\dfrac{a}{b}$ telle que $b \times \dfrac{a}{b} = a$

[3]Certains nombres ne sont pas rationnels comme pa $\sqrt{2}$, π, $cos(10°)$...

[4]Je me restreins au cas des fractions, c'est-à-dire avec un numérateur et dénominateur entier. Avec des quotients et a, b et k des réels quelconques non nul cette propriété reste bien sûr vraie !

[5]L'identification précédente entre $\dfrac{5}{3}$ et $\dfrac{45}{27}$ repose sur l'intégrité de l'anneau des nombres rationnels.

En effet comme $27 \times \dfrac{5}{3} = 45$ et $27 \times \dfrac{45}{27} = 45$ on peut écrire $27 \times \dfrac{5}{3} - 27 \times \dfrac{45}{27} = 0$

Ainsi $27\left(\dfrac{5}{3} - \dfrac{45}{27}\right) = 0$ ce qui pour des raisons d'intégrité oblige $\dfrac{5}{3} = \dfrac{45}{27}$.

On utilise l'intégrité de l'anneau des rationnels dans la plupart des démonstrations de ce chapitre.
Il paraît bien difficile de parler de cela à des collégiens !

[1] **Activité — Un pavage du plan**

Mes intentions sont claires

[1] **Activité — Parallèles et longueurs**

Mes intentions sont claires

Chapitre VI

Repérage dans le pavé droit

Sommaire

I — Repérage dans le plan

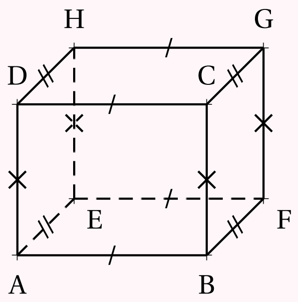
À rédiger !

II — Repérage dans l'espace

À rédiger !

Repérage dans le pavé droit

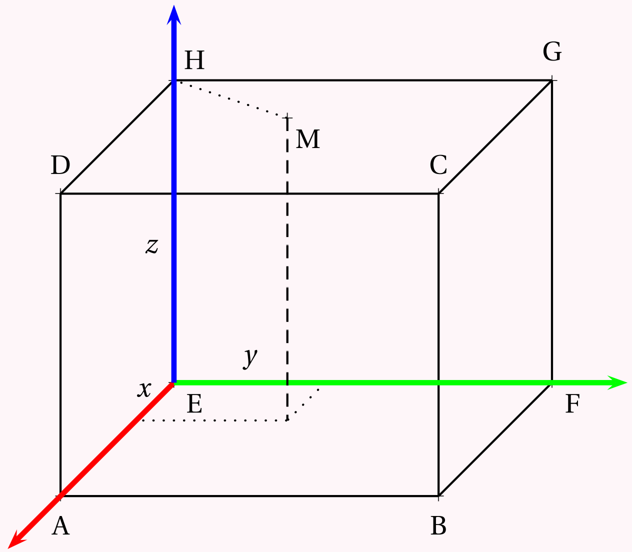
Le pavé droit



Le **pavé droit** ou **parallélépipède rectangle** est un solide de la famille des **prismes droits** .

Il possède 6 **faces** rectangulaires superposables deux à deux, 8 **sommets** , 12 **arêtes** .

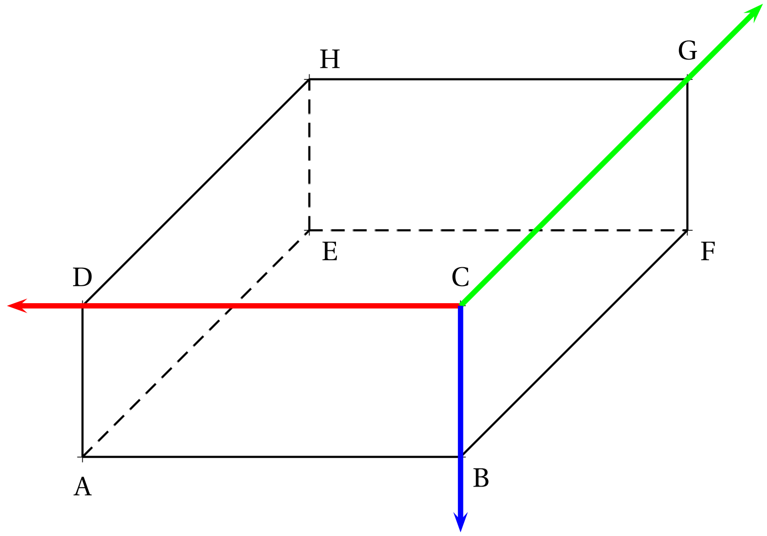
Repérage dans le pavé droit



On choisit un repère dans le pavé droit, par exemple :

- E est l'origine du repère ;
- (EA) est l'**axe des abscisses** ;
- (EF) est l'**axe des ordonnées** ;
- (EH) est l'**axe des altitudes ou des côtes** .

Un point M situé dans le pavé droit peut être repéré par ses coordonnées M$(x; y; z)$ où x est l'abscisse, y l'ordonnée et z l'altitude du point M.



Remarques et intentions pédagogiques

[1] **Activité — Le mur**

Mes intentions sont claires !

[1]Raisonnons par l'absurde sur un exemple générique. Si le quotient $20 \div 0$ avait un sens alors $0 \times (20 \div 0) = 20$. Or comme pour tout nombre x on a $0 \times x = 0$, l'égalité $0 \times x = a$ n'est vérifiée que pour $a = 0$. Ce qui signifie en toute rigueur que seul le quotient de 0 par 0 aurait un sens. Cependant par l'absurde on aurait $0 \times (0 \div 0) = 0$ mais ce quotient peut dans ce cas prendre la valeur réelle de notre choix... Ce qui rend absurde son existence !

[2]De plus $\dfrac{15}{5} = 3$ et $\dfrac{3}{1} = 3$: il n'y a donc pas unicité de la fraction $\dfrac{a}{b}$ telle que $b \times \dfrac{a}{b} = a$

[3]Certains nombres ne sont pas rationnels comme pa $\sqrt{2}$, π, $cos(10°)$...

[4]Je me restreins au cas des fractions, c'est-à-dire avec un numérateur et dénominateur entier. Avec des quotients et a, b et k des réels quelconques non nul cette propriété reste bien sûr vraie !

[5]L'identification précédente entre $\dfrac{5}{3}$ et $\dfrac{45}{27}$ repose sur l'intégrité de l'anneau des nombres rationnels.

En effet comme $27 \times \dfrac{5}{3} = 45$ et $27 \times \dfrac{45}{27} = 45$ on peut écrire $27 \times \dfrac{5}{3} - 27 \times \dfrac{45}{27} = 0$

Ainsi $27\left(\dfrac{5}{3} - \dfrac{45}{27}\right) = 0$ ce qui pour des raisons d'intégrité oblige $\dfrac{5}{3} = \dfrac{45}{27}$.

On utilise l'intégrité de l'anneau des rationnels dans la plupart des démonstrations de ce chapitre.
Il paraît bien difficile de parler de cela à des collégiens !

[1] **Activité — Un pavage du plan**

Mes intentions sont claires

[1] **Activité — Parallèles et longueurs**

Mes intentions sont claires

Chapitre VII

Les puissances de 10

Sommaire

Situation initiale : Le coeur de mon arrière-grand-mère

Mon arrière-grand-mère vient de fêter ses 97 ans.
Je me demande combien de fois son coeur a battu depuis sa naissance.

Donner un ordre de grandeur de ce nombre.

Situation initiale : La légende du jeu d'échecs

La légende la plus célèbre sur l'origine du jeu d'échecs raconte l'histoire d'un roi légendaire des Indes (appelé Balhait ou Shihram suivant les versions de la légende) qui cherchait à tout prix à tromper son ennui. Il promit donc une récompense exceptionnelle à qui lui proposerait une distraction qui le satisferait.
Lorsque le sage Sissa, fils du Brahmane Dahir, lui présenta le jeu d'échecs, le souverain, enthousiaste, demanda à Sissa ce que celui-ci souhaitait en échange de ce cadeau extraordinaire.
Humblement, Sissa demanda au prince de déposer un grain de riz sur la première case, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, et ainsi de suite pour remplir l'échiquier en doublant la quantité de grain à chaque case. Le prince accorda immédiatement cette récompense en apparence modeste, mais son conseiller lui expliqua qu'il venait de signer la mort du royaume car les récoltes de l'année ne suffiraient à s'acquitter du prix du jeu.

1. Sachant que le jeu d'échec se joue sur un plateau de 64 cases, donner un ordre de grandeur du nombre de grains de riz sur la dernière case.

2. On sait qu'un grain de riz à une masse de $0,02\ g$. Quelle serait la masse en tonnes de riz présent sur la dernière case ?

3. En décembre 2019 la tonne de riz se vendait en moyenne au prix de 390 €. En 2019 le PIB (Produit Intérieur Brut) des États-Unis s'élevait à 19 210 milliards d'euros. Comparer le prix du riz sur la dernière case avec le PIB des États-Unis.

☞ **Intentions pédagogiques et éléments de correction : Le coeur de mon arrière-grand-mère**

Cette activité permet de manipuler des grands nombres et de comprendre la notion d'ordre de grandeur. Les calculatrices récentes donnent la réponse à cet exercice sous forme d'un nombre décimal. Cependant, en fonction des choix effectués par l'élève (nombre de battements par minutes, considération des années bissextiles...), le résultat final n'est pas le même. On peut même indiquer que, bien que ce nombre de battements soit définis en tant que nombre, il est inaccessible par le calcul.
Les élèves se demandent souvent comment savoir combien de fois bat un coeur par minute, certains envisagent un battement par seconde. En faisant référence au cours d'EPS on peut leur demander de prendre leur poul pour obtenir cette grandeur manquante.
L'idée est également d'utiliser le résultat final pour obtenir à la calculatrice un nombre dont l'écriture sera une écriture scientifique et de commencer à raisonner sur le fait que la calculatrice affiche des nombres dont on ne comprend pas encore le sens.

On peut faire plusieurs hypothèses sur le nombre de battements par minute du coeur de mon arrière-grand-mère.
Imaginons que le battement moyen de son coeur a été de 75 battements par minute.
Comme $1\ h = 60\ min$, $1\ j = 24\ h$, $1\ a = 365\ j$, le nombre de battements total sur l'ensemble de sa vie est donné par :
$75 \times 60 \times 24 \times 365 \times 97 = 3\,823\,740\,000$
En faisant varier le nombre de battements par minute on obtient :
$65 \times 60 \times 24 \times 365 \times 97 = 3\,313\,908\,000$
$85 \times 60 \times 24 \times 365 \times 97 = 4\,333\,572\,000$
$95 \times 60 \times 24 \times 365 \times 97 = 4\,843\,404\,000$
$100 \times 60 \times 24 \times 365 \times 97 = 5\,098\,320\,000$
En tenant compte des années bissextiles :
$75 \times 60 \times 24 \times 365,25 \times 97 = 3\,826\,359\,000$

Un ordre de grandeur du nombre de battements de coeur pourrait être $4\,500\,000\,000$.

Pour forcer l'écriture scientifique à la calculatrice, je demande aux élèves de multiplier le nombre précédent par 100.
On obtient $4\,500\,000\,000 \times 100 = 450\,000\,000\,000$ la calculatrice affiche $4,5 \times 10^{11}$.
C'est l'occasion de se demander ce que signifie cette nouvelle écriture, le sens du 10 et de l'exposant 11.

I — Exposant et puissances - Définition

❧ DÉFINITION 7.1 : Puissances d'un nombre

a un nombre quelconque et n un nombre entier positif supérieur ou égal à 2.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{\text{n fois}}$$

On dit a **exposant** n.

n est **l'exposant** de a^n et a^n est une **puissance** de a.

EXEMPLES :

$3^2 = 3 \times 3 = 9$

Ne pas confondre $3^2 = 9$ et $3 \times 2 = 6$. En effet $3^2 = \underbrace{3 \times 3}_{\text{2 fois}}$ et $3 \times 2 = \underbrace{3 + 3}_{\text{2 fois}}$

$7^5 = \underbrace{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}_{\text{5 fois}} = 16\,807$

$2{,}4^3 = \underbrace{2{,}4 \times 2{,}4 \times 2{,}4}_{\text{3 fois}} = 13{,}824$

$(-2)^5 = \underbrace{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)}_{\text{5 fois}} = -32$

$(-1)^{2020} = 1$ et $(-1)^{2019} = -1$: le signe dépend de la parité de l'exposant !

$0^{15} = \underbrace{0 \times 0 \times \ldots \times 0}_{\text{15 fois}} = 0$

II — Les puissances de 10

À rédiger !

III — Quelques propriétés opératoires

À rédiger !

IV — L'écriture scientifique

❧ **Définition 7.2 : Écriture scientifique**

Un nombre décimal peut s'écrire sous la forme : $\pm a \times 10^n$

Où a est un nombre tel que $1 \leqslant a < 10$ et n un entier relatif.
a est la **mantisse** du nombre et le nombre de chiffre après la virgule indique la **précision** .

Exemples :

$2\,020 = 2,02 \times 10^3$
$0,007 = 7 \times 10^{-3}$
$3,141\,59 = 3,14159 \times 10^0$
$123\,000\,000\,000 = 1,23 \times 10^{11}$
$0,000\,000\,006\,7 = 6,7 \times 10^{-9}$ **Remarque :**
L'écriture scientifique permet de noter facilement des nombres dont l'écriture décimale demande beaucoup de chiffres.
La **mantisse** peut être plus ou moins précise.
La puissance de 10 utilisée est très importante, elle permet d'avoir un ordre de grandeur du résultat et de comparer des nombres entre eux. **Exemple :**
L'eau est constituée d'hydrogène H et d'oxygène O. La molécule d'eau s'écrit H^2O ce qui signifie que un atome d'oxygène est lié à deux atomes d'hydrogène.

Un atome d'oxygène à une masse de $0,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,026\ g = 2,6 \times 10^{-23}\ g$.
Un atome d'hydrogène à une masse de $0,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,001\,67\ g = 1,67 \times 10^{-24}\ g$.

On remarque les ordres de grandeurs : l'oxygène est plus de 10 fois plus lourd que l'hydrogène, $10^{-23} = 10^{-24} \times 10$

La masse d'une molécule d'eau est donc $2 \times 1,67 \times 10^{-24}\ g + 2,6 \times 10^{-23}\ g = 3,34 \times 10^{-24}\ g + 26 \times 10^{-24}\ g$.
Vous avez remarqué au passage que $2,6 \times 10^{-23} = 26 \times 10^{-24}$ car $26 = 10 \times 2,6$.

La masse d'une molécule d'eau est donc d'environ $29,34 \times 10^{-24}\ g = 2,934 \times 10^{-23}$

Un litre d'eau a une masse d'environ $1\ kg = 1\,000\ g$ à 20řC.

Pour calculer un ordre de grandeur du nombre de molécules d'eau dans un litre il suffit d'effectuer le quotient : $1\,000\ g \div 2,934 \times 10^{-23}$

La calculatrice répond environ $3,408 \times 10^{25}$ molécules soit $34\,080\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$ molécules !

❈ Exercices ❈

Exercice n° 7.1 : Puissance – Définition

Écrire sous de forme de puissance puis calculer la valeur décimale sans calculatrice.

$A = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
$B = 3 \times 3 \times 3 \times 3$
$C = (-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)$
$D = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2)$
$E = 2 \times 4 \times 16 \times 32$
$F = 3 \times 9 \times 27 \times 81$
$G = 10 \times 10 \times 10 \times 10$
$H = 0,1 \times 0,1 \times 0,1 \times 0,1$
$I = 10 \times 100 \times 1\,000 \times 10\,000$

Exercice n° 7.2 : Puissances – Définition – Épisode 2

Calculer la valeur décimale sans calculatrice

$A = 2^6$
$B = 3^4$
$C = 5^3$
$D = 0^{10}$
$E = (-2)^7$
$F = (-3)^4$
$G = (-5)^3$
$H = (-1)^{2019}$
$I = (-1)^{2020}$
$J = 0,5^3$
$K = 0,3^4$
$L = (-0,2)^6$

Exercice n° 7.3 : Puissances de 10

Calculer la valeur décimale sans calculatrice.

$A = 10^4$
$B = 10^9$
$C = 10^{12}$
$D = 10^3 \times 10^4$
$E = 10^7 \times 10^5$
$F = 10^5 \times 10^5 \times 10^5$
$G = \frac{10^3}{10^2}$
$H = \frac{10^7}{10^5}$
$I = \frac{10^3}{10^5}$

Exercice n° 7.4 : Puissance de 10 – Épisode 2

Écrire sous forme de puissance de 10.

$A = 10^3 \times 10^7$
$B = 10^5 \times 10^7 \times 10^9$
$C = 10^{13} \times 10^{29}$
$E = \frac{10^9}{10^5}$
$F = \frac{10^{12}}{10^3}$
$G = \frac{10^3}{10^2}$
$H = \frac{10^5}{10^5}$
$I = \frac{10^7}{10^9}$
$J = \frac{10^5}{10^{10}}$

Exercice n° 7.5 : Puissance de 10 – Épisode 3

Écrire sous forme décimale sans calculatrice.

$A = 10^{13}$
$B = 10^1$
$C = 10^0$
$E = 10^{-1}$
$F = 10^{-5}$
$G = 10^5 \times 10^7$
$H = 10^3 \times 10^5 \times 10^2$
$I = 10^{-3} \times 10^7$
$J = 10^{-5} \times 10^{-7}$
$K = \frac{10^4}{10^8}$
$L = \frac{10^{-7}}{10^9}$
$M = \frac{10^{-5}}{10^{-10}}$

Exercice n° 7.6 : **Compter jusqu'à un milliard**

On se demande combien de temps il faudrait pour compter jusqu'à un milliard !
Dire certains nombres prend du temps, par exemple 978 797 469 : neuf-cent-soixante-dix-huit-millions-sept-cent-quatre-vingt-dix-sept-mille-quatre-cent-soixante-neuf, doit bien prendre quelques secondes pour être nommé.
Imaginons que vous décidiez de compter jusqu'à un milliard en passant 16 h par jour à cette activité (il faut bien manger, dormir...). On peut considérer qu'il faut environ 2 s pour chaque nombre.
Combien de temps allez-vous passer à cette tâche ? (en secondes, minutes, heures, jours, mois, années)

Exercice n° 7.7 : **Écriture décimale et scientifique**

Écrire sous forme décimale les nombres suivants écrits sous forme scientifique :

$A = 2,02 \times 10^3$
$B = 7 \times 10^{-3}$
$C = 3,14159 \times 10^0$
$D = 1,2345 \times 10^9$

$E = 7,3 \times 10^{-12}$
$F = 7,89 \times 10^{15}$
$G = 3,098 \times 10^{-11}$
$H = 1,234\,567\,89 \times 10^{11}$

Exercice n° 7.8 : **Écriture scientifique et décimale**

Écrire sous forme scientifique les nombres suivants :

A = 2 021
B = 0,000 007
C = 2,718 28
D = 1 234 567 890

E = 0,000 000 670 9
F = 5 670 000 000 000 000
G = 0,000 000 000 000 4
H = 20 200 000 000 000 000

Exercice n° 7.9 : **Bételgeuse**

Bételgeuse est une étoile, une supergéante rouge, dans la constellation d'Orion. Elle se situe à environ 647 $a.l.$ de la terre. L'année lumière ($a.l.$) est une unité de mesure astronomique qui correspond à la distance parcourue en un an par la lumière.

1. Sachant que la lumière parcoure environ 3×10^5 km chaque seconde, donner une écriture scientifique de la distance parcourue en une année en kilomètres.

2. Donner une écriture scientifique de la distance entre Bételgeuse et la Terre en kilomètres.

3. Bételgeuse a un rayon environ 1 000 fois plus grand que celui du Soleil. Le Soleil à un rayon d'environ 7×10^5 km.
Donner l'écriture scientifique du rayon de Bételgeuse en kilomètres.

4. Bételgeuse est une étoile jeune, elle a environ 8×10^6 a (a désigne le préfixe pour année). Elle devrait disparaître dans les jours qui viennent ou plus surement dans une centaine de millier d'années au maximum. Les scientifiques surveillent cette étoile qui pourrait devenir une supernova ce qui illuminerait le ciel nocturne de la Terre.
Le Soleil a déjà 5×10^9 a, il en est à la moitié de sa vie.
Comparer les durées de vie de ces deux étoiles et dire combien de fois plus aura existé le Soleil par rapport à Bételgeuse.

Exercice n° 7.1 : Puissance – Définition

Correction

Écrire sous de forme de puissance puis calculer la valeur décimale sans calculatrice.

$A = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$

$B = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

$C = (-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1) = (-1)^6 = 1$ car 6 est pair.

$D = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = (-2)^5 = -2^5 = -32$ car 5 est impair et $2^5 = 32$.

$E = 2 \times 4 \times 16 \times 32 = 2 \times 2^2 \times 2^4 \times 2^5 = \underbrace{2 \times \ldots 2}_{12 \text{ fois}} = 2^{12} = 4\,096$

$F = 3 \times 9 \times 27 \times 81 = 3^1 \times 3^2 \times 3^3 \times 3^4 = 3^{10} = 59\,049$

$G = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4 = 10\,000$

$H = 0,1 \times 0,1 \times 0,1 \times 0,1 = 0,1^4 = 0,000\,1$

$I = 10 \times 100 \times 1\,000 \times 10\,000 = 10^1 \times 10^2 \times 10^3 \times 10^4 = 10^{10} = 10\,000\,000\,000$

Exercice n° 7.2 : Puissances – Définition – Épisode 2

Correction

Calculer la valeur décimale sans calculatrice

$A = 2^6 = 64$

$B = 3^4 = 81$

$C = 5^3 = 125$

$D = 0^{10} = 0$

$E = (-2)^7 = -2^7 = -128$ car 7 est impair !

$F = (-3)^4 = 3^4 = 81$ car 4 est pair !

$G = (-5)^3 = -5^3 = -125$ car 3 est impair !

$H = (-1)^{2019} = -1$ car 2019 est impair !

$I = (-1)^{2020} = 1$ car 2020 est pair !

$J = 0,5^3 = \left(\frac{5}{10}\right)^3 = \frac{5^3}{10^3} = \frac{125}{1\,000} = 0,125$

$K = 0,3^4 = \frac{3^4}{10^4} = \frac{81}{10\,000} = 0,008\,1$

$L = (-0,2)^6 = 0,2^6 = 0,000\,064$

Exercice n° 7.3 : Puissances de 10

Correction

Calculer la valeur décimale sans calculatrice.

$A = 10^4 = 10\,000$

$B = 10^9 = 1\,000\,000\,000$

$C = 10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$

$D = 10^3 \times 10^4 = 10^7 = 10\,000\,000$

$E = 10^7 \times 10^5 = 10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$

$F = 10^5 \times 10^5 \times 10^5 = 10^{15} = 1\,000\,000\,000\,000\,000$

$G = \frac{10^3}{10^2} = \frac{10 \times 10 \times 10}{10 \times 10} = 10$

$H = \frac{10^7}{10^5} = \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = 10^2 = 100$

$I = \frac{10^3}{10^5} = \frac{10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{100} = 0,01$

Exercice n° 7.4 : Puissance de 10 – Épisode 2

Correction

Écrire sous forme de puissance de 10.

$A = 10^3 \times 10^7 = 10^{10}$

$B = 10^5 \times 10^7 \times 10^9 = 10^{21}$

$C = 10^{13} \times 10^{29} = 10^{42}$

$E = \frac{10^9}{10^5} = 10^4$

$F = \frac{10^{12}}{10^3} = 10^9$

$G = \frac{10^3}{10^2} = 10^1$

$H = \frac{10^5}{10^5} = 10^0$

$I = \frac{10^7}{10^9} = 10^{-2}$

$J = \frac{10^5}{10^{10}} = 10^{-5}$

Exercice n° 7.5 : Puissance de 10 – Épisode 3 — Correction

Écrire sous forme décimale sans calculatrice.

$A = 10^{13} = 10\,000\,000\,000\,000$

$B = 10^1 = 10$

$C = 10^0 = 1$

$E = 10^{-1} = 0,1$

$F = 10^{-5} = 0,000\,01$

$G = 10^5 \times 10^7 = 10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$

$H = 10^3 \times 10^5 \times 10^2 = 10^{10} = 10\,000\,000\,000$

$I = 10^{-3} \times 10^7 = 10^4 = 10\,000$

$J = 10^{-5} \times 10^{-7} = 10^{-12} = 0,000\,000\,000\,001$

$K = \frac{10^4}{10^8} = 10^{-4} = 0,000\,1$

$L = \frac{10^{-7}}{10^9} = 10^{-16} = 0,000\,000\,000\,000\,000\,1$

$M = \frac{10^{-5}}{10^{-10}} = 10^{-5-(-10)} = 10^5 = 100\,000$

Exercice n° 7.6 : Compter jusqu'à un milliard — Correction

Il faut 2 s par nombre. Il faut compter un milliard de nombres. Il faut donc deux milliards de secondes.

Nous allons compter 16 h par jour.
$1\ h = 60\ min$ donc $16\ h = 960\ min$.
$1\ min = 60\ s$ donc $16\ h = 960\ min = 57\,600\ s$

$2\,000\,000\,000\ s \div 57\,600\ s \approx 34\,722$ jours.
Plus précisément $2\,000\,000\,000\ s = 57\,600\ s \times 34\,722 + 12\,800\ s$
Or $12\,800\ s = 60\ s \times 213 + 20\ s$ donc $12\,800\ s = 213\ min\ 20\ s = 3\ h\ 23\ min\ 20\ s$.

$34\,722\ j = 365 \times 95 + 47\ j$.

Il faut donc un peu plus de 95 ans pour compter jusqu'à un milliard, exactement $95\ a\ 47\ j\ 3\ h\ 23\ min\ 20\ s$!

Exercice n° 7.7 : Écriture décimale et scientifique — Correction

Écrire sous forme décimale les nombres suivants écrits sous forme scientifique :

$A = 2,02 \times 10^3 = 2\,020$

$B = 7 \times 10^{-3} = 0,007$

$C = 3,14159 \times 10^0 = 3,141\,59$

$D = 1,2345 \times 10^9 = 1\,234\,500\,000$

$E = 7,3 \times 10^{-12} = 0,000\,000\,000\,007\,3$

$F = 7,89 \times 10^{15} = 0,000\,000\,000\,000\,007\,89$

$G = 3,098 \times 10^{-11} = 0,000\,000\,000\,030\,98$

$H = 1,234\,567\,89 \times 10^{11} = 123\,456\,789\,000$

Exercice n° 7.8 : Écriture scientifique et décimale — Correction

Écrire sous forme scientifique les nombres suivants :

$A = 2\,021 = 2,021 \times 10^3$

$B = 0,000\,007 = 7 \times 10^{-6}$

$C = 2,718\,28 = 2,718\,28 \times 10^0$

$D = 1\,234\,567\,890 = 1{,}234\,567\,89 \times 10^{9}$
$E = 0{,}000\,000\,670\,9 = 6{,}709 \times 10^{-7}$
$F = 5\,670\,000\,000\,000\,000 = 5,67 \times 10^{15}$
$G = 0{,}000\,000\,000\,000\,4 = 4 \times 10^{-13}$
$H = 20\,200\,000\,000\,000\,000 = 2,02 \times 10^{16}$

Exercice n° 7.9 : Bételgeuse Correction

1. Sachant que la lumière parcoure environ 3×10^{5} km chaque seconde, donner une écriture scientifique de la distance parcourue en une année en kilomètres.

$1\ min = 60\ s$, $1\ h = 60\ min$, $1\ j = 24\ h$ et $1\ a = 365\ j$
En une année il y a : $365 \times 24 \times 60 \times 60\ s = 31\,536\,000\ s = 3{,}153\,6 \times 10^{7}\ s$.

La lumière parcoure 3×10^{5} km chaque seconde.
En une année : $3 \times 10^{5}\ km \times 3{,}153\,6 \times 10^{7} = 9{,}460\,8 \times 10^{12}\ km$ soit $9\,460\,800\,000\,000\ km$.
Donc $1\ a.l. = 9{,}460\,8 \times 10^{12}\ km$

2. Donner une écriture scientifique de la distance entre Bételgeuse et la Terre en kilomètres.

Il faut calculer : $647 \times 9{,}460\,8 \times 10^{12}\ km = 6\,121{,}137\,6 \times 10^{12}\ km$
Or $6\,121{,}137\,6 = 6{,}121\,137\,6 \times 10^{3}$
Donc la distance cherchée est : $6{,}121\,137\,6 \times 10^{3} \times 10^{12}\ km = 6{,}121\,137\,6 \times 10^{15}\ km$
Soit $6\,121\,137\,600\,000\,000\ km$

3. Bételgeuse a un rayon environ 1 000 fois plus grand que celui du Soleil. Le Soleil à un rayon d'environ 7×10^{5} km.
Donner l'écriture scientifique du rayon de Bételgeuse en kilomètres.

$7 \times 10^{5}\ km \times 1\,000 = 7 \times 10^{5} \times 10^{3}\ km = 7 \times 10^{8}\ km$

4. Bételgeuse est une étoile jeune, elle a environ 8×10^{6} a (a désigne le préfixe pour année). Elle devrait disparaître dans les jours qui viennent ou plus surement dans une centaine de milliers d'années au maximum. Les scientifiques surveillent cette étoile qui pourrait devenir une supernova ce qui illuminerait le ciel nocturne de la Terre.
Le Soleil a déjà 5×10^{9} a, il en est à la moitié de sa vie.
Comparer les durées de vie de ces deux étoiles et dire combien de fois plus aura existé le Soleil par rapport à Bételgeuse.

Le Soleil va vivre environ $10\ \times 10^{9}\ a$ et Bételgeuse environ $8 \times 10^{6}\ a$.

$10 \times 10^{9}\ a \div 8 \times 10^{6} = (10 \div 8) \times (10^{9} \div 10^{6}) = 1,25 \times 10^{3} = 1\,250$

Le Soleil va vivre environ 1 250 fois plus longtemps que Bételgeuse !!

Évaluation de mathématiques

Cette première partie de l'évaluation se traite sans calculatrice. Vous devrez rendre une première copie avant de passer à la seconde partie où la calculatrice est autorisée.

Exercice 1 : Écrire les nombres suivants sous forme de puissance de 10 :

$A = 1\,000\,000$
$B = 0{,}000\,01$
$C = 100\,000\,000$
$D = 0{,}000\,000\,01$
$E = 10$
$F = 1$

Exercice 2 : Écrire les nombres suivants sous forme de puissances de 10 :

$G = 10^3 \times 10^5$
$H = 10^{-7} \times 10^{-3}$
$J = \dfrac{10^7}{10^{-4}}$
$L = \dfrac{100\,000\,000}{0{,}000\,000\,1}$

$I = \dfrac{10^5}{10^3}$
$K = \dfrac{10^{-7}}{10^{-5}}$
$M = \dfrac{10^6 \times 0{,}001}{10\,000 \times 10^{-10}}$

Exercice 3 : Écrire les nombres suivants sous forme scientifique :

$N = 345\,000\,000$
$O = 0{,}000\,067$
$P = 2\,021$
$Q = 3{,}14$
$R = 0{,}000\,7 \times 70\,000$
$S = 500\,000 \times 2\,500\,000$

. . . .

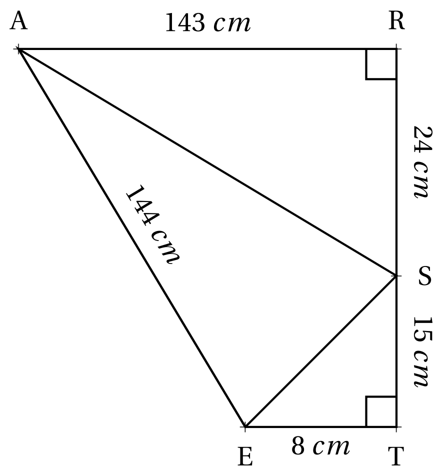
Cette seconde partie de l'évaluation se traite avec la calculatrice.

Exercice 4

1. Un cheveu a une épaisseur d'environ 50 μm. Exprimer cette grandeur en mètre.
2. Un humain possède en moyenne $1{,}2 \times 10^5$ cheveux sur sa tête. Écrire ce nombre sous forme décimale.
3. Il y a environ 471 000 habitants à Toulouse. En alignant tous les cheveux de tous les Toulousains dans le sens de l'épaisseur, quelle distance en mètres pourrait-on obtenir ?

Exercice 5

Cette figure n'est pas tracée en vraies grandeurs.



