



# ARITHMÉTIQUE

Division euclidienne, diviseurs, multiples, nombres premiers



## DEFINITION : LA DIVISION EUCLIDIENNE

$a$  et  $b$  deux nombres entiers naturels,  $b$  différent de zéro.

Il existe un unique couple de nombre entiers,  $q$  et  $r$ , vérifiant :

$$a = b \times q + r \text{ où } 0 \leq r < b$$

On dit que l'on a effectué la **division euclidienne** de  $a$  par  $b$ .

$a$  est le **dividende**,  $b$  est le **diviseur**,  $q$  est le **quotient** et  $r$  est le **reste**.

### EXEMPLES :

$$\begin{array}{r|l} 2024 & 7 \\ \hline 14 & 289 \\ -62 & \\ \hline 56 & \\ -64 & \\ \hline 63 & \\ -1 & \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$2024 = 7 \times 289 + 1$$

$$\begin{array}{r|l} 2024 & 11 \\ \hline 11 & 184 \\ -92 & \\ \hline 88 & \\ -44 & \\ \hline 44 & \\ -44 & \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$2024 = 11 \times 184$$

$$\begin{array}{r|l} 12040 & 3 \\ \hline 12 & 4013 \\ -00 & \\ \hline 0 & \\ -04 & \\ \hline 3 & \\ -10 & \\ \hline 9 & \\ -9 & \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$12040 = 3 \times 4013 + 1$$

## VOCABULAIRE

Quand le reste de la division de  $a$  par  $b$  vaut zéro, on a  $a = b \times q$ .

On dit que  $a$  est **divisible** par  $b$ , que  $b$  est un **diviseur** de  $a$  et que  $a$  est un **multiple** de  $b$ .

### REMARQUE IMPORTANTE :

Tous les nombres entiers naturels sont divisibles par 1.

Tous les nombres entiers naturels sont divisibles par eux-mêmes.

### EXEMPLES :

Comme  $2024 = 11 \times 184$ ,

— 2024 est **divisible** par 11;

— 2024 est **divisible** par 184;

— 2024 est un **multiple** de 11;

— 2024 est un **multiple** de 184;

— 11 est un **diviseur** de 2024;

— 184 est un **diviseur** de 2024.

## LES CRITÈRES DE DIVISIBILITÉ

Un nombre est **divisible par 2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.

Un nombre est **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.

Un nombre est **divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.

Un nombre est **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

### EXEMPLES :

2024 est divisible par 2, car son chiffre des unités est 4.

2024 n'est pas divisible par 3 ni par 9, car  $2 + 0 + 2 + 4 = 7$  n'est ni un multiple de 3 ni de 9.

123 456 789 est divisible par 9, car  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$  est un multiple de 9, il est par conséquent divisible par 3.

67 890 est divisible par 5 et par 2 puisque son chiffre des unités est 0, il est ainsi divisible par 10.

### MÉTHODE : DÉTERMINER LES DIVISEURS D'UN NOMBRE ENTIER :

Déterminons la liste des diviseurs du nombre 96.

Pour cela on teste tous les nombres entiers à partir de 1. On écrit à chaque fois les deux diviseurs obtenus, un au début de la ligne, l'autre à la fin. On continue jusqu'à épuisement des nombres disponibles, quand le début et la fin de la ligne se rejoignent.

1 et 96 sont évidemment deux diviseurs de 96.

96 est divisible par 2, on a  $96 = 2 \times 48$ . 96 est divisible par 3 et  $96 = 3 \times 32$

96 est divisible par 4,  $96 = 4 \times 24$ . 96 est divisible par 6,  $96 = 6 \times 16$

96 est divisible par 8,  $96 = 8 \times 12$ . 96 n'est divisible ni par 9, ni par 10, ni par 11 : on a terminé!

Les diviseurs de 96 : **1 - 2 - 3 - 4 - 6 - 8 - 12 - 16 - 24 - 32 - 48 - 96**

### EXEMPLES :

1. Un numismate possède 68 pièces en or et 102 pièces en argent. Il souhaite faire un maximum de lots, tous identiques, sans qu'il ne reste une seule pièce. Comment doit-il s'y prendre?

Il faut pour cela déterminer le **plus grand diviseur commun** des nombres 68 et 102.

Les diviseurs de 68 : **1 - 2 - 4 - 17 - 34 - 68**

Les diviseurs de 102 : **1 - 2 - 3 - 6 - 17 - 34 - 51 - 102**

Le **plus grand diviseur commun** de 68 et 102 est 34. Comme  $68 = 34 \times 2$  et que  $102 = 34 \times 3$ , il peut faire 34 lots constitués chacun de 2 pièces d'or et 3 pièces d'argent.

2. Une course caritative propose a des équipes de coureurs de se relayer autour d'un stade. L'équipe de Raisa fait un tour en 48 s, celle de Tudor en 56 s. La course doit durer 6h, combien de fois l'équipe de Raisa va-t-elle doubler celle de Tudor?

Il faut déterminer les **multiples communs** aux nombres 48 et 56.

Les multiples de 48 : **48 - 96 - 144 - 192 - 240 - 288 - 336 - 384**

Les multiples de 56 : **56 - 112 - 168 - 224 - 280 - 336 - 392**

336 est le **plus petit multiples commun** aux nombres 48 et 56.

Cela signifie que toutes les  $336 s = 5 \times 60 s + 36 s = 5 \text{ min } 36 s$ , l'équipe de Raisa va doubler celle de Tudor.

Comme  $6 h = 6 \times 3600 s = 21600 s$  et que  $2600 s \div 336 s \approx 64,3$ , cela va se produire 64 fois.

## DEFINITION : LES NOMBRES PREMIERS

Un nombre entier naturel est **premier** s'il possède **exactement deux diviseurs**, un et lui-même.

### REMARQUE IMPORTANTE :

1 n'est pas un nombre premier, il n'a qu'un seul diviseur, lui-même!

### LISTE DES NOMBRES PREMIERS INFÉRIEURS À 30 :

**2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29**

# INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 2 avril 2025 à 6:55

Ce document a été écrit pour  $\LaTeX$  avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.  
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTeX 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprenant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.  
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise `%{{{ ... %}}}` est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code définit un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

## LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



**Attribution**  
**Pas d'Utilisation Commerciale**  
**Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International**

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

### Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

### Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr>

### Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été créé par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 2 avril 2025 à 6:55.  
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.  
Adresse de l'article : <https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college>.