



La symétrie centrale

Sommaire

ACTIVITÉ — ENTRAÎNEMENT : Symétrie axiale sur papier blanc ou quadrillé	34
ACTIVITÉ — SITUATION INITIALE : Un double symétrie axiale	42
ACTIVITÉ — ENTRAÎNEMENT : Symétrie centrale sur papier blanc ou quadrillé	46
LA LEÇON	51
I Définition	51
ÉVALUATION — Symétrie centrale et axiale	54
Intentions pédagogiques	59



SYMÉTRIE AXIALE SUR PAPIER BLANC OU QUADRILLÉ



CINQUIÈME

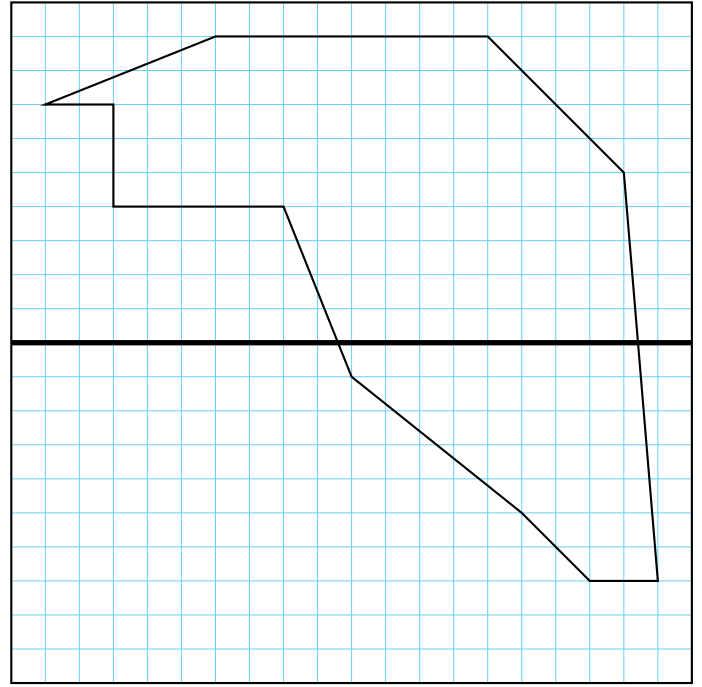
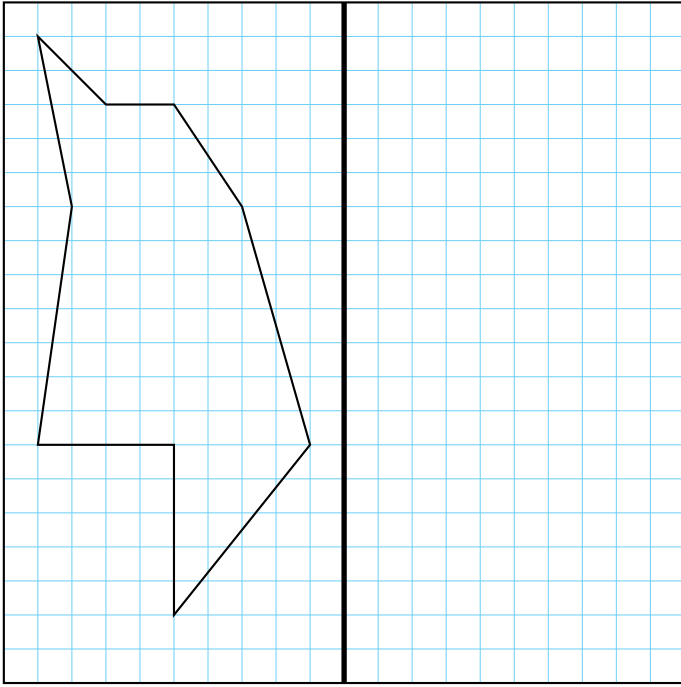
MF

ENTRAÎNEMENT

EXERCICE N° 1 : Symétrie horizontale et verticale sur papier quadrillé



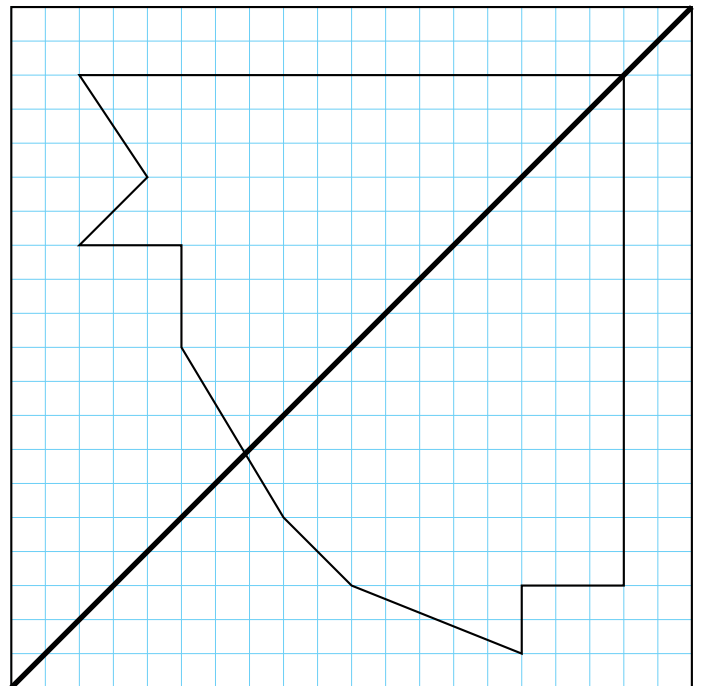
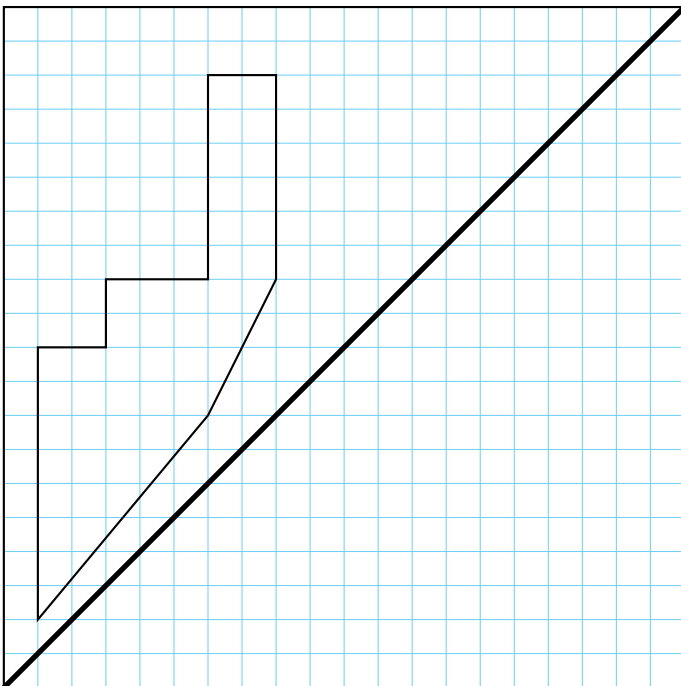
Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport à l'axe tracé en gras.



EXERCICE N° 2 : Symétrie diagonale sur papier quadrillé



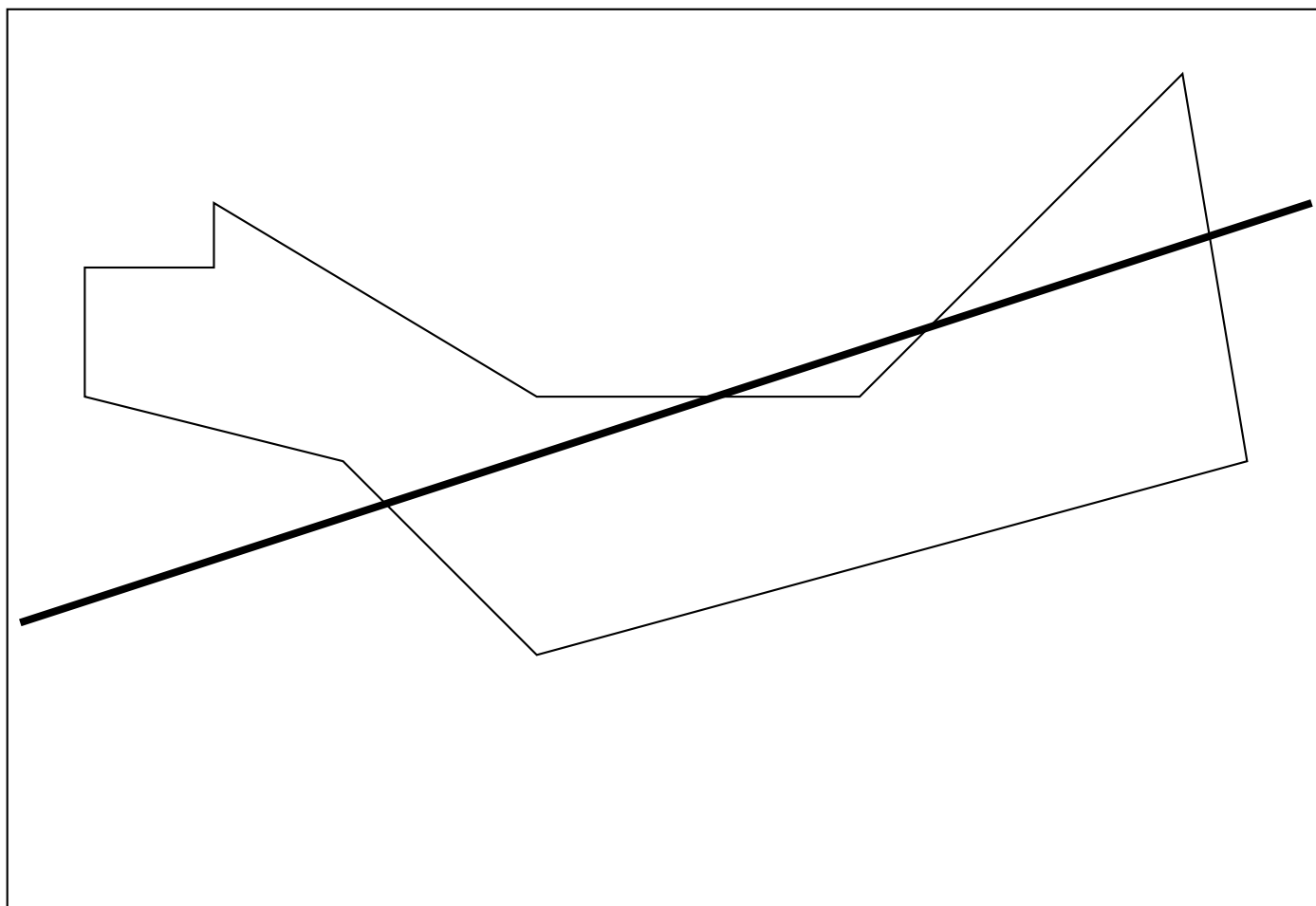
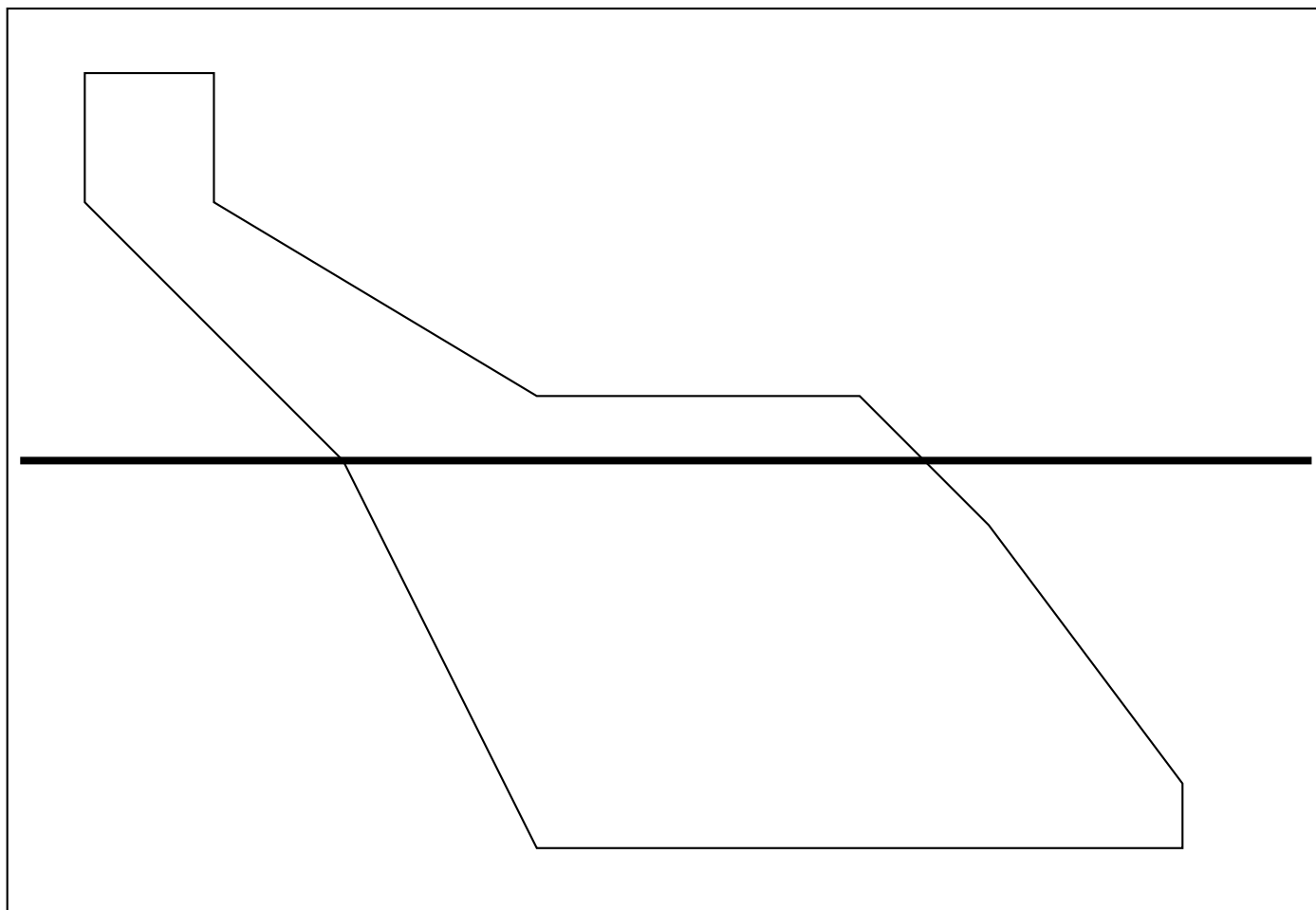
Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport à l'axe tracé en gras.