1. Calculer la mesure des côtés [AS] et [SE] en justifiant votre réponse.

2. Le triangle ASE est-il rectangle ?

Correction

EXERCICE 1 : Écrire les nombres suivants sous forme de puissance de 10 :

$A = 1\,000\,000$

$\boxed{A = 10^6}$

$B = 0{,}00001$

$\boxed{B = 10^{-5}}$

$C = 100\,000\,000$

$\boxed{C = 10^8}$

$D = 0{,}00000001$

$\boxed{D = 10^{-8}}$

$E = 10$

$\boxed{E = 10^1}$

$F = 1$

$\boxed{F = 10^0}$

EXERCICE 2 : Écrire les nombres suivants sous forme de puissances de 10 :

$G = 10^3 \times 10^5$

$\boxed{G = 10^8}$

$H = 10^{-7} \times 10^{-3}$

$\boxed{H = 10^{-10}}$

$I = \dfrac{10^5}{10^3}$

$\boxed{I = 10^2}$

$J = \dfrac{10^7}{10^{-4}}$

$J = 10^{7-(-4)}$

$J = 10^{7+4}$

$\boxed{J = 10^{11}}$

$K = \dfrac{10^{-7}}{10^{-5}}$

$K = 10^{-7-(-5)}$

$K = 10^{-7+5}$

$\boxed{K = 10^{-2}}$

$L = \dfrac{100\,000\,000}{0{,}0000001}$

$L = \dfrac{10^8}{10^{-7}}$

$L = 10^{8-(-7)}$

$L = 10^{8+7}$

$\boxed{L = 10^{15}}$

$M = \dfrac{10^6 \times 0{,}001}{10\,000 \times 10^{-10}}$

$M = \dfrac{10^6 \times 10^{-3}}{10^4 \times 10^{-10}}$

$M = \dfrac{10^3}{10^{4-(-10)}}$

$M = \dfrac{10^3}{10^{14}}$

$M = 10^{3-14}$

$\boxed{M = 10^{-11}}$

EXERCICE 3 : Écrire les nombres suivants sous forme scientifique :

$N = 345\,000\,000$

$\boxed{N = 3{,}45 \times 10^8}$

$O = 0{,}000067$

$\boxed{O = 6{,}7 \times 10^{-5}}$

$P = 2021$

$\boxed{P = 2{,}021 \times 10^3}$

$Q = 3{,}14$

$\boxed{Q = 3{,}14 \times 10^0}$

$R = 0{,}0007 \times 70\,000$

$R = 7 \times 10^{-4} \times 7 \times 10^4$

$R = 49 \times 10^0$

$R = 49$

$\boxed{R = 4{,}9 \times 10^1}$

$S = 500\,000 \times 2\,500\,000$

$S = 5 \times 10^5 \times 2{,}5 \times 10^6$

$S = 12{,}5 \times 10^{11}$

$S = 1{,}25 \times 10^1 \times 10^{11}$

$\boxed{S = 1{,}25 \times 10^{12}}$

. . . .

Cette seconde partie de l'évaluation se traite avec la calculatrice.

EXERCICE 4

1. $50\ \mu\ m = 50 \times 10^{-6}\ m$. Donc $\boxed{0{,}00005\ m}$

2. $\boxed{1{,}2 \times 10^5 = 120\,000}$

3. $471\,000 \times 120\,000 \times 0{,}00005\ m = 4{,}71 \times 10^5 \times 1{,}2 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-6}\ m$

On obtient ainsi $\boxed{28{,}26 \times 10^4 = 282\,600\ m}$

Exercice 5

1. Dans le triangle ARS rectangle en R,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$RS^2 + RA^2 = SA^2$$
$$143^2 + 24^2 = SA^2$$
$$20\,449 + 576 = SA^2$$
$$SA^2 = 21\,025$$
$$SA = \sqrt{21\,025}$$
$$SA = 145$$

Dans le triangle SET rectangle en T,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$TS^2 + TE^2 = SE^2$$
$$15^2 + 8^2 = SE^2$$
$$225 + 64 = SE^2$$
$$SE^2 = 289$$
$$SE = \sqrt{289}$$
$$SE = 17$$

2. Dans le triangle ASE comparons AE^2 et $SA^2 + SE^2$.

$SA^2 + SE^2$	AE^2
$143^2 + 17^2$	145^2
$20\,449 + 289$	
$20\,738$	$21\,025$

Comme $SA^2 + SE^2 \neq AE^2$, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore**,

$\boxed{\text{Le triangle ASE n'est pas rectangle !}}$

Évaluation de mathématiques

Exercice 1

1. Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$A = 10^7$
$B = 10^{-10}$
$C = 2^{10}$
$D = (-1)^{19}$

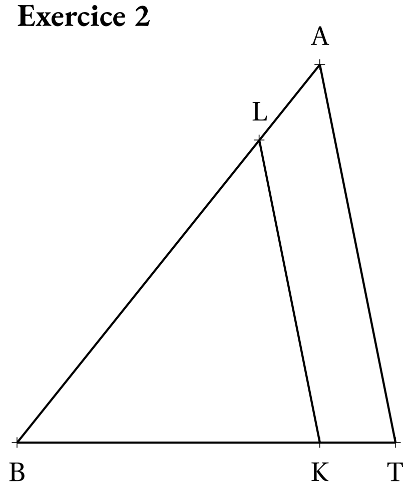
$E = 3,14 \times 10^5$
$F = 7,856 \times 10^{-5}$
$G = 10^7 \times 10^{-4}$
$H = 2 \times 10^5 \times 3,5 \times 10^{-7}$

2. Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$I = 567\,000\,000$
$J = 0,000\,078$
$K = 3,141\,59$
$L = 6\,722\,000\,000$

$M = 10\,000\,000 \times 0,000\,000\,02$
$N = 3 \times 10^7 \times 7 \times 10^3$
$O = 0,000\,000\,007 \times 20\,000\,000$
$P = 2^{15}$

Exercice 2



Dans la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs, on sait que :

— $K \in [BT]$ et $L \in [BA]$

— $(KL)//(TA)$

— $BA = 10\ cm$, $BK = 5\ cm$, $LK = 6\ cm$ et $AT = 9\ cm$

Calculer BL et BT

Exercice 3

Dans la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs, on sait que :

— $E \in [DA]$ et $F \in [CA]$

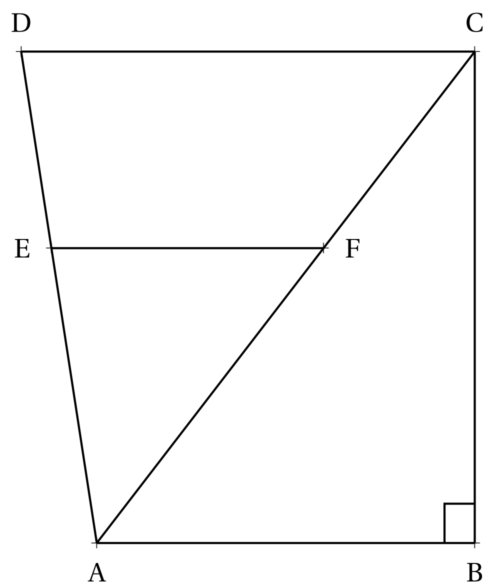
— $(EF)//(DC)$

— $(AB) \perp (BC)$

— $BA = 33\ m$, $BC = 56\ m$

— $AF = 39\ m$, $DC = 90\ m$ et $AD = 75\ m$

Calculer AC puis EF et AE



Correction – Évaluation de mathématiques

Exercice 1

1. Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$A = 10^7 = \boxed{10\,000\,000}$
$B = 10^{-10} = \boxed{0{,}000\,000\,000\,1}$
$C = 2^{10} = \boxed{1\,024}$
$D = (-1)^{19} = \boxed{-1}$

$E = 3,14 \times 10^5 = 3,14 \times 100\,000 = \boxed{314\,000}$
$F = 7,856 \times 10^{-5} = 7,856 \times 0,000\,01 = \boxed{0{,}000\,078\,56}$
$G = 10^7 \times 10^{-4} = 10^{7+(-4)} = 10^3 = \boxed{1\,000}$
$H = 2 \times 10^5 \times 3,5 \times 10^{-7} = 7 \times 10^{-2} = \boxed{0{,}07}$

2. Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$I = 567\,000\,000 = \boxed{5{,}67 \times 10^8}$

$J = 0{,}000\,078 = \boxed{7{,}8 \times 10^{-5}}$

$K = 3{,}141\,59 = \boxed{3{,}141\,59 \times 10^0}$

$L = 6\,722\,000\,000 = \boxed{6{,}722 \times 10^9}$

$M = 10\,000\,000 \times 0{,}000\,000\,02 = 10^7 \times 2 \times 10^{-8} = \boxed{2 \times 10^{-1}}$

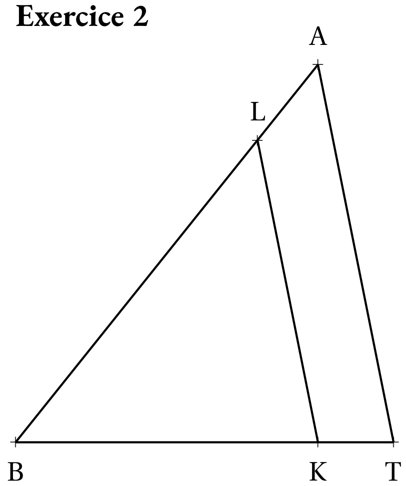
$N = 3 \times 10^7 \times 7 \times 10^3 = 21 \times 10^{10} = 2,1 \times 10^1 \times 10^{10} = \boxed{2,1 \times 10^{11}}$

$O = 0{,}000\,000\,007 \times 20\,000\,000 = 7 \times 10^{-9} \times 2 \times 10^7$

$O = 14 \times 10^{-2} = 0,14 = \boxed{1,4 \times 10^{-1}}$

$P = 2^{15} = 32\,768 = \boxed{3{,}276\,8 \times 10^4}$

Exercice 2



Dans la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs, on sait que :

— $K \in [BT]$ et $L \in [BA]$

— $(KL)//(TA)$

— $BA = 10\ cm$, $BK = 5\ cm$, $LK = 6\ cm$ et $AT = 9\ cm$

Calculer BL et BT

Dans le triangle BAT, comme $K \in [BT]$ et $L \in [AB]$ et $(KL)//(TA)$,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{BL}{BA} = \frac{BK}{BT} = \frac{LK}{AT}$$

$$\frac{BL}{10\ cm} = \frac{5\ cm}{BT} = \frac{6\ cm}{9\ cm}$$

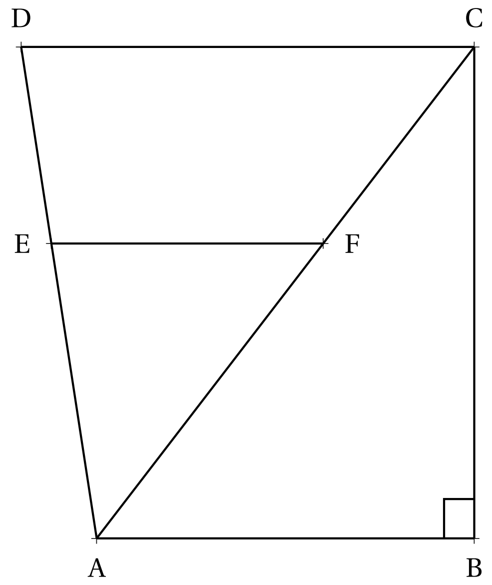
Comme $\dfrac{BL}{10\ cm} = \dfrac{6\ cm}{9\ cm}$ on a $BL = \dfrac{6\ cm \times 10\ cm}{9\ cm} = \dfrac{60}{9}\ cm = \boxed{\dfrac{20}{3}\ cm \approx 6,3\ cm}$

Comme $\dfrac{5\ cm}{BT} = \dfrac{6\ cm}{9\ cm}$ on a $BT = \dfrac{5\ cm \times 9\ cm}{6\ cm} = \dfrac{45}{6}\ cm = \boxed{7{,}5\ cm}$

Exercice 3

Dans la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs, on sait que :

- $E \in [DA]$ et $F \in [CA]$
- $(EF)//(DC)$
- $(AB) \perp (BC)$
- $BA = 33\ m$, $BC = 56\ m$
- $AF = 39\ m$, $DC = 90\ m$ et $AD = 75\ m$



Calculer AC puis EF et AE

Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$
$$33^2 + 56^2 = AC^2$$
$$AC^2 = 1\,089 + 3\,136$$
$$AC^2 = 4\,225$$
$$AC = 65$$

Donc $\boxed{AC = 65\ m}$

Dans le triangle ADC, comme $E \in [AD]$ et $F \in [AC]$ et $(EF)//(DC)$.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AE}{AD} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{DC}$$
$$\frac{AE}{75\ m} = \frac{39\ m}{65\ m} = \frac{EF}{90\ m}$$

Comme $\frac{AE}{75\ m} = \frac{39\ m}{65\ m}$ on a $AE = \frac{75\ m \times 39\ m}{65\ m} = \frac{2\,925}{65}\ m = \boxed{45\ m}$

Comme $\frac{EF}{90\ m} = \frac{39\ m}{65\ m}$ on a $EF = \frac{90\ m \times 39\ m}{65\ m} = \frac{3\,510}{65}\ m = \boxed{54\ m}$

Contrôle de mathématiques

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Cette première partie de l'évaluation se traite sans calculatrice. Vous devrez rendre cette partie de passer à la suite où la calculatrice est autorisée.

Exercice n° 1 : *7.5 points* ★

Écrire les expressions suivantes sous la forme d'un nombre décimal :

$A = 10^5 =$

$B = 10^{-5} =$

$C = 10^0 =$

$D = 10^{-9} =$

$E = 10^1 =$

$F = 10^3 \times 10^2 =$

$G = 10^5 \times 10^{-3} =$

$H = 10^{-5} \times 10^{-3} =$

$I = \dfrac{10^9}{10^6} =$

$J = \dfrac{10^3}{10^{-3}} =$

Exercice n° 2 : *7.5 points* ★★

Écrire les expressions suivantes sous forme d'une puissance de 10 :

$K = 1\,000\,000 =$

$L = 0{,}000\,1 =$

$M = 1 =$

$N = 10 =$

$O = 10\,000 \times 10\,000\,000 =$

$P = 0{,}000\,000\,1 \times 1\,000\,000 =$

$Q = 0{,}000\,000\,1 \times 0{,}000\,000\,01 =$

$R = \dfrac{0{,}000\,000\,001}{100\,000\,000} =$

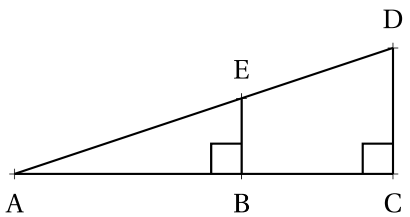
$S = \dfrac{1\,000\,000\,000}{0{,}000\,000\,1} =$

....

Cette seconde partie se traite avec la calculatrice. Vous devrez rendre la première partie avant de passer à la suite où la calculatrice est autorisée.

Exercice n° 3 : *5 points* ★★

La figure ci-dessous n'est pas en vraies grandeurs.



— ABE est rectangle en B ;

— ACD est rectangle en C ;

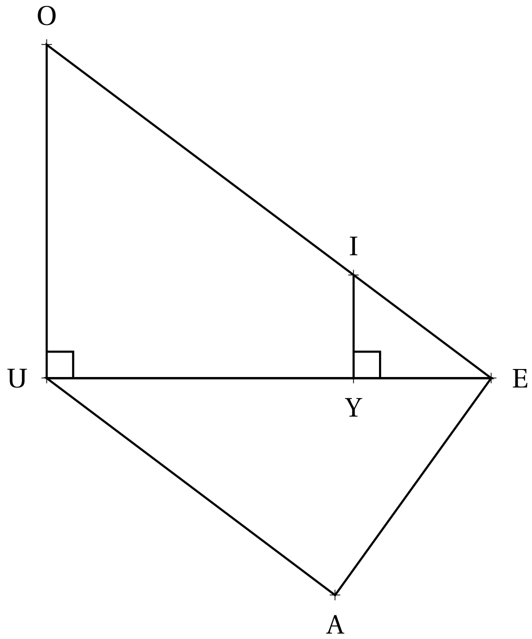
— AB = 36 m, AE = 60 m, DC = 72 m.

Calculer les valeurs exactes de EB, BC et ED

Évaluation de mathématiques

Exercice n° 1 :

7 points



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :

- IYE est un triangle rectangle en Y ;
- EUO est un triangle rectangle en U ;
- les points E, Y et U sont alignés ;
- les points E, I et O sont alignés ;
- YE = 52 m, IE = 65 m et UE = 168 m ;
- AE = 102 m et AU = 136 m.

1. Démontrer que IY = 39 m.

2. Expliquer pourquoi (IY)//(UO).

3. Calculer UO et EO.

4. Le triangle UAE est-il rectangle ?

Exercice n° 2 :

7 points

Écrire, sur votre copie, les expressions suivantes sous la forme d'une **puissance de 10** puis sous forme **décimale**.

$A = 10^5$

$B = 10^{-5}$

$C = 10^0$

$D = 10^{-9}$

$E = 10^1$

$F = 0{,}000\,01$

$G = 100\,000\,000\,000$

$H = 10^3 \times 10^2$

$I = 10^5 \times 10^{-3}$

$J = 1\,000\,000 \times 0{,}000\,001$

$K = \dfrac{10^9}{10^6}$

$L = \dfrac{10^3}{10^{-3}}$

$M = \dfrac{0{,}000\,01}{0{,}000\,1}$

$N = \dfrac{10\,000 \times 0{,}001}{10\,000\,000 \times 0{,}000\,1}$

Exercice n° 3 :

3 points

Écrire, sur votre copie, les expressions suivantes sous la forme **scientifique** ou sous la forme **décimale**.

$A = 2\,023$

$B = 0{,}000\,000\,078\,9$

$C = 1\,230\,000\,000\,000$

$D = 3{,}14 \times 10^4$

$E = 1{,}789 \times 10^{-9}$

$F = 2{,}023 \times 10^1$

Exercice n° 3 :

3 points

1. Un cheveu a une épaisseur d'environ 50 μm. Exprimer cette grandeur en mètre.
2. Un humain possède en moyenne $1{,}2 \times 10^5$ cheveux sur sa tête. Écrire ce nombre sous forme décimale.
3. Il y a environ 471 000 habitants à Toulouse. En alignant tous les cheveux de tous les Toulousains dans le sens de l'épaisseur, quelle distance en mètres pourrait-on obtenir ?

Évaluation de mathématiques — Correction

Exercice n° 1 : Pythagore et Thalès

Correction

Pythagore et Thalès

1. Dans le triangle EYI rectangle en Y,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned}
YE^2 + YI^2 &= EI^2\\
52^2 + YI^2 &= 65^2\\
2\,704 + YI^2 &= 4\,225\\
YI^2 &= 4\,225 - 2\,704\\
YI^2 &= 1\,521\\
YI &= \sqrt{1\,521}\\
YI &= 39
\end{aligned}$$

$\boxed{YI = 39\ m}$

2. Les droites (IY) et (UO) sont perpendiculaires à la droite (UE).
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

$\boxed{(IY)\,/\!/\,(UO)}$

3. Les droites (OE) et (UE) sont sécantes en E, les droites (IY) et (UO) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EY}{EU} = \frac{EI}{EO} = \frac{YI}{UO}$$

$$\frac{52\ m}{168\ m} = \frac{65\ m}{EO} = \frac{39\ m}{UO}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$EO = \dfrac{65\ m \times 168\ m}{52\ m}$ d'où $EO = \dfrac{10\,920\ m^2}{52\ m}$ et $EO = 210\ m$

$UO = \dfrac{39\ m \times 168\ m}{52\ m}$ d'où $UO = \dfrac{6\,552\ m^2}{52\ m}$ et $UO = 127\ m$

$\boxed{UO = 127\ m \text{ et } EO = 210\ m}$

4. Comparons $AU^2 + AE^2$ et UE^2 :

$AU^2 + AE^2$	UE^2
$136^2 + 102^2$	168^2
$18\,496 + 10\,404$	
$28\,900$	$28\,224$

Comme $AU^2 + AE^2 \neq UE^2$, d'après **le théorème contraposé de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle UAE n'est pas rectangle}}$.

Exercice n° 2 : Puissance de 10

Correction

Écriture décimale des puissances de 10

Écrire, sur votre copie, les expressions suivantes sous la forme d'une **puissance de 10** puis sous forme **décimale**.

$A = 10^5$

$\boxed{A = 100\,000}$

$B = 10^{-5}$

$\boxed{B = 0{,}000\,01}$

$C = 10^0$

$\boxed{C = 1}$

$D = 10^{-9}$

$\boxed{D = 0{,}000\,000\,001}$

$E = 10^1$

$\boxed{E = 10}$

$F = 0{,}000\,01$

$\boxed{F = 10^{-5}}$

$G = 100\,000\,000\,000$

$\boxed{G = 10^{11}}$

$H = 10^3 \times 10^2$

$H = 10^{3+2}$

$\boxed{H = 10^5 = 100\,000}$

$I = 10^5 \times 10^{-3}$

$I = 10^{5+(-3)}$

$\boxed{I = 10^2 = 100}$

$J = 1\,000\,000 \times 0{,}000\,001$

$J = 10^6 \times 10^{-6}$

$J = 10^{6+(-6)}$

$\boxed{J = 10^0 = 1}$

$K = \dfrac{10^9}{10^6}$

$K = 10^{9-6}$

$\boxed{K = 10^3 = 1\,000}$

$L = \dfrac{10^3}{10^{-3}}$

$L = 10^{3-(-3)}$

$\boxed{L = 10^6 = 1\,000\,000}$

$M = \dfrac{0{,}000\,01}{0{,}000\,1}$

$M = \dfrac{10^{-5}}{10^{-4}}$

$M = 10^{-5-(-4)}$

$\boxed{M = 10^{-1} = 0,1}$

$N = \dfrac{10\,000 \times 0{,}001}{10\,000\,000 \times 0{,}000\,1}$

$N = \dfrac{10^4 \times 10^{-3}}{10^7 \times 10^{-4}}$

$N = \dfrac{10^{4+(-3)}}{10^{7+(-4)}}$

$N = \dfrac{10^1}{10^3}$

$N = 10^{1-3}$

$\boxed{N = 10^{-2} = 0{,}01}$

Exercice n° 3 : Écriture scientifique Correction

Écriture scientifique

Écrire, sur votre copie, les expressions suivantes sous la forme **scientifique** ou sous la forme **décimale**.

$A = 2\,023$

$\boxed{A = 2,023 \times 10^3}$

$B = 0{,}000\,000\,078\,9$

$B = 7,89 \times 10^{-8}$

$C = 1\,230\,000\,000\,000$

$\boxed{C = 1,23 \times 10^{12}}$

$D = 3,14 \times 10^4$

$\boxed{D = 31\,400}$

$E = 1,789 \times 10^{-9}$

$\boxed{E = 0{,}000\,000\,001\,789}$

$F = 2,023 \times 10^1$

$\boxed{F = 20,23}$

Exercice n° 4 : Problème Correction

Écriture scientifique

1. On sait que $1\ \mu\ m = 10^{-6}\ m$ donc $\boxed{50\ \mu\ m = 50 \times 10^{-6}\ m = 0{,}000\,050\ m = 0{,}000\,05\ m}$

2. $\boxed{1,2 \times 10^5 = 120\,000}$

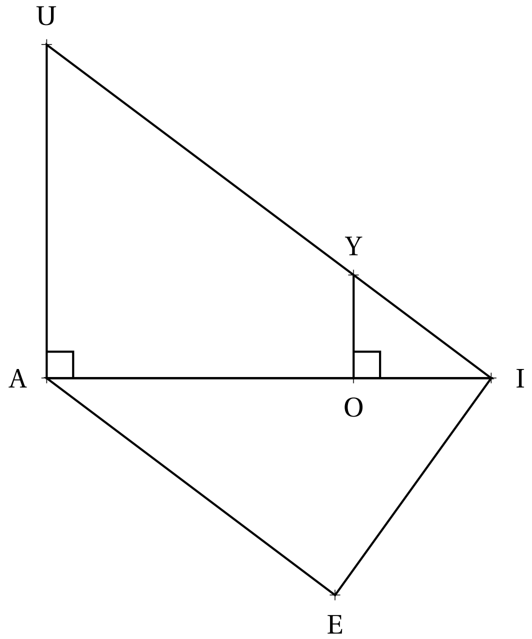
3. Il faut calculer :
$471\,000 \times 120\,000 \times 0{,}000\,05\ m = 4,71 \times 10^5 \times 1,2 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-5} = 4,71 \times 1,2 \times 5 \times 10^{5+5-5}\ m = 28,25 \times 10^5\ m$

$\boxed{\text{On obtiendrait } 28,25 \times 10^5\ m = 2\,825\,000\ m = 2\,825\ km}$

Évaluation de mathématiques

Exercice n° 1 :

7 points



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :

- YOI est un triangle rectangle en O;
- IAU est un triangle rectangle en A;
- les points I, O et A sont alignés;
- les points I, Y et U sont alignés;
- $OI = 52\ m$, $YI = 65\ m$ et $AI = 168\ m$;
- $EA = 136\ m$ et $EI = 102\ m$.

1. Démontrer que $YO = 39\ m$.

2. Expliquer pourquoi (YO)//(AU).

3. Calculer AU et IU.

4. Le triangle AEI est-il rectangle?

Exercice n° 2 :

7 points

Écrire, sur votre copie, les expressions suivantes sous la forme d'une **puissance de 10** puis sous forme **décimale**.

$A = 10^6$

$B = 10^{-6}$

$C = 10^0$

$D = 10^{-8}$

$E = 10^1$

$F = 0{,}000\,1$

$G = 1\,000\,000\,000$

$H = 10^4 \times 10^2$

$I = 10^7 \times 10^{-5}$

$J = 10\,000\,000 \times 0{,}000\,000\,1$

$K = \dfrac{10^9}{10^5}$

$L = \dfrac{10^4}{10^{-4}}$

$M = \dfrac{0{,}000\,001}{0{,}000\,1}$

$N = \dfrac{100\,000 \times 0{,}001}{100\,000\,000 \times 0{,}000\,1}$

Exercice n° 3 :

3 points

Écrire, sur votre copie, les expressions suivantes sous la forme **scientifique** ou sous la forme **décimale**.

$A = 2\,024$

$B = 0{,}000\,000\,068\,9$

$C = 3\,210\,000\,000\,000$

$D = 4,13 \times 10^4$

$E = 2,879 \times 10^{-9}$

$F = 3,025 \times 10^1$

Exercice n° 3 :

3 points

1. Un cheveu a une épaisseur d'environ 40 μm. Exprimer cette grandeur en mètre.
2. Un humain possède en moyenne $1,1 \times 10^5$ cheveux sur sa tête. Écrire ce nombre sous forme décimale.
3. Il y a environ 472 000 habitants à Toulouse. En alignant tous les cheveux de tous les Toulousains dans le sens de l'épaisseur, quelle distance en mètres pourrait-on obtenir?

Évaluation de mathématiques — Correction

Exercice n° 1 : Pythagore et Thalès Correction

Pythagore et Thalès

1. Dans le triangle OIY rectangle en O,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned} OI^2 + OY^2 &= IY^2 \\ 52^2 + OY^2 &= 65^2 \\ 2\,704 + OY^2 &= 4\,225 \\ OY^2 &= 4\,225 - 2\,704 \\ OY^2 &= 1\,521 \\ OY &= \sqrt{1\,521} \\ OY &= 39 \end{aligned}$$

$\boxed{OY = 39\ m}$

2. Les droites (YO) et (AU) sont perpendiculaires à la droite (AI).
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

$\boxed{(YO)/(AU)}$

3. Les droites (UI) et (AI) sont sécantes en I, les droites (YO) et (AU) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{IO}{IA} = \frac{IY}{IU} = \frac{OY}{AU}$$

$$\frac{52\ m}{168\ m} = \frac{65\ m}{IU} = \frac{39\ m}{AU}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$IU = \dfrac{65\ m \times 168\ m}{52\ m}$ d'où $IU = \dfrac{10\,920\ m^2}{52\ m}$ et $IU = 210\ m$

$AU = \dfrac{39\ m \times 168\ m}{52\ m}$ d'où $AU = \dfrac{6\,552\ m^2}{52\ m}$ et $AU = 127\ m$

$\boxed{AU = 127\ m \text{ et } IU = 210\ m}$

4. Comparons $EA^2 + EI^2$ et AI^2 :

$EA^2 + EI^2$	AI^2
$136^2 + 102^2$	168^2
$18\,496 + 10\,404$	
$28\,900$	$28\,224$

Comme $EA^2 + EI^2 \neq AI^2$, d'après **le théorème contraposé de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle EAI n'est pas rectangle}}$.

Exercice n° 2 : Puissance de 10 Correction

Écriture décimale des puissances de 10

Écrire, sur votre copie, les expressions suivantes sous la forme d'une **puissance de 10** puis sous forme **décimale**.

$A = 10^6$

$\boxed{A = 1\,000\,000}$

$B = 10^{-6}$

$\boxed{B = 0{,}000\,001}$

$C = 10^0$

$\boxed{C = 1}$

$D = 10^{-8}$

$\boxed{D = 0{,}000\,000\,01}$

$E = 10^1$

$\boxed{E = 10}$

$F = 0{,}000\,1$

$\boxed{F = 10^{-4}}$

$G = 1\,000\,000\,000$

$\boxed{G = 10^9}$

$H = 10^4 \times 10^2$

$H = 10^{4+2}$

$\boxed{H = 10^6 = 1\,000\,000}$

$I = 10^7 \times 10^{-5}$

$I = 10^{7+(-5)}$

$\boxed{I = 10^2 = 100}$

$J = 10\,000\,000 \times 0{,}000\,000\,1$

$J = 10^7 \times 10^{-7}$

$J = 10^{7+(-7)}$

$\boxed{J = 10^0 = 1}$

$K = \dfrac{10^9}{10^5}$

$K = 10^{9-5}$

$\boxed{K = 10^4 = 10\,000}$

$L = \dfrac{10^4}{10^{-4}}$

$L = 10^{4-(-4)}$

$\boxed{L = 10^8 = 100\,000\,000}$

$M = \dfrac{0{,}000\,001}{0{,}000\,1}$

$M = \dfrac{10^{-6}}{10^{-4}}$

$M = 10^{-6-(-4)}$

$\boxed{M = 10^{-2} = 0{,}01}$

$N = \dfrac{100\,000 \times 0{,}001}{100\,000\,000 \times 0{,}000\,1}$

$N = \dfrac{10^5 \times 10^{-3}}{10^8 \times 10^{-4}}$

$N = \dfrac{10^{5+(-3)}}{10^{8+(-4)}}$

$N = \dfrac{10^2}{10^4}$

$N = 10^{2-4}$

$\boxed{N = 10^{-2} = 0{,}01}$

Exercice n° 3 : Écriture scientifique CORRECTION

Écriture scientifique

Écrire, sur votre copie, les expressions suivantes sous la forme **scientifique** ou sous la forme **décimale**.

$A = 2\,024$

$\boxed{A = 2{,}024 \times 10^3}$

$B = 0{,}000\,000\,068\,9$

$B = 6{,}89 \times 10^{-8}$

$C = 3\,210\,000\,000\,000$

$\boxed{C = 3{,}21 \times 10^{12}}$

$D = 4{,}13 \times 10^4$

$\boxed{D = 41\,300}$

$E = 2{,}879 \times 10^{-9}$

$\boxed{E = 0{,}000\,000\,002\,879}$

$F = 3{,}025 \times 10^1$

$\boxed{F = 30{,}25}$

Exercice n° 4 : Problème CORRECTION

Écriture scientifique

1. On sait que $1\ \mu\ m = 10^{-6}\ m$ donc $\boxed{40\ \mu\ m = 40 \times 10^{-6}\ m = 0{,}000\,040\ m = 0{,}000\,04\ m}$

2. $\boxed{1{,}1 \times 10^5 = 110\,000}$

3. Il faut calculer :

$472\,000 \times 110\,000 \times 0{,}000\,04\ m = 4{,}72 \times 10^5 \times 1{,}1 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-5} = 4{,}72 \times 1{,}1 \times 4 \times 10^{5+5-5}\ m = 20{,}72 \times 10^5\ m$

$\boxed{\text{On obtiendrait } 20,72 \times 10^5\ m = 2\,072\,000\ m = 2\,072\ km}$

Évaluation

Quatrieme

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Pour cette première partie, la calculatrice est interdite !

