La leçon

I — L'écriture positionnelle des nombres entiers

Définition I.1 : Écriture positionnelle

Les **entiers naturels** sont les **nombres** qui permettent de compter des objets.
Un nombre entier peut s'écrire en utilisant les 10 **chiffres** indo-arabes : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.
On utilise pour cela la **notation positionnelle** où chaque chiffre à un sens différent suivant sa position dans le nombre.

Exemples :

Milliards			Millions			Milliers			Unités simples		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	Centaines	Dizaines	Unités
								2	0	1	9
				1	2	3	4	5	6	7	8
9	0	8	0	7	0	6	0	5	0	4	1

On peut décomposer ces nombres entiers :
$2\,019 = 2 \times 1\,000 + 0 \times 100 + 1 \times 10 + 9 \times 1$
Deux-mille-dix-neuf

$12\,345\,678 = 1 \times 10\,000\,000 + 2 \times 1\,000\,000 + 3 \times 100\,000 + 4 \times 10\,000 + 5 \times 1\,000 + 6 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1$
Douze-millions-trois-cent-quarante-cinq-mille-six-cent-soisante-dix-huit

$908\,070\,605\,041 = 9 \times 100\,000\,000\,000 + 8 \times 1\,000\,000\,000 + 7 \times 10\,000\,000 + 6 \times 100\,000 + 5 \times 1\,000 + 4 \times 10 + 1 \times 1$
Neuf-cent-huit-milliards-soixante-dix-millions-six-cent-cinq-mille-quarante-et-un

Remarque importante :

On adopte la convention suivante :
Dans une succession d'opérations, additions, soustractions et multiplications, on convient de toujours commencer par les multiplications.
On dit que **la multiplication est prioritaire** devant l'addition et la soustraction.

Exemple :
L'expression $5 \times 1\,000 + 6 \times 100$ revient à l'expression $(5 \times 1\,000) + (6 \times 100)$.

Deux décompositions complémentaires : :
L'écriture décimale permet d'obtenir la décomposition suivante :
$123\,456 = 1 \times 100\,000 + 2 \times 10\,000 + 3 \times 1\,000 + 4 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1$
Cette décomposition simplifie la lecture du sens de chaque chiffre :

— 1 est le chiffre des centaines de milliers;

— 2 est le chiffre des dizaines de milliers;

— 3 est le chiffre des unités de milliers;

— 4 est le chiffre des centaines;

— 5 est le chiffre des dizaines;
— 6 est le chiffre des unités.

Des décompositions souvent utiles sont les suivantes :

— $123\,456 = 123\,450 + 6 = 12\,345 \times 10 + 6$;
— $123\,456 = 123\,400 + 56 = 1\,234 \times 100 + 56$;
— $123\,456 = 123\,000 + 456 = 123 \times 1\,000 + 456$;
— $123\,456 = 120\,000 + 3\,456 = 12 \times 10\,000 + 3\,456$;
— $123\,456 = 100\,000 + 23\,456 = 1 \times 100\,000 + 23\,456$.

Ces décompositions permettent de dire que :

— Le nombre de dizaines dans 123 456 est 12 345;
— Le nombre de centaines dans 123 456 est 1 234;
— Le nombre de milliers dans 123 456 est 123;
— Le nombre de dizaines de milliers dans 123 456 est 12;
— Le nombre de centaines de milliers dans 123 456 est 1.

Règles orthographiques :

— on met un trait d'union entre tous les mots;
— cent et vingt sont invariables sauf quand il s'agit de centaines ou de vingtaines entières;
— mille est invariable;
— million et milliard prennent un s au pluriel.

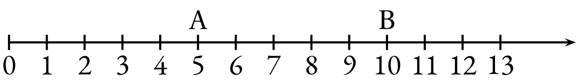
Exemples :
Les quatre mousquetaires.
Le tour du monde en quatre-vingts jours.
Mille-neuf-cent-quatre-vingt-quatre.
Les quatre-cents coups.
Deux-mille-dix-neuf.

II — La demi-droite graduée

Définition 1.2 : La demi-droite graduée

On représente les nombres entiers sur la demi-droite graduée. Cette demi-droite est constituée :

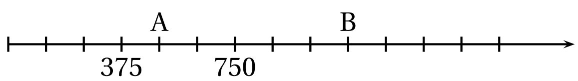
— d'une **origine** qui correspond au nombre 0;
— d'une **unité** qui indique le pas sur la demi-droite;
— d'un **sens** de lecture.



On dit que

— 5 est **l'abscisse** du point A;
— 10 est **l'abscisse** du point B.

Méthode 1.1 : Lire une droite graduée
L'unité n'est pas toujours indiquée de la même manière sur une droite graduée :



Dans cette situation, il y a 3 graduations entre 375 et 750.
L'écart entre 750 et 375 est $750 - 375 = 375$.
Or $375 \div 3 = 125$ donc chaque graduation représentent 125 unités.
Ainsi A a pour abscisse $375 + 125 = 500$ et B pour abscisse $725 + 3 \times 125 = 1\,100$

Définition I.3 : Les symboles de comparaison

Nous utilisons 3 symboles de comparaison :

— $=$ — **égal** : permet d'indiquer que deux expressions correspondent au même nombre : $3 + 4 = 7$;

— $<$ — **inférieur** ou **plus petit** : indique que l'expression de gauche est plus petite que celle de droite $8 < 9$

— $>$ — **supérieur** ou **plus grand** : indique que l'expression de gauche est plus grande que celle de droite $10 + 1 > 10 - 1$

Classer des nombres dans **l'ordre croissant** signifie les classer du plus petit au plus grand.
Classer des nombres dans **l'ordre décroissant** signifie les classer du plus grand au plus petit.