EXERCICE N° 3 : Symétrie axiale sur papier blanc



Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport à l'axe tracé en gras.

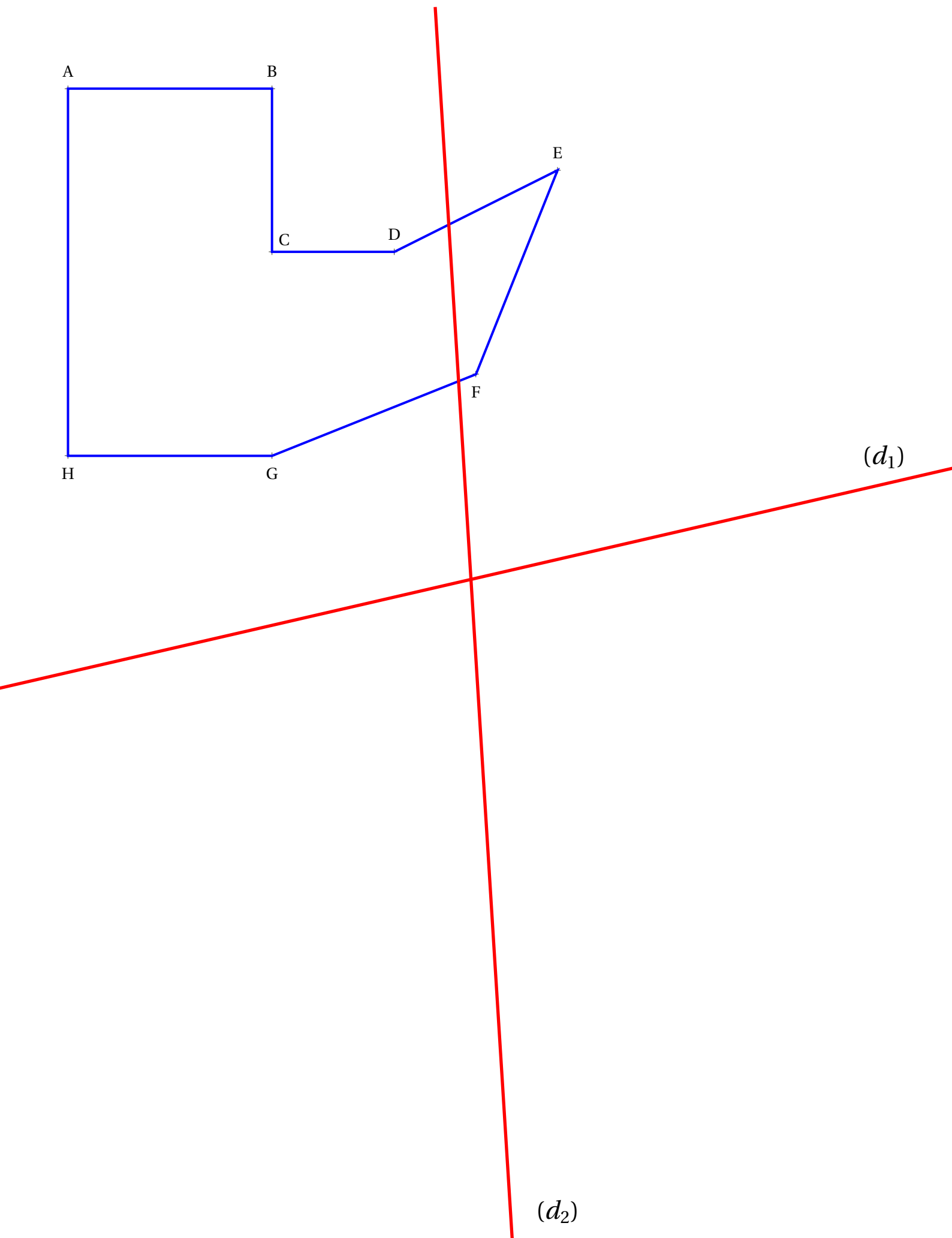


EXERCICE N° 4 : Symétrie axiale sur papier blanc



Tracer le symétrique $A'B'C'D'E'F'G'H'$ du polygone ABCDEFGH par rapport à (d_1) .

Tracer le symétrique $A''B''C''D''E''F''G''H''$ du polygone ABCDEFGH par rapport à (d_2) .





SYMÉTRIE AXIALE SUR PAPIER BLANC OU QUADRILLÉ — Correction

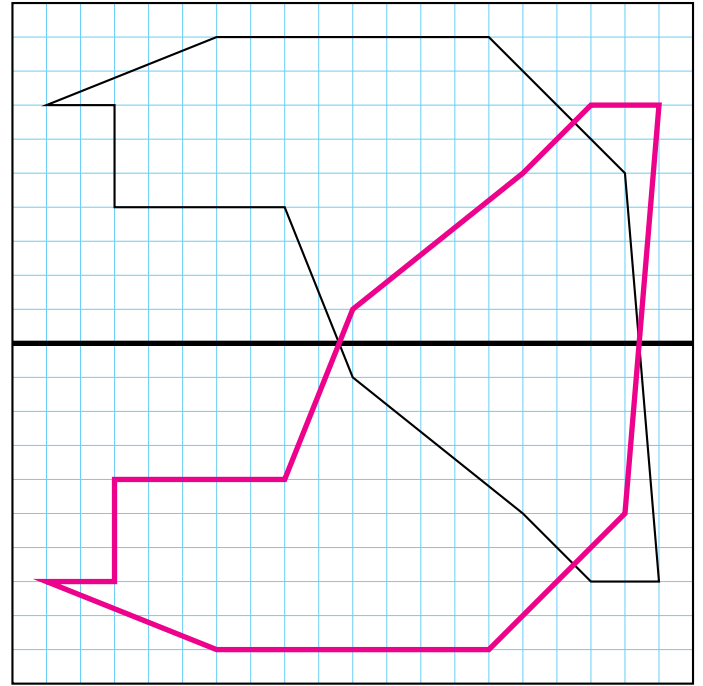
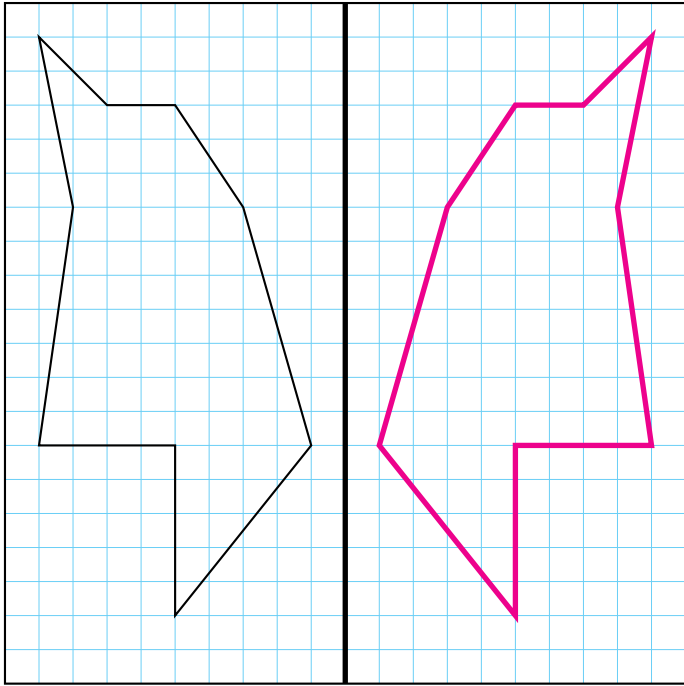