Exercice n° 1

(6 points)

Indiquer ci-dessous, l'écriture sous forme de puissance de 10 des expressions suivantes :

$A = 1\,000\,000$

$A =$

$B = 0{,}000\,000\,1$

$B =$

$C = 10\,000\,000\,000$

$C =$

$D = 0{,}000\,000\,000\,01$

$D =$

$E = 1$

$E =$

$F = 10$

$F =$

$G = 0{,}1$

$G =$

$H = 0{,}001$

$H =$

$I = 1000 \times 10\,000\,000$

$I =$

$J = 0{,}000\,001 \times 0{,}000\,000\,001$

$J =$

$K = 1\,000\,000\,000 \times 0{,}000\,000\,01$

$K =$

$L = \dfrac{0{,}000\,000\,1}{100\,000\,000}$

$L =$

Exercice n° 2

(6 points)

Indiquer ci-dessous, l'écriture sous forme de décimale des expressions suivantes :

$M = 10^3$

$M =$

$N = 10^{-3}$

$N =$

$O = 10^{12}$

$O =$

$P = 10^{-9}$

$P =$

$Q = 10^2$

$Q =$

$R = 10^0$

$R =$

$S = 10^{-1}$

$S =$

$T = 10^{-2}$

$T =$

$U = 10^5 \times 10^3$

$U =$

$V = 10^{-3} \times 10^{-6}$

$V =$

$V = 10^7 \times 10^{-10}$

$V =$

$W = \dfrac{10^4}{10^{-7}}$

$W =$

Exercice n° 3

(3 points)

Indiquer ci-dessous, l'écriture scientifique des expressions suivantes :

$A = 123\,400\,000\,000$

$A =$

$B = 0{,}000\,000\,000\,098\,7$

$B =$

$B =$

$C = 2024$

$C =$

$D = 0{,}000\,020\,24$

$D =$

$E = 8\,760\,000\,000\,000\,000$

$E =$

$F = 0{,}000\,000\,000\,098$

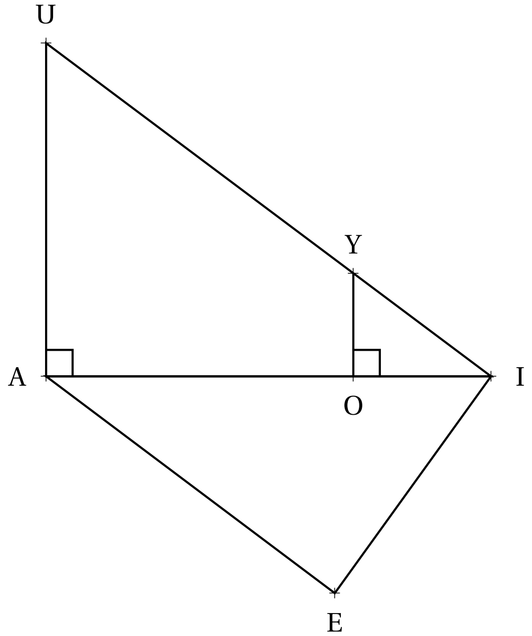
$F =$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Pour cette seconde partie, la calculatrice est autorisée !

Exercice n° 4

(5 points)



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur on sait que :

— YOI est un triangle rectangle en O ;

— IAU est un triangle rectangle en A ;

— les points I, O et A sont alignés ;

— les points I, Y et U sont alignés ;

— OI = 52 m, YI = 65 m et AI = 168 m ;

— EA = 136 m et EI = 102 m.

1. Démontrer que YO = 39 m.

2. Expliquer pourquoi (YO)//(AU).

3. Calculer AU et IU.

4. Le triangle AEI est-il rectangle ?

Rédigez votre raisonnement avec soin ci-dessous :

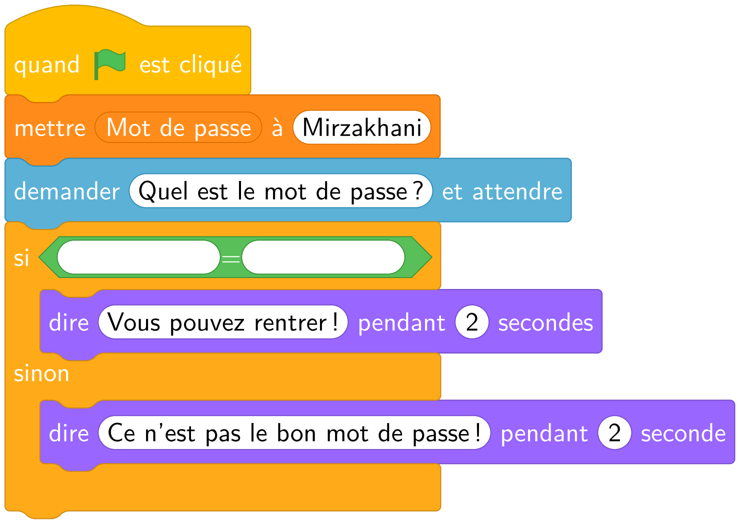
☞ Évaluation — Correction ☜

Algorithmique — Le code secret

Première partie — Le mot de passe

Voici un programme réalisé avec Scratch. Il demande à l'utilisateur un mot de passe et vérifie s'il s'agit bien de celui attendu.

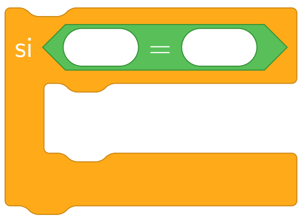
— Se rendre à l'URL : *https://scratch.mit.edu/users/scratch3/* avec le navigateur ;
— construire le programme débuté ci-dessous en complétant les blocs manquants ;
— changer le mot de passe et choisir « Mathématiques ».



Deuxième partie — Le mot de passe — Épisode 2

Modifier le programme précédent de telle manière que l'utilisateur puisse faire au maximum trois essais. Indiquer à chaque fois le numéro de l'essai. En cas d'échec trois fois de suite, faire un message à l'utilisateur.

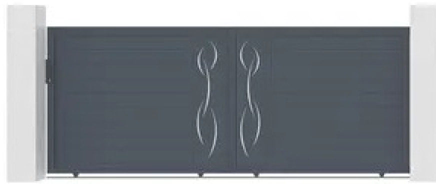
Voici quelques blocs qui pourraient vous être utiles :



Troisième partie — Le portail

Le portail de ma résidence n'est pas protégé. Pour l'ouvrir il suffit d'appuyer sur le bouton vert.
Une fois appuyé sur le bouton vert, le portail se referme 10 s plus tard.
Nous l'avons modélisé dans Scratch.

— Se rendre sur la page des quatrièmes du blog : https://arnaud.ac3j.fr ;
— télécharger et enregistrer le fichier **Portail.sb3** ;
— importer ce fichier dans Scratch.
— modifier le programme pour qu'il se ferme au bout de 5 s.



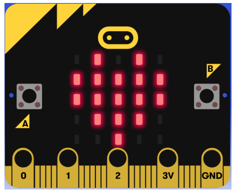
On souhaite maintenant sécuriser le portail à l'aide d'un code simple : le portail ne s'ouvre que si l'utilisateur a appuyé sept fois de suite sur le bouton vert.
Ajouter cette fonctionnalité dans le programme Scratch précédent.

Quatrième partie — Sécurisation du portail

Le code précédent n'est pas trop sécurisé. Pour améliorer la situation on a ajouté un bouton rouge. Ce bouton permet de valider ce qui est saisi avec le bouton vert, ce qui permet d'éviter les tentatives au hasard.
En cas d'erreur de code, le portail est bloqué pendant 10 s sans qu'il soit possible de saisir un nouveau code.

— Télécharger le fichier **Portail_securise.sb3** depuis la page du blog ;
— importer le fichier dans Scratch ;
— modifier le programme pour obtenir le résultat attendu.

À la fin de la séance, votre travail enregistré doit être envoyé en passant par le formulaire disponible sur le blog !

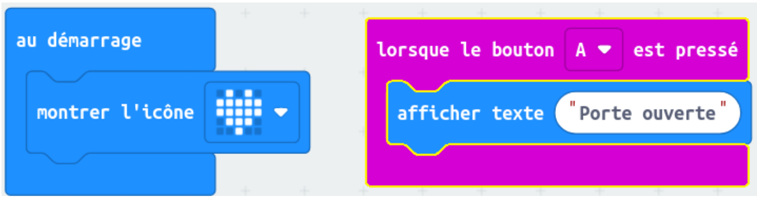


Algorithmique — Le code secret

Première partie — Ouvrir une porte

Voici un début de programme réalisé avec Microbit. Il permet d'afficher le message « Porte ouverte »quand on appuie sur **le bouton A**.
Reproduire ce programme en vous connectant sur le site de Microbit :

- Lancer le navigateur;
- rendez-vous à l'URL : *https://makecode.microbit.org*;
- créer un nouveau projet;
- chercher dans le menu les blocs demandés.



Compléter ce script pour que :

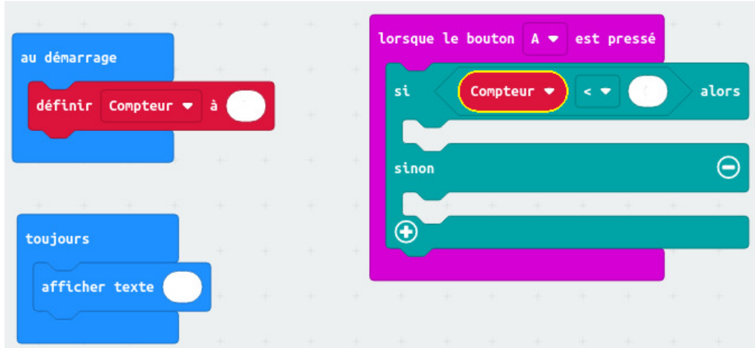
- Lorsque l'on appuie sur **le bouton B** le Microbit affiche « Porte fermée »;
- avant le message « Porte ouvert », faire apparaître un carré pendant 3 *s*;
- avant le message « Porte fermée », faire apparaître un carré avec une croix à l'intérieur pendant 3 *s*.

Deuxième partie — L'affichage numérique

On souhaite utiliser le Microbit comme clavier numérique pour saisir un code d'entrée. Comme il n'y a que deux boutons nous avons imaginé ceci :

- La matrice affiche les chiffres de 0 à 9;
- quand on appuie sur **le bouton B** on passe au chiffre suivant;
- quand on appuie sur **le bouton A** on passe au chiffre précédent;
- le chiffre qui suit le 9 est le 0;
- le chiffre qui précéde le 0 est le 9;
- au départ le chiffre 0 est affiché.

Voici le début du programme. Le saisir dans Microbit puis le modifier pour répondre aux six contraintes.



Troisième partie — Le code secret

On reprend le fonctionnement de l'affichage numérique de la deuxième partie.
On souhaite maintenant ajouter une validation du code à une chiffre saisi. Voici les demandes :

- **Le bouton A** garde le même rôle;
- **le bouton B** sert à valider le chiffre qui apparaît sur la matrice;
- si le chiffre validé est le code secret un carré est affiché sur l'écran;
- si le chiffre validé n'est pas le bon code, un carré avec une croix est affiché;
- le code secret est 6

Quatrième partie — Sécurisation du code

Le code secret précédent est un nombre compris entre 0 et 9. C'est beaucoup trop facile à trouver. On souhaite maintenant que le code d'entrée soit un nombre à deux chiffres. Voici les contraintes :

- **Le bouton A** et le bouton **le bouton B** gardent le même rôle;
- le premier chiffre validé correspond au chiffre des dizaines du code;
- le second chiffre validé correspond au chiffre des unités;
- l'affichage est le même que précédemment;
- le code secret est 69

Numérisation de l'information

Quatrieme

Informatique

Pour que les caractères typographiques (lettres de l'alphabet, ponctuations, majuscules, minuscules...) puissent être traités par les premiers ordinateurs, dès 1960 le codage ASCII (American Standard Code for Information Interechange) apparaît pour standardiser les usages. Ce codage sur 8 bits est une table de 255 caractères.

La naissance d'internet a obligé la mise en place d'un nouveau standard incluant tous les idéogrammes de toutes les langues du monde. Ce standard Unicode dans sa version de 2005 contient 245 000 caractères couvrant 150 écritures dont des idéogrammes. Au final il est prévu pour contenir 1 114 112 codes différents (alphabet, chiffre, idéogrammes, emojis ...). Il est codé sur 32 bits et reste compatible avec le standard ASCII.

Voici un bref extrait de la table ASCII pour les caractères habituels :

Caractère :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Code ASCII	048	049	050	051	052	053	054	055	056	057
Caractère :	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Code ASCII	065	066	067	068	069	070	071	072	073	074
Caractère :	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
Code ASCII	075	076	077	078	079	080	081	082	083	084
Caractère :	U	V	W	X	Y	Z	a	b	SPACE	!
Code ASCII	085	086	087	088	089	090	097	098	032	033

1. Alan vient de saisir au clavier la phrase « VIVE LA TECHNOLOGIE ! ».
Écrire les uns à la suite des autres les codes ASCII qui correspondent à cette phrase.

En informatique, toutes les informations stockées sur un disque dur ou envoyées sur le réseau sont numérisées. La numérisation consiste à transformer une information en une succession de bits : des 0 et des 1. Cette information numérique est ensuite facilement convertie en signal électrique (composants électroniques, câbles réseau, fibre, ADSL, GSM...) pour être stockée ou envoyée. Toute information (caractères, pixels, tension, mouvements de la souris...) doit donc être convertie en nombres puis en succession de 0 et de 1. Pour cela on utilise l'écriture binaire des nombres qui contrairement au système décimal n'utilise pas dix chiffres mais seulement deux : 0 et 1.

2. On veut compter en binaire de 0 jusqu'à 32.
2.a. Faire la liste de tous les nombres entiers à un chiffre en base dix (contenant les dix chiffres habituels)
2.b. Quel est le plus grand nombre en base dix s'écrivant avec deux chiffres ? avec trois chiffres ?
2.c. Faire la liste de tous les nombres entiers à un chiffre en base deux (contenant seulement 0 ou 1).
2.d. Faire la liste de tous les nombres entiers à deux chiffres en base deux. Puis à trois chiffres.
2.e. Compter de 0 à 32 en utilisant l'écriture en base 2.

3. Compléter le tableau suivant :

Puissance de 2	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8
Écriture décimale	1	2	4						

4. On démontre que tout nombre entier peut s'écrire de manière unique sous la forme d'une somme de puissances de 2.

Pour écrire un nombre décimal en binaire on utilise la propriété précédente. On code par le chiffre 1 la présence d'une puissance de 2 et par 0 son absence.

Par exemple en écrivant le nombre 34 sous la forme $32 + 2$ on peut le compléter le tableau suivant :

Puissances de 2	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Valeur décimale	256								
Décomposition décimale de 34				32				2	
Écriture binaire de 34	0	0	0	1	0	0	0	1	0
Décomposition décimale de 63									
Écriture binaire de 63									
Décomposition décimale de 127									
Écriture binaire de 127									
Décomposition décimale de									
Écriture binaire de	1	1	1	0	0	0	1	1	1

5. Compléter le tableau suivant :

Décimal	Binaire	Décimal	Binaire	Décimal	Binaire	Décimal	Binaire
34	100010	63		64		100	
127		178		255		256	
0		2021			10101010		111000111

Pour simplifier la compréhension et le stockage des bits on les regroupe par paquet de 8. On appelle cela un octet. Par exemple 0010110 est un octet puisqu'il est constitué de 8 bit.

6. Quel est le plus grand nombre entier que l'on peut coder avec un octet ?

7. Numériser l'information « VIVE LA TECHNOLOGIE ! »en regroupant les bits en octet. Vous utiliserez pour cela le codage ASCII obtenu à la question **1.**. Combien d'octets sont nécessaires à cette numérisation ?

8. Décoder le message suivant présenté sous forme de bits regroupés en octet.

01001111 01001110 00100000 01000001 01000100 01001111 01010010 01000101 00100000 01001101 01000101 01001100 01000001 01001110 01000111 01000101 01010010 00100000 01010100 01000101 01000011 01001000 01001110 01001111 00100000 01000101 01010100 00100000 01001101 01000001 01010100 01001000 01010011 00100000 00100001

Numérisation de l'information — Correction

✦✦✦

Informatique

1. La phrase « VIVE LA TECHNOLOGIE! »correspond aux codes ASCII suivants :

Caractère	V	I	V	E		L	A
Codage en ASCII	086	073	086	069	032	076	065

Caractère	T	E	C	H	N	O	L	O	G	I	E		!
Codage en ASCII	084	069	067	072	078	079	076	079	071	073	069	032	033

2.a. Les nombres entiers à un chiffre sont : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9

⚠ Attention à ne pas confondre les notions de **chiffre** et de **nombre** .
Un nombre est une quantité que l'on peut compter ou évaluer. Cette quantité peut s'écrire de diverses manières. Par exemple le nombre cinq s'écrit « cinq »en français, « five »en anglais, « 5 « en écriture décimale, « V »avec les chiffres romains ou encore « ||||| ».
On peut comparer les nombres et les chiffres avec les mots et les lettres. En français, il y a 26 lettres qui permettent d'écrire une infinité de mots. Pour les nombres, nous avons dix chiffres qui permettent d'écrire une infinité de nombres.
Les **chiffres** sont donc les caractères, les symboles, qui permettent d'écrire les nombres.

2.b. Le plus grand nombre entier en écriture décimale s'écrivant avec deux chiffres est 99.

Le plus grand nombre entier en écriture décimale s'écrivant avec trois chiffres est 999.

2.c. En utilisant seulement les chiffres 0 et 1 on ne peut écrire que deux nombres : 0 et 1.

2.d. En base deux on peut écrire deux nombres à deux chiffres : 10 et 11.

⚠ Comme pour les décimaux, on considère que le nombre 00 ou le nombre 01 contient un « zéro inutile »et que l'on préfère écrire 0 et 1.

Les nombres à trois chiffres en base 2 sont 100, 101, 110 et 111.

2.e. En base deux, il y a deux nombres qui s'écrivent avec un chiffre 0 et 1, deux nombres à deux chiffres 10 et 11, quatre nombres à trois chiffres 100, 101, 110 et 111.
Les nombres à quatre chiffres dans l'ordre croissant sont : 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110 et 1111.
En classant tous ces nombres dans l'ordre croissant voici le résultat :

Décimal	Binaire	Décimal	Binaire	Décimal	Binaire	Décimal	Binaire
0	0	8	1000	16	10000	24	11000
1	1	9	1001	17	10001	25	11001
2	10	10	1010	18	10010	26	11010
3	11	11	1011	19	10011	27	11011
4	100	12	1100	20	10100	28	11100
5	101	13	1101	21	10101	29	11101
6	110	14	1110	22	10110	30	11110
7	111	15	1111	23	10111	31	11111
						32	100000

3.

Puissance de 2	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8
Écriture décimale	1	2	4	8	16	32	64	128	256

4.

Puissances de 2	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Valeur décimale	256	128	64	32	16	8	4	2	1
Décomposition décimale de 34				32				2	
Écriture binaire de 34	0	0	0	1	0	0	0	1	0
Décomposition décimale de 63				32	16	8	4	2	1
Écriture binaire de 63				1	1	1	1	1	1
Décomposition décimale de 127			63	32	16	8	4	2	1
Écriture binaire de 127			1	1	1	1	1	1	1
Décomposition décimale de 231	128	64	32				4	2	1
Écriture binaire de 231	1	1	1	0	0	0	1	1	1

5. On utilise les réponses précédentes pour 34 et 63. On reprend ensuite la même méthode :

Puissances de 2	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Valeur décimale	256	128	64	32	16	8	4	2	1
Décomposition décimale de 34				32				2	
Écriture binaire de 34	0	0	0	1	0	0	0	1	0
Décomposition décimale de 63				32	16	8	4	2	1
Écriture binaire de 63				1	1	1	1	1	1
Décomposition décimale de 64			64						
Écriture binaire de 64			1	0	0	0	0	0	0
Décomposition décimale de 100			64	32			4		
Écriture binaire de 100			1	1	0	0	1	0	0
Décomposition décimale de 127			64	32	16	8	4	2	1
Écriture binaire de 127			1	1	1	1	1	1	1
Décomposition décimale de 178		128		32	16			2	
Écriture binaire de 178		1	0	1	1	0	0	1	0
Décomposition décimale de 255		128	64	32	16	8	4	2	1
Écriture binaire de 255		1	1	1	1	1	1	1	1
Décomposition décimale de 256	256								
Écriture binaire de 256	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Décomposition décimale de 170		128		32		8		2	
Écriture binaire de 170		1	0	1	0	1	0	1	0
Décomposition décimale de 455	256	128	64				4	2	1
Écriture binaire de 455	1	1	1	0	0	0	1	1	1

Pour 2021 il faut utiliser les puissances suivantes : 512 et 1024.
On a : $2021 = 1024 + 512 + 256 + 128 + 64 + 32 + 4 + 1$

Décimal	Binaire	Décimal	Binaire	Décimal	Binaire	Décimal	Binaire
34	100010	63	111111	64	1000000	100	1100100
127	1111111	178	10110010	255	11111111	256	100000000
0	0	2021	11111100101	170	10101010	455	111000111

Remarque :
Quand on écrit le nombre 2021 avec les chiffres 2, 0 et 1 on utilise le système décimal qui permet d'écrire les nombres entiers en utilisant les dix chiffres $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. Le préfixe déci signifie dix !

L'écriture 2021 signifie : $2\,021 = 2 \times 1\,000 + 0 \times 100 + 2 \times 10 + 1 \times 1$

On obtient donc l'écriture suivante :

$$2\,021 = 2 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0$$

L'écriture en binaire utilise un système à deux chiffres, 0 et 1, et des puissances de 2 :

$$2\,021 = 1\,024 + 512 + 256 + 128 + 64 + 32 + 4 + 1$$

$$2\,021 = 1 \times 1\,024 + 1 \times 512 + 1 \times 256 + 1 \times 128 + 1 \times 64 + 1 \times 32 + 0 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$$

$$2\,021 = 1 \times 2^{10} + 1 \times 2^9 + 1 \times 2^8 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

6. Il s'agit de 11111111 c'est-à-dire $2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 255$

7.

Caractère	V	I	V	E		L	A
Codage en ASCII	86	73	86	69	32	76	65
Binaire regroupé en octet	01010110	01001001	01010110	01000101	00100000	01001100	01000001

Caractère	T	E	C	H	N	O	L	O	G	I	E	
Codage en ASCII	84	69	67	72	78	79	76	79	71	73	69	32
Binaire regroupé en octet	01010100	01000101	01000011	01001000	01001110	01001111	01001100	01001111	01000111	01001001	01000101	00100

Soit :

01010110 01001001 01010110 01000101 00100000 01001100 01000001 01010100 01000101 01000011 01001000 01001110 01001111 01001100 01001111 01000111 01001001 01000101 00100000 00100001

8.
01001111 01001110 00100000 01000001 01000100 01001111 01010010 01000101 00100000 01001101 01000101 01001100 01000001 01001110 01000111 01000101 01010010 00100000 01010100 01000101 01000011 01001000 01001110 01001111 00100000 01000101 01010100 00100000 01001101 01000001 01010100 01001000 01010011 00100000 00100001

Binaire regroupé en octet	01001111	01001110	00100000	01000001	01000100	01001111	01010010	01000101
Codage en ASCII	79	78	32	65	68	79	82	69
Caractère	O	N		A	D	O	R	E

Binaire regroupé en octet	00100000	01001101	01000101	01001100	01000001	01001110	01000111	01000101
Codage en ASCII	32	77	69	76	65	78	71	69
Caractère		M	E	L	A	N	G	E

Binaire regroupé en octet	01010010	00100000	01010100	01000101	01000011	01001000	01001110	01001111
Codage en ASCII	82	32	84	69	67	72	78	79
Caractère	R		T	E	C	H	N	O

Binaire regroupé en octet	00100000	01000101	01010100	00100000	01001101	01000001	01010100	01001000
Codage en ASCII	32	69	84	32	77	65	84	72
Caractère		E	T		M	A	T	H

Binaire regroupé en octet	01010011	00100000	00100001
Codage en ASCII	83	32	33
Caractère	S		!

On obtient donc :

ON ADORE MELANGER TECHNO ET MATHS!

Les puissances de 10

Définition

a un nombre quelconque, n un entier supérieur ou égal à 2.

$$a^n = \underbrace{a \times \ldots \times a}_{\text{n fois}}$$

Exemples :

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, ☡ $2^3 \neq 2 \times 3$ en effet $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $2 \times 3 = 2 + 2 + 2 = 6$

$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$

$1^{2020} = 1$, $(-1)^{2019} = -1$ car 2019 est impair. $(-1)^{2020} = 1$ car 2020 est pair.

$0^{100} = 0$

$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$

Les puissances de 10

n un entier supérieur ou égal à 2.

$$10^n = 1\,\underbrace{0\ldots0}_{\text{n zéros}}$$

Exemples :

$10^2 = 100$ $10^3 = 1\,000$ $10^6 = 1\,000\,000$ $10^9 = 1\,000\,000\,000$

Propriétés et extension de la définition

$10^1 = 10$ et $10^0 = 1$

Pour n un entier supérieur ou égal à 1,

$$10^{-n} \text{ est l'inverse de } 10^n\,;\ 10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

Pour n et p deux entiers relatifs,

$$10^n \times 10^p = 10^{n+p} \qquad \frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p} \qquad (10^n)^p = 10^{n \times p}$$

Préfixe et puissances de 10 :

n	nano	10^{-9}=0,000 000 001	un milliardième
µ	micro	10^{-6}=0,000 001	un millionième
m	milli	10^{-3}=0,001	un millième
c	centi	10^{-2}=0,01	un centième
d	déci	10^{-1}=0,1	un dixième
		10^0=1	
da	déca	10^1=10	une dizaine
h	hecto	10^2=100	une centaine
k	kilo	10^3=1 000	un millier
M	méga	10^6=1 000 000	un million
G	giga	10^9=1 000 000 000	un milliard

Inverses

L'écriture scientifique

Un nombre décimal peut s'écrire sous la forme scientifique : $\pm a \times 10^n$

Où a est un nombre décimal tel que $1 \leqslant a < 10$ et n un entier relatif.
a s'appelle la **mantisse** du nombre.

Exemples :

$2\,020 = 2,02 \times 10^3$

$0,007\,8 = 7,8 \times 10^{-3}$

$1\,234\,567\,890 = 1,23456789 \times 10^9$

$-5 = -5 \times 10^0$

$-0,000\,001\,23 = -1,23 \times 10^{-6}$

$15\,900 \times 10^5 = 1,59 \times 10^9$

Problème :

Un molécule d'eau, H_2O est constituée de deux atomes d'oxygène pour un atome d'hydrogène.
Voici les masses de ces atomes :

— Un atome d'hydrogène : 0,000 000 000 000 000 000 000 000 001 67 kg;

— Un atome d'oxygène : 0,000 000 000 000 000 000 000 000 026 72 kg.

Un litre d'eau à une masse de 1 kg à 20°, combien de molécules d'eau contient 1 L d'eau ?

On peut écrire les masses atomiques en écriture scientifique.
La masse de l'atome d'hydrogène : $1,67 \times 10^{-27}$ kg.
La masse de l'atome d'oxygène : $2,672 \times 10^{-26}$ kg soit $26,72 \times 10^{-27}$ kg. Ceci n'est pas une écriture scientifique, cela permet de montrer que l'oxygène est beaucoup plus lourd que l'hydrogène !
Une molécule d'eau à donc une masse de : $2 \times 1,67 \times 10^{-27}\,\text{kg} + 2,672 \times 10^{-26}\,\text{kg}$
Soit $3,34 \times 10^{-27}\,\text{kg} + 26,72 \times 10^{-27}\,\text{kg} = 30,06 \times 10^{-27}\,\text{kg} \approx 30 \times 10^{-27}\,\text{kgă} \approx 3 \times 10^{-26}\,\text{kg}$
Reste à effectuer $\dfrac{1\,\text{kg}}{3 \times 10^{-26}\,\text{kg}} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{1 \times 10^{-26}} \approx 0,33 \times 1 \times 10^{26} \approx 3,3 \times 10^{26}$
Il y a $3,3 \times 10^{26}$ atomes d'eau dans 1 L soit 330 000 000 000 000 000 000 000 000 atomes.

Remarques et intentions pédagogiques

[1] **Activité — Le mur**

Mes intentions sont claires !

[1]Raisonnons par l'absurde sur un exemple générique. Si le quotient $20 \div 0$ avait un sens alors $0 \times (20 \div 0) = 20$. Or comme pour tout nombre x on a $0 \times x = 0$, l'égalité $0 \times x = a$ n'est vérifiée que pour $a = 0$. Ce qui signifie en toute rigueur que seul le quotient de 0 par 0 aurait un sens. Cependant par l'absurde on aurait $0 \times (0 \div 0) = 0$ mais ce quotient peut dans ce cas prendre la valeur réelle de notre choix... Ce qui rend absurde son existence !

[2]De plus $\dfrac{15}{5} = 3$ et $\dfrac{3}{1} = 3$: il n'y a donc pas unicité de la fraction $\dfrac{a}{b}$ telle que $b \times \dfrac{a}{b} = a$

[3]Certains nombres ne sont pas rationnels comme pa $\sqrt{2}$, π, $cos(10°)$...

[4]Je me restreins au cas des fractions, c'est-à-dire avec un numérateur et dénominateur entier. Avec des quotients et a, b et k des réels quelconques non nul cette propriété reste bien sûr vraie !

[5]L'identification précédente entre $\dfrac{5}{3}$ et $\dfrac{45}{27}$ repose sur l'intégrité de l'anneau des nombres rationnels.

En effet comme $27 \times \dfrac{5}{3} = 45$ et $27 \times \dfrac{45}{27} = 45$ on peut écrire $27 \times \dfrac{5}{3} - 27 \times \dfrac{45}{27} = 0$

Ainsi $27\left(\dfrac{5}{3} - \dfrac{45}{27}\right) = 0$ ce qui pour des raisons d'intégrité oblige $\dfrac{5}{3} = \dfrac{45}{27}$.

On utilise l'intégrité de l'anneau des rationnels dans la plupart des démonstrations de ce chapitre.
Il paraît bien difficile de parler de cela à des collégiens !

[1] **Activité — Un pavage du plan**

Mes intentions sont claires

[1] **Activité — Parallèles et longueurs**

Mes intentions sont claires

Chapitre VIII

Initiation au calcul littéral

Sommaire

Situation initiale : Apprendre une nouvelle langue : Algèbre LV3

Première partie : le langage algébrique

On a l'habitude d'utiliser une lettre pour désigner un nombre quelconque.
Ainsi la phrase « la somme d'un nombre et de 5 »peut se traduire en langage algébrique en $x+5$

1. En notant x le nombre quelconque, traduire les phrases suivantes en langage algébrique :

A. « Le produit d'un nombre et de 7. »
B. « La différence de 10 et d'un nombre. »
C. « Le quotient d'un nombre par 10. »
D. « Le triple du nombre. »
E. « La somme du triple du nombre et du double du nombre. »
F. « Le produit du nombre par le nombre. »
G. « La somme du triple du nombre et de 10. »
H. « Le produit de 5 par la somme du nombre et de 7. »
I. « Le produit du nombre par la différence du nombre et de 11. »
J. « Le produit de la somme du nombre et de 5 par la somme du nombre et de 7. »

2. Traduire en langue française et en vous inspirant de l'exercice précédent les expressions suivantes :

$A = 3x+1$
$B = 1-2x$
$C = 1+x$
$D = 5(3x+1)$
$E = x^2+1$
$F = 2x(x+1)$
$G = x^2+2x+1$
$H = (x+3)(x-3)$

Deuxième partie : Réduire une expression algébrique

On peut souvent remplacer une succession d'ordres mathématiques par une phrase plus simple.
Par exemple la phrase « Ajouter 3 à un nombre puis ajouter 7. »se simplifie en « Ajouter 10 à un nombre. »
1. Faire une phrase plus simple pour chacune des phrases suivantes :

A. « Ajouter 3 à un nombre puis ajouter le nombre et enlever 5. »
B. « Ajouter un nombre à 10, multiplier le tout par 7 et enlever 35. »
C. « Ajouter un nombre à lui-même, multiplier le tout par 7 et enlever 10. »
D. « Ajouter le carré d'un nombre à un nombre et enlever 5. »

2. Reprendre chacune des phrases suivantes et écrire une expression algébrique où x désigne le nombre quelconque.
Faire de même avec vos phrases simplifiées.

Troisième partie : La grammaire algébrique

On veut comparer les expressions algébriques : $2x+3$ et $5x$ ainsi que $2x^2+3x$ et $5x^2$
1. Exprimer en français les quatre expressions algébriques précédentes.
2. Tester chacune des expressions précédentes en prenant les nombres 2 et 5 puis deux autres nombre de votre choix.
3. Que pouvez-vous dire de $2x+3$ et $5x$? Et de $2x^2+3x$ et $5x^2$?

