



# FRACTIONS

Définition, égalité et comparaison



## DEFINITION

$a$ ,  $b$  et  $k$  des nombres entiers non nuls.

La **fraction**  $\frac{a}{b}$  est un nombre vérifiant la propriété suivante :  $b \times \frac{a}{b} = a$

## EXEMPLES

Une fraction peut être égale à un **nombre entier** :  $7 \times \frac{56}{7} = 56$  or  $7 \times 8 = 56$  donc  $\frac{56}{7} = 8$

Réciproquement, tout nombre entier peut s'écrire comme une fraction :  $\frac{9}{1} = 9$  puisque  $1 \times 9 = 9$

Une fraction peut être égale à un **nombre décimal** :  $12 \times \frac{39}{12} = 39$  or  $12 \times 3,25 = 39$  donc  $\frac{39}{12} = 3,25$

Réciproquement, tout nombre décimal peut s'écrire comme une fraction :  $\frac{314}{100} = 3,14$  puisque  $100 \times 3,14 = 314$

Une fraction peut correspondre à un **nombre non décimal** :  $6 \times \frac{7}{6} = 7$  or  $7 \div 6$  n'est pas un nombre décimal.

## PROPRIÉTÉ : ÉGALITÉ DES FRACTIONS

$a$ ,  $b$  et  $k$  des nombres entiers non nuls.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

## MÉTHODE : OBTENIR DES FRACTIONS ÉGALES

La fraction  $\frac{7}{6}$  peut s'écrire sous la forme d'une fraction ayant 24 comme dénominateur.

Comme  $6 \times 4 = 24$  on a  $\frac{7}{6} = \frac{7 \times 4}{6 \times 4} = \frac{28}{24}$

La fraction  $\frac{7}{6}$  peut s'écrire sous la forme d'une fraction ayant 56 comme numérateur.

Comme  $7 \times 8 = 56$  on a  $\frac{7}{6} = \frac{7 \times 8}{6 \times 8} = \frac{56}{48}$

On peut écrire  $\frac{8}{5}$  et  $\frac{7}{4}$  avec le même dénominateur. 20 est un multiple commun de 5 et 4 puisque  $5 \times 4 = 20$

$$\frac{8}{5} = \frac{8 \times 4}{5 \times 4} = \frac{32}{20} \text{ et } \frac{7}{4} = \frac{7 \times 5}{4 \times 5} = \frac{35}{20}$$

## THÉORÈME FONDAMENTAL DE L'ARITHMÉTIQUE

Tout nombre entier non nul s'écrit de manière unique sous la forme d'un **produit de facteurs premiers**.

## MÉTHODE : DÉCOMPOSER UN NOMBRE EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

Il faut avoir en tête une liste de nombres premiers : 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29

96	2	378	2	504	2
48	2	189	3	252	2
24	2	63	3	126	2
12	2	21	3	63	3
6	2	7	7	21	3
3	3	1		7	7
1				1	

$$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$378 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7$$

$$504 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

## MÉTHODE : SIMPLIFIER DES FRACTIONS

Il est souvent utile d'écrire une fraction avec un numérateur et un dénominateur les plus petits possibles.

$$\frac{27}{36} = \frac{3 \times 9}{4 \times 9} = \frac{3}{4} \quad \frac{48}{56} = \frac{6 \times 8}{7 \times 8} = \frac{6}{7} \quad \frac{35}{45} = \frac{7 \times 5}{9 \times 5} = \frac{7}{9} \quad \frac{17}{34} = \frac{1 \times 17}{2 \times 17} = \frac{1}{2}$$

Il est souvent plus efficace d'utiliser la décomposition en facteurs premiers.

$$\frac{378}{504} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{3}{4} \quad \frac{96}{504} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{4}{21}$$

## MÉTHODE : COMPARER DES FRACTIONS

Quand des fractions ont le même dénominateur, les fractions sont dans l'ordre de leurs numérateurs.

$$\frac{5}{9} < \frac{8}{9} < 1 < \frac{10}{9} < \frac{13}{9}$$

Quand des fractions ont le même numérateur, les fractions sont dans l'ordre contraire de leurs dénominateurs.

$$\frac{9}{2} > \frac{9}{4} > \frac{9}{7} > 1 > \frac{9}{11} > \frac{9}{13}$$

Le plus efficace est d'écrire les fractions avec le même dénominateur pour les comparer.

$$\text{Comme } \frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}, \frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12} \text{ et } \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}, \text{ alors } \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$$

# INFORMATIONS LÉGALES

- **Auteur** : Fabrice ARNAUD
- **Web** : pi.ac3j.fr
- **Mail** : contact@ac3j.fr
- **Dernière modification** : 20 mars 2025 à 19:27

Ce document a été écrit pour L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X avec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.  
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTeX 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprenant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.  
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code définit un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

## LICENCE CC BY-NC-SA 4.0



**Attribution**  
**Pas d'Utilisation Commerciale**  
**Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International**

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

### Vous êtes autorisé à :

- Partager** — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats
- Adapter** — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

### Selon les conditions suivantes :

- Attribution** — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.
- Pas d'Utilisation Commerciale** — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.
- Partage dans les Mêmes Conditions** — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.
- Pas de restrictions complémentaires** — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Œuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr>

### Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **Compilation.pdf**, a été créé par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 20 mars 2025 à 19:27.  
Il est disponible en ligne sur [pi.ac3j.fr](https://pi.ac3j.fr), **Le blog de Fabrice ARNAUD**.  
Adresse de l'article : <https://pi.ac3j.fr/fiches-de-mathematiques/>.