III — Somme, différence et produit de nombres entiers

Définition I.4 : Somme, différence et produit

Le résultat d'une **addition** de **termes** est appelée **la somme** .
Le résultat d'une **soustraction** de **termes** est appelée **la différence** .
Le résultat d'une **multiplication** de **facteurs** est appelée **le produit** .

Sens et propriétés des opérations sur les entiers :

— L'**addition** de deux nombres entiers revient à dénombrer la réunion de quantités de même nature.
Par exemple, ajouter 4 à 9 revient à dénombrer la réunion de 9 pommes avec 4 pommes, ce qui revient à un ensemble de 13 pommes. La nature de l'objet choisi n'a pas d'importance. C'est la raison pour laquelle on écrit $4 + 9 = 13$.
L'ordre dans lequel on effectue une addition n'a pas d'importance ![1]

— La **soustraction** de deux nombres entiers revient à dénombrer l'écart entre le plus grand et le plus petit. Cela revient à calculer ce qu'il faut ajouter au plus petit entier pour obtenir le plus grand.
Par exemple soustraire 9 à 4 revient à calculer le nombre entier $\heartsuit$ tel que $4 + \heartsuit = 9$. Ainsi $9 - 4 = 5$ car $4 + 5 = 9$
L'ordre est important dans la soustraction : on soustrait un nombre entier à un plus grand !

— La **multiplication** de deux nombres entiers revient à effectuer des additions successives.
Par exemple, multiplier 4 par 9 revient à effectuer $\underbrace{4+4+4+4+4+4+4+4+4}_{9 \text{ fois}} = 36$
On remarque que multiplier 4 par 9 revient à multiplier 9 par 4 car $\underbrace{9+9+9+9}_{4 \text{ fois}} = 36$
L'ordre dans lequel on effectue une multiplication n'a pas d'importance !

Méthode I . 2 : Algorithmes d'addition, de soustraction et de multiplication des entiers

— Addition des entiers On place le nombres les uns en dessous des autres en alignant les chiffres. On effectue la somme de chaque colonne, on écrit le chiffre des unités de cette somme en bas de la colonne et le nombre de dizaine au sommet de la colonne de chiffres suivante sous forme de retenue.
Par exemple :

$$\begin{array}{rccccc} & & & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & \\ & & 2 & 0 & 1 & 9 \\ + & 6 & 7 & 8 & 9 & 7 \\ \hline & 6 & 9 & 9 & 1 & 6 \end{array}$$

— Soustraction des entiers On place le plus grand nombre en premier puis le second en dessous en alignant les chiffres. Quand le chiffre du dessus est inférieur à celui du dessous on retire une unité au chiffre suivant ce qui permet d'ajouter 10 et d'effectuer la soustraction.
Par exemple :

$$\begin{array}{cccccc}
 & 6 & 9 & 9 & {}_{1}1 & {}_{1}6 \\
- & & 2 & {}_{1}0 & {}_{1}1 & 9 \\
\hline
 & 6 & 7 & 8 & 9 & 7
\end{array}$$

— Multiplication des entiers On place les deux nombres l'un en dessous de l'autre sans forcément aligner les chiffres. On effectue les multiplications successives.
Par exemple :

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & 2 & 0 & 1 & 9 \\
 & & \times & & 6 & 7 & 8 \\
\hline
 & & 1 & 6 & 1 & 5 & 2 \\
 & 1 & 4 & 1 & 3 & 3 & \cdot \\
1 & 2 & 1 & 1 & 4 & \cdot & \cdot \\
\hline
1 & 3 & 6 & 8 & 8 & 8 & 2
\end{array}$$

Informations légales

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Web :** pi.ac3j.fr
- **Mail :** contact@ac3j.fr
- **Dernière modification :** 20 mars 2025 à 19:33

Ce document a été écrit pour LaTeXavec l'éditeur VIM - Vi Improved Vim 9.1.
Il a été compilé sous Linux Ubuntu Noble Numbat 24.04 avec la distribution TeX Live 2023.20240207-101 et LuaHBTex 1.17.0

Pour compiler ce document, un fichier comprennant la plupart des macros est nécessaires. Ce fichier, Entete.tex, est encore trop mal rédigé pour qu'il puisse être mis en ligne. Il est en cours de réécriture et permettra ensuite le partage des sources dans de bonnes conditions.
Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code defini un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

Licence CC BY-NC-SA 4.0

Attribution
Pas d'Utilisation Commerciale
Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International

Ce document est placé sous licence CC-BY-NC-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé à :

Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats

Adapter — remixer, transformer et créer à partir du matériel

L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution — Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son œuvre.

Pas d'Utilisation Commerciale — Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.

Partage dans les Mêmes Conditions — Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous devez diffuser l'œuvre modifiée dans les même conditions, c'est à dire avec la même licence avec laquelle l'œuvre originale a été diffusée.

Pas de restrictions complémentaires — Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr

Comment créditer cette Œuvre ?

Ce document, **Cours.pdf**, a été crée par **Fabrice ARNAUD (contact@ac3j.fr)** le 20 mars 2025 à 19:33.
Il est disponible en ligne sur **pi.ac3j.fr**, **Le blog de Fabrice ARNAUD**.
Adresse de l'article : https://pi.ac3j.fr/mathematiques-college.