Quatrième partie : Premiers pas en langue algébrique
Réduire au maximum chacune des expressions algébriques suivantes :

$A = x+x$
$B = x-x$
$C = x\times x$
$D = x+3+x+5$
$E = 2x-1+3x-3$
$F = 3x-1+x-2+2x-1$
$G = 2x^2+2x+x+3x^2-5x$
$H = 3x^2+3x+1+6-4x-2x^2$
$I = 5\times 3x+6\times 10$
$J = 5(3x+9)$

Apprendre une nouvelle langue : Algèbre LV3 – Correction

Première partie : le langage algébrique

1. En notant x le nombre quelconque, traduire les phrases suivantes en langage algébrique :

A. « Le produit d'un nombre et de 7. » : $\boxed{7 \times x = 7x}$
B. « La différence de 10 et d'un nombre. » : $\boxed{10 - x}$
C. « Le quotient d'un nombre par 10. » : $\boxed{\dfrac{x}{10}}$
D. « Le triple du nombre. » : $\boxed{3x}$
E. « La somme du triple du nombre et du double du nombre. » : $\boxed{3x + 2x}$
F. « Le produit du nombre par le nombre. » : $\boxed{3x \times x}$
G. « La somme du triple du nombre et de 10. » : $\boxed{3x + 10}$
H. « Le produit de 5 par la somme du nombre et de 7. » : $\boxed{5 \times (x+7) = 5(x+7)}$
I. « Le produit du nombre par la différence du nombre et de 11. » : $\boxed{x \times (x-11) = x(x-11)}$
J. « Le produit de la somme du nombre et de 5 par la somme du nombre et de 7. » : $\boxed{(x+5) \times (x+7) = (x+5)(x+7)}$

2. Traduire en langue française et en vous inspirant de l'exercice précédent les expressions suivantes :

$A = 3x + 1$: $\boxed{\text{La somme du triple du nombre et de un}}$
$B = 1 - 2x$: $\boxed{\text{La différence de un et du double du nombre}}$
$C = 1 + x$: $\boxed{\text{La somme de un et du nombre}}$
$D = 5(3x + 1)$: $\boxed{\text{Le produit de cinq et de la somme du triple du nombre et de un}}$
$E = x^2 + 1$: $\boxed{\text{La somme du carré du nombre et de un}}$
$F = 2x(x + 1)$: $\boxed{\text{Le produit du double du nombre et de la somme du nombre et de un}}$
$G = x^2 + 2x + 1$: $\boxed{\text{La somme du carré du nombre, du double du nombre et de un}}$
$H = (x + 3)(x - 3)$: $\boxed{\text{Le produit de la somme du nombre et de trois par la différence du nombre et de trois}}$

Deuxième partie : Réduire une expression algébrique

1. Faire une phrase plus simple pour chacune des phrases suivantes :

A. « Ajouter 3 à un nombre puis ajouter le nombre et enlever 5. »
A. $\boxed{\text{Enlever 2 au double d'un nombre.}}$
B. « Ajouter un nombre à 10, multiplier le tout par 7 et enlever 35. »
B. $\boxed{\text{Multiplier un nombre par 7 et ajouter 35.}}$
C. « Ajouter un nombre à lui-même, multiplier le tout par 7 et enlever 10. »
C. $\boxed{\text{Multiplier un nombre par 14 et enlever 10.}}$
D. « Ajouter le carré d'un nombre à un nombre et enlever 5. »
D. $\boxed{\text{On ne peut pas simplifier cette phrase!}}$

2. Reprendre chacune des phrases suivantes et écrire une expression algébrique où x désigne le nombre quelconque.
A. $\boxed{3 + x + x - 5 = 2x - 2}$
B. $\boxed{(x + 10) \times 7 - 35 = 7x + 70 - 35 \text{ soit } 7x - 35}$
C. $\boxed{(x + x) \times 7 - 10 = 2x \times 7 - 10 \text{ soit } 14x - 10}$
D. $\boxed{x^2 + x - 5}$

Troisième partie : La grammaire algébrique

On veut comparer les expressions algébriques : $2x + 3$ et $5x$ ainsi que $2x^2 + 3x$ et $5x^2$
1. Exprimer en français les quatre expressions algébriques précédentes.
$2x + 3$: $\boxed{\text{La somme de 3 et du double du nombre.}}$
$5x$: $\boxed{\text{Multiplier un nombre par 5.}}$

$2x^2+3x$: $\boxed{\text{La somme du double du carré d'un nombre et du triple d'un nombre.}}$

$5x^2$: $\boxed{\text{Le produit de 5 par le carré d'un nombre.}}$

2. Tester chacune des expressions précédentes en prenant les nombres 2 et 5 puis deux autres nombre de votre choix.
Pour $x = 2$,
$2x+3 = 2\times 2+3 = 4+3 = 7$
$5x = 5\times 2 = 10$
$2x^2+3x = 2\times 2^2+3\times 2 = 2\times 4+6 = 8+6 = 14$
$5x^2 = 5\times 2^2 = 5\times 4 = 20$

3. Que pouvez-vous dire de $2x+3$ et $5x$? Et de $2x^2+3x$ et $5x^2$?
On constate qu'en général $2x+3 \neq 5x$ on ne peut donc pas ajouter 3 et $2x$.
On constate aussi que $2x^2+3x \neq 5x^2$ on ne peut donc pas ajouter $2x^2$ et $3x$.

Quatrième partie : Premiers pas en langue algébrique

Réduire au maximum chacune des expressions algébriques suivantes :
$A = x+x = \boxed{2x}$
$B = x-x = \boxed{0}$
$C = x\times x = \boxed{x^2}$
$D = x+3+x+5 = \boxed{2x+8}$
$E = 2x-1+3x-3 = \boxed{5x-4}$
$F = 3x-1+x-2+2x-1 = \boxed{6x-4}$
$G = 2x^2+2x+x+3x^2-5x\boxed{5x^2-2x}$
$H = 3x^2+3x+1+6-4x-2x^2 = \boxed{x^2-x+7}$
$I = 5\times 3x+6\times 10 = \boxed{15x+60}$
$J = 5(3x+9) = \boxed{15x+45}$

Situation initiale : Un programme de calcul surprenant

Première partie :
Voici un programme de calcul :

— Choisir un nombre entier positif inférieur à 100 ;
— Enlever 36 ;
— Multiplier le tout par 5 ;
— Ajouter 173 ;
— Multiplier le tout par 4 ;
— Ajouter 31 ;
— Multiplier à nouveau le tout par 5 ;
— Ajouter le nombre entier choisi au départ ;
— Enlever 15 ;
— Écrire le résultat.

1. Tester ce programme avec quatre nombres entiers différents.

2. Quelle conjecture pouvez-vous faire.

Deuxième partie : Travail de traduction

On note x le nombre de départ

Nous allons traduire et simplifier chaque étape :

Phrases en français	Expressions algébriques
Choisir un nombre entier	x
Enlever 36	$x-36$
Multiplier le tout par 5	$5(x-36)=5\times x-5\times 36=5x-180$
Ajouter 173	
Multiplier le tout 4	
Ajouter 31	
Multiplier à nouveau le tout 5	
Ajouter le nombre entier choisi au départ	
Enlever 15	
Écrire le résultat	

Troisième partie : Explications

Expliquez pourquoi le résultat précédent démontre votre conjecture.

I — La distributivité

Propriété 8.1 : La distributivité Admise

a, b et k sont des nombres quelconques

$$\underbrace{k \times (a+b)}_{\text{Produit de deux facteurs}} = \underbrace{k \times a + k \times b}_{\text{Somme de deux termes}}$$

$\longrightarrow$ Développer

$\longleftarrow$ Factoriser

Remarque

La **distributivité** est une propriété qui lie l'addition et la multiplication. On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition.
Cela revient à dire que « le produit d'une somme est égal à la somme des produits ».

La somme, le symbole +, est une somme algébrique. a et b sont des nombres relatifs positifs ou négatifs. **Exemples numériques :**

Développer
On se sert souvent de la distributivité pour effectuer du calcul mental.
$13 \times 11 = 13 \times (10+1) = 13 \times 10 + 13 \times 1 = 130 + 13 = 143$
$77 \times 99 = 77 \times (100-1) = 77 \times 100 - 77 \times 1 = 7\,700 - 77 = 7\,623$

Factoriser
$14 \times 13 - 14 \times 3 = 14 \times (13-3) = 14 \times 10 = 140$
$87 \times 23 + 87 \times 49 + 87 \times 28 = 87 \times (23+49+28) = 87 \times 100 = 8\,700$
Même si ces deux exemples sont un peu « caricaturaux », ils illustrent assez bien le principe de la factorisation !

II — Le calcul littéral

Le **calcul numérique** consiste à utiliser les règles des opérations arithmétiques (addition, soustraction, multiplication et division) pour obtenir un résultat final sous forme d'un nombre.

Le **calcul littéral** consiste à utiliser des lettres pour désigner des nombres dans une expression algébrique. L'objectif est de modifier une expression algébrique littérale pour obtenir une expression équivalente. Pour cela il faut respecter des règles de calcul issues de la propriété de distributivité.

Exemples :
Les « formules »de calcul de périmètres ou d'aires sont des expressions littérales :

Le périmètre du cercle de rayon r est donné par l'expression : $2\pi r$
Dans cette expression le symbole de multiplication est sous-entendu : $2\pi r = 2 \times \pi \times r$
Le cercle

III — Réduction des expressions littérales

IV — Annexes

1 Exercices

Exercice n° 8.1 : Substituer une lettre par un nombre

Voici quatre expressions algébriques littérales :

$$\mathrm{A} = 5x + 9$$

$$\mathrm{B} = 1 - 7x + 3 + 8x$$

$$\mathrm{C} = 5(2x - 1)$$

$$\mathrm{D} = 3x^2 - 2x + 1$$

Calculer la valeur numérique exacte de chacune de ces expressions en remplaçant x par la valeur proposée. (Il y a donc 16 calculs numériques à effectuer !)

1. $x = 0$ **2.** $x = 3$ **3.** $x = -2$ **4.** $x = \frac{2}{3}$

Exercice n° 8.2 : Réduire une expression littérale

Réduire chacune des expressions littérales suivantes :

$\mathrm{A} = x + x$
$\mathrm{B} = x - x$
$\mathrm{C} = x \times x$
$\mathrm{D} = 2x + 3 + 4x + 5$
$\mathrm{E} = -2x + 7 - 3x - 8 - x + 6$
$\mathrm{F} = 1 - 7x - 8 + 11x - 2 + 4x - 3$
$\mathrm{G} = 2x^2 + 2x - 3 + 4x^2 - 3x + 1$
$\mathrm{H} = 3x^2 + 1 - 3x + 5 - 3x^2 + 7x$
$\mathrm{I} = 1 - 7x + x^2 + x + 1 - 3x + 8x^2 - 11$

Exercice n° 8.3 : Réduire une expression littérale

Développer et réduire chacune des expressions littérales ci-dessous :

$\mathrm{A} = 7(2x + 2)$
$\mathrm{B} = 5(1 - 4x)$
$\mathrm{C} = 3(-2x - 3)$
$\mathrm{D} = -4(5x - 2)$
$\mathrm{E} = -5(-6x - 7)$
$\mathrm{F} = 2x(1 - x)$
$\mathrm{G} = 3(4x + 1) + 5(3x - 4)$
$\mathrm{H} = 2x(3x + 1) + 3(1 + 3x)$
$\mathrm{I} = -3(1 - x) - 4(2 + x)$
$\mathrm{J} = -2x(3x - 1) - 3(3x + 2)$

Exercice n° 8.1 : Substituer une lettre par un nombre

Correction

Voici quatre expressions algébriques littérales :

$$A = 5x + 9$$

$$B = 1 - 7x + 3 + 8x$$

$$C = 5(2x - 1)$$

$$D = 3x^2 - 2x + 1$$

Calculer la valeur numérique exacte de chacune de ces expressions en remplaçant x par la valeur proposée. (Il y a donc 16 calculs numériques à effectuer !)

1. Pour $x = 0$

$A = 5 \times 0 + 9 = 0 + 9 = \boxed{9}$

$B = 1 - 7 \times 0 + 3 + 8 \times 0 = 1 + 3 = \boxed{4}$

$C = 5(2 \times 0 - 1) = 5(0 - 1) = 5(-1) = \boxed{-5}$

$D = 3 \times 0^2 - 2 \times 0 + 1 = 0 - 0 + 1 = \boxed{1}$

2. $x = 3$

$A = 5 \times 3 + 9 = 15 + 9 = \boxed{24}$

$B = 1 - 7 \times 3 + 3 + 8 \times 3 = 1 - 21 + 3 + 24 = \boxed{7}$

$C = 5(2 \times 3 - 1) = 5(6 - 1) = 5 \times 5 = \boxed{25}$

$D = 3 \times 3^2 - 2 \times 3 + 1 = 3 \times 9 - 6 + 1 = 27 - 5 = \boxed{22}$

3. $x = -2$

$A = 5 \times (-2) + 9 = -10 + 9 = \boxed{-1}$

$B = 1 - 7 \times (-2) + 3 + 8 \times (-2) = 1 + 14 + 3 - 16 = \boxed{2}$

$C = 5(2 \times (-2) - 1) = 5(-4 - 1) = 5 \times (-5) = \boxed{-25}$

$D = 3 \times (-2)^2 - 2 \times (-2) + 1 = 3 \times 4 + 4 + 1 = 12 + 5 = \boxed{17}$

4. $x = \dfrac{2}{3}$

$A = 5 \times \dfrac{2}{3} + 9 = \dfrac{10}{3} + 9 = \dfrac{10}{3} + \dfrac{27}{3} = \boxed{\dfrac{37}{3}}$

$B = 1 - 7 \times \dfrac{2}{3} + 3 + 8 \times \dfrac{2}{3} = 1 - \dfrac{14}{3} + 3 + \dfrac{16}{3} = 4 + \dfrac{2}{3} = \dfrac{12}{3} + \dfrac{2}{3} = \boxed{\dfrac{14}{3}}$

$C = 5(2 \times \dfrac{2}{3} - 1) = 5\left(\dfrac{4}{3} - 1\right) = 5\left(\dfrac{4}{3} - \dfrac{3}{3}\right) = 5 \times \dfrac{1}{3} = \boxed{\dfrac{5}{3}}$

$D = 3 \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^2 - 2 \times \dfrac{2}{3} + 1 = 3 \times \dfrac{4}{9} - \dfrac{4}{3} + 1 = \dfrac{12}{9} - \dfrac{12}{9} + 1 = \boxed{1}$

Exercice n° 8.2 : Réduire une expression littérale

Correction

Réduire chacune des expressions littérales suivantes :

$A = x + x = \boxed{2x}$

$B = x - x = \boxed{0}$

$C = x \times x = \boxed{x^2}$

$D = 2x + 3 + 4x + 5 = \boxed{6x + 8}$

$E = -2x + 7 - 3x - 8 - x + 6 = \boxed{-6x + 5}$

$F = 1 - 7x - 8 + 11x - 2 + 4x - 3 = \boxed{8x - 12}$

$G = 2x^2 + 2x - 3 + 4x^2 - 3x + 1 = \boxed{6x^2 - x - 2}$

$H = 3x^2 + 1 - 3x + 5 - 3x^2 + 7x = \boxed{-4x + 6}$

$I = 1 - 7x + x^2 + x + 1 - 3x + 8x^2 - 11 = \boxed{9x^2 - 9x - 9}$

Exercice n° 8.3 : **Réduire une expression littérale** — Correction

Développer et réduire chacune des expressions littérales ci-dessous :

$A = 7(2x + 2) = \boxed{14x + 14}$

$B = 5(1 - 4x) = \boxed{5 - 20x}$

$C = 3(-2x - 3) = \boxed{-6x - 9}$

$D = -4(5x - 2) = \boxed{-20x + 8}$

$E = -5(-6x - 7) = \boxed{30x + 35}$

$F = 2x(1 - x) = \boxed{2x - 2x^2}$

$G = 3(4x + 1) + 5(3x - 4) = 12x + 3 + 15x - 20 = \boxed{27x - 17}$

$H = 2x(3x + 1) + 3(1 + 3x) = 6x^2 + 2x + 3 + 9x = \boxed{6x^2 + 11x + 3}$

$I = -3(1 - x) - 4(2 + x) = -3 + 3x - 8 - 4x = \boxed{-x - 11}$

$J = -2x(3x - 1) - 3(3x + 2) = -6x^2 + 3x - 9x - 6 = \boxed{-6x^2 - 6x - 6}$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 7(2x-1)+3(5x+2)$

$B = 3x(3x+1)+2x(5x+3)$

$C = -5x(1-2x)+2(3-5x)$

$D = 2x+x^2-3(2x-1)+3x(1-2x)$

$D = (3x+1)(5x-1)$

$E = (7-3x)(2-5x)$

$F = (3x-1)(2x+1)+(3x-1)(5x+2)$

$G = 3(5x-1)+(3x-1)(5x+4)+x^2-1$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 3(5x-1)+2(6x+2)$

$B = 4x(2x+1)+2x(6x+3)$

$C = -4x(1-2x)+3(3-5x)$

$D = 3x+x^2-3(3x-1)+3x(1-3x)$

$D = (3x+1)(6x-1)$

$E = (7-3x)(2-6x)$

$F = (2x-1)(3x+1)+(2x-1)(4x+2)$

$G = 3(6x-1)+(3x-1)(4x+5)+x^2-1$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 3(4x-1)+3(5x+2)$

$B = 2x(3x+1)+3x(5x+3)$

$C = -6x(1-2x)+3(3-5x)$

$D = 3x+x^2-3(3x-1)+3x(1-2x)$

$D = (3x+1)(6x-1)$

$E = (7-4x)(2-5x)$

$F = (4x-1)(2x+1)+(2x-1)(5x+2)$

$G = 3(4x-1)+(2x-1)(5x+4)+x^2-1$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 4(5x-1)+2(6x+2)$

$B = 3x(2x+1)+2x(6x+3)$

$C = -3x(1-3x)+3(3-5x)$

$D = 5x+x^2-3(5x-1)+3x(1-3x)$

$D = (2x+1)(3x-1)$

$E = (7-5x)(2-6x)$

$F = (3x-1)(3x+1)+(5x-1)(4x+2)$

$G = 3(7x-1)+(4x-1)(4x+5)+x^2-1$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 5x - 3 + 7x + 9$

$B = 8x - 9 - 7x - 3 - 4x + 1$

$C = 5x^2 - 3x + 9 - 3x^2 + 8x - 4$

$D = 5x + 2y - 5t + 1 - 3x + 8y - 6x$

$D = 3(2x + 1) + 2(4x + 3)$

$E = 4(4x - 1) - 3(5x - 3)$

$F = 2x(3x - 1) + 3(4x + 2)$

$G = 3x^2 - 3(2x - 1) + 2x(1 - x)$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 7x - 4 + 9x + 9$

$B = 10x - 9 - 8x - 8 - 4x + 1$

$C = 7x^2 - 3x + 8 - 3x^2 + 3x - 4$

$D = 6x + 3y - 7t + 1 - 3x + 8y - 6x$

$D = 4(2x + 1) + 3(4x + 3)$

$E = 3(4x - 1) - 4(5x - 3)$

$F = 3x(3x - 1) + 2(4x + 2)$

$G = 2x^2 - 3(3x - 1) + 3x(1 - x)$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 4x - 3 + 7x + 7$

$B = 5x - 9 - 7x - 5 - 4x + 1$

$C = 6x^2 - 4x + 8 - 3x^2 + 8x - 4$

$D = 3x + 5y - 7t + 1 - 3x + 8y - 6x$

$D = 5(2x + 1) + 3(4x + 3)$

$E = 4(5x - 1) - 4(5x - 3)$

$F = 2x(4x - 1) + 3(5x + 2)$

$G = 5x^2 - 4(2x - 1) + 2x(1 - x)$

Interrogation de mathématiques

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 7x - 5 + 5x + 9$

$B = 5x - 7 - 7x - 3 - 5x + 1$

$C = 6x^2 - 6x + 9 - 3x^2 + 8x - 4$

$D = 7x + 3y - 9t + 1 - 3x + 8y - 6x$

$D = 5(3x + 1) + 3(3x + 3)$

$E = 2(5x - 1) - 4(5x - 3)$

$F = 4x(3x - 2) + 3(5x + 2)$

$G = 5x^2 - 2(4x - 1) + 3x(1 - x)$

Préparation à l'évaluation de calcul littéral

Exercice n° 1 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = 5x - 3 + 7x - 1 + 2x - 10$

$B = 6x - 7x^2 - 9x - 10 + x^2 + 7$

$C = 6(2x - 1) + 3(6x + 2)$

$D = -5(1 - 3x) - 2(3x + 1)$

$E = 2x(3x - 1) - 4(5x + 1)$

$F = (3x^2 - 5x + 1) - (5x^2 + 7x - 10)$

$G = 5x^2 - 3(2x + 1) + 6x - 3x(4x - 1)$

$H = 7x(6x - 1) - (-3x^2 + 10 - 8x) + 5(2x - 1) + (5x^2 - x - 1)$

Exercice n° 2 : Voici un programme de calcul

— Choisir un nombre;
— ajouter 2;
— multiplier le tout par le nombre de départ;
— enlever le carré du nombre de départ.

1. En prenant 3 comme nombre de départ, vérifier que l'on obtient 6.
2. Tester ce programme avec les nombres -3 et 5.
3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.
5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

Exercice n° 3 : Voici un programme de calcul

— Choisir un nombre;
— le multiplier par -4;
— ajouter 7;
— multiplier le tout par -3;
— ajouter 21;
— enlever le double du nombre de départ.

1. En prenant 5 comme nombre de départ, vérifier que l'on obtient 50.
2. Tester ce programme avec les nombres -3 puis 7.
3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.
5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

Préparation à l'évaluation de calcul littéral

EXERCICE N° 1 : Développer et réduire CORRECTION

Calcul littéral

$A = 5x - 3 + 7x - 1 + 2x - 10$

$\boxed{A = 14x - 14}$

$B = 6x - 7x^2 - 9x - 10 + x^2 + 7$

$\boxed{B = -6x^2 - 3x - 3}$

$C = 6(2x - 1) + 3(6x + 2)$

$C = 12x - 6 + 18x + 6$

$\boxed{C = 30x}$

$D = -5(1 - 3x) - 2(3x + 1)$

$D = -5 + 15x - 6x - 2$

$\boxed{D = 9x - 7}$

$E = 2x(3x - 1) - 4(5x + 1)$

$E = 6x^2 - 2x - 20x - 4$

$\boxed{E = 6x^2 - 22x - 4}$

$F = (3x^2 - 5x + 1) - (5x^2 + 7x - 10)$

$F = 3x^2 - 5x + 1 - 5x^2 - 7x + 10$

$\boxed{F = -2x^2 - 12x + 11}$

$G = 5x^2 - 3(2x + 1) + 6x - 3x(4x - 1)$

$G = 5x^2 - 6x - 3 + 6x - 12x^2 + 3x$

$\boxed{G = -7x^2 + 3x - 3}$

$H = 7x(6x - 1) - (-3x^2 + 10 - 8x) + 5(2x - 1) + (5x^2 - x - 1)$

$H = 42x^2 - 7x + 3x^2 - 10 + 8x + 10x - 5 + 5x^2 - x - 1$

$\boxed{H = 50x^2 + 10x - 11}$

EXERCICE N° 2 : Voici un programme de calcul CORRECTION

Calcul littéral

1. En prenant 3 comme nombre de départ, on obtient successivement :

3 puis $3 + 2 = 5$ et $5 \times 3 = 15$ enfin $15 - 3^2 = 15 - 9 = 6$

2. En prenant -3 comme nombre de départ, on obtient successivement :

-3 puis $-3 + 2 = -1$ et $-1 \times (-3) = 3$ enfin $3 - (-3)^2 = 3 - 9 = -6$

En prenant 5 comme nombre de départ, on obtient successivement :

5 puis $5 + 2 = 7$ et $7 \times 5 = 35$ enfin $35 - 5^2 = 35 - 25 = 10$

Tester ce programme avec les nombres -3 et 5.

3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.

5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

Exercice n° 3 : Voici un programme de calcul

— Choisir un nombre ;
— le multiplier par -4 ;
— ajouter 7 ;
— multiplier le tout par -3 ;
— ajouter 21 ;
— enlever le double du nombre de départ.

1. En prenant 5 comme nombre de départ, vérifier que l'on obtient 50.

2. Tester ce programme avec les nombres -3 puis 7.

3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?

4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.

5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

Évaluation de calcul littéral

1^er avril 2022

EXERCICE N° 1 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = 9x - 6 + 3x - 4 + 3x - 10$

$B = 9x - 9x^2 - 8x - 10 + x^2 + 7$

$C = 6(3x - 1) + 5(6x + 2)$

$D = -4(1 - 3x) - 3(3x + 1)$

$E = 3x(2x - 1) - 4(6x + 1)$

$F = (5x^2 - 7x + 1) - (2x^2 + 9x - 10)$

$G = 10x^2 - 3(3x + 1) + 5x - 4x(4x - 1)$

$H = 2x(3x - 1) - (-4x^2 + 10 - 8x) + 4(2x - 1) + (6x^2 - x - 1)$

$$I = \frac{8\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103 + 26390k)}{(k!)^4 \times 396^{4k}} \times \left(\int_0^{+\infty} e^{-t^2} dt \right)^2 \quad (***)$$

(***) I=1, mais il n'est pas impossible que cette question ait un rapport avec la date du jour...

EXERCICE N° 2 : Voici un programme de calcul

— Choisir un nombre ;
— ajouter 3 ;
— multiplier le tout par le nombre de départ ;
— enlever le carré du nombre de départ.

1. En prenant 5 comme nombre de départ, vérifier que l'on obtient 15.
2. Tester ce programme avec les nombres 2 et -10.
3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.
5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

EXERCICE N° 3 : Voici un programme de calcul

— Choisir un nombre ;
— le multiplier par 2 ;
— enlever 3 ;
— multiplier le tout par 4 ;
— ajouter 12 ;
— ajouter le double du nombre de départ.

1. En prenant 6 comme nombre de départ, vérifier que l'on obtient 60.
2. Tester ce programme avec les nombres 4 puis -2.
3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.
5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

Évaluation de calcul littéral

1er avril 2022

Exercice nº 1 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = 9x - 8 + 2x - 4 + 3x - 10$

$B = 9x - 10x^2 - 9x - 10 + x^2 + 7$

$C = 6(3x - 2) + 5(5x + 2)$

$D = -4(1 - 2x) - 3(3x + 1)$

$E = 4x(2x - 1) - 4(6x + 1)$

$F = (6x^2 - 8x + 1) - (2x^2 + 9x - 10)$

$G = 10x^2 - 3(2x + 1) + 5x - 4x(4x - 1)$

$H = 2x(4x - 1) - (-4x^2 + 10 - 8x) + 4(3x - 1) + (6x^2 - x - 1)$

$$I = \frac{8\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103 + 26390k)}{(k!)^4 \times 396^{4k}} \times \left(\int_0^{+\infty} e^{-t^2} dt \right)^2 \quad (***)$$

$(_{***})$ I=1, mais il n'est pas impossible que cette question ait un rapport avec la date du jour...

Exercice nº 2 : Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre ;
- ajouter 3 ;
- multiplier le tout par le nombre de départ ;
- enlever le carré du nombre de départ.

1. En prenant 4 comme nombre de départ, vérifier que l'on obtient 12.
2. Tester ce programme avec les nombres 3 et -10.
3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.
5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

Exercice nº 3 : Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre ;
- le multiplier par 2 ;
- enlever 3 ;
- multiplier le tout par 4 ;
- ajouter 12 ;
- ajouter le double du nombre de départ.

1. En prenant 7 comme nombre de départ, vérifier que l'on obtient 70.
2. Tester ce programme avec les nombres 5 puis -2.
3. Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
4. En notant x le nombre de départ, déterminer une expression algébrique équivalente aux étapes de ce programme.
5. Développer l'expression obtenue à la question **4.** puis démontrer votre conjecture.

Remarques et intentions pédagogiques

[1] **Activité — Le mur**

Mes intentions sont claires !

[1]Raisonnons par l'absurde sur un exemple générique. Si le quotient $20 \div 0$ avait un sens alors $0 \times (20 \div 0) = 20$. Or comme pour tout nombre x on a $0 \times x = 0$, l'égalité $0 \times x = a$ n'est vérifiée que pour $a = 0$. Ce qui signifie en toute rigueur que seul le quotient de 0 par 0 aurait un sens. Cependant par l'absurde on aurait $0 \times (0 \div 0) = 0$ mais ce quotient peut dans ce cas prendre la valeur réelle de notre choix... Ce qui rend absurde son existence !

[2]De plus $\dfrac{15}{5} = 3$ et $\dfrac{3}{1} = 3$: il n'y a donc pas unicité de la fraction $\dfrac{a}{b}$ telle que $b \times \dfrac{a}{b} = a$

[3]Certains nombres ne sont pas rationnels comme pa $\sqrt{2}$, π, $cos(10°)$...

[4]Je me restreins au cas des fractions, c'est-à-dire avec un numérateur et dénominateur entier. Avec des quotients et a, b et k des réels quelconques non nul cette propriété reste bien sûr vraie !

[5]L'identification précédente entre $\dfrac{5}{3}$ et $\dfrac{45}{27}$ repose sur l'intégrité de l'anneau des nombres rationnels.

En effet comme $27 \times \dfrac{5}{3} = 45$ et $27 \times \dfrac{45}{27} = 45$ on peut écrire $27 \times \dfrac{5}{3} - 27 \times \dfrac{45}{27} = 0$

Ainsi $27\left(\dfrac{5}{3} - \dfrac{45}{27}\right) = 0$ ce qui pour des raisons d'intégrité oblige $\dfrac{5}{3} = \dfrac{45}{27}$.

On utilise l'intégrité de l'anneau des rationnels dans la plupart des démonstrations de ce chapitre.
Il paraît bien difficile de parler de cela à des collégiens !

