

# LA LEÇON

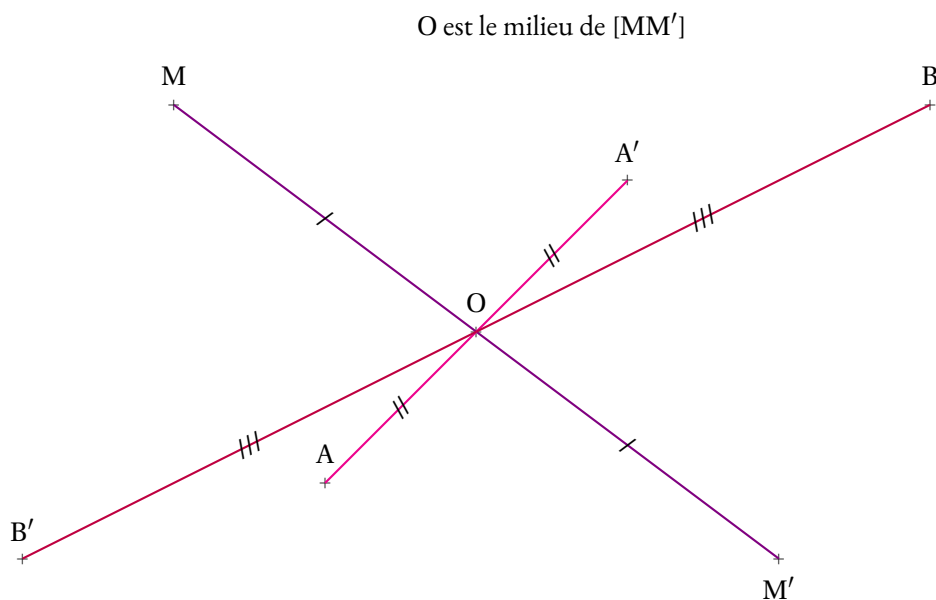


## I — Définition

### 📌 DÉFINITION 2.1 : La symétrie axiale

La **symétrie axiale** est une **transformation du plan** qui modélise l'action de « faire demi-tour autour d'un point ».

Un point  $O$  du plan étant fixé, la **symétrie axiale** est la transformation qui à tout point  $M$  associe le point  $M'$  ayant la propriété fondamentale suivante :



### 📌 PROPRIÉTÉ 2.1 : Invariance

(Admise)

$O$  étant un point fixé du plan.  
L'image du point  $O$  par la symétrie de centre  $O$  est lui-même.  
 $O$  est le seul point ayant cette propriété.

### 📌 DÉMONSTRATION POUR L'ENSEIGNANT :

Soit  $M$  un point du plan tel que l'image de  $M$  dans la symétrie de centre  $O$  soit lui-même.  
En considérant le segment  $[MM]$ , on constate que ce segment a deux extrémités situés au même point  $M$ . Son milieu est le point  $O$ .  
Il est évident que  $M$  et  $O$  sont le même point.  
 $O$  est donc bien le seul point invariant dans une symétrie de centre  $O$ .

### PROPRIÉTÉ 2.2 : Image d'un segment

(Admise)

L'image d'un segment par une symétrie centrale est un segment ayant la même longueur.

#### DÉMONSTRATION POUR L'ENSEIGNANT :

C'est un résultat difficile qui consiste à démontrer qu'une symétrie axiale conserve les distances, ce qui signifie que c'est une isométrie. L'axiome selon Euclide ne permet pas cette démonstration, cela fait partie des insuffisances de la théorie initiale.

/bin/bash : ligne 1 : q : commande introuvable

CQFD

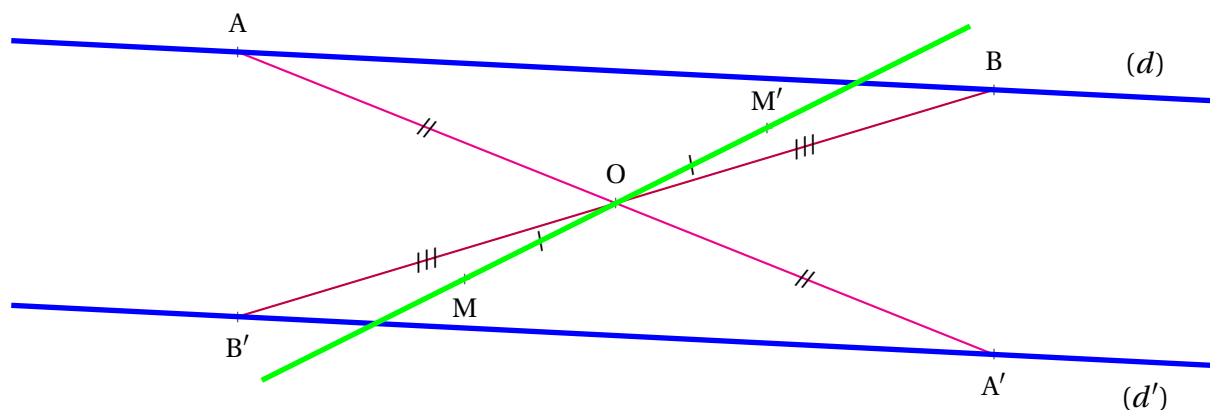
### PROPRIÉTÉ 2.3 : Image d'une droite

(Admise)

O étant un point fixé du plan.

La symétrie de centre O transforme une droite (d) ne passant pas par O en une droite (d)' qui lui est parallèle.

La symétrie de centre O transforme une droite (d) passant par O en elle-même.



#### DÉMONSTRATION POUR L'ENSEIGNANT :

##### L'image d'une droite est une droite

Soit une droite (d) et trois A, B et C de cette droite.

Par définition de l'alignement, l'un des points appartient au segment formé par les deux autres. On a par exemple  $A \in [BC]$ .

On a vu que l'image d'un segment par une symétrie centrale est un segment. Donc les images A', B' et C' de A, B et C sont tels que  $A' \in [B'C']$ .

Ainsi la symétrie centrale transforme trois points alignés en trois points alignés, elle transforme donc une droite en une droite.

##### L'image d'une droite est parallèle

Soit une droite (d) telle que  $O \in (d)$  et  $A \in (d)$  (A distinct du point O.)

Il est évident que la droite (AO) et (d) sont les mêmes droites.

CQFD

### PROPRIÉTÉ 2.4 : Isométrie

(Admise)

O étant un point fixé du plan, la symétrie de centre O transforme :

- Un segment en un segment superposable;
- Un angle en un angle superposable;
- Une droite en une droite;
- Un cercle en un cercle de même rayon.

---

**🔮 DÉMONSTRATION POUR L'ENSEIGNANT :**

La démonstration d'un tel résultat fait directement appel aux axiomes de la géométrie euclidienne.

CQFD

---



# INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 2 avril 2025 à 6:55

Ce document a été écrit pour  $\LaTeX$  avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.  
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTeX 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprenant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.  
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise `%{{{ ... %}}}` est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code définit un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

## LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



### Attribution Pas d'Utilisation Commerciale Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

#### Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

#### Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr>

#### Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été créé par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 2 avril 2025 à 6:55.  
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.  
Adresse de l'article : <https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college>.