ENTRAÎNEMENT

EXERCICE N° 1

CORRECTION

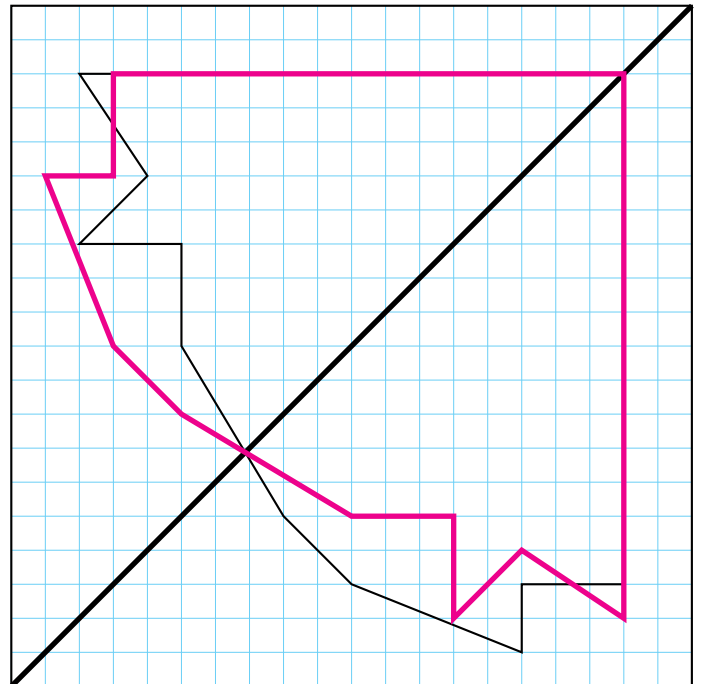
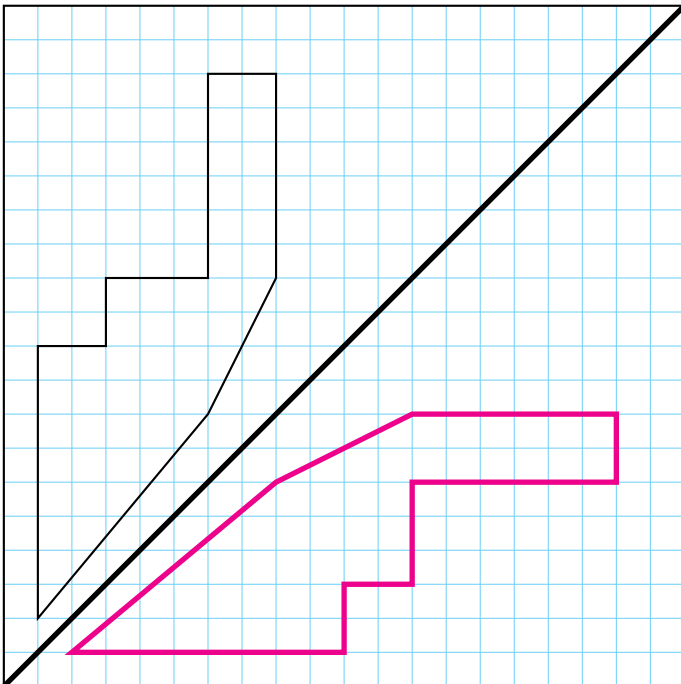
Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport à l'axe tracé en gras.



EXERCICE N° 2 : Symétrie diagonale sur papier quadrillé



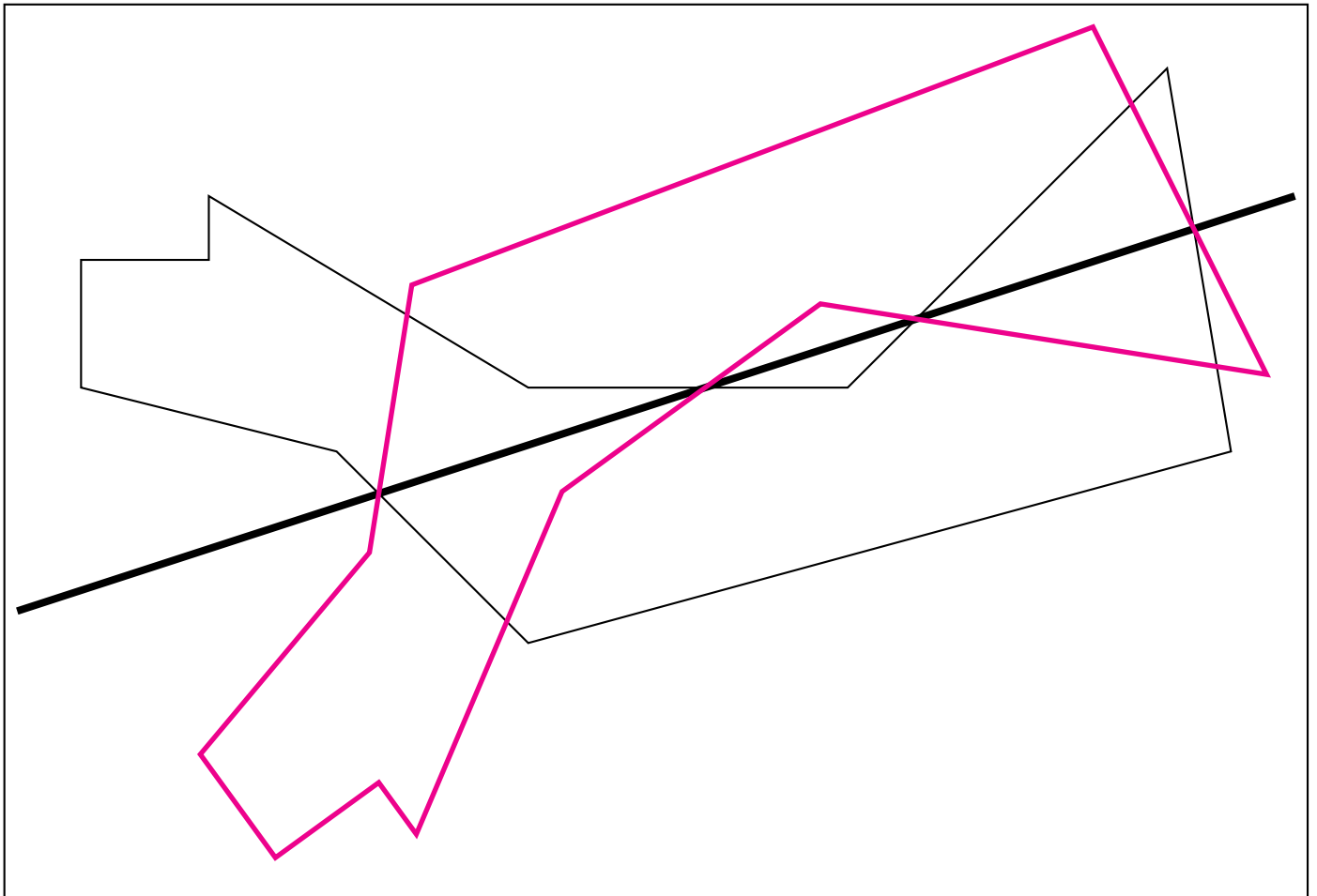
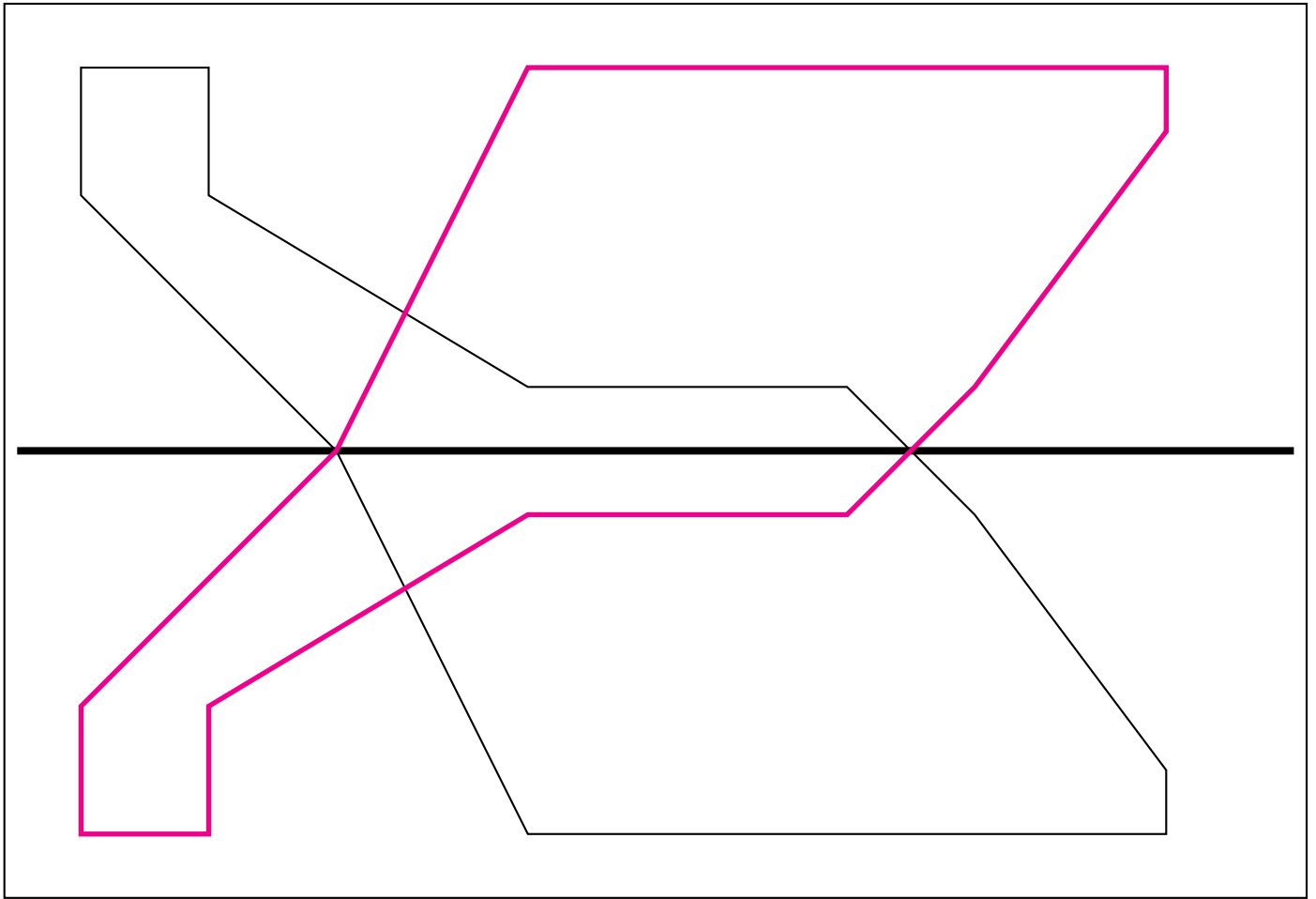
Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport à l'axe tracé en gras.



EXERCICE N° 2 : Symétrie axiale sur papier blanc



Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport à l'axe tracé en gras.