[1] **Activité — Un pavage du plan**

Mes intentions sont claires

[1] **Activité — Parallèles et longueurs**

Mes intentions sont claires

Évaluation

Quatrieme

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Développer et réduire chacune des expressions suivantes en détaillant vos calculs :

$A = 5x^2 + 6x + 3x^2 + 3 + 3x + 7x + 4 + 9x + 2$

$B = -3x - 2 - 6x^2 + x - x^2 - x - 1 - x^2 + 3x - 7$

$C = 5(2x + 3)$

$D = 3x(4 - 5x)$

$E = -6(3x - 5)$

$F = 4(5x - 3) + 3x(1 - x)$

$G = -3(1 - 2x) - 3x(4x - 5)$

$H = 5x(1 - x) - 3(2x + 1) - 4x(5 - 3x)$

$I = x(x + 1) - x(1 - x) + 4(x + 2)$

$J = 3 - 3(5x + 1) + 4x - 4x(3x - 4) + 2x^2 - 1 + 4(3x - 2)$

☞ Évaluation — Correction ☜

$\mathrm{A} = 5x^2 + 6x + 3x^2 + 3 + 3x + 7x + 4 + 9x + 2$

$\boxed{\mathrm{A} = 8x^2 + 25x + 9}$

$\mathrm{B} = -3x - 2 - 6x^2 + x - x^2 - x - 1 - x^2 + 3x - 7$

$\boxed{\mathrm{B} = -8x^2 - 10}$

$\mathrm{C} = 5(2x + 3)$

$\boxed{\mathrm{C} = 10x + 15}$

$\mathrm{D} = 3x(4 - 5x)$

$\boxed{\mathrm{D} = 12x - 15x^2}$

$\mathrm{E} = -6(3x - 5)$

$\boxed{\mathrm{E} = -18x + 30}$

$\mathrm{F} = 4(5x - 3) + 3x(1 - x)$

$\mathrm{F} = 20x - 12 + 3x - 3x^2$

$\boxed{\mathrm{F} = -3x^2 + 23x - 12}$

$\mathrm{G} = -3(1 - 2x) - 3x(4x - 5)$

$\mathrm{G} = -3 + 6x - 12x^2 + 15x$

$\boxed{\mathrm{G} = -12x^2 + 21x - 3}$

$\mathrm{H} = 5x(1 - x) - 3(2x + 1) - 4x(5 - 3x)$

$\mathrm{H} = 5x - 5x^2 - 6x - 3 - 20x + 12x^2$

$\boxed{\mathrm{H} = 7x^2 - 21x - 3}$

$\mathrm{I} = x(x + 1) - x(1 - x) + 4(x + 2)$

$\mathrm{I} = x^2 + x - x + x^2 + 4x + 2$

$\boxed{\mathrm{I} = 2x^2 + 4x + 2}$

$\mathrm{J} = 3 - 3(5x + 1) + 4x - 4x(3x - 4) + 2x^2 - 1 + 4(3x - 2)$

$\mathrm{J} = 3 - 15x - 3 + 4x - 12x^2 + 16x + 2x^2 - 1 + 12x - 8$

$\boxed{\mathrm{J} = -10x^2 + 17x - 9}$

Évaluation

Quatrieme

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Développer et réduire chacune des expressions suivantes en détaillant vos calculs :

$A = 6x^2 + 3x + 2x^2 + 3 + 3x + 7x + 4 + 9x + 2$

$B = -4x - 2 - 6x^2 + x - x^2 - x - 5 - x^2 + 4x - 7$

$C = 5(3x + 2)$

$D = 5x(4 - 3x)$

$E = -5(3x - 6)$

$F = 3(5x - 4) + 4x(1 - x)$

$G = -4(1 - 2x) - 2x(4x - 5)$

$H = 4x(1 - x) - 3(3x + 1) - 4x(6 - 3x)$

$I = x(x + 2) - x(2 - x) + 4(x + 1)$

$J = 3 - 3(4x + 1) + 3x - 3x(3x - 4) + 2x^2 - 1 + 3(3x - 2)$

☞ Évaluation — Correction ☜

$A = 6x^2 + 3x + 2x^2 + 3 + 3x + 7x + 4 + 9x + 2$

$\boxed{A = 8x^2 + 22x + 9}$

$B = -4x - 2 - 6x^2 + x - x^2 - x - 5 - x^2 + 4x - 7$

$\boxed{B = -8x^2 - 14}$

$C = 5(3x + 2)$

$\boxed{C = 15x + 10}$

$D = 5x(4 - 3x)$

$\boxed{D = 20x - 15x^2}$

$E = -5(3x - 6)$

$\boxed{E = -15x + 30}$

$F = 3(5x - 4) + 4x(1 - x)$

$F = 15x - 12 + 4x - 4x^2$

$\boxed{F = -4x^2 + 19x - 12}$

$G = -4(1 - 2x) - 2x(4x - 5)$

$G = -4 + 8x - 8x^2 + 10x$

$\boxed{G = -8x^2 + 18x - 4}$

$H = 4x(1 - x) - 3(3x + 1) - 4x(6 - 3x)$

$H = 4x - 4x^2 - 9x - 3 - 24x + 12x^2$

$\boxed{H = 8x^2 - 29x - 3}$

$I = x(x + 2) - x(2 - x) + 4(x + 1)$

$I = x^2 + 2x - 2x + x^2 + 4x + 4$

$\boxed{I = 2x^2 + 4x + 4}$

$J = 3 - 3(4x + 1) + 3x - 3x(3x - 4) + 2x^2 - 1 + 3(3x - 2)$

$J = 3 - 12x - 3 + 3x - 9x^2 + 12x + 2x^2 - 1 + 9x - 6$

$\boxed{J = -7x^2 + 12x - 4}$

Évaluation

Quatrieme

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Développer et réduire chacune des expressions suivantes en détaillant vos calculs :

$A = 7x^2 + 6x + 2x^2 + 3 + 3x + 7x + 8 + 9x + 2$

$B = -3x - 3 - 7x^2 + x - x^2 - x - 1 - x^2 + 3x - 7$

$C = 6(3x + 2)$

$D = 4x(3 - 5x)$

$E = -7(3x - 4)$

$F = 3(5x - 4) + 2x(3 - x)$

$G = -3(1 - 3x) - 3x(4x - 4)$

$H = 4x(1 - x) - 3(2x + 3) - 4x(6 - 3x)$

$I = x(x + 3) - x(3 - x) + 4(x + 3)$

$J = 3 - 3(6x + 1) + 5x - 4x(3x - 4) + 3x^2 - 1 + 4(3x - 2)$

Évaluation — Correction

$A = 7x^2 + 6x + 2x^2 + 3 + 3x + 7x + 8 + 9x + 2$

$\boxed{A = 9x^2 + 25x + 13}$

$B = -3x - 3 - 7x^2 + x - x^2 - x - 1 - x^2 + 3x - 7$

$\boxed{B = -9x^2 - 11}$

$C = 6(3x + 2)$

$\boxed{C = 18x + 12}$

$D = 4x(3 - 5x)$

$\boxed{D = 12x - 20x^2}$

$E = -7(3x - 4)$

$\boxed{E = -21x + 28}$

$F = 3(5x - 4) + 2x(3 - x)$

$F = 15x - 12 + 6x - 2x^2$

$\boxed{F = -2x^2 + 21x - 12}$

$G = -3(1 - 3x) - 3x(4x - 4)$

$G = -3 + 9x - 12x^2 + 12x$

$\boxed{G = -12x^2 + 21x + 3}$

$H = 4x(1 - x) - 3(2x + 3) - 4x(6 - 3x)$

$H = 4x - 4x^2 - 6x - 9 - 24x + 12x^2$

$\boxed{H = 8x^2 - 26x - 9}$

$I = x(x + 3) - x(3 - x) + 4(x + 3)$

$I = x^2 + 3x - 3x + x^2 + 4x + 12$

$\boxed{I = 2x^2 + 4x + 12}$

$J = 3 - 3(6x + 1) + 5x - 4x(3x - 4) + 3x^2 - 1 + 4(3x - 2)$

$J = 3 - 18x - 3 + 5x - 12x^2 + 16x + 3x^2 - 1 + 12x - 8$

$\boxed{J = -9x^2 + 15x - 6}$

Quatrieme— Calcul littéral

Exercice Cl1 — Réduire une expression littérale

Réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 3x + 3 + 2x + 5 + 4x + 6 + 7 + 5x$

$B = 1 - 3x - 3 - 7x + 8x - 8 - 7x - 11$

$C = 5 + 7x - 3x + 2 - 7x - 1 - x - 9x - 3 + 9 + x$

$D = 3x^2 - 3 + 2x - 7x^2 + 3 - 5x - 3 - 2x^2 + 1$

$E = 4x^2 - 6x - 3 - 5x^2 - 3 + 10x - 8x^2 - 1$

$F = x^2 + x + 1 - 7x - 8x^2 + 3 - x^2 - x - 1 + 3$

Quatrieme— Calcul littéral

Exercice Cl2 — Réduire une expression littérale

Réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 7(3x - 8)$

$B = 5x(1 - 3x)$

$C = 2(3x + 1) + 3(5x - 3)$

$D = 3x(4x + 2) + 5(6x - 5)$

$E = 4(1 - 3x) - 3x(5 - 2x) + 5(2x + 1)$

$F = 7x(1 - 2x) - 3(1 - 4x) + 5(6x + 5)$

Quatrieme— Calcul littéral

Exercice Cl3 — Réduire une expression littérale

Réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 5(4x + 1) + 3(5x + 2)$

$B = 7(6x - 3) + 4(5x - 2)$

$C = 6x(3x - 1) + 2(5x + 3)$

$D = -3(5x - 2) - 3x(5x - 1)$

$E = 4(1 - 8x) - 3x(-2x - 5)$

$F = 6x - 4(5x - 1) - 3 + 4x(1 - 3x) + 1$

Quatrieme— Calcul littéral

Exercice Cl4 — Réduire une expression littérale

Réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 8x - 4(1 - 3x) + 3x^2 - 5x(2x - 1)$

$B = 1 - 8x^2 + 3x(1 - 5x) - 3(3x - 1) + x^2$

$C = 6(3x - 1) - 2x^2 - x - 1 + 3(5x - 1)$

$D = 2 - 3x(1 - 7x) - 3x(5x - 1) + 2x^2 - 1$

$E = -2 - 3x - 4(3 - 7x) - 3(-3x - 7) - 2x^2$

$F = 3(2x - 1) - 3x - 3x(-6 - 2x) - 3x^2 - x - 1$

Quatrieme— Calcul littéral

Exercice Cl1 — Réduire une expression littérale

Réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 3x + 3 + 2x + 5 + 4x + 6 + 7 + 5x$

$B = 1 - 3x - 3 - 7x + 8x - 8 - 7x - 11$

$C = 5 + 7x - 3x + 2 - 7x - 1 - x - 9x - 3 + 9 + x$

$D = 3x^2 - 3 + 2x - 7x^2 + 3 - 5x - 3 - 2x^2 + 1$

$E = 4x^2 - 6x - 3 - 5x^2 - 3 + 10x - 8x^2 - 1$

$F = x^2 + x + 1 - 7x - 8x^2 + 3 - x^2 - x - 1 + 3$

Quatrieme— Calcul littéral

Exercice Cl1 — Réduire une expression littérale

Réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 3x + 3 + 2x + 5 + 4x + 6 + 7 + 5x$

$B = 1 - 3x - 3 - 7x + 8x - 8 - 7x - 11$

$C = 5 + 7x - 3x + 2 - 7x - 1 - x - 9x - 3 + 9 + x$

$D = 3x^2 - 3 + 2x - 7x^2 + 3 - 5x - 3 - 2x^2 + 1$

$E = 4x^2 - 6x - 3 - 5x^2 - 3 + 10x - 8x^2 - 1$

$F = x^2 + x + 1 - 7x - 8x^2 + 3 - x^2 - x - 1 + 3$

Quatrieme— Calcul littéral

Exercice CL5 — Réduire une expression littérale

Développer et réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 3 - (3x - x^2 + 1) + (6x - x^2 + 1) - (5x - 5x^2 - 5)$

$B = 3(5x + 1) - x^2(2x - 1) - 5x(1 - x) + 3(2x - 1)$

$C = 4 - (5x - x^2 + 1) - 3(2x + x^2) - 5x(1 - x) - (1 - x - x^2)$

$D = 4x - 4x(1 - x) + 3 - 4(5x - 1) - (2x - 1) + 2x - (5x + 3)$

$E = 4x - 2 + x(x + 1) - x(x - 1) - (x - 1) + 2x(1 - x) + 3$

$F = 1 - x^2 - x(5 - x) + (6x + x^2) - (-6 + x) - 3x(1 - x) + 3x^2$

Quatrieme— Calcul littéral

Exercice CL5 — Réduire une expression littérale

Développer et réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 3 - (3x - x^2 + 1) + (6x - x^2 + 1) - (5x - 5x^2 - 5)$

$B = 3(5x + 1) - x^2(2x - 1) - 5x(1 - x) + 3(2x - 1)$

$C = 4 - (5x - x^2 + 1) - 3(2x + x^2) - 5x(1 - x) - (1 - x - x^2)$

$D = 4x - 4x(1 - x) + 3 - 4(5x - 1) - (2x - 1) + 2x - (5x + 3)$

$E = 4x - 2 + x(x + 1) - x(x - 1) - (x - 1) + 2x(1 - x) + 3$

$F = 1 - x^2 - x(5 - x) + (6x + x^2) - (-6 + x) - 3x(1 - x) + 3x^2$

Quatrieme— Calcul littéral

Exercice CL5 — Réduire une expression littérale

Développer et réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 3 - (3x - x^2 + 1) + (6x - x^2 + 1) - (5x - 5x^2 - 5)$

$B = 3(5x + 1) - x^2(2x - 1) - 5x(1 - x) + 3(2x - 1)$

$C = 4 - (5x - x^2 + 1) - 3(2x + x^2) - 5x(1 - x) - (1 - x - x^2)$

$D = 4x - 4x(1 - x) + 3 - 4(5x - 1) - (2x - 1) + 2x - (5x + 3)$

$E = 4x - 2 + x(x + 1) - x(x - 1) - (x - 1) + 2x(1 - x) + 3$

$F = 1 - x^2 - x(5 - x) + (6x + x^2) - (-6 + x) - 3x(1 - x) + 3x^2$

Quatrieme— Calcul littéral

Exercice CL5 — Réduire une expression littérale

Développer et réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 3 - (3x - x^2 + 1) + (6x - x^2 + 1) - (5x - 5x^2 - 5)$

$B = 3(5x + 1) - x^2(2x - 1) - 5x(1 - x) + 3(2x - 1)$

$C = 4 - (5x - x^2 + 1) - 3(2x + x^2) - 5x(1 - x) - (1 - x - x^2)$

$D = 4x - 4x(1 - x) + 3 - 4(5x - 1) - (2x - 1) + 2x - (5x + 3)$

$E = 4x - 2 + x(x + 1) - x(x - 1) - (x - 1) + 2x(1 - x) + 3$

$F = 1 - x^2 - x(5 - x) + (6x + x^2) - (-6 + x) - 3x(1 - x) + 3x^2$

Quatrieme— Calcul littéral

Exercice CL5 — Réduire une expression littérale

Développer et réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 3 - (3x - x^2 + 1) + (6x - x^2 + 1) - (5x - 5x^2 - 5)$

$B = 3(5x + 1) - x^2(2x - 1) - 5x(1 - x) + 3(2x - 1)$

$C = 4 - (5x - x^2 + 1) - 3(2x + x^2) - 5x(1 - x) - (1 - x - x^2)$

$D = 4x - 4x(1 - x) + 3 - 4(5x - 1) - (2x - 1) + 2x - (5x + 3)$

$E = 4x - 2 + x(x + 1) - x(x - 1) - (x - 1) + 2x(1 - x) + 3$

$F = 1 - x^2 - x(5 - x) + (6x + x^2) - (-6 + x) - 3x(1 - x) + 3x^2$

Quatrieme— Calcul littéral

Exercice CL5 — Réduire une expression littérale

Développer et réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 3 - (3x - x^2 + 1) + (6x - x^2 + 1) - (5x - 5x^2 - 5)$

$B = 3(5x + 1) - x^2(2x - 1) - 5x(1 - x) + 3(2x - 1)$

$C = 4 - (5x - x^2 + 1) - 3(2x + x^2) - 5x(1 - x) - (1 - x - x^2)$

$D = 4x - 4x(1 - x) + 3 - 4(5x - 1) - (2x - 1) + 2x - (5x + 3)$

$E = 4x - 2 + x(x + 1) - x(x - 1) - (x - 1) + 2x(1 - x) + 3$

$F = 1 - x^2 - x(5 - x) + (6x + x^2) - (-6 + x) - 3x(1 - x) + 3x^2$

Quatrieme— Calcul littéral

Exercice Cli — Réduire une expression littérale

Réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 3x + 3 + 2x + 5 + 4x + 6 + 7 + 5x$

$B = 1 - 3x - 3 - 7x + 8x - 8 - 7x - 11$

$C = 5 + 7x - 3x + 2 - 7x - 1 - x - 9x - 3 + 9 + x$

$D = 3x^2 - 3 + 2x - 7x^2 + 3 - 5x - 3 - 2x^2 + 1$

$E = 4x^2 - 6x - 3 - 5x^2 - 3 + 10x - 8x^2 - 1$

$F = x^2 + x + 1 - 7x - 8x^2 + 3 - x^2 - x - 1 + 3$

Réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 3x + 3 + 2x + 5 + 4x + 6 + 7 + 5x$

$\boxed{A = 14x + 21}$

$B = 1 - 3x - 3 - 7x + 8x - 8 - 7x - 11$

$\boxed{B = -9x - 21}$

$C = 5 + 7x - 3x + 2 - 7x - 1 - x - 9x - 3 + 9 + x$

$\boxed{C = -12x + 12}$

$D = 3x^2 - 3 + 2x - 7x^2 + 3 - 5x - 3 - 2x^2 + 1$

$\boxed{D = -6x^2 - 3x - 2}$

$E = 4x^2 - 6x - 3 - 5x^2 - 3 + 10x - 8x^2 - 1$

$\boxed{E = -9x^2 + 4x - 7}$

$F = x^2 + x + 1 - 7x - 8x^2 + 3 - x^2 - x - 1 + 3$

$\boxed{F = -8x^2 - 7x + 6}$

QUATRIEME— CALCUL LITTÉRAL

EXERCICE CL2 — Réduire une expression littérale

Réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 7(3x-8)$

$B = 5x(1-3x)$

$C = 2(3x+1)+3(5x-3)$

$D = 3x(4x+2)+5(6x-5)$

$E = 4(1-3x)-3x(5-2x)+5(2x+1)$

$F = 7x(1-2x)-3(1-4x)+5(6x+5)$

Réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 7(3x-8)$

$\boxed{A = 21-56}$

$B = 5x(1-3x)$

$\boxed{B = 5x-15x^2}$

$C = 2(3x+1)+3(5x-3)$
$C = 6x+2+15x-9$

$\boxed{C = 21x-7}$

$D = 3x(4x+2)+5(6x-5)$
$D = 12x^{+}6x+30x-25$

$\boxed{D = 12x^2+36x-25}$

$E = 4(1-3x)-3x(5-2x)+5(2x+1)$
$E = 4-12x-15x+6x^2+10x+5$

$\boxed{E = 6x^2-17x+9}$

$F = 7x(1-2x)-3(1-4x)+5(6x+5)$
$F = 7x-14x^2-3+12x+30x+25$

$\boxed{F = -14x^2+49x+22}$

Quatrieme— Calcul littéral

Exercice Cl3 — Réduire une expression littérale

Réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 5(4x+1)+3(5x+2)$

$B = 7(6x-3)+4(5x-2)$

$C = 6x(3x-1)+2(5x+3)$

$D = -3(5x-2)-3x(5x-1)$

$E = 4(1-8x)-3x(-2x-5)$

$F = 6x-4(5x-1)-3+4x(1-3x)+1$

Réduire au maximum chacune des expressions suivantes :

$A = 5(4x+1)+3(5x+2)$
$A = 20x+5+15x+6$

$\boxed{A = 35x+11}$

$B = 7(6x-3)+4(5x-2)$
$B = 42x-21+20x-8$

$\boxed{B = 62x-29}$

$C = 6x(3x-1)+2(5x+3)$
$C = 18x^2-6x+10x+6$

$\boxed{C = 18x^2+4x+6}$

$D = -3(5x-2)-3x(5x-1)$
$D = -15x+6-15x^2+3x$

$\boxed{D = -15x^2-12x+6}$

$E = 4(1-8x)-3x(-2x-5)$
$E = 4-32x+6x^2+15x$

$\boxed{E = 6x^2-17x+4}$

$F = 6x-4(5x-1)-3+4x(1-3x)+1$
$F = 6x-20x+4-3+4x-12x^2+1$

$\boxed{F = -12x^2-10x+2}$

Chapitre IX

Les équations du premier degré

Sommaire

Situation Initiale

Une histoire de balance
Quatrieme

Voici une série d'énigmes visuelles.
Une balance type « Roberval »est en équilibe. Des masses sont posées dans chacun de ses plateaux.
Les carrés jaunes ont une masse inconnue. Les cercles verts ont une masse d'une unité.

L'objectif est toujours le même : déterminer la masse d'un carré jaune.

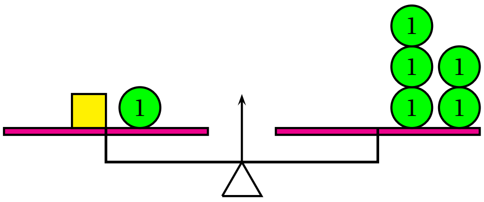
Un carré jaune peut avoir une masse négative!

Pour déterminer la masse du carré jaune, vous pouvez utiliser les deux principes suivants :

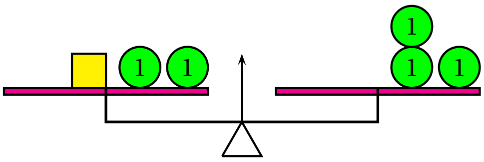
— on peut ajouter la même quantité dans les deux plateaux de la balance sans changer l'équilibre;

— on peut soustraire la même quantité dans les deux plateaux de la balance sans changer l'équilibre.

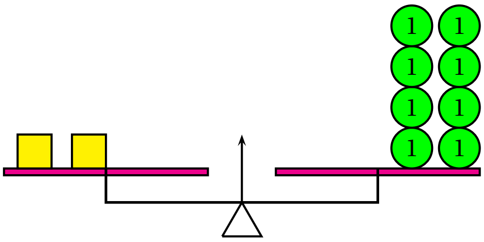
1.



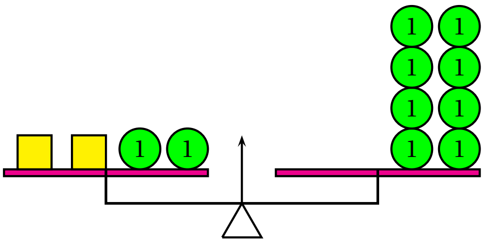
2.



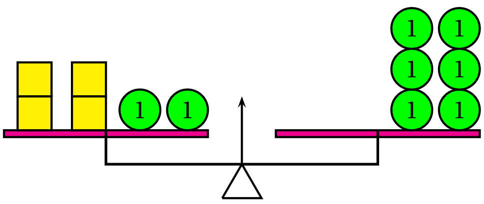
3.



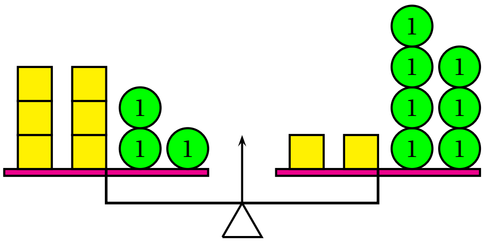
4.



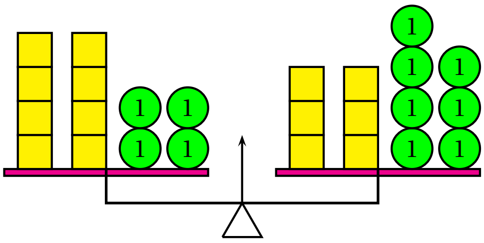
5.



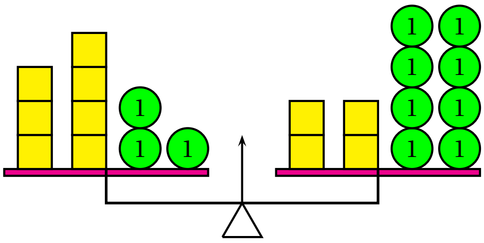
6.



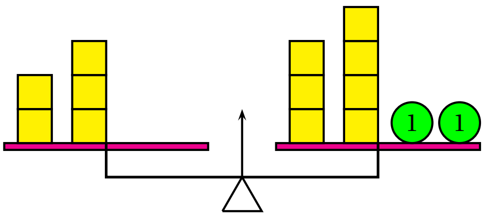
7.



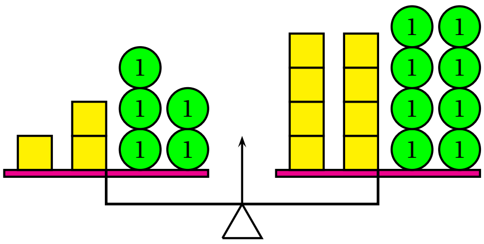
8.



9.



10.



Situation Initiale

Une histoire de balance — Correction

I — Équations et solutions

Voici une équation :

$$\underbrace{3x+2}_{\text{Premier membre}} = \underbrace{x+6}_{\text{Second membre}}$$

Une **équation** est constituée de deux membres et d'un symbole d'égalité.
Chaque membre est une expression algébrique.
Une **équation du premier degré à une inconnue** est constituée de deux expressions contenant une même lettre, souvent x, dont l'exposant est au maximum 1. Il n'y a donc pas de termes en x^2 ou en x^3 dans une équation du premier degré.

On dit que x est une **inconnue** de l'équation.

Résoudre une équation c'est déterminer tous les nombres x tels que l'égalité soit vérifiée.

Dans l'exemple ci-dessus, on sait que l'expression $3x+2$ n'est pas équivalente à l'expression $x+6$.
Ainsi par exemple pour $x=3$, on remarque que $3x+2=3\times3+2=11$ et $x+6=3+6=9$.

Résoudre cette équation revient à trouver tous les nombres x tels que cette égalité soit vérifiée (vraie).

Une équation peut avoir une seule solution, plusieurs solutions ou aucune solution.

Une stratégie pour trouver des solutions d'une équation consiste à faire plusieurs essais :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$3x+2$	-13	-10	-7	-4	-1	2	5	8	11	19	22
$x+6$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

On constate que pour $x=2$ les expressions $3x+2$ et $x+6$ sont égales.
On dit que 2 est une **solution** de l'équation.

On ne sait pas si c'est la seule solution. Il en existe peut-être d'autres.

Voici une deuxième équation :

$$7x+3=4x+8$$

On peut à nouveau tester plusieurs valeurs dans un tableau :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$7x+3$	-32	-25	-18	-11	-4	3	10	17	24	31	38
$4x+8$	-12	-8	-4	0	4	8	12	16	20	24	28

On remarque que pour $x = 1$ on a $7x+3 < 4x+8$ (car $10 < 12$) et que pour $x = 2$ on a $7x+3 > 4x+8$ (car $17 > 16$).
Il y a peut-être une solution comprise entre 1 et 2. Nous pouvons « zoomer » :

x	1	$1,1$	$1,2$	$1,3$	$1,4$	$1,5$	$1,6$	$1,7$	$1,8$	$1,9$	2
$7x+3$	10	$10,7$	$11,4$	$12,1$	$12,8$	$13,5$	$14,2$	$14,9$	$15,6$	$16,3$	17
$4x+8$	12	$12,4$	$12,8$	$13,2$	$13,6$	14	$14,4$	$14,8$	$15,2$	$15,6$	16

On remarque à nouveau que pour $x = 1,6$ on a $7x+3 < 4x+8$ (car $14,2 < 14,4$) et pour $x = 1,7$ on a $7x+3 > 4x+8$ (car $14,9 > 14,8$)
« Zoomons »entre $1,6$ et $1,7$:

x	$1,60$	$1,61$	$1,62$	$1,63$	$1,64$	$1,65$	$1,66$	$1,67$	$1,68$	$1,69$	$1,70$
$7x+3$	$14,20$	$14,27$	$14,34$	$14,41$	$14,48$	$14,55$	$14,62$	$14,69$	$14,76$	$14,83$	$14,90$
$4x+8$	$14,40$	$14,44$	$14,48$	$14,52$	$14,56$	$14,60$	$14,64$	$14,68$	$14,72$	$14,76$	$14,80$

On constate à nouveau qu'il existe certainement une solution comprise entre $1,67$ et $1,68$.
Nous pourrions continuer cette recherche avec un tableur !

Méthode 9.1 : Tester si un nombre est solution d'une équation
On peut vérifier si un nombre est solution d'une équation :
- il suffit de remplacer x par le nombre dans chaque membre de l'équation ;
- on vérifie ensuite si les deux calculs donnent le même résultat ;
- si le deux résultats sont égaux alors le nombre choisi est une solution de l'équation ;
- sinon ce n'est pas une solution.

Exemples :
Soit l'équation :

$$5x+3 = 9+6x$$

On peut tester les nombres 1, 6 et -6 :

Pour $x = 1$, $5x+3 = 5+3 = 8$ et $9+6x = 9+6 = 15$. Comme $8 \neq 15$, 1 n'est pas une solution.

Pour $x = 6$, $5x+3 = 30+3 = 33$ et $9+6x = 9+36 = 45$. Comme $33 \neq 45$, 6 n'est pas une solution.

Pour $x = -6$, $5x+3 = -30+3 = -27$ et $9+6x = 9-36 = -27$. Donc -6 est une solution !

Voici une autre équation :

$$7x+3 = 4x+8$$

Nous avons déjà testé de nombreux nombres sont succès.

Pour $x = \frac{5}{3}$,

$7x+3=7\times\dfrac{5}{3}+3=\dfrac{35}{3}+\dfrac{9}{3}=\dfrac{44}{3}$

$4x+8=4\times\dfrac{5}{3}+8=\dfrac{20}{3}+\dfrac{24}{3}=\dfrac{44}{3}$

On constate donc que $\dfrac{5}{3}$ est une solution de cette équation.

Voici une dernière équation qui n'est pas du premier degré :

$$x^3-x=2x^2-2$$

Testons les nombres 0, 1, -1, 2 et -2.

Pour $x=0$, $x^3-x=0^3-0=0$ et $2x^2-2=2\times 0^2-2=-2$ comme $0\neq -2$, 0 n'est pas une solution.

Pour $x=1$, $x^3-x=1^3-1=0$ et $2x^2-2=2-2=0$ donc 1 est une solution de l'équation.

Pour $x=-1$, $x^3-x=(-1)^3-(-1)=-1+1=0$ et $2x^2-2=2(-1)^2-2=2-2=0$ donc -1 est une solution.

Pour $x=2$, $x^3-x=2^3-2=8-2=6$ et $2x^2-2=2\times 2^2-2=8-2=6$ donc 2 est une solution.

Pour $x=-2$, $x^3-x=(-2)^3-(-2)=-8+2=-6$ et $2x^2-2=2(-2)^2-2=8-2=6$ donc -2 n'est pas une solution.

Nous avons donc trouvé 3 solutions à cette équation : 1, -1 et 2.

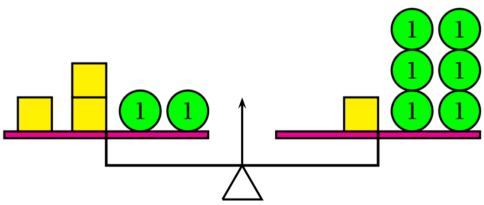
II — Résolution des équations du premier degré

Il y a un principe fondamental qui définit la notion d'égalité.

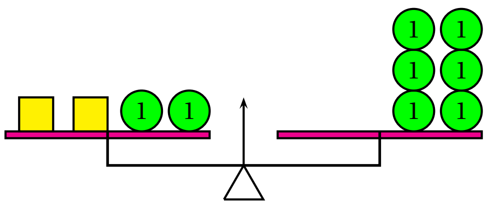
❧ Définition 9.1 :

Quand deux quantités sont égales on peut ajouter ou soustraire la même quantité aux deux membres de l'égalité sans changer cette égalité.

Ce principe peut être illustré par une balance à deux plateaux.
On cherche la masse d'un carré jaune. La boule verte a une masse d'une unité. Pour déterminer la masse d'un carré jaune nous allons effectuer des manipulations qui ne modifient pas l'équilibre. Nous allons donc ajouter ou soustraire la même quantité aux deux plateaux.
La balance à gauche peut se modéliser sous la forme de l'équation de droite. x désigne la masse du carré jaune.

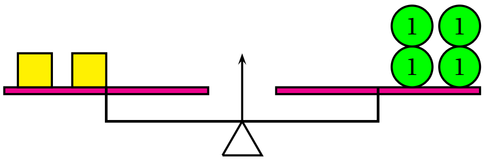


L'objectif est de rassembler les objets semblables dans le même plateau.



On enlève deux boules vertes dans les deux plateaux.

On enlève un carré jaune sur chaque plateau.



$$3x+2=x+6$$

$$3x+2-x=x+6-x$$

$$2x+2=6$$

$$2x+2-2=6-2$$

$$2x=4$$

Arrivé à cette étape on utilise la définition des fractions.

Définition 9.2 : Fraction et quotient

a et b deux nombres non nuls.

La fraction $\frac{a}{b}$ est le nombre vérifiant l'égalité suivante :

$$b\times\frac{a}{b}=a$$

Ainsi la solution de l'équation $2x=4$ est le nombre $\frac{4}{2}$ puisque $2\times\frac{4}{2}=4$.

$\frac{4}{2}=0,5$ est une solution de l'équation.

Remarque :
En résolvant cette équation ainsi nous avons également démontré que $0,5$ est **la seule** solution de cette équation !

Méthode 9 . 2 : Résoudre une équation du premier degré
Pour résoudre une équation du premier degré on effectue une succession de manipulations pour obtenir des équations équivalentes.
Cela revient à ajouter ou soustraire des termes identiques aux deux membres de l'équation comme on le ferait dans une balance en équilibre.
L'objectif consiste à isoler dans un membre les termes contenant l'inconnue (souvent la lettre x) et dans l'autre membre les nombres.
Pour conclure la résolution il faut utiliser la définition de la fraction quotient.

Exemples :
1. Résolvons l'équation :

$$7x+3=4x+8$$

$$7x+3-4x=4x+8-4x$$

(ce qui revient à ajouter $-4x$).

On souhaite rassembler les termes en x à gauche et les nombres à droite.

On enlève 3 à chaque membre (on ajoute -3).

On enlève donc $4x$ à chaque membre

On utilise la définition du quotient.

Remarquons que $\frac{5}{3} \approx 1,67$.
Nous avions approché cette solution dans la première partie sans atteindre la valeur exacte.
La résolution de l'équation par cette méthode est donc bien plus efficace que la recherche en utilisant un tableau de valeurs.

Une nouvelle fois, cette résolution prouve l'unicité de la solution : $\frac{5}{3}$ est la seule solution de l'équation !

2. Résolvons l'équation :

$$5x+3=9+6x$$

On enlève $6x$ dans chaque membre.

$$5x+3{\color{red}-6x}=9+6x{\color{red}-6x}$$

$$-x+3=9$$

On enlève 3 dans chaque membre.

$$-x+3{\color{red}-3}=9{\color{red}-3}$$

L'opposé de x vaut -6 donc $x=-6$

$$-x=6$$

$$x=-6$$

3. Résolvons l'équation :

$$8x-9=1-7x$$

On ajoute $7x$ à chaque membre.
Cela revient à enlever $-7x$ car soustraire c'est ajouter l'opposé !

$$8x-9{\color{red}+7x}=1-7x{\color{red}+7x}$$

$$15x-9=1$$

On ajoute 9 à chaque membre.
Cela revient à enlever -9.

$$15x-9{\color{red}+9}=1{\color{red}+9}$$

$$15x=10$$

On utilise la définition du quotient.

$$x=\frac{10}{15}$$

$$x=\frac{2}{3}$$

III — Résolution des problèmes du premier degré

On utilise souvent les équations pour résoudre des problèmes.

Méthode 9 . 3 : Résoudre un problème avec une équation
Voici les étapes nécessaires à la résolution d'un problème avec une équation :

- **Choix de l'inconnue** : en analysant le problème on détermine la grandeur inconnue modélisée par une lettre (souvent x). Il faut préciser clairement à quoi correspond cette lettre en indiquant aussi l'unité de la grandeur ;
- **Mise en équation** : c'est la partie la plus difficile ! Elle consiste à modéliser les données de l'exercice sous formes d'expressions littérales qui dépendent de l'inconnue choisie. Il faut ensuite construire une équation qui correspond à la question posée ;
- **Résolution de l'équation** : il s'agit de résoudre une équation du premier degré avec la méthode habituelle sans se soucier du problème de départ ;
- **Vérification** : il faut vérifier si la solution trouvée correspond bien à la grandeur recherchée. Il faut vérifier qu'elle est bien compatible avec le problème : est-ce un nombre entier ? Un nombre positif ? Un nombre décimal ? ...

Exemples :
Problème n° 1 : Pour un étudiant, la prix d'une place de concert coûte 30 €. Le prix normal est 45 €.
Le soir du concert il a été vendu 80 places. Le montant total de la recette est 3 225 €.

Combien d'étudiant ont assisté à cette séance ?

Première méthode de modélisation :
Choix de l'inconnue : Posons x le nombre d'étudiants ayant assisté au concert.

Mise en équation : Il y a 80 personnes qui assistent au concert dont x étudiants.
Cela signifie qu'il y a $80 - x$ personnes qui ont payé le tarif normal.
Les x étudiants ont payé chacun 30 € donc ensemble ils ont payé $30x$ €.
Les $80 - x$ autres personnes ont payé chacun 45 € donc ensemble ils ont payé $45(80 - x)$ €.
Le montant de la recette est 3 225 € ainsi nous obtenons l'équation suivante :

$$30x + 45(80 - x) = 3\,225$$

Résolution de l'équation :

$$\begin{aligned}
30x + 45(80 - x) &= 3\,225 \\
30x + 45 \times 80 - 45x &= 3\,225 \\
30x + 3\,600 - 45x &= 3\,225 \\
3\,600 - 15x &= 3\,225 \\
3\,600 - 15x + 15x &= 3\,225 + 15x \\
3\,600 &= 3\,225 + 15x \\
3\,600 - 3\,225 &= 3\,225 + 15x - 3\,225 \\
375 &= 15x \\
15x &= 375 \\
x &= \frac{375}{15} \\
x &= 25
\end{aligned}$$

Vérification : Il y a 25 tarifs étudiant donc $80 - 25 = 55$ personnes au tarif normal.
25×30 € $= 750$ €.
55×45 € $= 2\,475$ €.

Et 750 € +2475 € = 3225 €.
La solution trouvée convient donc bien au problème.

$\boxed{\text{Il y a 25 étudiants à ce concert.}}$

Seconde méthode de modélisation :
Choix de l'inconnue : Posons cette fois ci y le nombre de tarifs normaux pour ce concert.

Mise en équation : Il y a 80 personnes qui assistent au concert dont y tarifs normaux.
Cela signifie qu'il y a $80 - y$ étudiants qui ont payé le tarif réduit.
Les $80 - y$ étudiants ont payé chacun 30 € donc ensemble ils ont payé $30(80 - y)$ €.
Les y autres personnes ont payé chacun 45 € donc ensemble ils ont payé $45y$ €.
Le montant de la recette est 3225 € ainsi nous obtenons l'équation suivante :

$$30(80 - y) + 45y = 3225$$

Résolution de l'équation :

$$\begin{aligned}
30(80 - y) + 45y &= 3225 \\
30 \times 80 - 30y + 45y &= 3225 \\
2400 + 15y &= 3225 \\
2400 + 15y {\color{red}-2400} &= 3225 {\color{red}-2400} \\
15y &= 825 \\
y &= \frac{825}{15} \\
y &= 55
\end{aligned}$$

Vérification : Il y a 55 tarifs normaux donc $80 - 55 = 25$ personnes au tarif étudiant.
25×30 € = 750 €.
55×45 € = 2475 €.
Et 750 € +2475 € = 3225 €.
La solution trouvée convient donc bien au problème.

$\boxed{\text{Il y a 25 étudiants à ce concert.}}$

Les deux modélisations permettent d'obtenir deux équations différentes, mais elles aboutissent à la même réponse ! **UN PROBLÈME SANS SOLUTION OU PRESQUE… :**
J'ai trois enfants : Jules 11 ans, Marie 17 ans et Pierre 21 ans.
Sachant que je viens d'avoir 45 ans, dans combien d'années mon âge sera-t-il égal à la somme des âges de mes enfants ?

Choix de l'inconnue : Posons n le nombre d'années cherché.

Mise en équation : Dans n année Jules aura $11 + n$ ans, Marie aura $17 + n$ ans, Pierre aura $21 + n$ ans et j'aurai $45 + n$ ans.
La somme des âges de mes enfants sera donc $11 + n + 17 + n + 21 + n$.
Nous obtenons donc l'équation suivante :

$$11 + n + 17 + n + 21 + n = 45 + n$$

Résolution de l'équation :

$$
\begin{aligned}
11+n+17+n+21+n &= 45+n \\
49+3n &= 45+n \\
49+3n{\color{red}-49} &= 45+n{\color{red}-49} \\
3n &= n-4 \\
3n{\color{red}-n} &= n-4{\color{red}-n} \\
2n &= -4 \\
n &= -\frac{4}{2} \\
n &= -2
\end{aligned}
$$

Vérification : On obtient un nombre négatif! L'événement décrit dans l'énoncé du problème n'arrivera donc pas dans le futur.
Cela signifie en fait que cet événement a eu lieu dans le passé, il y a exactement 2 ans.
En effet, il y a deux ans j'avais 43 ans, Jules avait 9 ans, Marie 15 ans et Pierre 19 ans.
Comme $9+15+19=43$ on constate que la solution de l'équation a bien du sens, même si elle n'est pas la réponse à l'exercice!

IV — Annexes

Exercice n° 9.1 : Vérifier si un nombre est une solution d'une équation

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ?

Affirmation n° 1 : -3 est une solution de l'équation : $3x+1=2x-1$

Affirmation n° 2 : -1 est une solution de l'équation : $5x-7=3x-9$

Affirmation n° 3 : 2 est une solution de l'équation : $5(3x+1)=3(2x-1)$

Affirmation n° 4 : $\frac{5}{3}$ est une solution de l'équation : $6x-7=3x-2$

Affirmation n° 5 : $\frac{3}{4}$ est une solution de l'équation : $5x-8=2x-4$

Affirmation n° 6 : -3 est une solution de l'équation : $3x^2-21=2x^2+4x$

Exercice n° 9.2 : Résoudre des équations du premier degré

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$(1) \quad 5x+3=3x+9$$

$$(2) \quad 3x-2=x+11$$

$$(3) \quad 7x-8=10x-7$$

$$(4) \quad 7-2x=9-5x$$

$$(5) \quad -3x-9=-1+7x$$

$$(6) \quad 10x-1=1-3x$$

$$(7) \quad 9x-5=8-7x$$

$$(8) \quad 4+8x=1-4x$$

Exercice n° 9.3 : Problème et équation

Deux élèves ont chacun une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leurs calculatrices.
Juliette multiplie le nombre par 3 puis ajoute 4 au résultat obtenu. Clément multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 7 au résultat obtenu.
Quand ils ont terminé, ils constatent que leurs calculatrices affichent les mêmes nombres.

1. En notant x le nombre de départ, exprimer à l'aide de x les calculs effectués par Juliette.
2. Exprimer en utilisant la lettre x les calculs effectués par Clément.
3. En résolvant une équation qui utilise les expressions des questions **1.** et **2.**, trouver quel était le nombre affiché au départ sur les deux calculatrices.
4. Vérifier le résultat obtenu en reprenant les étapes de l'énoncé.

Exercice n° 9.4 : Problème et équation — Épisode 2

Deux élèves ont chacun une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leurs calculatrices.
Alice multiplie le nombre par 6 puis ajoute 7 au résultat obtenu. Adrien multiplie le nombre par 2 puis ajoute 10.
Quand ils ont terminé, ils constatent que leurs calculatrices affichent les mêmes nombres.

Quel était le nombre affiché au départ ?

Exercice n° 9.5 : Problème et équation — Épisode 3

Je pense à un nombre. Son double augmenté de 16 est égal à son triple diminué de 21.

Quel est ce nombre ?

Exercice n° 9.6 : Problème et équation — Épisode 4

Trois personnes se partagent un héritage de 1 900 € .
La seconde personne reçoit 70 € de plus que la première.
La troisième personne reçoit le double de la part de la première moins 150 €.

Calculer la part de chaque personne.

Exercice n° 9.7 : Problème et équation — Épisode 5

a. Trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 129.

b. Trouver cinq nombres entiers consécutifs dont la somme est 455.

c. Trouver trois nombres entiers pairs consécutifs dont la somme est 144.

d. Trouver trois nombre entiers impairs consécutifs dont la somme est 633.

Deux nombres entiers sont consécutifs « s'ils se suivent » comme 10 *et* 11 *ou* 101 *et* 102.

Exercice n° 9.8 : Trop difficile !!

Un père à 42 ans. Il a trois enfants qui ont respectivement 4 ans, 9 ans et 11 ans.
Dans combien d'années l'âge du père sera exactement égal à la somme des âges de ses trois enfants ?

Exercice n° 9.1 : Vérifier si un nombre est une solution d'une équation — Correction

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ?

Affirmation n° 1 : -3 est une solution de l'équation : $3x+1=2x-1$

Pour $x=-3$,
$3x+1=3\times(-3)+1=-9+1=-8$
$2x-1=2\times(-3)-1=-6-1=-7$

$\boxed{-3 \text{ n'est pas une solution de l'équation}}$

Affirmation n° 2 : -1 est une solution de l'équation : $5x-7=3x-9$

Pour $x=-1$,
$5x-7=5\times(-1)-7=-5-7=-12$
$3x-9=3\times(-1)-9=-3-9=-12$

$\boxed{-1 \text{ est une solution de l'équation.}}$

Affirmation n° 3 : 2 est une solution de l'équation : $5(3x+1)=3(2x-1)$

Pour $x=2$,
$5(3x+1)=5(3\times2+1)=5(6+1)=5\times7=35$
$3(2x-1)=3(2\times2-1)=3(4-1)=3\times3=9$

$\boxed{2 \text{ n'est pas une solution de l'équation}}$

Affirmation n° 4 : $\frac{5}{3}$ est une solution de l'équation : $6x-7=3x-2$

Pour $x=\frac{5}{3}$,

$6x-7=6\times\frac{5}{3}-7=\frac{30}{3}-7=10-7=3$

$3x-2=3\times\frac{5}{3}-2=5-2=3$

$\boxed{\frac{5}{3} \text{ est une solution de l'équation.}}$

Affirmation n° 5 : $\frac{3}{4}$ est une solution de l'équation : $5x-8=2x-4$

Pour $x=\frac{3}{4}$,

$5x-8=5\times\frac{3}{4}-8=\frac{15}{4}-\frac{32}{4}=-\frac{17}{4}$

$2x-4=2\times\frac{3}{4}-4=\frac{6}{4}-\frac{24}{4}=-\frac{18}{4}$

$\boxed{\frac{3}{4} \text{ n'est pas une solution de l'équation.}}$

Affirmation n° 6 : -3 est une solution de l'équation : $3x^2-21=2x^2+4x$

Pour $x=-3$,
$3x^2-21=3\times3\times(-3)^2-21=3\times9-21=27-21=6$
$2x^2+4x=2\times(-3)^2+4\times(-3)=2\times9-12=18-12=6$

$\boxed{-3 \text{ est une solution de l'équation.}}$

Exercice n° 9.2 : Résoudre des équations du premier degré — Correction

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$\begin{aligned}5x+3&=3x+9\\5x+3-3x&=3x+9-3x\\2x+3&=9\\2x+3-3&=9-3\\2x&=6\\x&=\frac{6}{2}\\x&=3\end{aligned}$$

$\boxed{3 \text{ est la solution de l'équation.}}$

$$\begin{aligned}3x-2&=x+11\\3x-2-x&=x+11-x\\2x-2&=11\\2x-2+2&=11+2\\2x&=13\\x&=\frac{13}{2}\\x&=6,5\end{aligned}$$

$\boxed{6,5 \text{ est la solution de l'équation.}}$

$$\begin{aligned}7x-8&=10x-7\\7x-8-10x&=10x-7-10x\\-3x-8&=-7\\-3x-8+8&=-7+8\\-3x&=1\\x&=-\frac{1}{3}\end{aligned}$$

$\boxed{-\frac{1}{3} \text{ est la solution de l'équation.}}$

$$\begin{aligned}7-2x&=9-5x\\7-2x+5x&=9-5x+5x\\7+3x&=9\\7+3x-7&=9-7\\3x&=2\\x&=\frac{2}{3}\end{aligned}$$

$\boxed{\frac{2}{3} \text{ est la solution de l'équation.}}$

$$\begin{aligned}-3x-9&=-1+7x\\-3x-9-7x&=-1+7x-7x\\-10x-9&=-1\\-10x-9+9&=-1+9\\-10x&=8\\x&=-\frac{8}{10}\\x&=-0,8\end{aligned}$$

$\boxed{-0,8 \text{ est la solution de l'équation.}}$

$$\begin{aligned}10x-1&=1-3x\\10x-1+3x&=1-3x+3x\\13x-1&=1\\13x-1+1&=1+1\\13x&=2\\x&=\frac{2}{13}\end{aligned}$$

$\boxed{\frac{2}{13} \text{ est la solution de l'équation.}}$

$$\begin{aligned}9x-5&=8-7x\\9x-5+7x&=8-7x+7x\\16x-5&=8\\16x-5+5&=8+5\\16x&=13\\x&=\frac{13}{16}\end{aligned}$$

$\boxed{\frac{13}{16} \text{ est la solution de l'équation.}}$

$$\begin{aligned}4+8x&=1-4x\\4+8x+4x&=1-4x+4x\\4+12x&=1\\4+12x-4&=1-4\\12x&=-3\\x&=-\frac{3}{12}\\x&=-0,25\end{aligned}$$

Exercices

Mise en équation de problèmes

Quatrieme

Chacun des exercices suivant doit être résolu à l'aide d'une équation. Même s'il est parfois possible d'obtenir la solution sans utiliser cette méthode, il est demandé de passer par une équation. Il est ensuite demandé de vérifier que la solution obtenue est bien celle qui correspond au problème.

Exercice n° 1 : Un problème étape par étape

Deux élèves ont chacun une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leurs calculatrices.
Juliette multiplie le nombre par 3 puis ajoute 4 au résultat obtenu. Clément multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 7 au résultat obtenu. Quand ils ont terminé, ils constatent que leurs calculatrices affichent les mêmes nombres.

Étape n° 1 : Noter x le nombre affiché sur les deux calculatrices.
Exprimer à l'aide de x les calculs effectués par Juliette.
Exprimer à l'aide de x les calculs effectués par Clément.
Étape n° 2 : Écrire une équation qui modélise la question posée par le problème en utilisant les questions **1.** et **2.**.
Étape n° 3 : Résoudre cette équation.
Étape n° 4 : Vérifier le résultat obtenu en reprenant les étapes de l'énoncé.

Exercice n° 2 : Un problème sans les étapes

Deux élèves ont chacun une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leurs calculatrices.
Alice multiplie le nombre par 6 puis ajoute 7 au résultat obtenu. Adrien multiplie le nombre par 2 puis ajoute 10.
Quand ils ont terminé, ils constatent que leurs calculatrices affichent les mêmes nombres.
Quel était le nombre affiché au départ ? *Résoudre cet exercice en utilisant les cinq étapes de l'exercice précédent.*

Exercice n° 3 : Les élèves en classe

Madame Bernouilli, professeure de mathématiques, prétend que quand on multiplie le nombre d'élèves de quatrième par 7 puis qu'on enlève 39 on obtient le même résultat qu'en multipliant le nombre d'élèves par 5 en enlevant ensuite 97. **Est-ce vrai ?**

Exercice n° 4 : Le nombre pensé — Épisode 1

Je pense à un nombre. Je constate que son double augmenté de 16 est égal à son triple diminué de 21. **Quel est ce nombre ?**

Exercice n° 5 : Le nombre pensé — Épisode 2

Je pense à un nombre. Quand je lui ajoute 3 et que je multiplie le tout par 7 j'obtiens le même résultat qu'en lui enlevant 7 et en multipliant le tout par 3. **Quel est ce nombre ?**

Exercice n° 6 : Les nombres pensés — Épisode 3

Je pense a trois nombres entiers consécutifs. Leur somme est égale à 2025. **Quels sont ces nombres ?**

Exercice n° 7 : L'âge de sa soeur

Olivier a 17 ans et sa soeur a 4 ans. **Dans combien d'années Olivier aura le double de l'âge de sa sœur ?**
Est-il possible qu'Olivier ait un jour le triple de l'âge de sa sœur ?

Exercice n° 8 : Le partage d'un héritage

Léo, Léa, Léon et Léandre se partagent un héritage de 39 000 € . Léa reçoit 5000 € de plus que Léo. Léon reçoit 2500 € de moins que Léo. Léandre reçoit le double de la part de Léo moins 1500 €. **Calculer la part de chacun.**

Exercice n° 9 : Encore une histoire d'âges

Un père à 42 ans. Il a trois enfants qui ont respectivement 4 ans, 9 ans et 11 ans.
Dans combien d'années l'âge du père sera exactement égal à la somme des âges de ses trois enfants ?

Exercices — Correction

Exercice n° 1 Correction

Étape n° 1 : Notons x le nombre affiché sur les deux calculatrices.
Juliette multiplie le nombre par 3, elle effectue donc $3x$. Puis elle ajoute 4, soit $\boxed{3x+4}$.
Clément multiplie par 2, soit $2x$. Puis il ajoute 7, c'est à dire $\boxed{2x+7}$

Étape n° 2 : Les deux résultats obtenus, celui de Juliette et celui de Clément sont égaux. On obtient donc l'équation suivante :

$$3x+4=2x+7$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}
3x+4&=2x+7\\
3x+4-4&=2x+7-4\\
3x&=2x+3\\
3x-2x&=2x+3-2x\\
x&=3
\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérifions que 3 est bien le nombre cherché.
Juliette a effectué, $3\times3=9$ puis $9+4=13$.
Clément a effectué, $2\times3=6$ puis $6+7=13$

$\boxed{\text{Le nombre saisi au départ est 3.}}$

Exercice n° 2 Correction

Étape n° 1 : Posons x le nombre noté au départ sur chacune des calculatrices.
Alice multiplie ce nombre par 6, soit $6x$, puis elle ajoute 7 soit $6x+7$
Adrien multiplie le nombre par 2, soit $2x$ puis il ajoute 10 soit $2x+10$.

Étape n° 2 : Les deux calculatrices affichent le même résultat, on modélise cela avec l'équation :

$$6x+7=2x+10$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}
6x+7&=2x+10\\
6x+7-7&=2x+10-7\\
6x&=2x+3\\
6x-2x&=2x+3-2x\\
4x&=3\\
x&=\frac{3}{4}\\
x&=0,75
\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :
Alice a effectué : $6\times0,75=4,5$ puis $4,5+7=11,5$.
Adrien a effectué : $2\times0,75=1,5$ puis $1,5+10=11,5$.

$\boxed{\text{Le nombre saisi sur les deux calculatrices est 0,75.}}$

Exercice n° 3 — Correction

Étape n° 1 : Posons e le nombre d'élève de quatrième de madame Bernouilli.
Elle multiplie ce nombre par 7, soit $7e$, puis elle enlève 39 soit $7e-39$
Elle multiplie ensuite le nombre par 5, soit $5e$ puis elle enlève 97 soit $5e-97$.

Étape n° 2 : Ces deux calculs amènent au même résultat, soit l'équation :

$$7e-39=5e-97$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}
7e-39&=5e-97\\
7e-39{\color{red}+39}&=5e-97{\color{red}+39}\\
7e&=5e-58\\
7e{\color{red}-5e}&=5e-58{\color{red}-5e}\\
2e&=-58\\
e&=-\frac{58}{2}\\
e&=-29
\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :
Il n'est pas possible que le nombre d'élèves d'une classe de quatrième soit négatif.

Mme Bernouilli a tort, même si l'équation donne une solution, celle-ci n'est pas un nombre d'élèves !

Exercice n° 4 — Correction

Étape n° 1 : Nosons n le nombre auquel je pense.
Son double est $2n$, augmenté de 16 soit $2n+16$.
Son triple est $3n$, diminué de 21 soit $3n-21$

Étape n° 2 : Ces deux calculs amènent au même résultat, soit l'équation :

$$2n+16=3n-21$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}
2n+16&=3n-21\\
2n+16{\color{red}-16}&=3n-21{\color{red}-16}\\
2n&=3n-37\\
2n{\color{red}-3n}&=3n-37{\color{red}-3n}\\
-n&=-37\\
n&=37
\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :
Le double de 37 vaut 74, on augmente de 16 soit 90.
Le triple de 37 vaut 111, on diminue de 21 soit 90.

Le nombre auquel je pense est 37.

Exercice n° 5 — Correction

Étape n° 1 : Posons p le nombre auquel je pense.
On ajoute 3, $p+3$, on multiplie le tout par 7 $7(p+3)=7p+21$.
On enlève 7, $p-7$, on multiplie le tout par 3, $3(p-7)=3p-21$.

Étape n° 2 : Ces deux calculs amènent au même résultat, soit l'équation :

$$7p+21=3p-21$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}
7p+21&=3p-21\\
7p+21{\color{red}-21}&=3p-21{\color{red}-21}\\
7p&=3p-42\\
7p{\color{red}-3p}&=3p-42{\color{red}-3p}\\
4p&=-42\\
p&=-\frac{42}{4}\\
p&=-10,5
\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :
On ajoute 3, on obtient $-10,5+3=-7,5$, on multiplie par 7 soit $7\times(-7,5)=-52,5$.
On enlève 7, on obtient $-10,5-7=-17,5$, on multiplie par 3 soit $3\times(-17,5)=-52,5$.

Le nombre auquel je pense est -10,5.

Exercice n° 6 — Correction

Étape n° 1 : Des nombres consécutifs sont des nombres successifs dont l'écart est 1 comme 11, 12 et 13.
Notons k le premier de ces nombres, le suivant est $k+1$ et le troisième $k+2$.

Étape n° 2 : La somme de ces trois nombres vaut 2025 soit l'équation :

$$k+k+1+k+2=2025$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}
k+k+1+k+2&=2025\\
3k+3&=2025\\
3k+3{\color{red}-3}&=2025{\color{red}-3}\\
3k&=2022\\
k&=\frac{2022}{3}\\
k&=674
\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :
Les trois nombres consécutifs pourraient être 674, 675 et 676.

Comme $674+675+676=2025$, les nombres auxquels je pense sont 674, 675 et 676.

On pouvait aussi modéliser ce problème avec deux autres équations :
Étape n° 1 : Notons k le deuxième de ces nombres, le suivant est $k+1$ et le précédent est $k-1$.

Étape n° 2 : La somme de ces trois nombres vaut 2025 soit l'équation :

$$k-1+k+k+1=2025$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}k-1+k+k+1&=2025\\3k&=2025\\k&=\frac{2025}{3}\\k&=675\end{aligned}$$

Ou encore :

Étape n° 1 : Notons k le troisième de ces nombres, le précédent est $k-1$ et le premier $k-2$.

Étape n° 2 : La somme de ces trois nombres vaut 2025 soit l'équation :

$$k-2+k-1+k=2025$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}k-2+k-1+k&=2025\\3k-3&=2025\\3k-3+3&=2025+3\\3k&=2028\\k&=\frac{2028}{3}\\k&=676\end{aligned}$$

On obtient bien les mêmes nombres !

Exercice n° 7 — Correction

Étape n° 1 : Notons a le nombre d'années à attendre avant que cet événement arrive.
Dans a années, Olivier aura $17+a$ et sa soeur $4+a$.
Le double de l'âge de sa soeur est $2(4+a)$

Étape n° 2 : Olivier doit avoir le double de l'âge de sa soeur, soit l'équation :

$$17+a=2(4+a)$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}17+a&=2(4+a)\\17+a&=8+2a\\17+a&=8+2a\\17+a-17&=8+2a-17\\a&=2a-9\\a-2a&=2a-9-2a\\-a&=-9\\a&=9\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :
Dans 9 ans, Olivier aura $17+9=26$ ans et sa soeur $4+9=13$ ans. On a bien $13\times 2=26$

$\boxed{\text{Dans 9 ans, Olivier aura le double de l'âge de sa soeur.}}$

Au sujet de la question suivante :

Étape n° 1 : Notons a le nombre d'années à attendre avant que cet événement arrive.
Dans a années, Olivier aura $17+a$ et sa soeur $4+a$.

Le triple de l'âge de sa soeur est $3(4+a)$

Étape n° 2 : Olivier doit avoir le triple de l'âge de sa soeur, soit l'équation :

$$17+a=3(4+a)$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}
17+a &= 3(4+a)\\
17+a &= 12+3a\\
17+a &= 12+3a\\
17+a-17 &= 12+3a-17\\
a &= 3a-5\\
a-3a &= 3a-5-3a\\
-2a &= -5\\
a &= \frac{-5}{-2}\\
a &= 2,5
\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :

Dans 2,5 ans, deux ans et demi, Olivier aura $17+2,5=19,5$ ans et sa soeur $4+2,5=6,5$ ans. On a bien $6,5\times 3=19,5$

Dans deux ans et demi, Olivier aura le triple de l'âge de sa soeur.

Exercice n° 8 — Correction

1. Étape n° 1 : Notons L la somme que recevra Léo.

Léa va recevoir $\mathrm{L}+5000$.

Léon va recevoir $\mathrm{L}-2500$.

Léandre va recevoir $2\mathrm{L}-1500$

Étape n° 2 : Quand on ajoute les montants reçus par chacun, on obtient le montant total de l'héritage.

$$\mathrm{L}+\mathrm{L}+5000+\mathrm{L}-2500+2\mathrm{L}-1500=39000$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}
\mathrm{L}+\mathrm{L}+5000+\mathrm{L}-2500+2\mathrm{L}-1500 &= 39000\\
5\mathrm{L}+1000 &= 39000\\
5\mathrm{L}+1000-1000 &= 39000-1000\\
5\mathrm{L} &= 38000\\
\mathrm{L} &= \frac{38000}{5}\\
\mathrm{L} &= 7600
\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :

Léo va recevoir 7600 €.

Léa, 7600 € +5000 € =12 600 € .

Léon, 7600 € -2500 € =5100 € .

Léandre, 2×7600 € -1500 € $=15200$ € -1500 € $=13700$ € .

On a bien 7600 € + 12600 € + 5100 € + 13700 € = 39000 € .

Léo aura 7600 € , Léo 12 600 € , Léon 5100 € et Léandre 13 700 €ce qui fait un total de 39 000 € .

Exercice n° 9 **Correction**

Étape n° 1 : Notons z le nombre d'années à attendre avant que cet événement arrive.
Dans z années, le père aura $42+z$ et ses enfants $4+z$, $9+z$ et $11+z$

Étape n° 2 : On souhaite que la somme des âges des enfants soit égale à l'âge du père soit l'équation :

$$4+z+9+z+11+z=42+z$$

Étape n° 3 : Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned}4+z+9+z+11+z&=42+z\\3z+24&=42+z\\3z+24-24&=42+z-24\\3z&=z+18\\3z-z&=z+18-z\\2z&=18\\z&=\frac{18}{2}\\z&=9\end{aligned}$$

Étape n° 4 : Vérification :
Dans 9 ans, le père aura $42+9=51$ ans, les enfants auront $4+9=13$ ans, $9+9=18$ ans et $11+9=20$ ans.
On a $13+18+20=51$

Dans 9 ans, le père aura un âge égal à la somme de l'âge de ses enfants.

Un père à 42 ans. Il a trois enfants qui ont respectivement 4 ans, 9 ans et 11 ans.
Dans combien d'années l'âge du père sera exactement égal à la somme des âges de ses trois enfants ?

Équations

Exercice n° 1 : *12 points*

Résoudre sur votre copie, chacune des équations suivantes :

$$3x + 7 = 2x - 11$$

$$6x - 3 = 9x + 10$$

$$5x - 8 = 2x - 9$$

$$1 - 7x = 3 - 8x$$

$$2x - 6x + 3 = 9x + 7 - 5$$

$$7(5x + 2) = 6(3x + 9)$$

Exercice n° 2 : *4 points*

Chérazade et Léa ont chacune choisi un nombre sur leurs calculatrice.
Léa multiplie son nombre par 2 puis elle ajoute 7.
Chérazade multiplie son nombre par 5 puis elle enlève 8.
Quand elle observe leurs calculatrices après ces opérations, les deux machines affichent le même nombre !

Quel nombre Léa et Chérazade avait-elle choisi au départ ?

Résoudre ce problème avec une équation et penser à vérifier votre réponse ! Toute trace de recherche sera valorisée !!

Exercice n° 3 : *4 points*

Dans la pâtisserie de Tigran, le sachet de macarons coûte 5 euros de plus que le sachet de chocolats noirs.
Le sachet de chocolats blancs coûte 3 euros de moins que celui de macarons.
J'ai acheté 3 sachets de macarons, 4 sachets de chocolats noirs et 1 sachet de chocolats blancs.
J'ai payé 55 €.

Quel est le prix des macarons, des chocolats noirs et des chocolats blancs ?

Résoudre ce problème avec une équation et penser à vérifier votre réponse ! Toutes traces de recherche sera valorisée !!

Équations — **Correction**

Équations et problème

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Exercice n° 1 : *14 points*

Résoudre chacune des équations suivantes :

$5x+4=4x+7$	$6x-3=4x-11$	$7-14x=3+7x$	$5(2x+5)=4(x+7)$

Exercice n° 2 : *6 points*

Chez mon pâtissier, le sachet de macarons coûte 5 euros de plus que le sachet de chocolats noirs.
Le sachet de chocolats blancs coûte 3 euros de moins que celui de macarons.
J'ai acheté 3 sachets de macarons, 4 sachets de chocolats noirs et 1 sachet de chocolats blancs.
J'ai payé 55 €.
Combien coûte un sachet de chocolats noirs, un sachet de chocolats blancs et un sachet de macarons ?
Toute traces de recherche sera valorisée.

Équations et problème — Correction

Exercice n° 1 : Équations Correction

Résolution des équations du premier degré

Résoudre chacune des équations suivantes :

$$\begin{aligned}
5x+4&=4x+7\\
5x+4{\color{red}-4}&=4x+7{\color{red}-4}\\
5x&=4x+3\\
5x{\color{red}-4x}&=4x+3{\color{red}-4x}\\
x&=3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6x-3&=4x-11\\
6x-3{\color{red}+3}&=4x+11{\color{red}+3}\\
6x&=4x+14\\
6x{\color{red}-4x}&=4x+14{\color{red}-4x}\\
2x&=14\\
x&=\frac{14}{2}\\
x&=7
\end{aligned}$$

$$6x-3=4x-11$$

$$7-14x=3+7x$$

$$5(2x+5)=4(x+7)$$

Équations et problème

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Exercice n° 1 :

14 points

Résoudre chacune des équations suivantes :

$7x + 4 = 6x + 10$	$6x - 3 = 4x - 11$	$11 - 13x = 6 + 5x$	$6(2x + 4) = 3(2x + 7)$

Exercice n° 2 :

6 points

Chez mon pâtissier, le sachet de macarons coûte 4 euros de plus que le sachet de chocolats noirs.
Le sachet de chocolats blancs coûte 2 euros de moins que celui de macarons.
J'ai acheté 4 sachets de macarons, 7 sachets de chocolats noirs et 1 sachet de chocolats blancs.
J'ai payé 81 €.
Combien coûte un sachet de chocolats noirs, un sachet de chocolats blancs et un sachet de macarons ?
Toute traces de recherche sera valorisée.

Équations et problème

NOM : **PRÉNOM :** **CLASSE :**

Exercice n° 1 : *14 points*

Résoudre chacune des équations suivantes :

$8x+4=7x+13$	$7x-3=5x-17$	$15-10x=7+5x$	$5(3x+4)=4(3x+9)$

Exercice n° 2 : *6 points*

Chez mon pâtissier, le sachet de macarons coûte 5 euros de plus que le sachet de chocolats noirs.
Le sachet de chocolats blancs coûte 3 euros de moins que celui de macarons.
J'ai acheté 5 sachets de macarons, 6 sachets de chocolats noirs et 1 sachet de chocolats blancs.
J'ai payé 96 €.
Combien coûte un sachet de chocolats noirs, un sachet de chocolats blancs et un sachet de macarons ?
Toute traces de recherche sera valorisée.