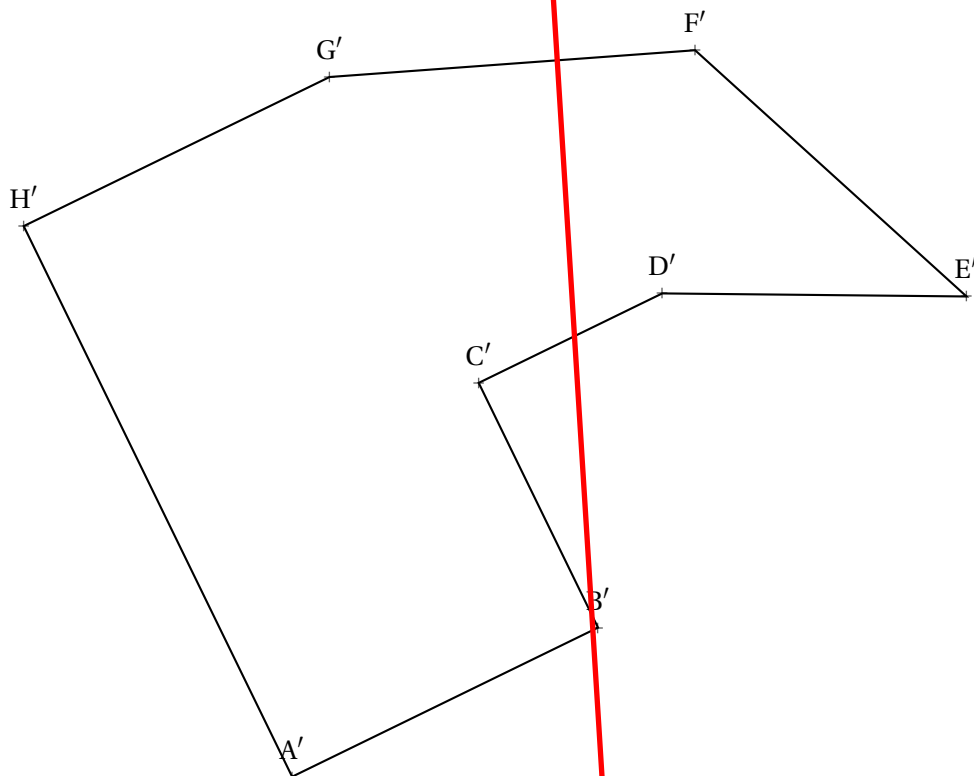
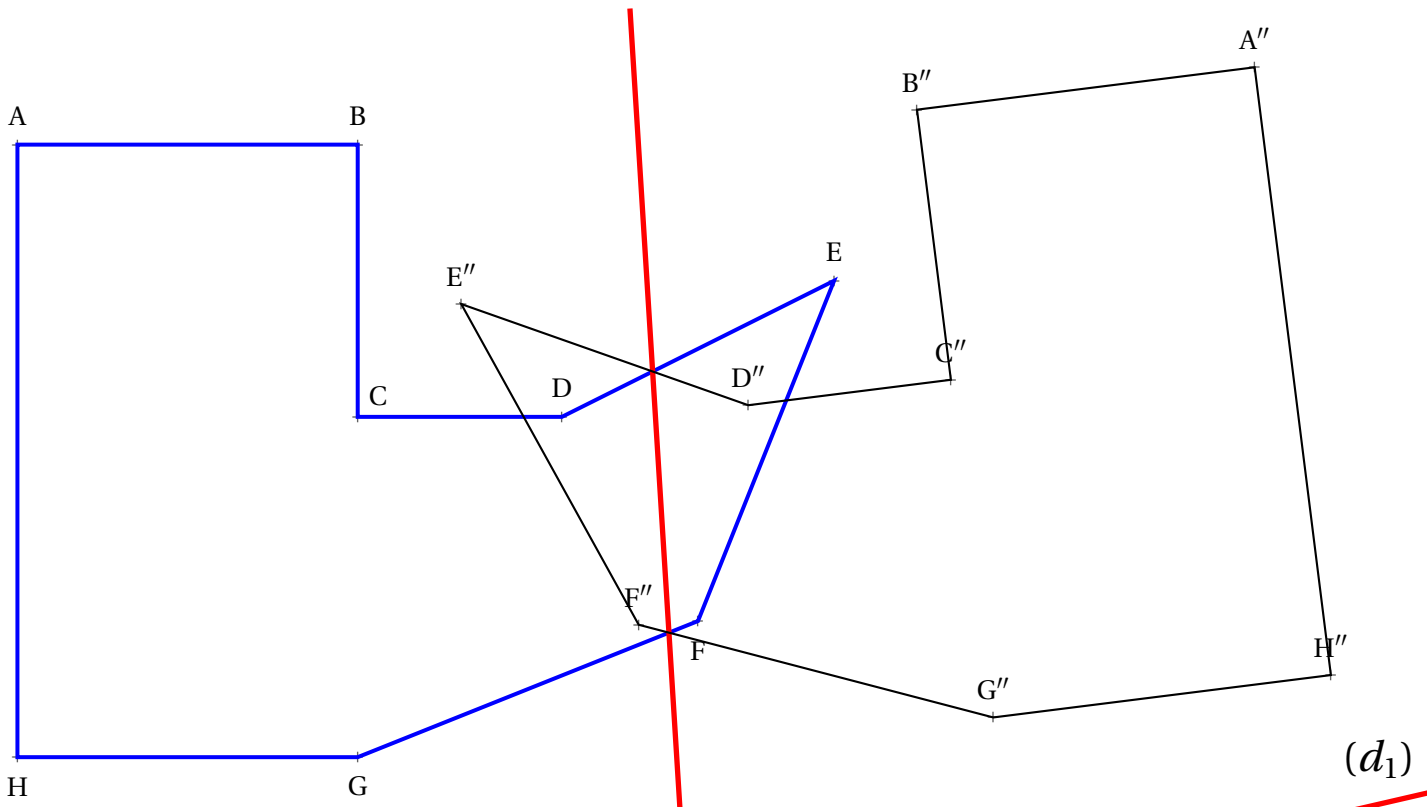
EXERCICE N° 3

CORRECTION

Symétrie axiale sur papier blanc

Tracer le symétrique $A'B'C'D'E'F'G'H'$ du polygone ABCDEFGH par rapport à (d_1) .

Tracer le symétrique $A''B''C''D''E''F''G''H''$ du polygone ABCDEFGH par rapport à (d_2) .







INTENTIONS PÉDAGOGIQUES

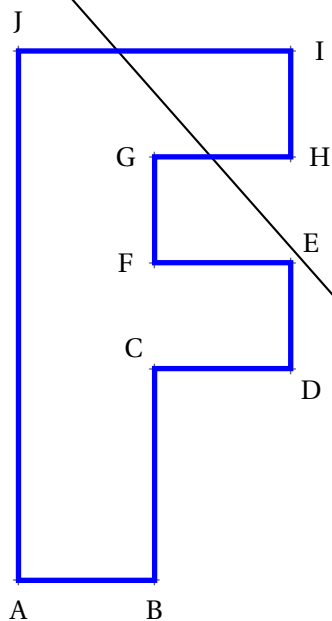
Mes intentions sont claires



SITUATION INITIALE

Tracer le symétrique $A'B'C'D'E'F'G'H'I'J'$ du polygone ABCDEFGHIJ par rapport à la droite (d)

Tracer ensuite le symétrique $A''B''C''D''E''F''G''H''I''J''$ du polygone $A'B'C'D'E'F'G'H'I'J'$ par rapport à la droite (d')



(d)

Observer les polygones ABCDEFGHIJ et $A''B''C''D''E''F''G''H''I''J''$.

Tracer les segments $[AA'']$, $[BB'']$, $[CC'']$ et faire une conjecture sur les propriétés de cette transformation.

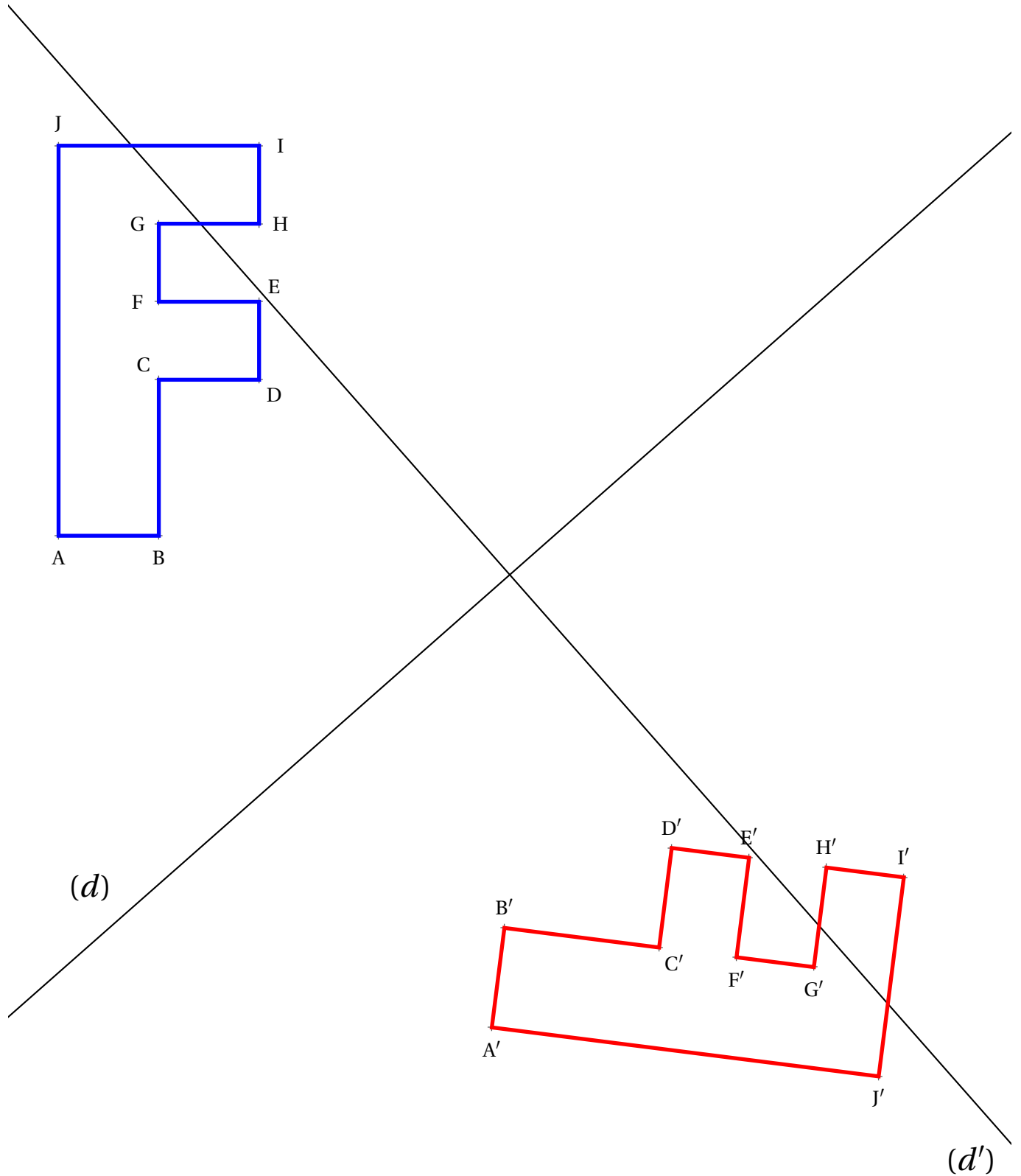
(d')



SITUATION INITIALE

Tracer le symétrique $A'B'C'D'E'F'G'H'I'J'$ du polygone ABCDEFGHIJ par rapport à la droite (d)

Tracer ensuite le symétrique $A''B''C''D''E''F''G''H''I''J''$ du polygone $A'B'C'D'E'F'G'H'I'J'$ par rapport à la droite (d')