Évaluation

Quatrieme

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Résoudre chacune des equations suivantes en détaillant votre démarche :

(1) $x+7=39$

(2) $x-11=39$

(3) $7x=56$

(4) $8x=-11$

(5) $3x+5=2x+11$

(6) $5x+7=2x+17$

(7) $11x+8=6x+3$

(8) $8x-7=5x-8$

(9) $9x-13=6x-9$

(10) $11x-9=5x+9$

(11) $8x+9=5x-8$

(12) $9x-9=5x-11$

(13) $7x-7=17-3x$

(14) $11-8x=9-4x$

(15) $17-3x=9x-7$

(16) $9x-13=16-8x$

(17) $1-8x=9x+9$

(18) $8x-8+3x-1=2x-1+3x-9$

Évaluation — Correction

$$x+7=39$$
$$x+7-7=39-7$$
$$x=32$$

$$x-11=39$$
$$x-11+11=39+11$$
$$x=50$$

$$7x=56$$
$$x=\frac{56}{7}$$
$$x=8$$

$$8x=-11$$
$$x=-\frac{11}{8}$$

$$3x+5=2x+11$$
$$3x+5-5=2x+11-5$$
$$3x=2x+6$$
$$3x-2x=2x+6-2x$$
$$x=6$$

$$5x+7=2x+17$$
$$5x+7-7=2x+17-7$$
$$5x=2x+10$$
$$5x-2x=2x+10-2x$$
$$3x=10$$
$$x=\frac{10}{3}$$

(7) $11x+8=6x+3$

(8) $8x-7=5x-8$

(9) $9x-13=6x-9$

(10) $11x-9=5x+9$

(11) $8x+9=5x-8$

(12) $9x-9=5x-11$

(13) $7x-7=17-3x$

(14) $11-8x=9-4x$

(15) $17-3x=9x-7$

(16) $9x-13=16-8x$

(17) $1-8x=9x+9$

(18) $8x-8+3x-1=2x-1+3x-9$

Évaluation

Quatrieme

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Résoudre chacune des equations suivantes en détaillant votre démarche :

(1) $x+9=30$

(2) $x-13=35$

(3) $8x=56$

(4) $7x=-13$

(5) $7x+7=5x+13$

(6) $8x+11=5x+17$

(7) $13x+9=8x+2$

(8) $9x-8=5x-9$

(9) $10x-13=7x-9$

(10) $13x-8=7x+8$

(11) $9x+10=6x-9$

(12) $8x-7=5x-11$

(13) $9x-9=17-4x$

(14) $13-7x=9-4x$

(15) $19-3x=10x-7$

(16) $11x-13=19-9x$

(17) $1-7x=9x+7$

(18) $9x-7+3x-1=3x-1+2x-8$

Évaluation — Correction

Remarques et intentions pédagogiques

1 Activité — Une histoire de balance

Mes intentions sont claires

Chapitre X

Proportionnalité

Sommaire

Sécurité Routière

Distance de freinage

Quatrieme

✧✧✧

La distance d'arrêt d'un véhicule est la distance nécessaire à un véhicule pour s'arrêter. Cette distance dépend de la vitesse du véhicule et de nombreux autres facteurs.
Cette distance est la somme de la distance de freinage, DF, distance nécessaire à un véhicule pour passer de sa vitesse initiale à la vitesse nulle, et de la distance de perception-réaction, DR, distance parcourue par un véhicule à vitesse constante pendant le temps de perception-réaction du conducteur.

Première partie — DR **: la distance de perception-réaction**

DR est la distance parcourue par un véhicule pendant le temps de perception-réaction. Il s'agit du temps nécessaire à un conducteur pour prendre compte d'un stimulus extérieur et réagir à ce stimulus. On considère pour le calcul qu'il vaut environ $1\ s$.

1. Que signifie, pour un véhicule, rouler à la vitesse moyenne de 90 km/h ?

2. Quelle distance en mètre parcourt, en $1\ s$, un véhicule qui roule à la vitesse moyenne de 90 km/h ?

3. On admet que, l'expression suivante permet de calculer la distance en mètre parcourue en $1\ s$ par un véhicule qui roule à la vitesse v exprimée en kilomètre heure.

$$d = \frac{v}{3,6}$$

Compléter le tableau suivant :

Vitesse en km/h	0	10	30	50	60	70	80	90	110	130	180
DR en m											

4. Dans le repère proposé, placer chacune de ses valeurs sous la forme d'un point dont l'abscisse est en kilomètre par heure et l'ordonnée est la distance parcourue en mètre.

Deuxième partie — DF **: distance de freinage**

La distance de freinage dépend de très nombreux paramètres : qualité mécanique de la voiture, qualité des pneus, état de la chaussée, météorologie...
Pour un véhicule en bon état, sur une route sèche bien goudronnée, l'expression suivante donne la distance de freinage en mètres en fonction de la vitesse v exprimée en kilomètre heure.

$$\text{DF} = \frac{v^2}{166}$$

1. Compléter le tableau suivant :

Vitesse en km/h	0	10	30	50	60	70	80	90	110	130	180
DF en m											

2. Dans le repère proposé, placer chacune de ses valeurs sous la forme d'un point dont l'abscisse est en kilomètre par heure et l'ordonnée est la distance parcourue en mètre.

Troisième partie — DA : distance d'arrêt

La distance d'arrêt, DA d'un véhicule, est la somme de la distance de réaction DR et de la distance de freinage DF.

1. En utilisant les deux tableaux précédents, compléter le tableau suivant :

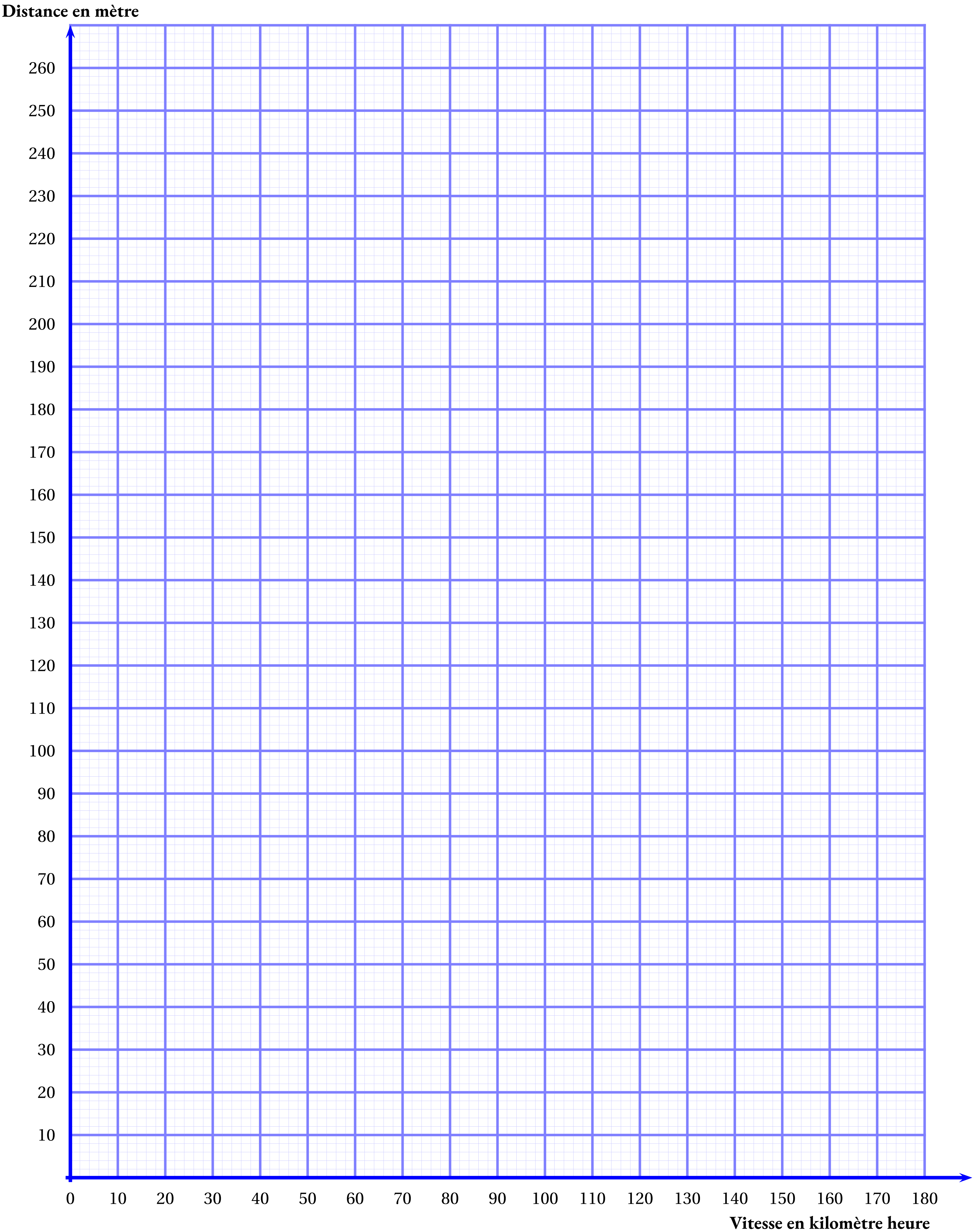
Vitesse en km/h	0	10	30	50	60	70	80	90	110	130	180
DA en m											

2. Dans le repère proposé, placer chacune de ses valeurs sous la forme d'un point dont l'abscisse est en kilomètre par heure et l'ordonnée est la distance parcourue en mètre.

Quatrième partie — Analyse

1. Parmi les trois tableaux précédents, lesquels contiennent deux grandeurs proportionnelles. Justifier votre réponse.

2. En observant les trois représentations graphiques de ces grandeurs, faire plusieurs remarques.


Distance en mètre
260
250
240
230
220
210
200
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
170
180
Vitesse en kilomètre heure

Distance de freinage — Correction

✧✧✧

Première partie — DR : la distance de perception-réaction

1. Que signifie, pour un véhicule, rouler à la vitesse moyenne de 90 km/h ?

Cela signifie que si le véhicule reste à cette vitesse moyenne pendant 1 h il parcourera exactement 90 km/h.

2. Quelle distance en mètre parcourt, en 1 s, un véhicule qui roule à la vitesse moyenne de 90 km/h ?

90 km=90 000 m

1 h=60 min=3600 s

$$\frac{90\,000\,\text{m}}{3600\,\text{s}} = 25\,\text{m}$$

$\boxed{\text{À 90 km/h un véhicule parcourt 25 m en une seconde.}}$

3. On admet que, l'expression suivante permet de calculer la distance en mètre parcourue en 1 s par un véhicule qui roule à la vitesse v exprimée en kilomètre heure.

$$d = \frac{v}{3,6}$$

Compléter le tableau suivant :

Vitesse en km/h	0	10	30	50	60	70	80	90	110	130	180
DR en m	0	2,78	8,33	13,83	16,67	19,44	22,22	25	30,56	36,11	50

4. Dans le repère proposé, placer chacune de ses valeurs sous la forme d'un point dont l'abscisse est en kilomètre par heure et l'ordonnée est la distance parcourue en mètre.

Deuxième partie — DF : distance de freinage

La distance de freinage dépend de très nombreux paramètres : qualité mécanique de la voiture, qualité des pneus, état de la chaussée, météorologie...
Pour un véhicule en bon état, sur une route sèche bien goudronnée, l'expression suivante donne la distance de freinage en mètres en fonction de la vitesse v exprimée en kilomètre heure.

$$\text{DF} = \frac{v^2}{166}$$

1. Compléter le tableau suivant :

Vitesse en km/h	0	10	30	50	60	70	80	90	110	130	180
DF en m	0	0,60	5,42	15,06	21,69	29,52	38,55	48,80	72,89	101,81	195,17

2. Dans le repère proposé, placer chacune de ses valeurs sous la forme d'un point dont l'abscisse est en kilomètre par heure et l'ordonnée est la distance parcourue en mètre.

Troisième partie — DA : distance d'arrêt

La distance d'arrêt, DA d'un véhicule, est la somme de la distance de réaction DR et de la distance de freinage DF.

1. En utilisant les deux tableaux précédents, compléter le tableau suivant :

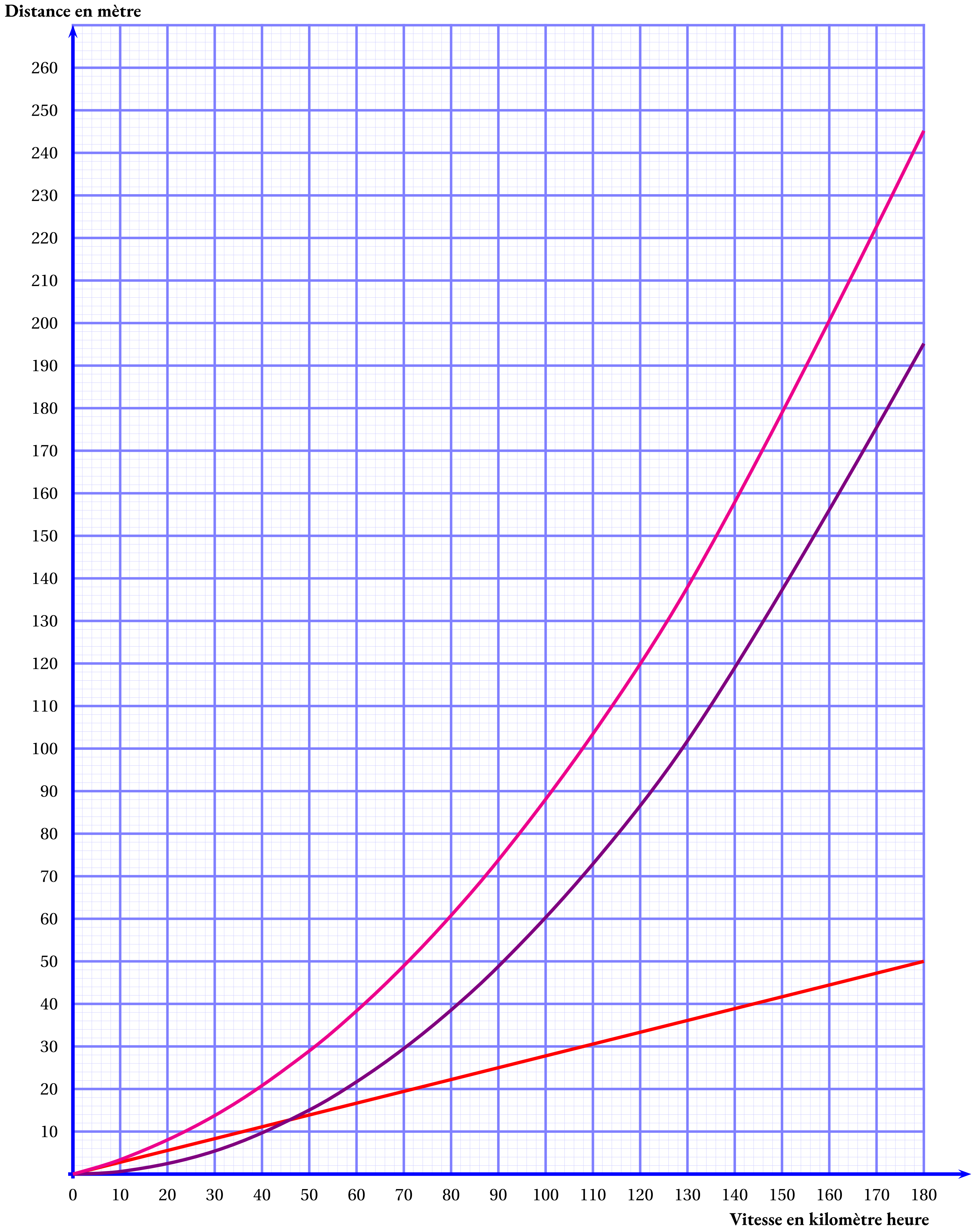
Vitesse en km/h	0	10	30	50	60	70	80	90	110	130	180
DA en m	0	3,38	13,76	28,95	38,35	48,96	60,78	73,80	103,45	137,92	245,18

2. Dans le repère proposé, placer chacune de ses valeurs sous la forme d'un point dont l'abscisse est en kilomètre par heure et l'ordonnée est la distance parcourue en mètre.

Quatrième partie — Analyse

1. Parmi les trois tableaux précédents, lesquels contiennent deux grandeurs proportionnelles. Justifier votre réponse.

2. En observant les trois représentations graphiques de ces grandeurs, faire plusieurs remarques.



Distance en mètre
260
250
240
230
220
210
200
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
170
180
Vitesse en kilomètre heure

Exercices sur les vitesses

Exercice n° 10.1 : Vitesse — Calcul d'un temps

1. Un guépard peut courir à 110 km/h en vitesse de pointe.
Combien de temps met-il pour faire 100 m à cette vitesse ?
Indiquer votre résultat au centième de seconde près.

2. Le TGV roule à 320 km/h.
Combien de temps met-il pour parcourir la distance entre Paris et Lille, 225 km, à cette vitesse ?
Indiquer votre résultat à la seconde près.

3. La fusée Starship du projet Space X, comme toutes les fusée, doit atteindre la vitesse de 37 476 km/h pour se libérer de la gravité terrestre.
La Lune se trouve en moyenne à 384 000 km de la Terre.
Combien de temps met Starship pour atteindre la Lune ?
Indiquer votre résultat à la minute près.

Exercice n° 10.2 : Vitesse — Calcul d'une distance

1. Nous sommes partis ce matin à 6 h 37 min et nous sommes arrivé sur notre lieu de vacances à 12 h 52 min.
Nous avons fait deux pauses, une de 8 h 35 min à 8h 52 min et une deuxième de 11 h 07 min à 11 h 34 min.
Notre vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet est de 97 km/h.
Quelle distance avons-nous parcouru ?
Indiquer votre résultat au kilomètre près.

2. Proxima du Centaure se trouve à environ $4,24$ al (année-lumière : la distance parcourue par le lumière en une année) de la Terre. La lumière a une vitesse d'environ 300 000 km/s.
À quelle distance de la Terre se trouve Proxima du Centaure ?
Indiquer votre résultat à la centaine de kilomètre près.

Exercice n° 10.3 : Vitesse — Calcul d'une vitesse

Pour me rendre au travail qui se trouve à 23 km de chez moi, je mets beaucoup moins de temps le matin que le soir, à cause des nombreux embouteillages.

1. Ce matin, je suis parti à 6 h 53 min et je suis arrivé à 7 h 17 min.
Quelle a été ma vitesse moyenne ?
Indiquer la résultat au dixième de kilomètre heure près.

2. Ce soir, en partant à 17 h 08 min je suis arrivé à 18 h 03 min !
Quelle a été ma vitesse moyenne ?
Indiquer la résultat au dixième de kilomètre heure près.

3. Quelle a été la vitesse moyenne sur cet aller-retour ?
Indiquer la résultat au dixième de kilomètre heure près.

Exercices sur les vitesses — Correction

Exercice n° 1 : Vitesse

Correction

Calcul d'un temps

1. Un guépard peut courir à 110 km/h en vitesse de pointe.
Combien de temps met-il pour faire 100 m à cette vitesse ?

Indiquer votre résultat au centième de seconde près.

On sait que quand la vitesse est constante, la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles.

Distance	$110\ km = 110\,000\ m$	$100\ m$
Temps	$1\ h = 60\ min = 3\,600\ s$	$\dfrac{3\,600\ s \times 100\ m}{110\,000\ m} \approx 3{,}27\ s$

$\boxed{\text{Ce guépard met environ } 3{,}27\ s \text{ pour parcourir } 100\ m.}$

2. Le TGV roule à 320 km/h.
Combien de temps met-il pour parcourir la distance entre Paris et Lille, 225 km, à cette vitesse ?

Indiquer votre résultat à la seconde près.

On sait que quand la vitesse est constante, la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles.

Distance	$320\ km$	$225\ km$
Temps	$1\ h = 60\ min = 3\,600\ s$	$\dfrac{3\,600\ s \times 225\ km}{320\ km} \approx 2\,531\ s$

Or $2\,531\ s = 42 \times 60\ s + 11\ s = 42\ min\ 11\ s$.

$\boxed{\text{Le TGV met environ } 42\ min\ 11\ s \text{ pour se rendre de Paris à Lille.}}$

3. La fusée Starship du projet Space X, comme toutes les fusée, doit atteindre la vitesse de 37 476 km/h pour se libérer de la gravité terrestre.
La Lune se trouve en moyenne à 384 000 km de la Terre.
Combien de temps met Starship pour atteindre la Lune ?

Indiquer votre résultat à la minute près.

On sait que quand la vitesse est constante, la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles.

Distance	$37\,476\ km$	$384\,000\ km$
Temps	$1\ h = 60\ min$	$\dfrac{60\ min \times 384\,000\ km}{37\,476\ km} \approx 615\ min$

Or $615\ mins = 10 \times 60\ min + 15\ min = 10\ h\ 15\ min$.

$\boxed{\text{Space X met environ } 10\ h\ 15\ min \text{ pour atteindre la Lune.}}$

Calcul d'une distance

1. Nous sommes partis ce matin à 6 h 37 min et nous sommes arrivé sur notre lieu de vacances à 12 h 52 min.
Nous avons fait deux pauses, une de 8 h 35 min à 8h 52 min et une deuxième de 11 h 07 min à 11 h 34 min.
Notre vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet est de 97 km/h.
Quelle distance avons-nous parcouru ?

Indiquer votre résultat au kilomètre près.

Calculons le temps de trajet.
Entre 6 h 37 min et 12 h 52 min il s'est écoulé : $23\ min + 5\ h + 52\ min = 6\ h\ 15\ min$.
Le temps de pause : $17\ min + 27\ min = 44\ min$.
Le temps à rouler est donc de $6\ h\ 15\ min\ - 44\ min = 5\ h\ 31\ min$.

On sait que quand la vitesse est constante, la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles.

Distance	$97\ km$	$\dfrac{331\ min \times 97\ km}{60\ min} \approx 535\ km$
Temps	$1\ h = 60\ min$	$5\ h\ 31\ min\ = 331\ min$

$\boxed{\text{Nous avons parcouru environ } 535\ km.}$

2. Proxima du Centaure se trouve à environ $4,24\ al$ (année-lumière : la distance parcourue par le lumière en une année) de la Terre. La lumière a une vitesse d'environ $300\,000\ km/s$.
À quelle distance de la Terre se trouve Proxima du Centaure ?

Indiquer votre résultat à la centaine de kilomètre près.

Calculons la distance parcourue par la lumière en un an :
Dans une année il y a : $365 \times 24 \times 60 \times 60\ s = 31\,536\,000\ s$

Comme $31\,536\,000 \times 300\,000\ km = 9\,450\,800\,000\,000\ km$.

$\boxed{\text{Proxima du Centaure est à } 94\,508\,000\,000\,000\ km \text{ de la Terre.}}$

Calcul d'une vitesse

Pour me rendre au travail qui se trouve à 23 km de chez moi, je mets beaucoup moins de temps le matin que le soir, à cause des nombreux embouteillages.

1. Ce matin, je suis parti à 6 h 53 min et je suis arrivé à 7 h 17 min.
Quelle a été ma vitesse moyenne ?

Indiquer la résultat au dixième de kilomètre heure près.

Ce matin, j'ai mis $7\ h\ 17\ min\ - 6\ h\ 53\ min\ = 24\ min$ pour faire 23 km.

On sait que quand la vitesse est constante, la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles.

Distance	$\dfrac{60\ min \times 23\ km}{24\ min} = 57,5\ km$	$23\ km$
Temps	$1\ h = 60\ min$	$24\ min$

$\boxed{\text{Ma vitesse moyenne le matin est d'environ } 58\ km/h.}$

2. Ce soir, en partant à 17 h 08 min je suis arrivé à 18 h 03 min!
Quelle a été ma vitesse moyenne ?
Indiquer la résultat au dixième de kilomètre heure près.

Ce soir, j'ai mis 18 h 03 min $-$ 17 h 08 min $= 55\ min$ pour faire 23 km.

On sait que quand la vitesse est constante, la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles.

Distance	$\dfrac{60\ min \times 23\ km}{55\ min} \approx 25\ km$	$23\ km$
Temps	$1\ h = 60\ min$	$55\ min$

$\boxed{\text{Ma vitesse moyenne le soir est d'environ } 25\ km/h.}$

3. Quelle a été la vitesse moyenne sur cet aller-retour ?
Indiquer la résultat au dixième de kilomètre heure près.
Le matin, j'ai mis 24 min pour faire 23 km et le soir 55 min. J'ai donc fait 46 km en 79 min.

On sait que quand la vitesse est constante, la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles.

Distance	$\dfrac{60\ min \times 46\ km}{79\ min} \approx 35\ km$	$46\ km$
Temps	$1\ h = 60\ min$	$79\ min$

$\boxed{\text{Ma vitesse moyenne sur la journée est d'environ } 35\ km/h.}$

Attention, cette vitesse moyenne n'est pas la moyenne arithmétique des deux vitesses.

En effet, si on calcule la moyenne arithmétique on obtient : $\dfrac{58+25}{2} = \dfrac{83}{2} = 41,5$.

La raison à cela est que on passe plus de temps à rouler à 25 km/h qu'à 58 km/h. Il faudrait donc pondérer la moyenne des vitesses par le temps passé.
En mathématiques, cette moyenne s'appelle une moyenne harmonique... mais on dépasse largement le cours de mathématiques du collège.

Contrôle de mathématiques

Exercice n° 1 : *6 points*

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 5(3x-1) - 4(6x+2) + 3(1-5x)$

$B = 3x(1-x) - 3(3x+5) - x(x+6)$

$C = x^2 - (1-x+x^2) - 3(x-1) + 3x(3x-9) + 3$

Exercice n° 2 : *8 points*

Dans tout cet exercice on exprimera les temps dans l'unité la plus adaptée. Heure, minute, seconde, pour rendre compréhensible votre réponse. De même pour les distance, on écrira en mètre ou en kilomètres en fonction de la situation.

Par exemple, on écrira $2\ h$ *au lieu de* $7\,200\ s$ *ou* $10\ m$ *au lieu de* $1\,000\ cm$.

1. Carl-Friedrich a parcouru $57\ km$ en vélo, à la vitesse moyenne de $23\ km/h$.
Combien de temps, **à la seconde près**, a-t-il mit pour faire cette promenade ?

2. Ada a passé $2\ h\ 35\ min$ dans un TGV roulant à la vitesse moyenne de $195\ km/h$.
Quelle distance, **au kilomètre près**, a-t-elle parcouru pendant ce trajet ?

3. Srinivasa est dans un avion entre Paris et New-York. Il est parti à $9\ h\ 37\ min$ et arrivera à $15\ h\ 52\ min$.
Il y a environ $5\,836\ km$ entre les deux villes par voie aérienne.
Quelle est la vitesse moyenne de cet avion, **au kilomètre heure près** ?

4. Un faucon pélerin, Frightfull, détient le record de la vitesse de descente en piqué sur une proie. En sautant en chute libre avec lui, son fauconnier a mesuré plusieurs fois sa vitesse maximale à $108\ m/s$.
Quelle est sa vitessse moyenne, **au kilomètre heure près** ?

Exercice n° 3 : *6 points*

Sophie et Alexandre doivent se rendre au congrès internationnal des mathématicien de Paris pour recevoir une médaille Fields. Ils partent tous les deux de l'IHES (Institut des Hautes Études Scientifiques) pour se rendre à Paris. Il y a $35\ km$ entre ces deux lieux.

1. Le matin, en partant tôt, ils mettent $25\ min$ en voiture pour se rendre au congrès.
Quelle est la vitesse moyenne de leur véhicule ?
Indiquer votre réponse au dixième de kilomètre heure près.

2. Le soir, à cause des embouteillage sur la N118, leur vitesse moyenne est de $30\ km/h$.
Combien de temps vont-ils mettre pour rentrer ?
Indiquer votre réponse à la seconde près.

3. Sur l'ensemble de la journée, quelle distance ont-ils parcouru et combien de temps ont-ils passé en voiture ?
Indiquer votre réponse en kilomètres pour la distance et en seconde pour le temps.

4. Quelle est leur vitesse moyenne sur cet aller-retour ?
Indiquer votre réponse au kilomètre heure près.

Contrôle de mathématiques — Correction

Exercice n° 1 : Calcul littéral Correction

Calcul littéral

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

$A = 5(3x-1) - 4(6x+2) + 3(1-5x)$
$A = 15x - 5 - 24x - 8 + 3 - 15x$
$\boxed{A = -24x + 10}$

$B = 3x(1-x) - 3(3x+5) - x(x+6)$
$B = 3x - 3x^2 - 9x - 15 - x^2 - 6x$
$\boxed{B = -4x^2 - 12x - 15}$

$C = x^2 - (1 - x + x^2) - 3(x-1) + 3x(3x-9) + 3$
$C = x^2 - 1 + x - x^2 - 3x + 3 + 9x^2 - 27x + 3$
$\boxed{C = 9x^2 - 29x + 5}$

c

m

]EVAL2MOYEN8 pointsVitesse — Les bases

1. Carl-Friedrich a parcouru 57 km en vélo, à la vitesse moyenne de 23 km/h.
Combien de temps, **à la seconde près**, a-t-il mit pour faire cette promenade ?

On sait que quand la vitesse est constante, la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles.

Distance	$23\ km$	$57\ km$
Temps	$1\ h = 3\,600\ s$	$\dfrac{3\,600\ s \times 57\ km}{23\ km} \approx 8\,922\ s$

Or $8\,922\ s = 148 \times 60\ s + 42 = 148\ min\ 60\ s = 2 \times 60\ min + 28\ min\ 60\ s = 2\ h\ 28\ min\ 60\ s$.

$\boxed{\text{Il a mit } 2\ h\ 28\ min\ 60\ s.}$

2. Ada a passé 2 h 35 min dans un TGV roulant à la vitesse moyenne de 195 km/h.
Quelle distance, **au kilomètre près**, a-t-elle parcouru pendant ce trajet ?

3. Srinivasa est dans un avion entre Paris et New-York. Il est parti à 9 h 37 min et arrivera à 15 h 52 min.
Il y a environ 5 836 km entre les deux villes par voie aérienne.
Quelle est la vitesse moyenne de cet avion, **au kilomètre heure près** ?

4. Un faucon pélerin, Frightfull, détient le record de la vitesse de descente en piqué sur une proie. En sautant en chute libre avec lui, son fauconnier a mesuré plusieurs fois sa vitesse maximale à 108 m/s.
Quelle est sa vitessse moyenne, **au kilomètre heure près** ?

Remarques et intentions pédagogiques

1 Activité — Distance de freinage

Mes intentions sont claires

Chapitre XI

Les solides usuels

Sommaire

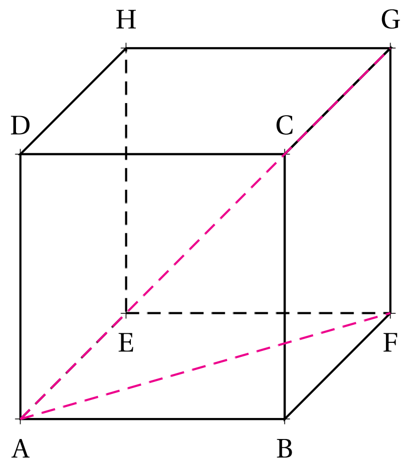
Exercices

Prismes et cylindre

Quatrieme

Exercice n° 1 : Pythagore et cube

La figure ci-contre représente un cube ABCDEFGH de côté 15 m.



1. Combien ce solide possède-t-il de faces ? d'arêtes ? de sommets ?
Faire la somme du nombre de faces et du nombres de sommets puis retirer le nombre d'arêtes. Qu'obtient-on ?

2. Quelle est la nature du quadrilatère ABFE ?
Quelle est la nature du triangle ABF ?

3. Calculer la valeur exacte puis la valeur approchée au centimètre près de la longueur AF.

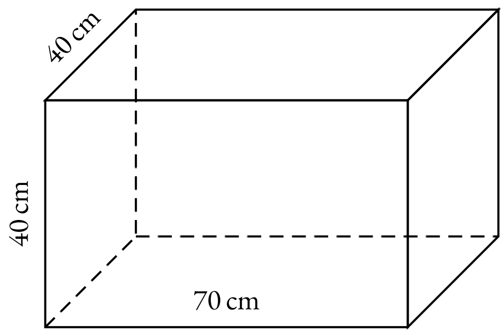
4. Quelle est la nature du triangle AFG ?

5. Calculer la valeur exacte puis la valeur approchée au centimètre près de la longueur AG.

6. Calculer le volume en litres, de ce prisme droit.

Exercice n° 2 : Mon aquarium parallélépipèdique

Je viens d'acheter un aquarium en forme de pavé droit.
Il mesure 70 cm de long, 40 cm de large et 40 cm de haut.



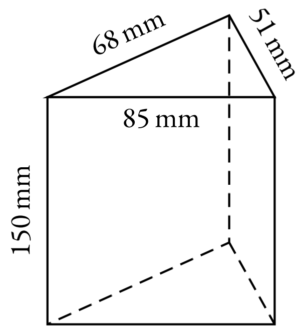
Le vendeur me conseille de remplir l'aquarium avec de l'eau minérale.
Je pense que je vais plutôt utiliser de l'eau du robinet.

La bouteille d'eau minérale la moins chère coûte 0,40 €le litre.
L'eau du robinet est facturée 5 € le mètre cube.

Combien vais-je économiser en remplissant l'aquarium avec l'eau du robinet plutôt qu'avec de l'eau minérale ?

Exercice n° 3 : Un peu de chocolat

Voici un emballage de chocolat en forme de prisme droit à base triangulaire.



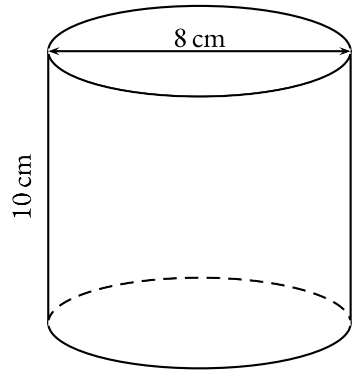
1. Démontrer que le triangle de base est un triangle rectangle.

2. Calculer l'aire de ce triangle rectangle.

3. Calculer le volume au millimètre cube près de ce prisme droit.

Exercice n° 4 : Un café et l'addition

Le café dans ma tasse peut être modélisé sous la forme d'un cylindre de révolution de hauteur 10 cm et de diamètre 8 cm.