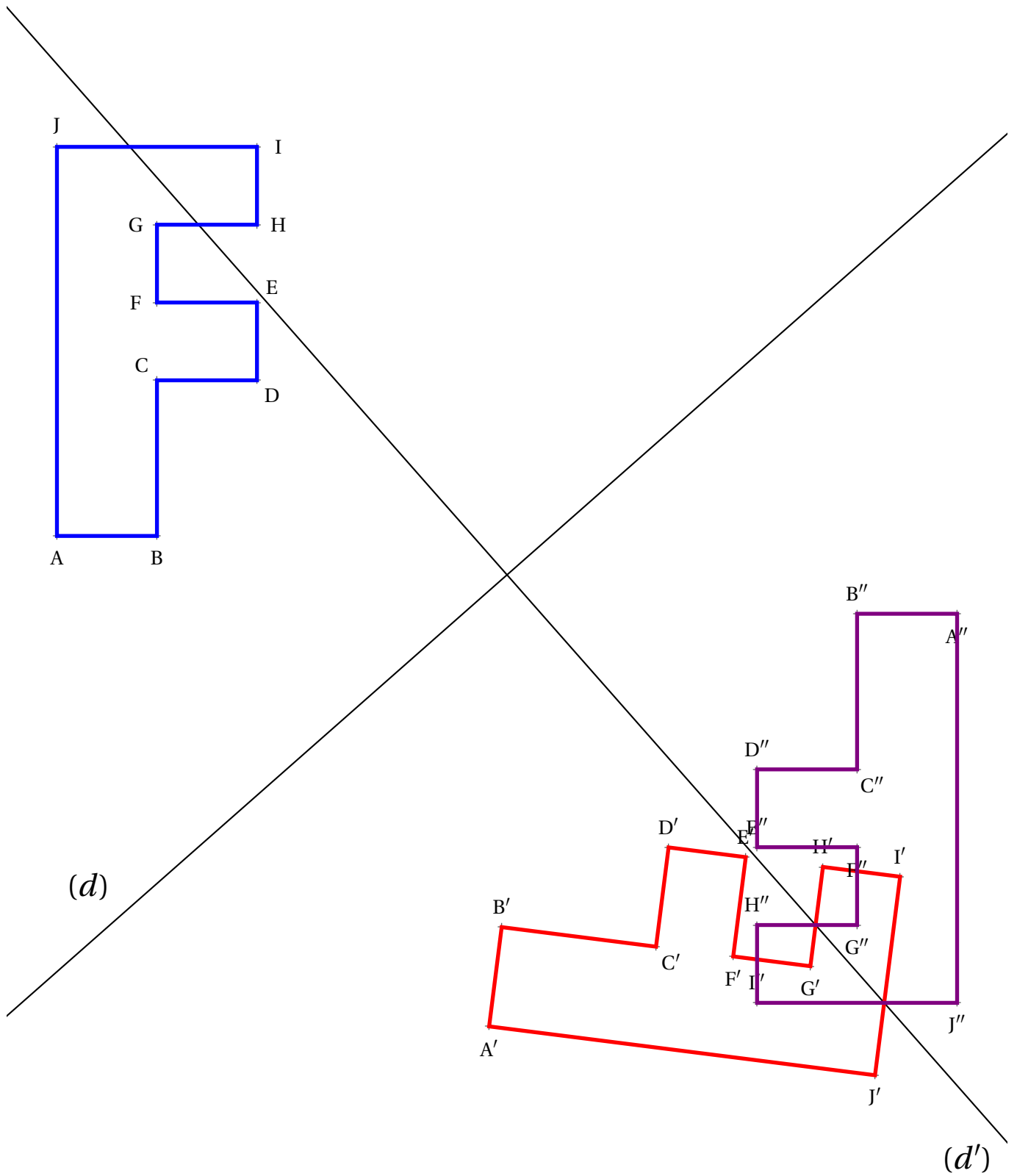


Observer les polygones ABCDEFGHIJ et $A''B''C''D''E''F''G''H''I''J''$.

Tracer les segments $[AA'']$, $[BB'']$, $[CC'']$ et faire une conjecture sur les propriétés de cette transformation.

Tracer le symétrique $A'B'C'D'E'F'G'H'I'J'$ du polygone ABCDEFGHIJ par rapport à la droite (d)

Tracer ensuite le symétrique $A''B''C''D''E''F''G''H''I''J''$ du polygone $A'B'C'D'E'F'G'H'I'J'$ par rapport à la droite (d')



Observer les polygones ABCDEFGHIJ et $A''B''C''D''E''F''G''H''I''J''$.

Tracer les segments $[AA'']$, $[BB'']$, $[CC'']$ et faire une conjecture sur les propriétés de cette transformation.



SITUATION INITIALE

 UN DOUBLE SYMÉTRIE AXIALE 

INTENTIONS PÉDAGOGIQUES

Mes intentions sont claires



SYMÉTRIE CENTRALE SUR PAPIER BLANC OU QUADRILLÉ

CINQUIÈME

MS

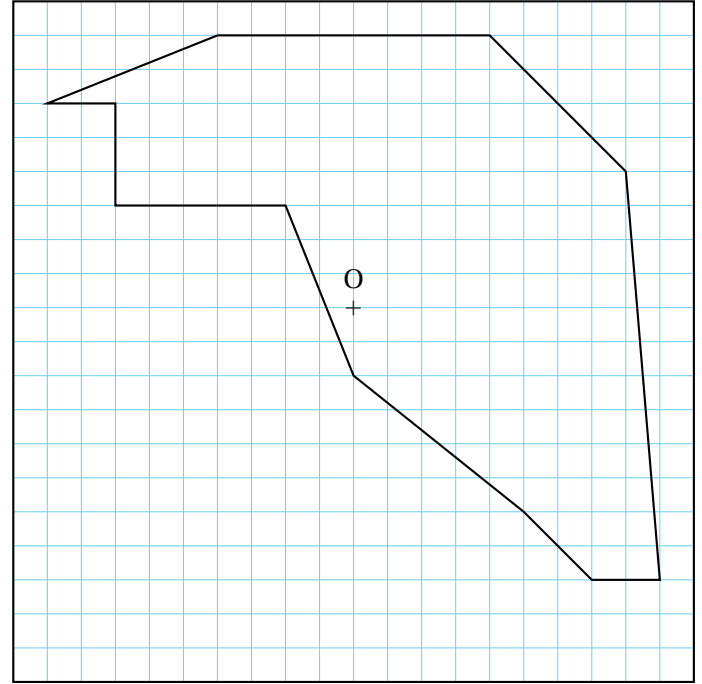
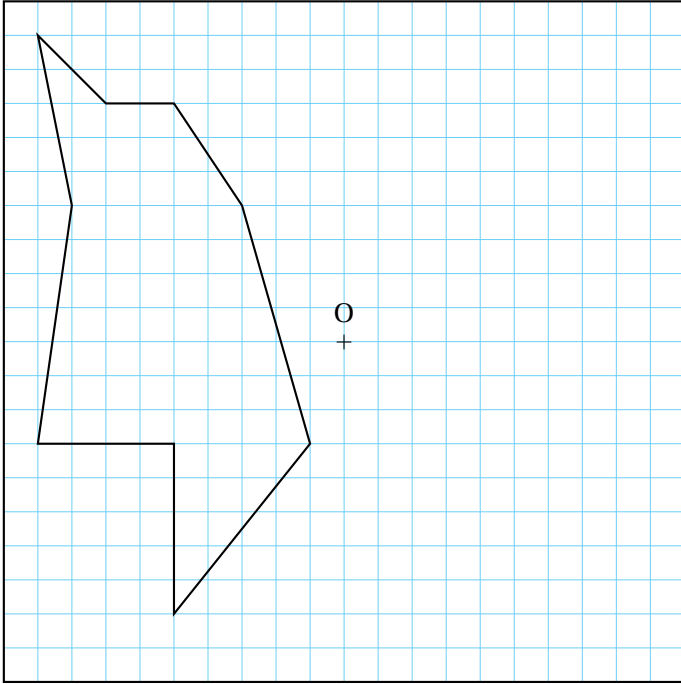


ENTRAÎNEMENT

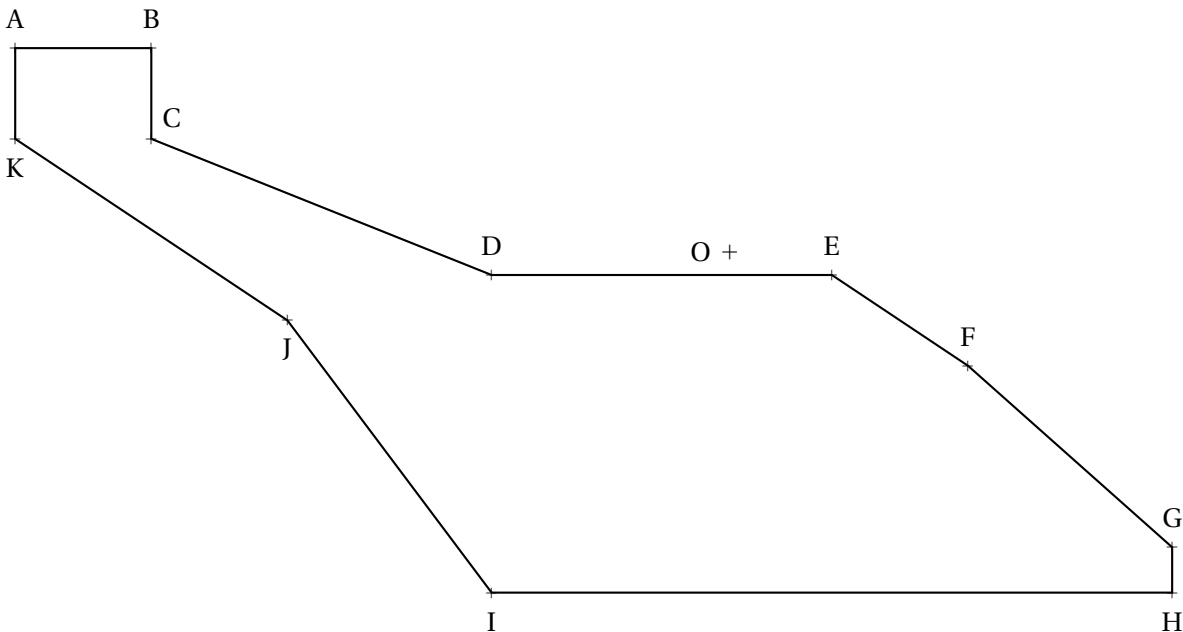
EXERCICE N° 1 : Symétrie centrale sur papier quadrillé



Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport au centre O.



[20cm]Sujet2Symétrie centrale sur papier blancMSCadre
Tracer le symétrique de ce polygone par rapport au centre O.



EXERCICE N° 3 : Quatre symétries centrales sur papier blanc

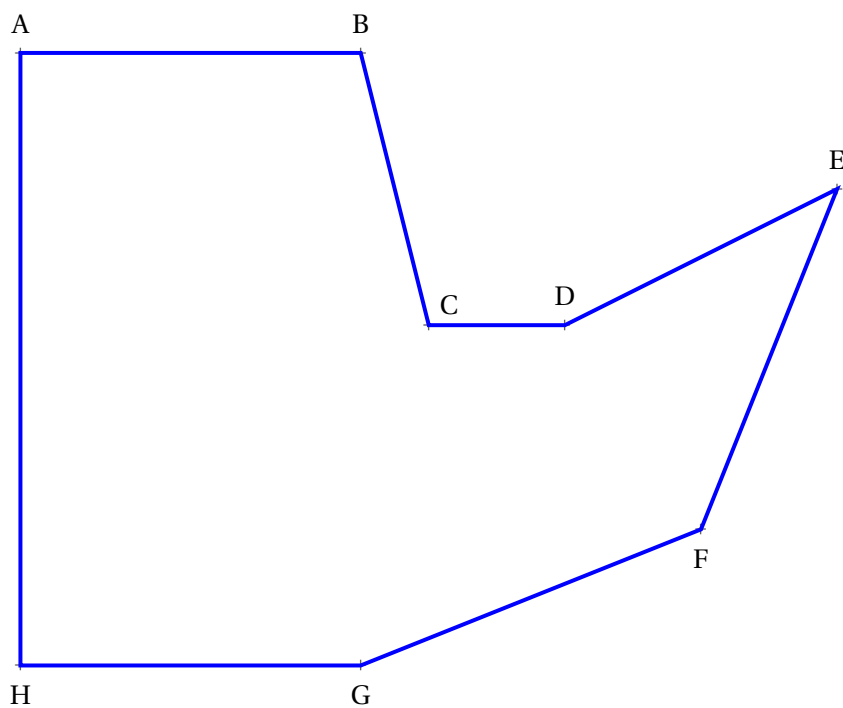


Tracer le symétrique $A'B'C'D'E'F'G'H'$ du polygone ABCDEFGH par rapport au centre O.

Tracer le symétrique $A''B''C''D''E''F''G''H''$ du polygone ABCDEFGH par rapport au centre Q.

Tracer le symétrique $A_1B_1C_1D_1E_1F_1G_1H_1$ du polygone ABCDEFGH par rapport au centre F.

Tracer le symétrique $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2$ du polygone ABCDEFGH par rapport au centre C.



O +

Q +



ENTRAÎNEMENT



SYMÉTRIE CENTRALE SUR PAPIER BLANC OU QUADRILLÉ —

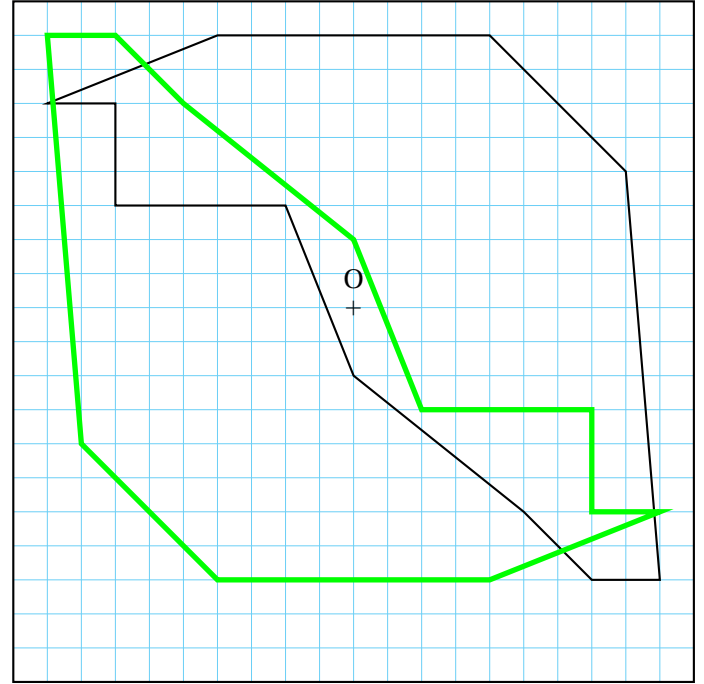
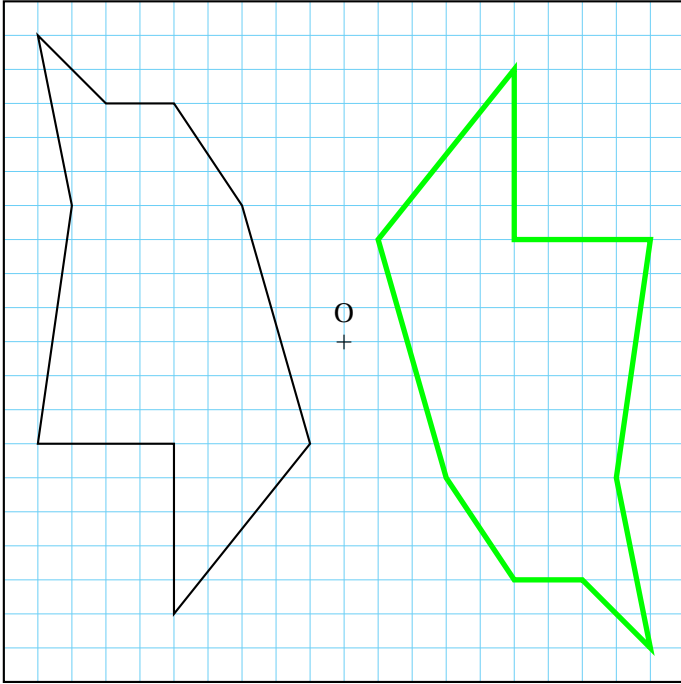
Correction



EXERCICE N° 1 : Symétrie centrale sur papier quadrillé

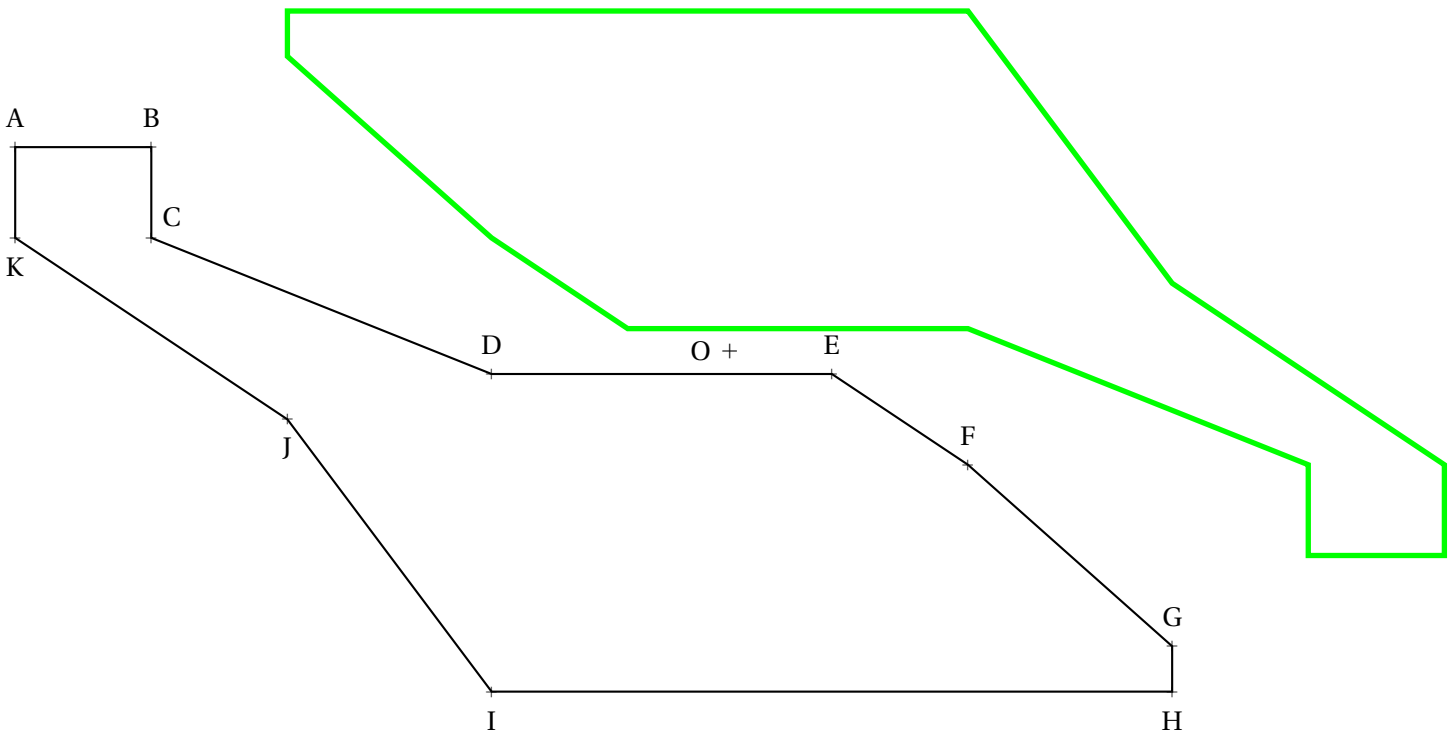


Tracer les symétriques de chacune des figures suivantes par rapport au centre O.



[20cm]Sujet2Symétrie centrale sur papier blancMSCadre

Tracer le symétrique de ce polygone par rapport au centre O.



EXERCICE N° 4 : Triple symétrie centrale sur papier blanc

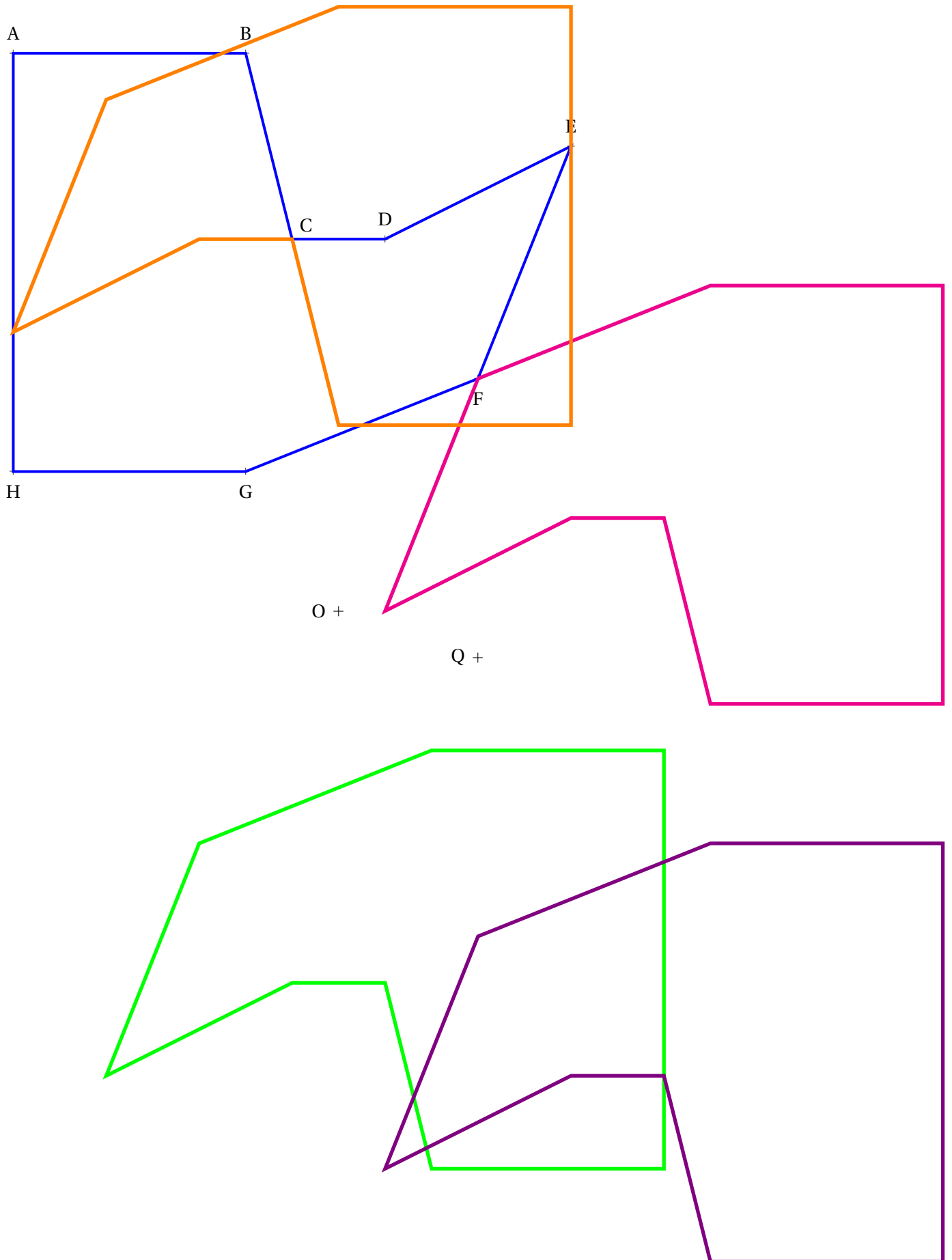


Tracer le symétrique $A'B'C'D'E'F'G'H'$ du polygone ABCDEFGH par rapport au centre O.

Tracer le symétrique $A''B''C''D''E''F''G''H''$ du polygone ABCDEFGH par rapport au centre Q.

Tracer le symétrique $A_1B_1C_1D_1E_1F_1G_1H_1$ du polygone ABCDEFGH par rapport au centre F.

Tracer le symétrique $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2$ du polygone ABCDEFGH par rapport au centre C.





INTENTIONS PÉDAGOGIQUES

Mes intentions sont claires

LA LEÇON

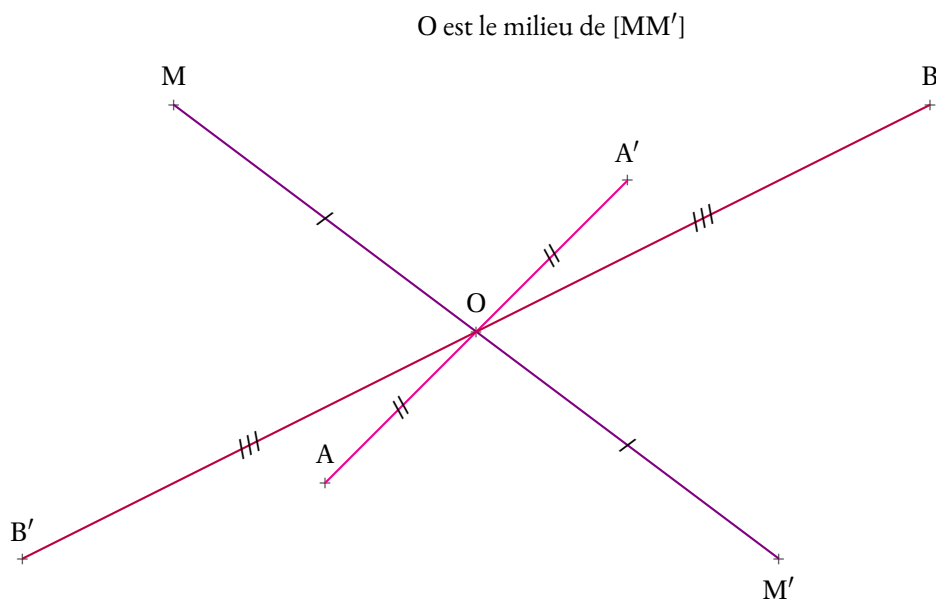


I — Définition

📌 DÉFINITION 2.1 : La symétrie axiale

La **symétrie axiale** est une **transformation du plan** qui modélise l'action de « faire demi-tour autour d'un point ».

Un point O du plan étant fixé, la **symétrie axiale** est la transformation qui à tout point M associe le point M' ayant la propriété fondamentale suivante :



📌 PROPRIÉTÉ 2.1 : Invariance

(Admise)

O étant un point fixé du plan.

L'image du point O par la symétrie de centre O est lui-même.

O est le seul point ayant cette propriété.

📌 DÉMONSTRATION POUR L'ENSEIGNANT :

Soit M un point du plan tel que l'image de M dans la symétrie de centre O soit lui-même.

En considérant le segment $[MM]$, on constate que ce segment a deux extrémités situés au même point M . Son milieu est le point O .

Il est évident que M et O sont le même point.

O est donc bien le seul point invariant dans une symétrie de centre O .

PROPRIÉTÉ 2.2 : Image d'un segment

(Admise)

L'image d'un segment par une symétrie centrale est un segment ayant la même longueur.

DÉMONSTRATION POUR L'ENSEIGNANT :

C'est un résultat difficile qui consiste à démontrer qu'une symétrie axiale conserve les distances, ce qui signifie que c'est une isométrie. L'axiome selon Euclide ne permet pas cette démonstration, cela fait partie des insuffisances de la théorie initiale.

/bin/bash : ligne 1 : q : commande introuvable

CQFD

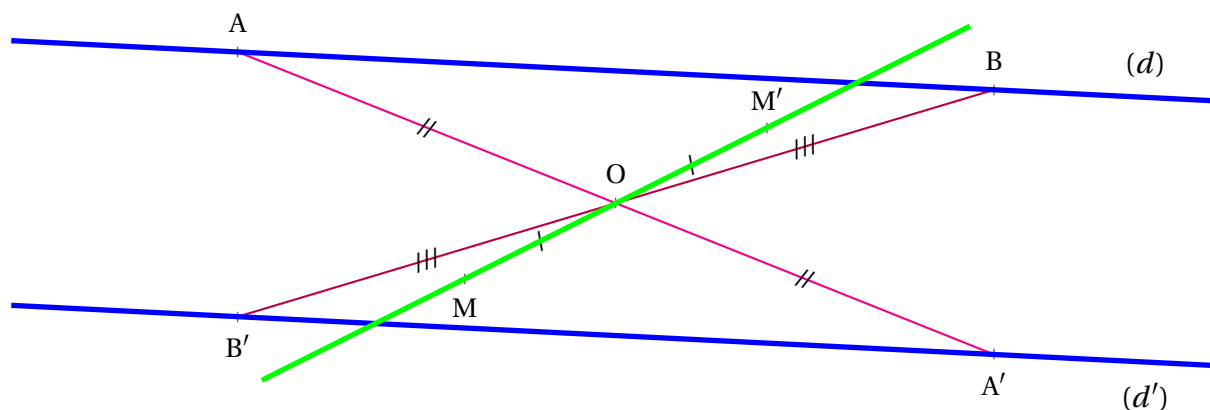
PROPRIÉTÉ 2.3 : Image d'une droite

(Admise)

O étant un point fixé du plan.

La symétrie de centre O transforme une droite (d) ne passant pas par O en une droite (d)' qui lui est parallèle.

La symétrie de centre O transforme une droite (d) passant par O en elle-même.



DÉMONSTRATION POUR L'ENSEIGNANT :

L'image d'une droite est une droite

Soit une droite (d) et trois A, B et C de cette droite.

Par définition de l'alignement, l'un des points appartient au segment formé par les deux autres. On a par exemple $A \in [BC]$.

On a vu que l'image d'un segment par une symétrie centrale est un segment. Donc les images A', B' et C' de A, B et C sont tels que $A' \in [B'C']$.

Ainsi la symétrie centrale transforme trois points alignés en trois points alignés, elle transforme donc une droite en une droite.

L'image d'une droite est parallèle

Soit une droite (d) telle que $O \in (d)$ et $A \in (d)$ (A distinct du point O.)

Il est évident que la droite (AO) et (d) sont les mêmes droites.

CQFD

PROPRIÉTÉ 2.4 : Isométrie

(Admise)

O étant un point fixé du plan, la symétrie de centre O transforme :

- Un segment en un segment superposable;
- Un angle en un angle superposable;
- Une droite en une droite;
- Un cercle en un cercle de même rayon.

🔮 DÉMONSTRATION POUR L'ENSEIGNANT :

La démonstration d'un tel résultat fait directement appel aux axiomes de la géométrie euclidienne.

CQFD





Évaluation

Cinquième



NOM :

PRÉNOM

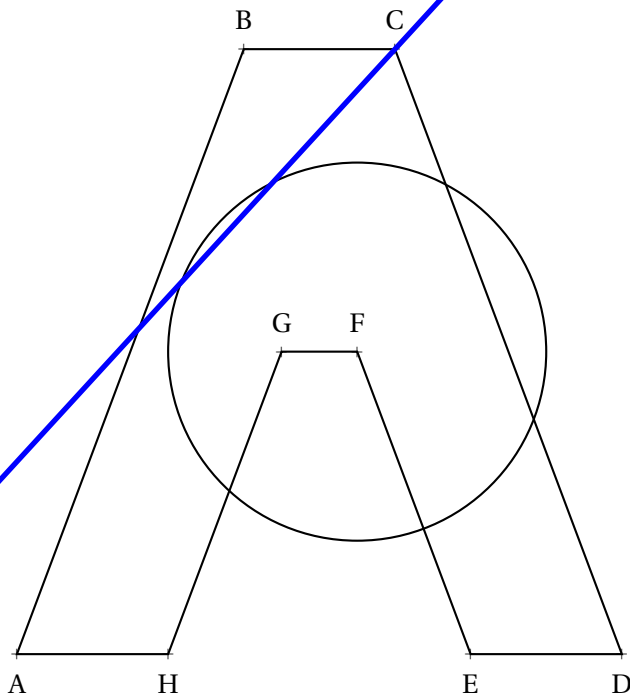
CLASSE :

1. Tracer le symétrique $A_1B_1C_1D_1E_1F_1G_1H_1$ du polygone ABCDEFGH par la **symétrie axiale** d'axe (d) .
2. Tracer le symétrique $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2$ du polygone ABCDEFGH par la **symétrie centrale** de centre O.
3. Tracer le symétrique $A_3B_3C_3D_3E_3F_3G_3H_3$ du polygone ABCDEFGH par la **symétrie centrale** de centre B.

Vous laisserez les traces de construction et repasserez, éventuellement, chaque image d'une couleur différente.

(d)

O
+





Évaluation — CORRECTION



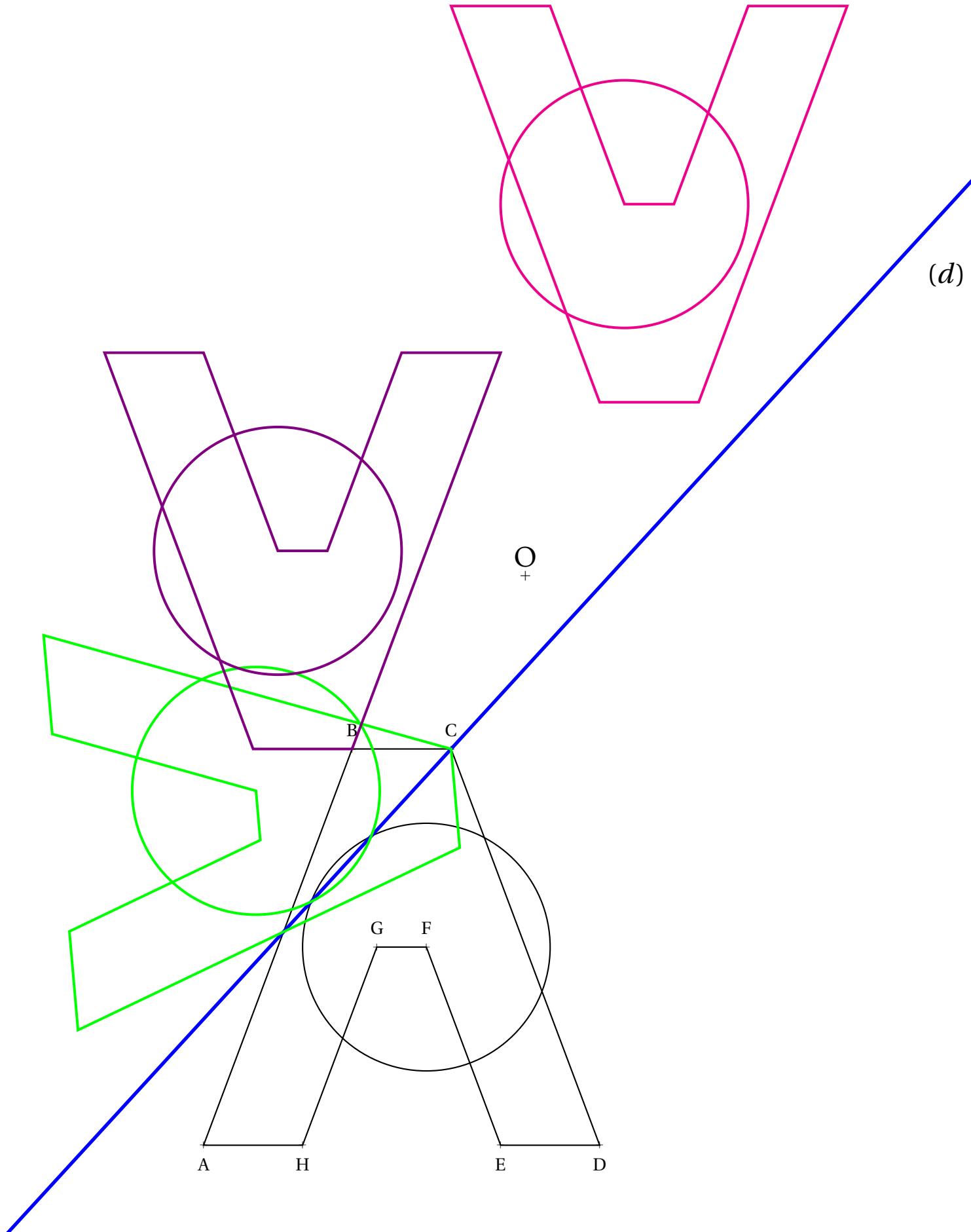
NOM :

PRÉNOM :

CLASSE :

1. Tracer le symétrique $A_1B_1C_1D_1E_1F_1G_1H_1$ du polygone ABCDEFGH par la **symétrie axiale** d'axe (d) .
2. Tracer le symétrique $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2$ du polygone ABCDEFGH par la **symétrie centrale** de centre O.
3. Tracer le symétrique $A_3B_3C_3D_3E_3F_3G_3H_3$ du polygone ABCDEFGH par la **symétrie centrale** de centre B.

Vous laisserez les traces de construction et repasserez, éventuellement, chaque image d'une couleur différente.





LA SYMÉTRIE AXIALE

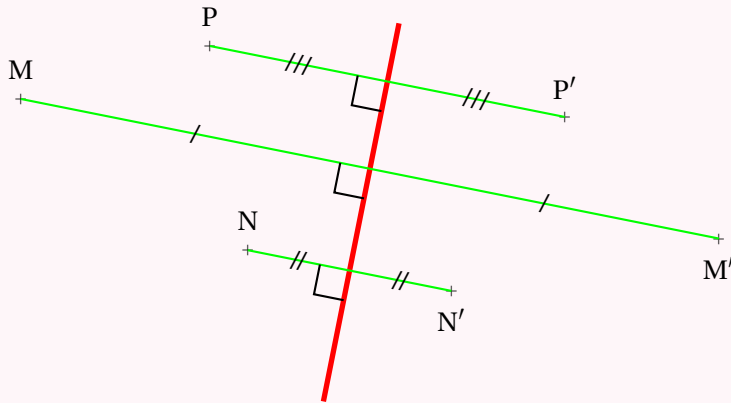


DÉFINITION

La **symétrie axiale** est une transformation géométrique du plan qui modélise l'action qui consiste à « plier une figure le long d'une droite ».

(d) étant une droite, la **symétrie axiale** d'axe (d) transforme un point M en un point M' vérifiant :

- La droite (MM') est perpendiculaire à l'axe (d);
- L'axe (d) coupe le segment [MM'] en son milieu.



PROPRIÉTÉS DE LA SYMÉTRIE AXIALE

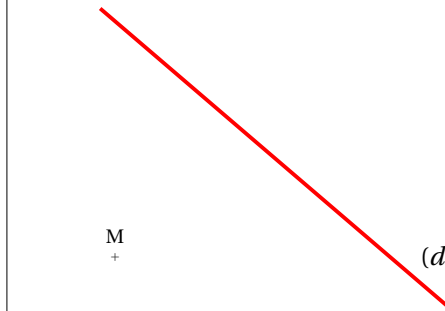
(d) étant une droite du plan, la **symétrie axiale** d'axe (d) :

- Transforme l'axe (d) en lui-même, il est invariant;
- Transforme un segment en un segment de même longueur;
- Transforme un angle en un angle superposable;
- Transforme un cercle en un cercle de même rayon;
- Transforme une figure en une figure ayant le même périmètre;
- Transforme une figure en une figure ayant la même aire.

MÉTHODE DE CONSTRUCTION :

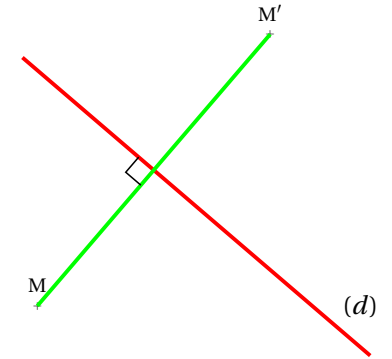
OBJECTIF : Tracer le symétrique M' d'un point M par rapport à une droite (d).

SITUATION INITIALE

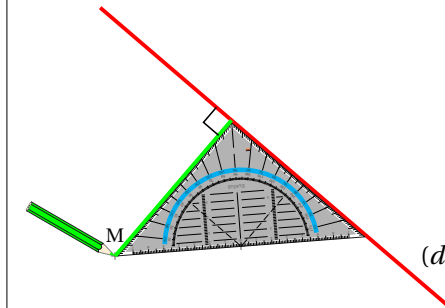


Un axe (d) et un point M

SITUATION FINALE

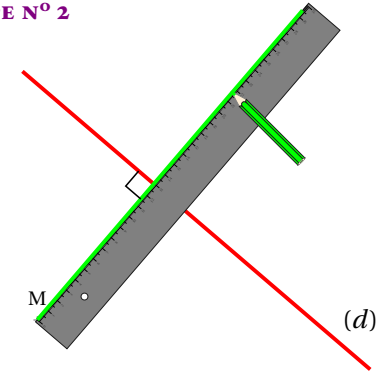


ÉTAPE N° 1



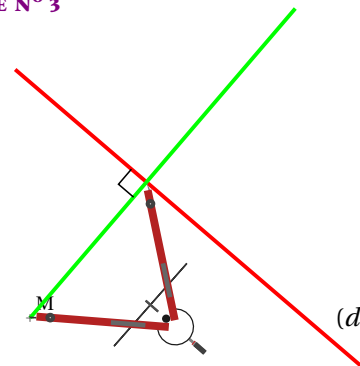
On trace la perpendiculaire à (d) passant par M .

ÉTAPE N° 2



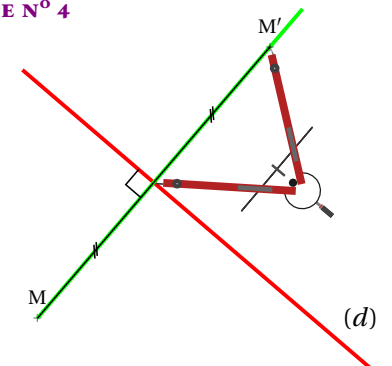
On prolonge la perpendiculaire à (d) passant par M .

ÉTAPE N° 3



On récupère la mesure du segment qui sépare M de l'axe.

ÉTAPE N° 4



On reporte cette distance.



LA SYMÉTRIE CENTRALE

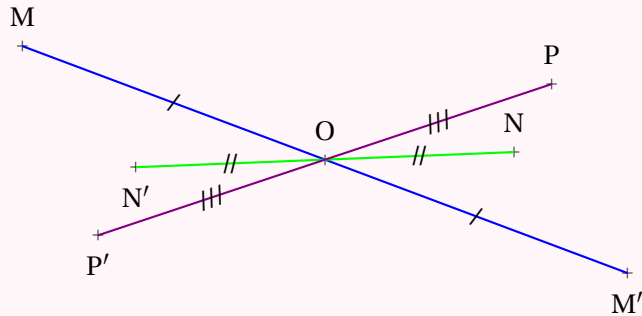


DEFINITION

La **symétrie centrale** est une **transformation** du plan qui modélise l'action de « faire un demi-tour ».

Étant donné un point O , la **symétrie de centre O** transforme un point M en un point M' ayant la propriété suivante :

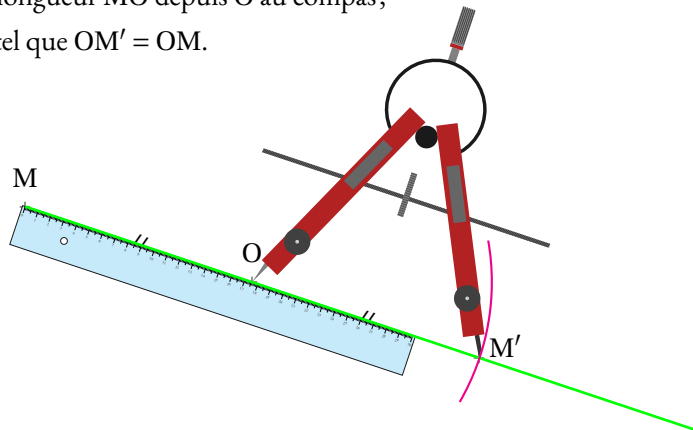
O est le milieu du segment $[MM']$



MÉTHODE DE CONSTRUCTION :

Un point O étant placé, on veut construire M' le symétrique de M par rapport à O .

- Tracer la demi-droite $[MO)$;
- Reporter la longueur MO depuis O au compas ;
- $M' \in [MO)$ tel que $OM' = OM$.



PROPRIÉTÉS

O un point du plan.

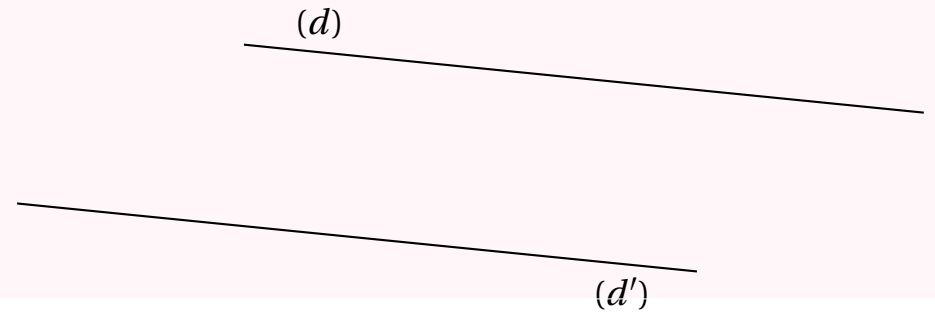
La **symétrie centrale de centre O** :

- Transforme le centre O en lui-même, il est invariant ;
- Transforme un segment en un segment de même longueur ;
- Transforme un angle en un angle de même mesure ;
- Transforme un cercle en un cercle de même rayon.

PROPRIÉTÉ FONDAMENTALE

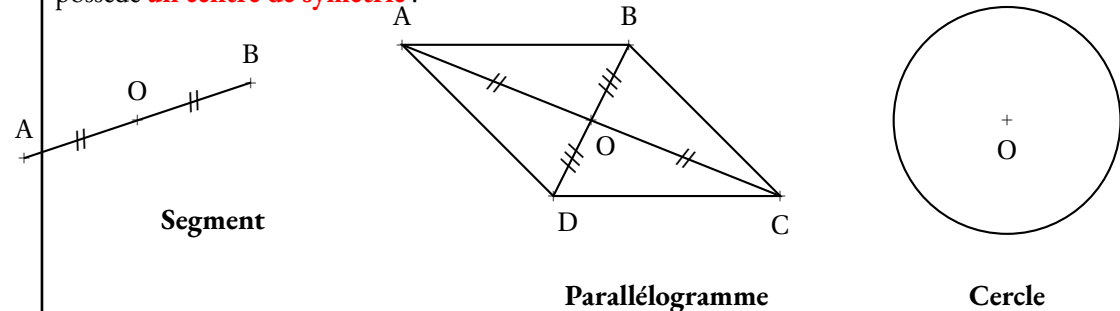
O un point du plan.

L'image d'une droite (d) ne passant pas par O par la symétrie de centre O est une droite (d') **parallèle** à (d) .



CENTRE DE SYMÉTRIE D'UNE FIGURE :

Quand une figure de géométrie se superpose avec son image par une symétrie centrale, on dit qu'elle possède un **centre de symétrie**.



Remarques et intentions pédagogiques

¹Ce raisonnement suppose que la relation d'ordre « être supérieur ou égal à » est compatible avec l'addition sur l'ensemble des nombres réels.

INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 2 avril 2025 à 6:55

Ce document a été écrit pour \LaTeX avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTeX 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprenant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise `%{{{ ... %}}}` est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code définit un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



Attribution Pas d'Utilisation Commerciale Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr>

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été créé par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 2 avril 2025 à 6:55.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : <https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college>.