1. Calculer le volume de ce cylindre.

2. Un sucre en forme de pavé droit mesure 2 cm de long, 1 cm de large et 1 cm de haut.
Calculer le volume de ce sucre.

3. Je me suis servi du café jusqu'à 3 mm du bord. J'ajoute un sucre.
Le café va-t-il déborder ?

Exercices — Correction

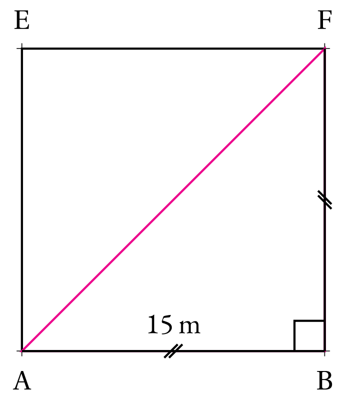
Exercice n° 1 — Correction

1. Ce solide est un cube. Il est composé de 6 faces, 8 sommets et 12 arêtes. En faisant la somme des faces, des sommets et en retirant le nombre d'arêtes on obtient :
$6+8-12=2$: il s'agit de la relation d'Euler. Elle est vraie pour tous les solides.

2. ABFE est une face du cube, il s'agit donc d'un carré.
ABF est un triangle rectangle isocèle en B.

3. Dans le triangle ABF rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BF^2 + BA^2 = FA^2$$
$$15^2 + 15^2 = FA^2$$
$$225 + 225 = FA^2$$
$$FA^2 = 225$$
$$FA = \sqrt{450}$$
$$FA \approx 21,21$$



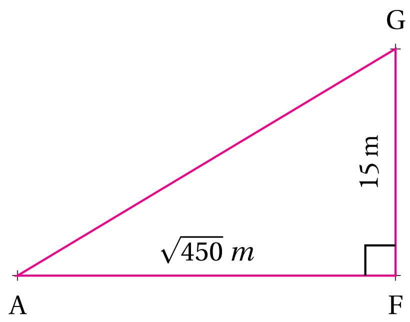
4. AFG est un triangle rectangle en F

5. Dans le triangle AFG rectangle en F,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$FA^2 + FG^2 = AG^2$$
$$450 + 15^2 = AG^2$$

Attention, comme $AF = \sqrt{450}$, par définition $AF^2 = 450$.

$$450 + 225 = AG^2$$
$$AG^2 = 775$$
$$AG = \sqrt{775}$$
$$AG \approx 27,84$$



6. Un cube est un prisme droit à base carrée. On peut donc utiliser la formule :

$$\text{Volume} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

$$\text{Volume} = 15\,\text{m} \times 15\,\text{m} \times 15\,\text{m} = 3375\,\text{m}^3$$

On sait que 1 m^3=1000 L donc Volume = 3 375 000 L

Exercice n° 2 — Correction

Cet aquarium est un pavé droit, c'est un prisme droit à base rectangulaire. On peut donc utiliser la formule :

$$\text{Volume} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

$\text{Volume} = 70\,\text{cm} \times 40\,\text{cm} \times 40\,\text{cm} = 112\,000\,\text{cm}^3$

On pouvait aussi choisir une autre unité pour le calcul :

Volume $= 7\,\text{dm} \times 4\,\text{dm} \times 4\,\text{dm} = 112\,\text{dm}^3 = 112\,\text{L}$
Volume $= 0{,}7\,\text{m} \times 0{,}4\,\text{m} \times 0{,}4\,\text{m} = 0{,}112\,\text{m}^3$

On peut se souvenir que $1\,\text{m}^3 = 1000\,\text{L}$ ou que $1\,\text{L} = 1\,\text{dm}^3 = 1000\,\text{cm}^3$.
Ainsi cet aquarium à un volume de $112\,000\,\text{cm}^3 = 112\,\text{L} = 0{,}112\,\text{m}^3$

Pour remplir cet aquarium avec de l'eau minérale, cela va coûter : $0,40$ € $\times 112 = 44,8$ €.
Avec l'eau du robinet, cela va coûter : 5 € $\times 0,112 = 0,56$ € .

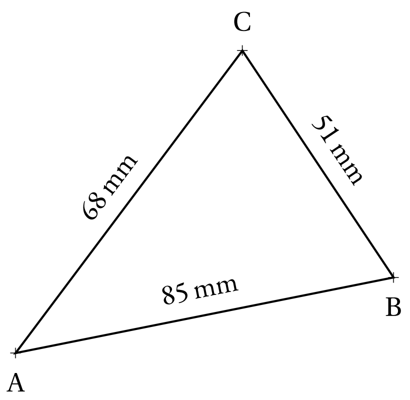
Quel choix vais-je bien pouvoir faire ?

Exercice n° 3

Correction

1. Comparons $CA^2 + CB^2$ et AB^2 :

$CA^2 + CB^2$	AB^2
$68^2 + 51^2$	85^2
$4624 + 2601$	
7225	7225



Comme $CA^2 + CB^2 = AB^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**
$\boxed{\text{Le triangle ABC est rectangle en C}}$.

2. L'aire d'un triangle rectangle vaut la moitié du rectangle dont il est issu.

Ainsi Aire du triangle $= \dfrac{51\,\text{mm} \times 68\,\text{mm}}{2} = \dfrac{3468\,\text{mm}^2}{2} = 1734\,\text{mm}^2$

3. Volume = Aire de la base × Hauteur $= 1734\,\text{mm}^2 \times 150\,\text{mm} = 260\,100\,\text{mm}^3$.

Exercice n° 4

Correction

1. Le volume de ce cylindre est donné par la formule suivante :

$$\text{Volume} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

On sait que la base d'un cylindre est un disque. L'aire d'un disque est donnée par la formule suivante :

$$\text{Aire du disque} = \pi \times \text{Rayon}^2$$

On obtient ainsi Volume $= 4\,\text{cm} \times 4\,\text{cm} \times \pi \times 10\,\text{cm} = 160\pi\ cm^3$

2. Ce sucre est un pavé droit. Son volume mesure : Volume $= 2\,\text{cm} \times 1\,\text{cm} \times 1\,\text{cm} = 2\,\text{cm}^3$.

3. En me servant un café jusqu'à 3 mm du bord, le café prend la forme d'un solide, un cylindre de révolution de 8 cm de diamètre et de 9,7 cm de haut.
Calculons ce volume : **Volume de café** $= 4\,\text{cm} \times 4\,\text{cm} \times \pi \times 9{,}7\,\text{cm} = 155,2\pi\ cm^3$.

La tasse a un volume de $160\pi\ cm^3$.

Le volume restant dans la tasse est donc de $160\pi\ cm^3 - 155,2\pi\ cm^3 = 4,8\pi\ cm^3 \approx 15\ cm^3$.

Le sucre dont le volume vaut $2\,\text{cm}^3$ peut donc être ajouté sans débordement.
On peut même ajouter jusque 14 sucres, sans débordement... ce qui ne doit pas être très bon pour la santé !

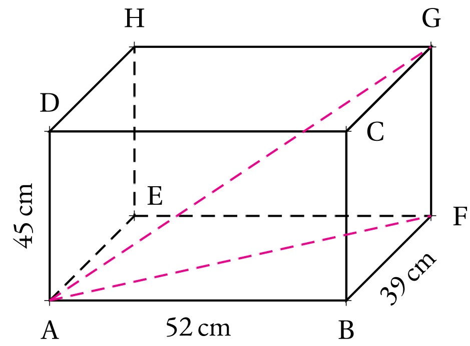
Évaluation

Quatrieme

Exercice n° 1

(6 points)

La figure ci-contre représente un pavé droit ABCDEFGH.



1. Combien ce solide possède-t-il de faces ? d'arêtes ? de sommets ?

2. Quelle est la nature du quadrilatère ABFE ?
Quelle est la nature du triangle ABF ?

3. Calculer la valeur exacte puis la valeur approchée au centimètre près de la longueur AF.

4. Quelle est la nature du triangle AFG ?

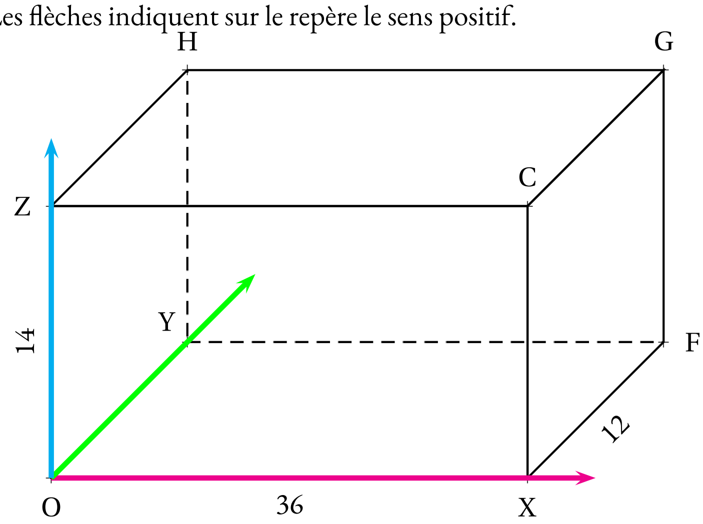
5. Calculer la valeur exacte puis la valeur approchée au centimètre près de la longueur AG.

6. Calculer le volume en litres, de ce prisme droit.

Exercice n° 2

(4 points)

OXFYZCGH est un pavé droit mesurant 36 unités, 12 unités et 14 unités.
On considère un repère dont l'origine est le point O, l'axe des abscisses est (OX), l'axe des ordonnées est (OY) et l'axe des altitudes (OZ).
Les flèches indiquent sur le repère le sens positif.



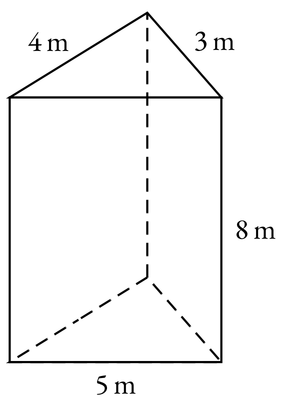
1. Indiquer sur votre copie les coordonnées des points O, X, F, Y, Z, C, G et H.

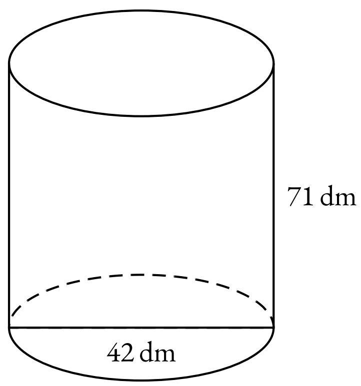
I est le milieu de [OX], J est le milieu de [ZC]
K est le milieu de [HG], L est le milieu de [YF]
M est le milieu de [OY], N est le milieu de [XF]
P est le milieu de [ZH], Q est le milieu de [CG]
R est le milieu de [OZ], S est le milieu de [XC]
T est le milieu de [FG], U est le milieu de [YH]

2. Indiquer sur votre copie les coorodnnées des points I, J, K, L, M, N, P, Q, R, S, T et U.

Exercice n° 3

(6 points)





1. Démontrer que le prisme droit à une base qui est un triangle rectangle.

2. Déterminer le volume en litres du prisme droit et du cylindre ci-contre.
Quand c'est nécessaire, donner une valeur approchée au centième près.

Exercice n° 4

(4 points)

Il y a 100 élèves de sixième dans ce petit collège et quatre classes.
Il y a 6 élèves de plus en 6A qu'en 6B.
Il y a 5 élèves de moins en 6C qu'en 6A.
Il y a 5 élève de plus en 6D qu'en 6B.

En utilisant une équation, déterminer le nombre d'élèves dans chaque classe.

☞ Évaluation — Correction ☜

Exercice n° 4 Correction

Il y a 100 élèves de sixième dans ce petit collège et quatre classes. Il y a 6 élèves de plus en 6A qu'en 6B. Il y a 5 élèves de moins en 6C qu'en 6A. Il y a 5 élève de plus en 6D qu'en 6B.

En utilisant une équation, déterminer le nombre d'élèves dans chaque classe.

Notons x le nombre d'élèves en 6A.
Il y a :

— $x-6$ élèves en 6B ;

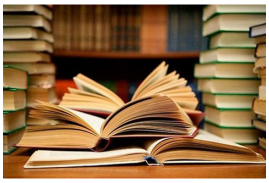
— $x-5$ élèves en 6C ;

— $x-6+5=x-1$ élèves en 6D.

On obtient un total de $x+x-6+x-5+x-1=4x-12$

$$\begin{aligned}4x-12&=100\\4x-12{\color{red}+12}&=100{\color{red}+12}\\4x&=112\\x&=\frac{112}{4}\\x&=28\end{aligned}$$

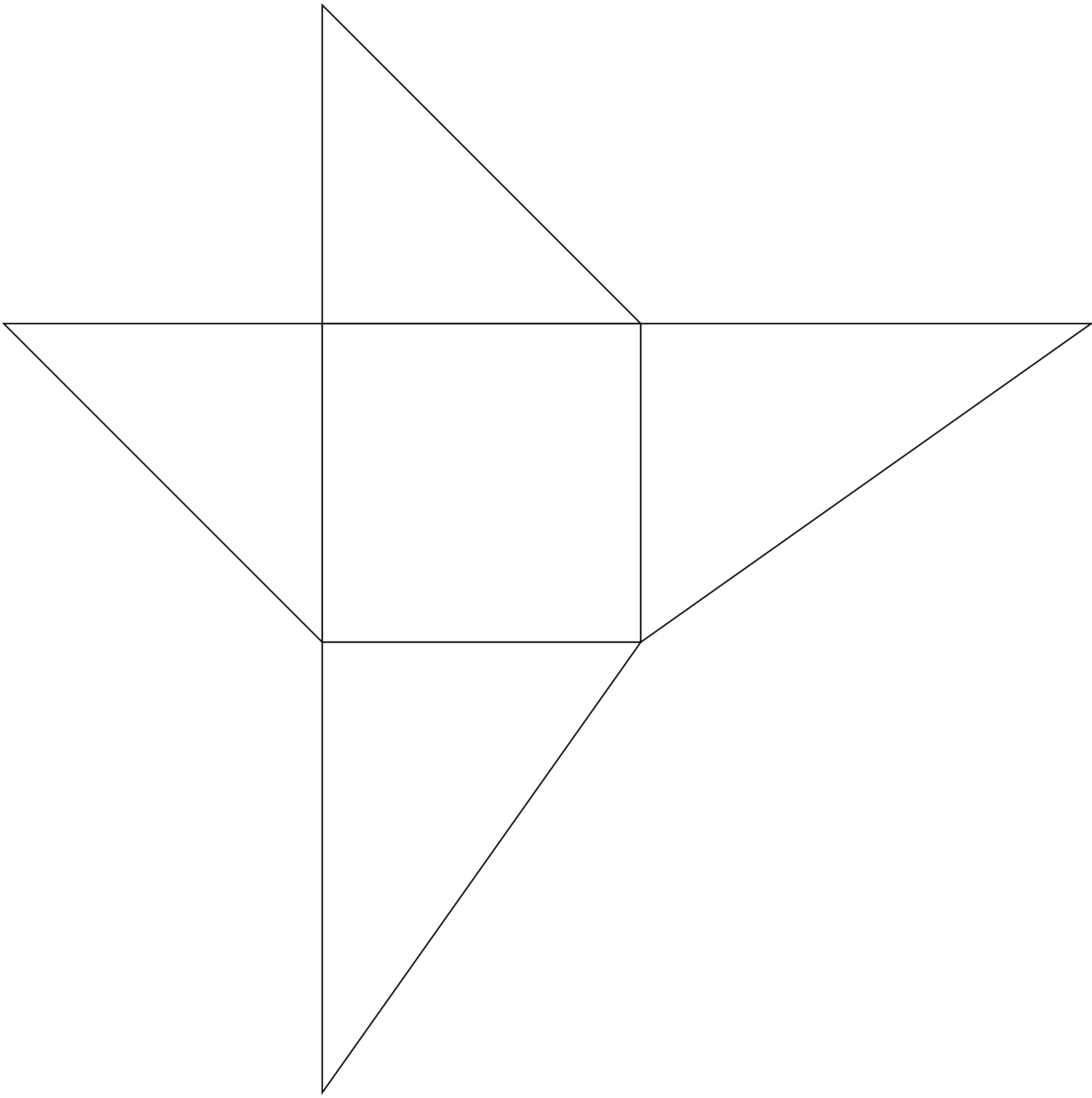
Il y a 28 élèves en 6A, 22 en 6B, 23 élèves en 6C et 27 élèves en 6D.
Et on a $28+22+23+27=100$

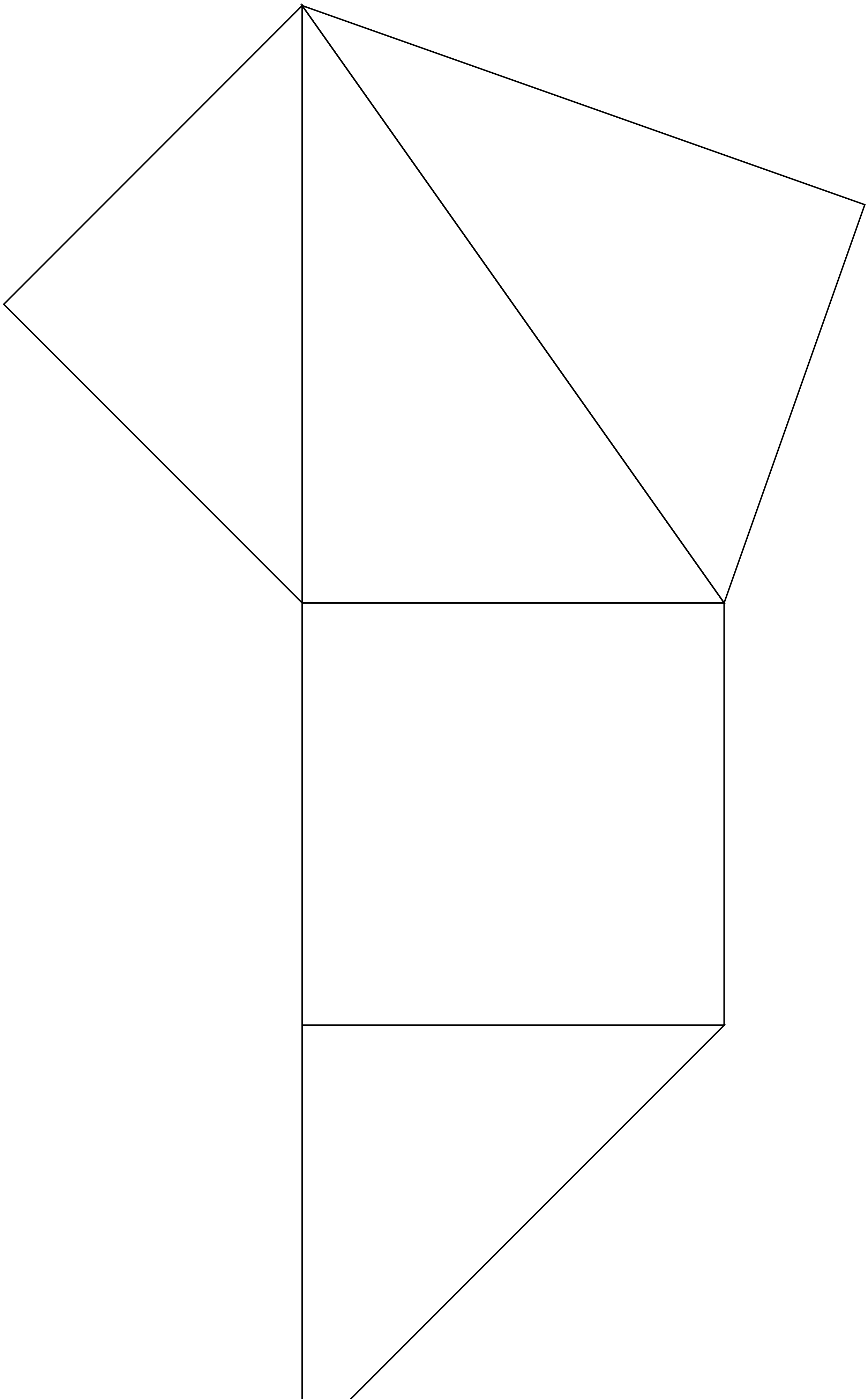


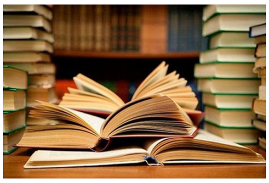
Culture

Un pyramide orthoèdrique

Quatrieme







Culture

Un pyramide orthoèdrique — Correction

Chapitre XII

Le reste...

Sommaire

I — Enigmes mathématiques

Énigme nº 1 : Suite logique

Compléter la suite logique suivante :

U ; D ; T ; Q ; C ; S ; ?

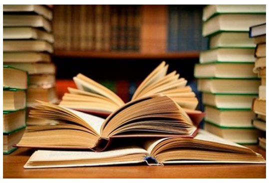
Énigme nº 3 : Suite logique – Épisode 3

Compléter la suite logique suivante :

1 ; 11 ; 21 ; 1211 ; 111221 ; ?

Énigme nº

Compléter la su

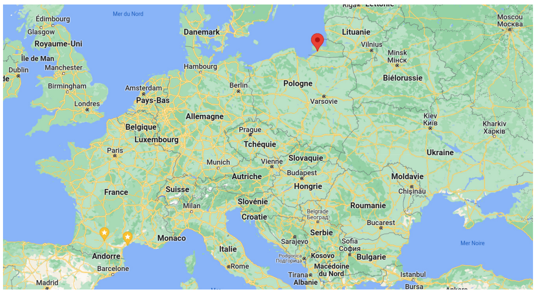


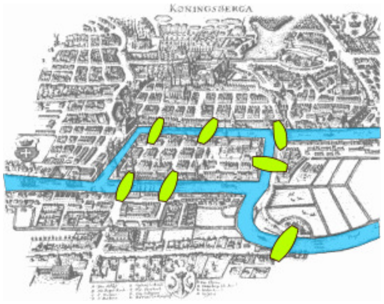
Culture

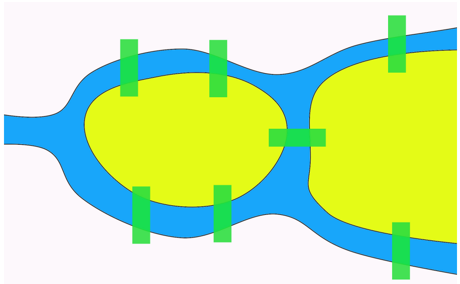
Les sept ponts de Köningsberg

Quatrieme

Durant l'été 1735, le grand mathématicien Leonhard Euler séjournait dans la ville de Köningsberg capitale du royaume de Prusse. Cette ville s'appelle aujourd'hui Kaliningrad, c'est une ville russe située dans une exclave territoriale le long de la mer Baltique.
Euler avait l'habitude de se promener le soir dans la ville. C'est lors d'une de ces promenades qu'il se demanda s'il était possible de trouver un parcours permettant, d'un point de départ au choix, de passer une et une seule fois par chaque pont, et de revenir à son point de départ.

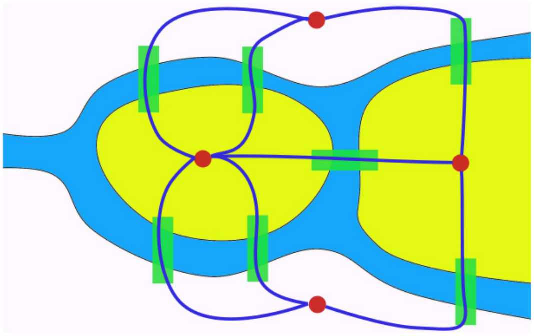


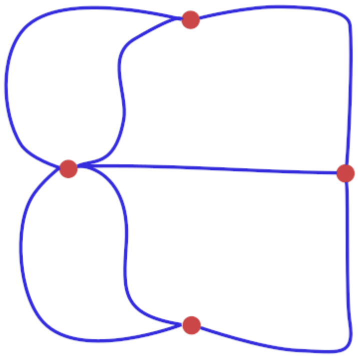




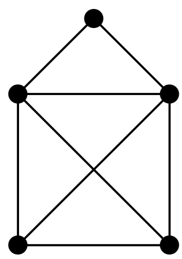
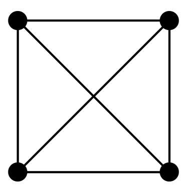
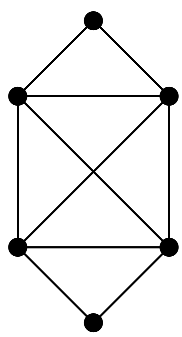
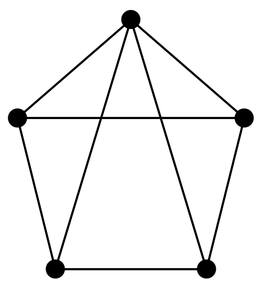
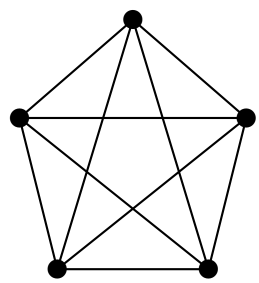
1. Sur le croquis représentant les 7 ponts, tentez de tracer le trajet qu'avait imaginé Leonhard Euler. Attention, vous ne pouvez passer qu'une seule fois sur chaque pont !

En mathématiques, quand on cherche une solution à certains problèmes, on commence par tracer la réponse qu'on souhaite pour se demander ensuite si cette réponse est possible. Voici le trajet que nous souhaiterions tracer :





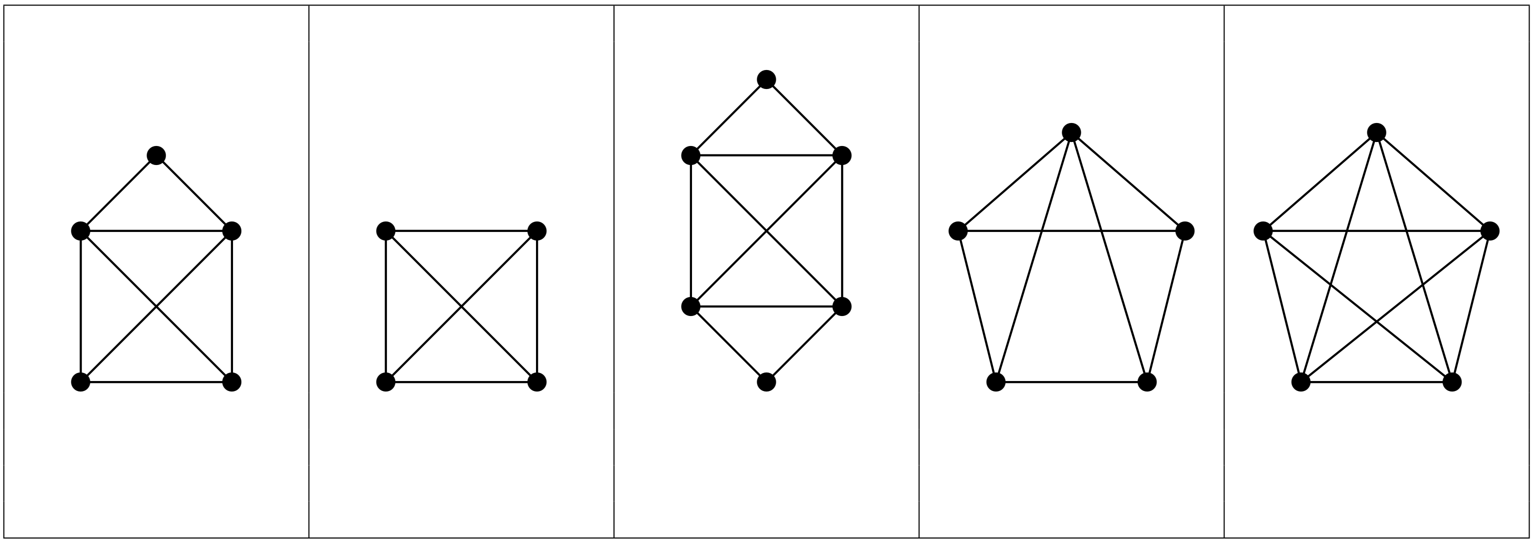
2. Pouvez-vous tracer chacune des cinq figures suivantes, sans lever le crayon et sans jamais repasser sur un trait déjà tracé.

					
Possible					
Possible avec retour au départ					
Impossible					

Voici un peu de vocabulaire :

— Une figure comme celles dessinées au recto, constitués d'**arêtes** et de **sommets**, s'appelle **un graphe** ;
— le **degré** d'un sommet est le nombre d'arêtes arrivant à ce sommet ;
— un chemin qui passe par toutes les arêtes, une fois par arêtes s'appelle un **chemin eulérien** ;
— si un **chemin eulérien** revient à son point de départ on l'appelle un **cycle eulérien**.

3. Indiquer le degré de chaque sommet des cinq figures précédentes. Vous pouvez écrire ce nombre à côté du sommet.



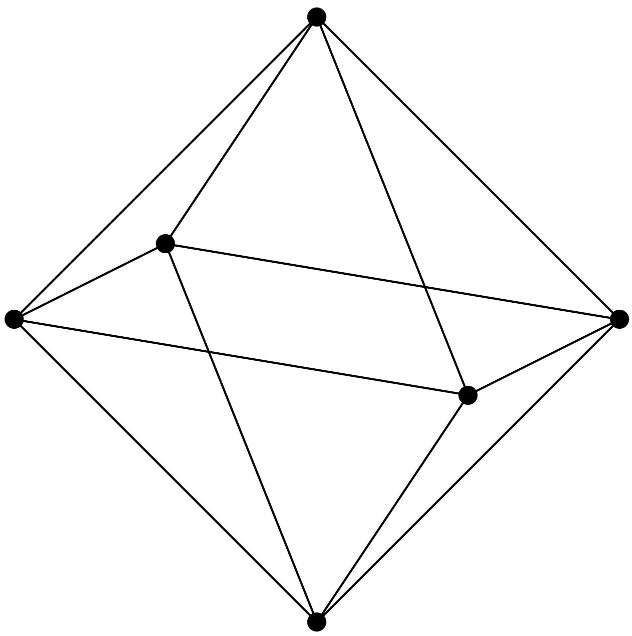
En 1735, Euler a démontré les deux résultats suivants :

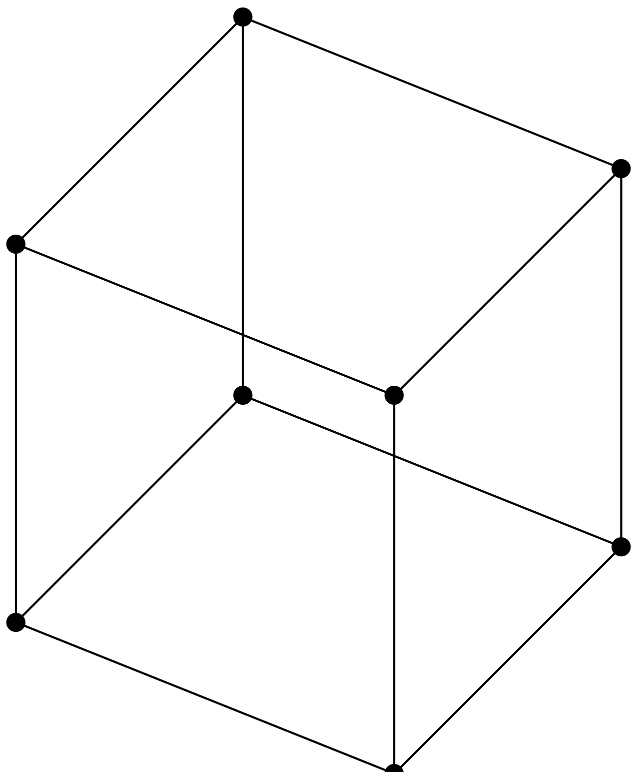
— Un graphe possède un **chemin eulérien** si ses sommets sont tous de degré pair sauf au maximum deux ;
— Un graphe possède un **cycle eulérien** si ses sommets tous ses sommets sont de degré pair.

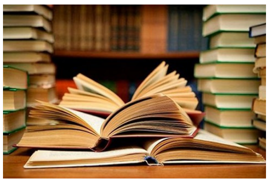
4. Vérifier ces deux résultats sur les cinq figures précédentes.

5. Qu'en déduisez-vous pour le problème des ponts de Köningsberg ?

Défi : Tracer, sans lever le crayon et sans repasser sur un trait déjà tracé, les figures suivantes :







Culture

Les sept ponts de Köningsberg — Correction

Remarques et intentions pédagogiques

1 **Activité — Un pyramide orthoèdrique**

Chapitre XII

Index

Chapitre XII

Bibliographie

Informations légales

— **Auteur :** Fabrice ARNAUD
— **Web :** pi.ac3j.fr
— **Mail :** contact@ac3j.fr

— **Dernière modification :** 23 juin 2024 à 16:21

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTex 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprennant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code defini un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr

- **Dernière modification :** 23 juin 2024 à 16:21

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTex 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprennant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code defini un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, , a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 23 juin 2024 à 16:21.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : .